

REPUBLIQUE DU CAMEROUN

PAIX-TRAVAIL-PATRIE

UNIVERSITE DE YAOUNDE I

FACULTE DES SCIENCES

CENTRE DE RECHERCHE ET DE FORMATION
DOCTORALE EN SCIENCES, TECHNOLOGIES ET
GEOSCIENCES DOCTORALE

UNITE DE RECHERCHE ET DE FORMATION DOCTORALE
"PHYSIQUE ET APPLICATION"

BP 812 Yaoundé

Email : crf-stg@uy1.uninet.cm

REPUBLIC OF CAMEROON

Peace-Work-Fatherland

UNIVERSITY OF YAOUNDE I

FACULTY OF SCIENCE

POSTGRADUATE SCHOOL OF SCIENCE
TECHNOLOGY
AND GEOSCIENCES

RESEARCH AND POSTGRADUATE TRAINING
UNIT FOR "PHYSICS APPLICATION"

PO BOX 812 Yaoundé

Email : crf-stg@uy1.uninet.cm



**LABORATOIRE DE PHYSIQUE NUCLEAIRE, ATOMIQUE, MOLECULAIRE ET
BIOPHYSIQUE**

***Etude fractionnaire conformable de l'énergie d'excitation
nucléaire par le Hamiltonien de Bohr avec le potentiel de
Kratzer écranté***

Thèse

Présentée et soutenue en vue de l'obtention du

Diplôme de Doctorat/PhD en Physique

Option : Physique Nucléaire, Dosimétrie et Radioprotection

Par :

NDJOBLO JEAN PAUL JUSTICE

Matricule : 12W1696

Master en Physique

Sous-direction de :

BEN-BOLIE Germain Hubert

Professeur

EMA'A EMA'A Jean Marie

Maitre de Conférences

Université de Yaoundé I



Année académique 2024-2025



DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
DEPARTMENT OF PHYSICS

ATTESTATION DE CORRECTION DE LA THESE DE
DOCTORAT/Ph.D

Nous, Professeur SAÏDOU et Professeur NJANDJOCK NOUCK Philippe, respectivement Examineur et Président du jury de la thèse de Doctorat/Ph.D de Monsieur NDJOBBO Jean Paul Justice, Matricule 12W1696, préparée sous la direction des Professeurs BEN-BOLIE Germain Hubert et EMA'A EMA'A Jean Marie, intitulée « Etude fractionnaire conformable de l'énergie d'excitation nucléaire par le Hamiltonien de Bohr avec le potentiel de Kratzer écranté », soutenue le Lundi 05 Mai 2025, en vue de l'obtention du grade de Docteur/Ph.D en Physique, spécialité Physique Nucléaire, Atomique, Moléculaire et Biophysique, option Physique Nucléaire, Dosimétrie et Radioprotection, attestons que toutes les corrections demandées par le Jury de soutenance ont été effectuées.

En foi de quoi, la présente attestation lui est délivrée pour servir et valoir ce que de droit.

Fait à Yaoundé le **26 MAI 2025**

Examineur

Pr SAÏDOU


Le Président du Jury

Pr NJANDJOCK NOUCK
Philippe



Le Chef de Département de Physique

Jean-Marie Biemvema
Professeur

UNIVERSITÉ DE YAOUNDE I Faculté des Sciences Division de la Programmation et du Suivi des Activités Académiques		THE UNIVERSITY OF YAOUNDE I Faculty of Science Division of Programming and Follow-up of Academic Affairs
LISTE DES ENSEIGNANTS PERMANENTS		LIST OF PERMANENT TEACHING STAFF

ANNÉE ACADEMIQUE 2024/2025
 (Par Département et par Grade)
DATE D'ACTUALISATION 30 septembre 2024

ADMINISTRATION

1. **DOYEN** : OWONO OWONO Luc Calvin, *Professeur*
2. **VICE-DOYEN / DPSAA**: NDJIGUI Paul-Désiré, *Professeur*
3. **VICE-DOYEN / DSSE** : NYEGUE Maximilienne Ascension, *Professeur*
4. **VICE-DOYEN / DRC** : NOUNDJEU Pierre, *Maître de Conférences*
5. **Chef Division Administrative et Financière** : NDOYE FOE Florentine Marie Chantal, *Maître de Conférences*
6. **Chef Division des Affaires Académiques, de la Recherche et de la Scolarité DAARS** : AJEAGAH Gideon AGHAINDUM, *Professeur*

Université de Yaoundé I

Faculté des Sciences

Département de Physique

**Etude fractionnaire conforme de l'énergie d'excitation nucléaire
par le Hamiltonien de Bohr avec le Potentiel de Kratzer écranté.**

THÈSE

Présentée et soutenue en vue de l'obtention du Diplôme de

Doctorat/PhD en Physique

Option: **Physique Nucléaire, Dosimétrie et Radioprotection**

Par

NDJOBBO JEAN PAUL JUSTICE

Matricule: 08W0692

Master en Physique

Sous la direction de:

BEN-BOLIE Germain Hubert

Professeur

université de Yaoundé I

Laboratoire de Physique Nucléaire, Atomique, Moléculaire et Biophysique

Copyright ©NDJOBBO JEAN PAUL JUSTICE, ndjobojean@gmail.com

Année 2023

Dédicace

Je dédie cette thèse :

À mes parents Monsieur et Madame NDJOBBO qui m'ont toujours conseillé de ne pas abandonner et de rester persévérant

Remerciements

Ce travail a été élaboré au laboratoire de Physique Nucléaire . Je tiens à remercier le Seigneur Dieu Tout Puissant qui a toujours renouvelé mes forces, m'a donné le souffle de vie, la santé, et m'a éclairé tout au long du chemin durant tous ces moments difficiles. Certaines personnes qui ont joué un rôle assez déterminant et sans qui ce travail n'aurait jamais vu le jour. Je pense tout d'abord au Professeur **BEN-BOLIE Germain Hubert**, chef du laboratoire de Physique Nucléaire de l'Université de Yaoundé I qui a accepté de m'encadrer en thèse et sans qui ce travail ne pouvait pas s'achever grâce à ses différents conseils et orientations, le **Pr. Ema'a Ema'a Jean Marie** , **Maître de Conférences** à l'Université de Bertoua pour son encadrement et la veille sur le travail.

Mes remerciements vont également au **Dr. ELE ABIAMA Patrice, Maître de Recherche** qui, malgré ses différentes occupations au Ministère de la Recherche Scientifique a toujours été très attentif dans la progression du travail. Ses conseils techniques et son apport scientifique m'ont été d'une très grande utilité dans la confection de ce document. Je lui adresse toute ma reconnaissance.

J'adresse mes hommages et ma profonde gratitude au **Pr. OWONO ATEBA Pierre**, Fondateur du Laboratoire de Physique Nucléaire, de l'Université de Yaoundé I.

Je remercie le **Pr. OWONO OWONO Luc Calvin** coordonnateur de l'URFD Physique et Applications, Doyen de la Faculté des Sciences à l'Université de Yaoundé I, pour ses conseils .

J'exprime ma reconnaissance au **Pr. EKOBEA FOUA Henri Paul**, Vice-Recteur à l'Université de Ngaoundéré.

Une pensée forte au **Pr. NDJAKA Jean-Marie Bienvenu**, Chef de Département de Physique, et le **Pr. KOFANE Timoléon Crépin**, pour leurs enseignements, qui m'ont donné un éclairage scientifique pour l'achèvement de cette Thèse.

une pensée particulière aux **Pr. SAÏDOU et Pr. BOYOMO ONANA Marthe**, pour leurs enseignements, leur encadrement et surtout leur écoute .

je remercie tous les Enseignants du Département de Physique pour leurs enseignements, leurs encouragements, leurs conseils et leur soutien une pensée en particulier aux Professeurs : **NJANDJOCK NOUCK Philippe, HONA Jacques, TCHAWOUA Clément, WOAFO Paul, PEMHA ELKANA, BODO Bertrand, ENYEGUE A NYAM Françoise, ZEKENG Serge, FEWO Serge Ibrid, NANA ENGO Serge, , NANA NBENJO Roméo, MVOGO Alain, SIEWE SIEWE Martin et aux Docteurs MBINACK Clément, MELI'I Jorelle Larissa .**

Je remercie également les Docteurs : **NGA ONGODO Dieudonné, TAKEMBO Clovis, NGOUBI Hénock, ALI ZARMA, TAKOUKAM SOH Serge, ANEMENA ETOGA Emmanuel,**

OMON Yves, HAMADOU ISSA, TANKOU TAGNE Alain, TJOCK-MBAGA Thomas, MAH TSILA Phillipe, MBIDA MBEMBE Serge, AHMADOU KATARKALAH, SOULEYMANOU HAMAN ADAMA, KOYANG François et ETOLO YIA Hervé pour leurs encouragements et leurs conseils.

J'adresse mes plus sincères remerciements aux Honorables membres du jury, qui ont accepté de juger cette Thèse.

Ma vie de thésard a aussi été l'occasion de rencontrer des êtres particuliers avec qui j'ai partagé des moments d'incertitudes et de joie. Je pense à **Manga Richard, Guimssing Brice, Tchatchoua Kamgaing Max, Molo Nomo Valère**, avec qui j'ai partagé des heures d'enseignements dans des collèges et des établissements supérieurs privés de Yaoundé. Je pense également à ceux qui m'ont accueillis au laboratoire, les doctorants **EBODE Fabien, TAMIAN FOTSO Kévin et ADJABA Jean Liboire**, une pensée forte à mes amis et frères **AHMADOU KATARKALAH, ETOLO YIA Hervé**.

À tous ceux et celles qui m'ont apporté de près ou de loin soutien, force, détermination et dévouement dans la réalisation de cette thèse je vous dis infiniment merci.

Liste des Abréviations et Symboles

CCG : Coefficients de Clebsch Gordan

MC : Modèle en Couche

MCS : Modèle en Couche Sphérique

Pm : Picomètre

fm : femtomètre

E_l : Energie de liaison

Pt : Platine

CPS : Critical Point Symmetries

MeV : Méga électron Volt

E_c : Energie cinétique du nucléide

$V(\beta, \gamma)$: Energie potentielle du nucléide

\hat{H} : Opérateur Hamiltonien

\hat{p} : Opérateur impulsion du mouvement

B : Masse totale du nucléide

n : Nombre quantique principal

l : Nombre quantique azimutal

j : Nombre quantique associé à la résultante du couplage entre le moment angulaire orbital

-
- s** : Moment angulaire de spin
- m** : Nombre quantique magnétique
- N** : Nombre de couches de l'Oscillateur Harmonique
- n_z : Nombre quantique principal selon l'axe de symétrie
- Λ : Projection du moment orbital \vec{l} sur l'axe de la symétrie
- n_ω : Nombre quantique secondaire
- L** : Nombre quantique cinétique
- a_v : Effet volumique
- a_c : Effet de repulsion coulombienne
- a_s : Effet surfacique
- a_p : Terme d'appariement
- a_a : Terme d'asymétrie
- PWS** : Potentiel de Woods-Saxon
- OH** : Oscillateur Harmonique
- β : Paramètre qui mesure l'étendue de la déformation
- γ : Paramètre qui montre l'éloignement par rapport à la symétrie axiale
- k** : Paramètre de déformation du potentiel
- $P_n^{(\alpha,\beta)}$: Polynôme de Jacobi
- $H_{n\bar{\gamma}}$: Polynôme de Hermite
- $D(\theta_i)$: Composante angulaire de la fonction d'onde appelée fonction de Wigner

$\psi(\beta, \gamma, \theta_i)$: Fonction d'onde

θ_i : Angle d'Euler : $i = 1, 2, 3$

\hat{Q}_k^2 : Composantes du moment angulaire

\mathbf{k} : Représente les trois axes de coordonnées : $k = 1, 2, 3$

\mathbf{u} : Unité de masse atomique

Table des matières

Dédicace	i
Remerciements	ii
Liste des Abréviations	iv
Table des matières	vii
Liste des Figures	x
Résumé	xii
Abstract	xiii
Abstract	xiv
Résumé	xv
Chapitre I Revue de la littérature sur la structure du noyau atomique	3
I.1 Introduction	3
I.2 Généralités sur la structure de l'atome	3
I.2.1 Présentation de l'atome	3
I.2.2 Isotopes et éléments chimiques	4
I.2.3 Forces et interactions dans la structure de l'atome	5
I.3 Genèse et propriétés du noyau atomique	6
I.3.1 Différents états du noyau	6
I.3.2 Les formes du noyau	7
I.3.3 Le noyau de Xenon	8
I.3.4 Noyau de Platine	9
I.4 Les nombres magiques	10
I.5 Energie de liaison et défaut de masse	10
I.5.1 Défaut de masse	10
I.5.2 Energie de liaison du noyau	11
I.6 Notion sur la radioactivité	12
I.7 Description des modèles nucléaires	14
I.7.1 Modèle de la goutte liquide	14

I.7.2	Modèle en couches	15
I.7.3	Modèle de Nilsson	16
I.8	Les réactions nucléaires	18
I.8.1	Section efficace	18
I.8.2	Cascades de désexcitations	19
I.8.3	Réactions de fission	21
I.9	Déformation Nucléaire	22
I.9.1	Mode vibrationnel	23
I.9.2	Mode Rotationnel	24
I.9.3	Déformation triaxiale	27
I.9.4	Théorie de champ moyen : modèle à particules indépendantes	27
I.9.5	Théorie sur les mouvement collectifs dans les noyaux	28
I.10	Etat de l'art sur le calcul des énergies et des transitions nucléaires à l'aide du hamiltonien de Bohr	29
I.11	Conclusion	30
Chapitre II Méthodologie d'investigation sur les moments de transitions quadrupôlares électriques dans le noyau		32
II.1	Introduction	32
II.2	Présentation du modèle du Hamiltonien de Bohr	32
II.3	Moment de transition quadrupolaire nucléaire électrique	34
II.3.1	Écart quadratique moyen	36
II.3.2	Effet de l'étalonnage des énergies dans la bande γ	37
II.4	Outils théoriques et méthodes	37
II.4.1	Méthode étendue de Nikiforov-Uvarov	37
II.4.2	Notion de dérivée fractionnaire	39
II.4.3	Formulation fractionnaire conformable de la méthode étendue de Nikiforov-Uvarov	40
II.5	Application à la résolution du BHFC sur le potentiel de Kratzer écranté	43
II.5.1	Techniques de séparations des différents types de mouvements des déformations nucléaires	43
II.5.2	Solution de la partie γ	45
II.5.3	Solution de la partie β	46
II.6	Spectroscopie des noyaux lourds de transitions sphériques	49
II.7	Conclusion	55
Chapitre III Résultats et discussion		56
III.1	Introduction	56
III.2	Présentation des résultats et discussion	56
III.2.1	Relation intra et inter-bande	62
III.3	Calculs des Différentes déformations des isotopes de Platine et de Xenon	65
III.3.1	Triaxialité des Nucléides	78

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	<i>ix</i>
III.4 Conclusion	84
Conclusion Générale	85
Appendix	87
Publication	89
Références Bibliographiques	90

Table des figures

Figure 1	Composante de l'atome[10].	4
Figure 2	Les isotopes de Uranium[10].	5
Figure 3	Vallée de stabilité[10].	7
Figure 4	Représentation du Xenon[12].	8
Figure 5	représentation du Platine[10].	9
Figure 6	Défaut de masse du noyau d'Helium[20].	11
Figure 7	Energie de liaison par nucleon[22].	12
Figure 8	Section efficace de fission [38].	20
Figure 9	Desexcitation nucleaire [38].	20
Figure 10	Fission d'un noyau par un neutron [42].	22
Figure 11	Formes de noyau[24].	24
Figure 12	Formes de noyau[27].	26
Figure 13	Représentation de Hill-Wheeler.	27
Figure 14	Déformation triaxiale[32].	28
Figure 15	États excités des isotopes de plomb observés par réaction (IL, xn) a)[116] ; b)[117].	50
Figure 16	Facteur gyromagnétique de l'état 12^+ des isotopes de plomb de masse $A = 206, 200, 198, 196, 194$ [118].	51
Figure 17	États excités des isotopes de plomb ^{192}Pb et ^{190}Hg peuplés par reaction (IL, xn) [117].	51
Figure 18	Niveaux excités des isotopes de mercure de masse paire très déficients en neutrons ($A = 188, 186, 184$).	52
Figure 19	Courbe d'énergie potentielle pour les isotopes de mercure de masse im- paire (a) et paire ($A = 184$) (b)[128].	53
Figure 20	Schéma des niveaux partiels de ^{186}Hg	53
Figure 21	Premiers niveaux excités de la bande fondamentale et des bandes β et γ pour différents isotopes d'erbium ($Z = 68$).	54
Figure 22	Extraits des diagrammes de Nilsson pour les protons (a) et les neutrons (b).	54
Figure 23	Courbe du potentiel fractionnaire écranté pour le nucleide xenon 126.	79
Figure 24	Courbe du potentiel fractionnaire écranté pour le nucleide xenon 128.	80
Figure 25	Courbe du potentiel fractionnaire écranté pour le nucleide Xenon 130.	81
Figure 26	Courbe du potentiel fractionnaire ecrante pour le nucleide Platine 192.	82
Figure 27	Courbe du potentiel fractionnaire écranté pour le nucleide Platine 194.	83

Figure 28 Courbe du potentiel fractionnaire écranté pour le nucléide Platine 196. . . 84

Résumé

Dans ce travail, nous obtenons des solutions du modèle du Hamiltonien de BOHR approprié pour les noyaux triaxiaux, avec le potentiel de Kratzer écranté dans le cadre de la dérivée fractionnaire conforme. Les solutions analytiques du spectre d'énergie en utilisant la méthode fractionnaire conforme du Nikiforov-Uvarov sont déterminées. Nous discutons du lien entre le modèle actuel et d'autres modèles connexes pertinents tels que le modèle Z(5), le modèle classique de Kratzer écranté et le modèle de Kratzer Fractionnaire Conforme. L'effet du paramètre d'ordre fractionnaire est étudié sur la variation du potentiel d'interaction. Ces énergies propres normalisées sont calculées ainsi que les probabilités de transitions B(E2) normalisées à des différentes valeurs du paramètre fractionnaire. Nos résultats ont bien reproduit le comportement des données expérimentales pour les noyaux atomiques ^{126}Xe , ^{128}Xe , ^{130}Xe , ^{192}Pt , ^{194}Pt et ^{196}Pt et s'avèrent être améliorés par rapport à d'autres modèles théoriques.

Mots clés : Hamiltonien de Bohr, méthode paramétrique de Nikiforov-Uvarov, noyaux triaxiaux, dérivée fractionnaire Conforme probabilité de transition B(E2).

Abstract

In this work, we obtain new solutions of the Bohr Hamiltonian model appropriate for triaxial nuclei, with screened Kratzer potential in the framework of conformable fractional derivative. The analytical solutions for energy spectra are obtained using the conformable fractional Nikiforov-Uvarov method. We discuss the link between the present model and other relevant related models such as Z(5) model, classical screened Kratzer model and conformable fractional Kratzer model. The effect of the fractional order parameter is investigated on the variations of the interaction potential. The normalized eigen energies are calculated as well as normalized B(E2) transitions probabilities at different values of the fractional order parameter. Our results reproduced well the experimental data for ^{126}Xe , ^{128}Xe , ^{130}Xe , ^{192}Pt , ^{194}Pt and ^{196}Pt atomic nuclei, and are found to be improved in comparison with other related theoretical models.

Keywords : Triaxial nuclei ; Bohr Hamiltonian ; B(E2) transition rates ; Conformable fractional derivative ; NikiforovUvarov method

Abstract

Making autonomous devices

Keywords : Stability ; Stochastic p-bifurcation ; Stochastic resonance ; Probability ; Fractional derivative ; Analog circuit.

Résumé

Rendre des dispositifs autonomes en termes d'énergie correspond bien

Mots clés : Stabilité ; Bifurcation phénoménologique ; Résonance stochastique ; Probabilité ; Dérivée fractionnelle ; Circuit analogique.

Introduction Générale

La fin du XIX^e siècle a connu une série de découvertes scientifiques qui ont marqué les décennies suivantes. Des connaissances, banales aujourd'hui, telles que l'atome et sa structure étaient à l'époque très controversées par les physiciens. La découverte de la radioactivité par Henri Becquerel ainsi que le couple Curie, a été un détonateur des bouleversements de la compréhension de la matière par l'exploration de l'atome. En 1911, Ernest Rutherford propose un modèle moderne de l'atome. Il est constitué d'une zone diffuse peuplée d'électrons chargés négativement, et d'une partie centrale qui concentre la majorité de la matière de charge électrique positive ; le noyau, ce dernier a un rayon petit (de l'ordre de 10^{-13} à 10^{-12} cm) au vu de l'atome 10^{-8} cm ; néanmoins il représente 99,7/100 de masse totale de celui-ci. Il faut attendre la découverte du neutron par Chadwich en 1932 pour que le coeur même de l'atome révèle une partie de son mystère. Il est constitué de particules neutres et de particules chargées positivement, respectivement les neutrons et les protons, ces dernières équilibrant les charges négatives des électrons. Il règne dans le noyau deux interactions au but diamétralement opposé ; l'interaction forte assurant la cohésion, tandis que l'interaction faible est responsable de la désintégration. Au fur et à mesure des études menées sur son comportement la complexité du noyau s'est imposée. C'est l'avènement d'accélérateurs de plus en plus performants, associés à des équipements expérimentaux perfectionnés, qui a permis de mettre en évidence les multiples comportements du noyau.

Vers la fin du XX^e siècle, les outils théoriques ont été développés en physique nucléaire dans le but de décrire certaines propriétés des noyaux atomiques. Parmi ces nombreux outils, le Hamiltonien de Bohr est généralement utilisé pour étudier les propriétés des noyaux atomiques telles que les symétries de points critiques (SPC)[7] et les transitions des modèles de formes[8]. Les symétries de point critique prennent en compte les symétries E(5)[9] qui sont liées aux transitions de formes de second ordre[10] entre la forme sphérique et les noyaux de forme γ instable, puis nous avons la symétrie X(5)[11] qui correspond aux transitions de phase du premier ordre entre les noyaux de forme sphérique et les noyaux prolates déformés[12]. Dans ce contexte précis une réelle attention est observée sur l'étude du Hamiltonien de Bohr avec une variété

de modèles comme ; Morse[13,14], Killingbeck[15,16], Killingbeck Morse [17], Davidson[18,19], Wood Saxon [20], Kratzer [21], Manning-Rosen[22], and Sextic-Potentiel. Notons que ces potentiels sont utilisés pour la partie β , tandis que l'oscillateur harmonique est utilisé pour la partie γ . Dans la symétrie ponctuelle critiques(SPC) E(5), le potentiel d'interaction ne dépend pas de la variable collective γ , tandis que la symétrie X(5), le potentiel peut être séparé en deux parties indépendantes, la partie γ correspondant du type oscillateur harmonique centrée autour de $\gamma = 0$, cette configuration est associée aux noyaux prolates déformés, tandis que la variation β , décrit la magnitude de déformation.

En effet, diverses définitions peuvent être trouvées pour le fractionnaire. Parmi les définitions les plus courantes on peut nommer la dérivée de Caputo, la définition de Riemann-Liouville [22]. Ces formulations de dérivée fractionnaire définie globalement par intégrale fractionnaire, sont largement utilisées pour les calculs différentiels non entiers. Le but de cette thèse est d'étudier les solutions de l'équation du Hamiltonien de Bohr Fractionnaire Conforme (HBFC) avec le potentiel de Kratzer écrané à l'aide de la méthode de Nikiforov-Uvarov étendue au domaine fractionnaire et appliquer les résultats obtenus à l'étude des propriétés de quelques noyaux triaxiaux.

Le travail comporte 3 chapitres ; Au premier chapitre, nous nous intéressons aux généralités sur les modèles nucléaires, le deuxième chapitre est consacré à la présentation du modèle de Bohr Hamiltonien dans le cadre fractionnaire, le potentiel nucléaire est présenté ainsi que les méthodes de résolution de l'équation. Le troisième chapitre est dédié à la présentation des résultats de notre modèle, leurs discussions et analyses sont comparées aux résultats expérimentaux d'autres modèles théoriques pertinents, ce travail se termine par une conclusion générale et des perspectives.

REVUE DE LA LITTÉRATURE SUR LA STRUCTURE DU NOYAU ATOMIQUE

I.1 Introduction

La connaissance du noyau atomique (ou structure nucléaire) est une question ouverte après un siècle de recherche en physique nucléaire. Elle permet de décrire le mode d'arrangement des nucléons dans le noyau et vise à établir des lois et des principes afin de pouvoir construire des modèles à caractère prédictif. Les forces nucléaires entre nucléons (protons et neutrons) qui composent le noyau est une force résiduelle de l'interaction forte qui lie les quarks dans le nucléon. L'interaction entre deux nucléons dans le noyau n'a pas d'expression analytique simple (comme par exemple la loi de Coulomb pour l'électrostatique), notamment si l'on doit tenir compte de l'effet des nucléons environnants. On utilise des forces paramétrées dites forces nucléon-nucléon effectives. Dans ce chapitre il sera question de prime à bord de présenter le noyau atomique dans tous ses aspects ainsi que les modèles nucléaires y afférents afin d'expliquer les états d'énergies du noyau atomique et quelques unes de ces déformations. Par la suite, une attention particulière est consacrée sur le noyau de platine en présentant ses propriétés et ses effets sur l'environnement et enfin les caractéristiques des forces nucléaires ainsi que ses différents aspects énergétique mis en jeu dans le noyau sont mis en exergue.

I.2 Généralités sur la structure de l'atome

I.2.1 Présentation de l'atome

Toute matière qui nous entoure est composéé d'atomes. Les atomes forment des éléments comme l'oxygène, l'hydrogène et le carbone. Un atome est constitué de protons et de neutrons, qui forment le noyau, et d'électrons, qui gravitent autour du noyau. Le noyau porte une charge

positive; les protons sont chargés positivement, tandis que les neutrons sont électriquement neutres, comme leur nom l'indique. Les électrons sont des particules chargées négativement qui se déplacent autour du noyau en formant un nuage périphérique. Les électrons négatifs sont attirés vers le noyau positif par une force électrique. C'est ce qui maintient l'intégrité structurale de l'atome. On appelle le nombre de proton le numero atomique Z , tandis que le nombre de neutron est noté N . La somme des protons et des neutrons s'appelle le nombre de masse et est noté A . A l'intérieur de l'atome, on distingue :

- Les isobares : Ce sont des noyaux ayant le même nombre de masse A mais Z différent.
- Les isomères : Ce sont des noyaux ayant le même nombre de protons et de neutrons mais les énergies sont différentes.
- Les isotopes : Ce sont des noyaux qui possèdent le même nombre de protons.
- Les isotones : Sont des noyaux ayant le même nombre de neutrons N , mais le nombre de protons Z différents.

La figure ci-contre illustre le mieux la structure de l'atome.

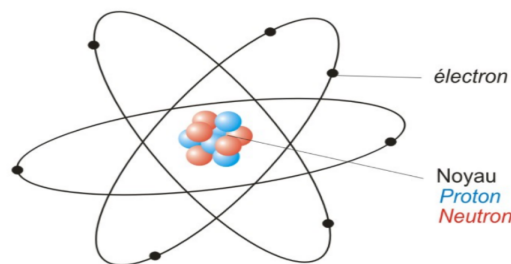


FIGURE 1 – Composante de l'atome[10].

I.2.2 Isotopes et éléments chimiques

Les isotopes sont des atomes qui possèdent le même nombre d'électrons, et donc de protons, mais de différents nombre de neutrons. Actuellement on connaît environ 325 isotopes naturels et 1200 isotopes créés artificiellement.

Les isotopes d'un même élément ont les propriétés chimiques identiques, mais les propriétés physiques différentes. On distingue le plus souvent les isotopes stables et les isotopes instables (radioactif).

Le Chlore naturel possède 2 isotopes, le Chlore 35 et le Chlore 37, ces isotopes possèdent 17

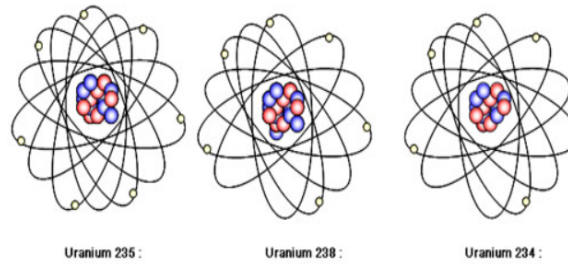


FIGURE 2 – Les isotopes de Uranium[10].

protons et respectivement 18 neutrons pour le Chlore 35 et 20 neutrons pour le Chlore 37.

Les atomes d'Uranium ont tous le même nombre de protons $Z=92$. L'Uranium naturel est constitué de trois isotopes ; L'Uranium 238 le plus lourd et plus abondant avec 146 neutrons ($238=92+146$) ; l'Uranium 235 avec 143 neutrons ($235=92+143$), et l'Uranium 234 avec 142 neutrons ($234=92+142$). Généralement un isotope est appelé par le nom de son élément chimique ajoutée au nombre de masse(nucleons), c'est ainsi par exemple pour l'Uranium : ^{234}U , ^{235}U , ^{238}U .

I.2.3 Forces et interactions dans la structure de l'atome

Au sein d'un atome ont distingue quatre principale force d'interaction fondamentale :

* La gravitation

Elle gouverne bien des phénomènes, la chute des corps aux mouvements des planètes, l'interaction gravitationnelle est attractive et de portée infinie(C'est à dire que la force qui existe entre deux masses est nulle que si ces deux masses sont séparées d'une distance infinie). Pour le cas des atomes, les protons et les neutrons disposant des masses engendrent des forces de gravitation.

* Interaction électromagnétique

Elles sont beaucoup plus intense que la gravitation. Elle agit de façon manifeste autour de nous puisqu'elle fait fonctionner tous nos appareils électroménagers. Mais au niveau plus fondamental, elle assure surtout la cohésion des atomes et des molécules, et gouverne toute les réaction chimique. A l'instar de l'interaction gravitationnelle, elle a une portée infinie, mais étant tantôt attractive, tantôt répulsive (selon le signe des charges en présence), ses effets cumulatifs sont annulés à grande distance du fait de la neutralité globale de la matière.

* Interaction nucléaire faible

Elle à une portée très courte, d'environ un milliardième de milliardième de mètre. Autant dire

qu'il s'agit d'une interaction en contact : deux particules ne peuvent interagir par elle que si elles se touchent quasiment. elle est notamment responsable de la radioactivité bêta, par laquelle un neutron se désintègre en un proton et un électron. Comme son nom l'indique, l'interaction faible est caractérisée par une très faible intensité qui la rend difficile à observer, mais cela ne l'empêche pas de jouer un rôle capital notamment dans le soleil, où elle regit les réactions de fusion des noyaux d'hydrogène.

* L'interaction nucléaire forte

Elle est la plus intense des quatre interactions fondamentales, les physiciens ont deviné son existence dans les années 1930, lorsqu'ils se sont rendus compte que la stabilité des noyaux atomiques avait quelque chose d'étonnant puisqu'ils portent des charges électriques de même signe, les protons au sein d'un noyau atomique se repoussent du fait de la force électrique qui tend à les séparer. Il existe au sein des noyaux atomiques une force, très intense, l'interaction nucléaire forte de portée très courte. Cette force agit comme une sorte de glu entre deux nucléons (proton et neutron) en contact l'un avec l'autre, mais dont la force s'affaiblit très rapidement dès qu'on s'écarte un tant soit peu l'un de l'autre.

I.3 Genèse et propriétés du noyau atomique

I.3.1 Différents états du noyau

Un noyau d'atome est dit :

- Lié : lorsque la cohésion des protons et des neutrons est assurée. Plus leur énergie de cohésion est élevée, plus il faudra fournir d'énergie pour séparer les constituants du noyau. Les noyaux liés peuvent être instables ou stables.
- Excité : lorsqu'il est soit stable, soit instable et il a acquis un surplus d'énergie, le noyau peut vibrer ou tourner sur lui même et/ou dissiper cette énergie excédentaire par émission d'une particule ou d'un photon.
- Instable ou radioactif : lorsqu'il tend à se transformer en un autre noyau on appelle désintégration radioactive. La probabilité que cet évènement survienne dépend de sa période radioactive, qui correspond au temps au bout duquel la moitié d'un ensemble de noyau de même nature s'est désintégrée.
- Stable : Lorsqu'il ne se désintègre pas spontanément en un autre noyau. La majeure partie des

noyaux présent sur terre sont stable.

Notion de vallée de stabilité

Lorsqu'on classe les noyaux connus des atomes en fonction de leur nombre de protons (Z , éléments) et de neutrons (N , Isotopes) on obtient un ensemble de données en forme de faisceau. Si on ajoute la valeur la valeur de l'énergie de liaison de chaque noyau sous la forme d'un histogramme, on obtient un graphe à trois dimension qui présente une surprenante vallée au fond de laquelle se trouvent 250 à 300 atomes stables, plus on s'éloigne de ces noyaux, plus l'énergie de liaison dans le noyau est faible. Les atomes radioactifs subissent une série de transformations qui les ramènent toujours vers le fond de la dite vallée. Les chercheurs désignent cette figure par le terme imagé de vallée de stabilité.

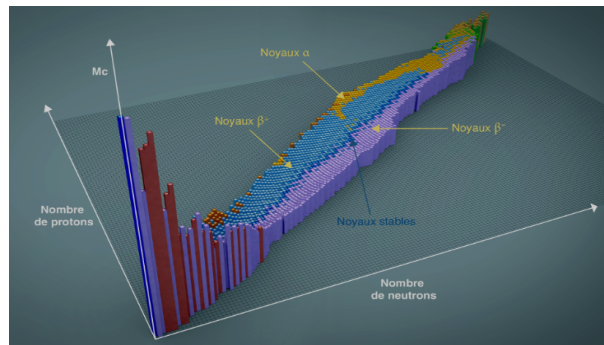


FIGURE 3 – Vallée de stabilité[10].

I.3.2 Les formes du noyau

La forme d'un noyau atomique est le reflet de la structure en couches des protons et des neutrons qui le composent. Elle est une propriété fondamentale en physique nucléaire. Dans le cas de couches complètement remplies, on a affaire à un noyau magique qui a une forme sphérique. Cependant la plupart des noyaux ont des couches partiellement remplies et préfère être déformés. A l'intérieur de certains noyaux une faible réorganisation des protons ou des neutrons est totalement suffisante pour changer sa forme. Par conséquent un même noyau est alors susceptible de prendre certaines formes associées à des états d'énergies différentes. Lorsque ces états sont très proches en énergie (un millièème de l'énergie de liaison du noyau), ils se mélangent. Les formes les plus souvent rencontrées sont aplaties(oblates) et allongées(prolates) et peuvent changer d'un noyau à l'autre. Selon les lois de la mécanique quantique, le noyau peut se trouver, à la fois, dans un état allongé et aplati. Ce phénomène de coexistence de forme a été mis en évidence dans les

isotopes légers de Krypton et Sélénium lors d'une série d'expériences d'une équipe de service de physique nucléaire de l'Irfu [14].

I.3.3 Le noyau de Xenon

le Xenon est l'élément chimique de numéro atomique 54, et de symbole Xe. Inodore et incolore il appartient à la famille des gaz nobles. Le Xenon est le plus rare et le plus cher de tous les gaz nobles.

Historique du Xenon

Le Xenon a été découvert par des scientifiques britanniques. Au cours des années 1930, les chercheurs commencèrent à s'intéresser à la lumière stroboscopique pour des applications en photographie à grande vitesse. Cette étude conduisit à l'invention d'un stroboscope au Xenon, en 1960 le Physicien John Reynolds découvrit que certaines météorites contenaient un taux anormalement élevé de l'isotope 129 du Xenon.



FIGURE 4 – Représentation du Xenon[12].

Isotopes de Xenon

Il possède 41 isotopes connus actuellement, de nombre de masse variant de 108 à 148. Le Xenon naturel dont la masse standard est de 131.293u, est constitué de sept isotopes stables (^{126}Xe , ^{128}Xe , ^{129}Xe , ^{130}Xe , ^{131}Xe , ^{132}Xe et ^{134}Xe) et deux radioisotopes (^{124}Xe , ^{136}Xe), faisant de lui le second élément avec le plus d'isotopes stables (il est dépassé par l'étain qui en compte 10)[75].

Utilité

Tout d'abord en médecine : L'émission gamma du radioisotope 133 du Xenon peut être utilisée en imagerie du coeur, des poumons et du cerveau au moyen de la tomographie d'émission monophotonique. Ce même isotope permet également de mesurer le flux de sang. Aussi, malgré son prix élevé le Xenon peut aussi être utilisé en anesthésie générale. Le Xenon constitue aussi les dispositifs d'émission de lumière sous forme d'un flash lumineux, utilisé dans les stroboscopes. Les lasers utilisés pour la fusion nucléaire sont également pompés par des lampes de Xenon. Dans le domaine de l'astronomie le Xenon constitue le carburant le plus couramment utilisé pour la propulsion des engins spatiaux.

I.3.4 Noyau de Platine

Le Platine est un élément chimique de numéro atomique 78, de symbole Pt. Présent dans la nature, le Platine et ses alliages sont connus depuis longtemps. Il est un métal noble et résistant à la corrosion. Généralement on le trouve associé à certains minerais de Cuivre ou de Nickel, plus rarement sous la forme de dépôt natif (brut). Les pays qui produisent en majorité le Platine sont la Russie et l'Afrique du Sud.

Figure du Platine



FIGURE 5 – représentation du Platine[10].

Historique du Platine

La première mention de cette substance remonte à 1557, lorsqu'un médecin humaniste Jules César Scaliger décrit le métal qu'il a trouvé en Amérique centrale. Il n'était pas possible de faire fondre ce métal avec les moyens et les méthodes qui existaient à l'époque et dont disposaient les conquistadors espagnols. Par conséquent Scaliger a appelé la nouvelle substance Chimique Platine, ce qui peut être traduit par peu d'argent sous-entendant une faible valeur.

Isotope de Platine

Le Platine possède cinq isotopes naturels allant de l'isotope 192 à l'isotope 198. Les isotopes

195 et 194 sont plus abondant présent quasiment à des proportions identiques, respectivement 33.8/100 et 32.9/100. L'isotope 196 est également très présent car représente en proportion un quart de ces isotopes naturels. Les isotopes 198 et 192 sont nettement moins abondant car moins stable avec respectivement des proportions de 7.2/100 et 0.79/100. Il existe un seul et unique radioisotope du Platine naturel, celui ci a un nombre de masse de 190 et est très peu présent sur terre(0.01/100). Ce radioisotope demeure relativement stable avec une période de demi-vie de 650 milliards d'années et se désintègre suivant le processus α . Mais il existe également des nombreux isotopes synthétique du Platine obtenus dans des laboratoires de recherche. Les isotopes plus légers que le Platine naturels ont des nombres de masse allant de 166 à 189. Chacun de ces deux isotopes à deux modes de désintégration possibles : α ou β^+ .

Utilité du Platine

Sans les fertilisateurs synthétique développés il y'a 100 ans, la terre pourrait peut être nourrir seulement la moitié des gens vivant aujourd'hui. Les catalyseurs de Platine sont vitaux pour préparer de l'acide nitrique qui sert à 90/100 à fabriquer chaque année 190 millions de tonnes d'engrais nutritif. Pour atteindre une conversion hautement efficace de plus de 95/100, ce procédé est initié sous pression sur des gaz catalytiques de métaux précieux faites de Platine. Il est vital pour l'approvisionnement mondial en pétrole. Sans lui, les raffineries de pétrole ne pourraient pas produire assez de carburant pour satisfaire la demande.

I.4 Les nombres magiques

En physique nucléaire, on appelle ainsi les nombres de protons ou de neutrons qui conduisent à une stabilité du noyau. Ces nombres sont reliés à la structure en couche des noyaux. La liste des nombres magiques est : 2,8,20,28,40,50,82,126,... Par exemple, l'isotope 208 du plomb à 82 protons et 126 neutrons. Il est donc doublement magique et est un des noyaux les plus stables.

I.5 Energie de liaison et défaut de masse

I.5.1 Défaut de masse

Si on pouvait peser un noyau et ses nucléons séparés, nous ne trouverions pas la même chose, les nucléons sont légèrement plus lourd que le noyau. Donc la masse d'un noyau A_ZX est inférieure à la somme des masses de ses nucléons pris individuellement on a :

$$M(A, Z) < Zm_p + (A - Z)m_n = Zm_p + Nm_n. \quad (\text{I.1})$$

Cette différence de masse du noyau atomique et est noté $\Delta(A, Z)$ tel que :

$$\Delta(A, Z) = Zm_p + Nm_n - M(A, Z). \quad (\text{I.2})$$

Schematiquement pour le noyau d'Helium 4 on a :

Figure

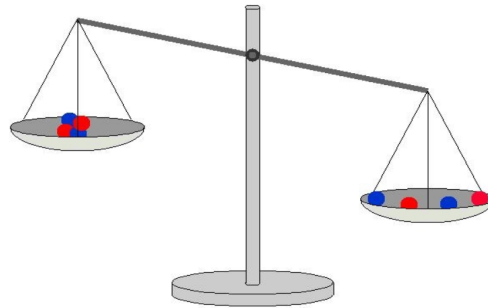


FIGURE 6 – Défaut de masse du noyau d'Helium[20].

Z étant le nombre de protons, $(A-Z)$ le nombre de neutrons.

Dans la pratique le défaut de masse est très faible par rapport aux masses des nucléons et du noyau. Pour l'Hélium 4 celui ci a une masse de $6,646478 \times 10^{-27}$ kg et le défaut de masse est $4,862 \times 10^{-29}$ kg, c'est environ 100 fois moins que la masse du noyau.

I.5.2 Energie de liaison du noyau

Par définition, l'énergie de liaison d'un noyau est l'énergie qu'il faut lui apporter pour séparer chacun de ses nucléons. D'autre part c'est l'énergie libérée quand les nucléons isolés s'assemblent pour former un noyau. Il sera question pour nous d'exprimer les équivalences relatives aux unités du système internationale des différents constituants du noyau atomique.

- Unité de masse atomique u : $1u = 1,66054 \times 10^{-27}$ kg = 931.5 MeV/ c^2

- Masse de l'électron : $m_e = 9,109 \times 10^{-31}$ kg = $5.4858 \times 10^{-4} u = 0,511$ MeV/ c^2

- Masse du proton : $m_p = 1,67264 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1,007276 \text{ u} = 938,28 \text{ MeV}/c^2$

- Masse du neutron : $m_n = 1,675 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1,008665 \text{ u} = 939,57 \text{ MeV}/c^2$

où c est la célérité de la lumière dans le vide qui est de l'ordre de $3 \times 10^8 \text{ m/s}^{-1}$.

Cette énergie est donc donnée par :

$$E_1 = \Delta M(A, Z)C^2 = Zm_pC^2 + Nm_nC^2 - M(A, Z)C^2. \quad (\text{I.3})$$

Figure sur l'énergie de liaison par nucléon.

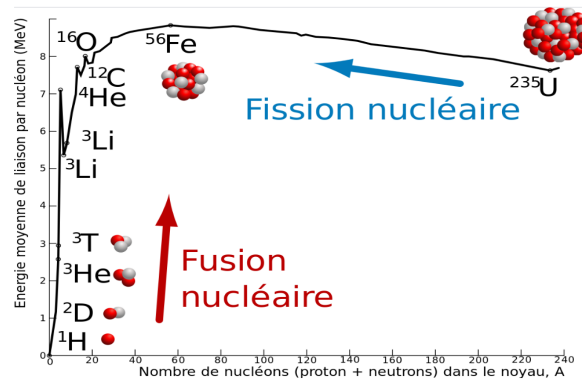


FIGURE 7 – Energie de liaison par nucleon[22].

I.6 Notion sur la radioactivité

La radioactivité est définie comme étant la propriété qu'ont certains noyaux d'atomes de se désintégrer de manière naturelle et d'émettre spontanément des particules ($\alpha, \beta, \text{neutrons}$) ou des rayonnements électromagnétiques (γ), la radioactivité peut être naturelle ou artificielle. Ainsi, le noyau d'un isotope radioactif (noyau père) va se transformer spontanément en un noyau d'un isotope plus stable du même élément (noyau fils). Dans la nature il y'a environ 300 nucléides différents, dont 25 radioactifs avec une période suffisamment longue et 35 d'entre eux ont une période beaucoup plus courte. En fonction de la nature du rayonnement émis on peut distinguer : la désintégration β (β^- et β^+), la désintégration α , la capture électronique et la conversion interne.

Les émissions α

Les noyaux très lourds se désintègrent en noyaux plus légers. Cette désintégration s'accompagne

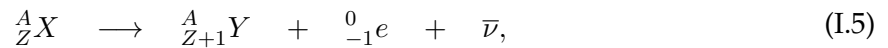
par l'émission de particule α qui sont les noyaux d'Helium. cette dernière est émis en même temps qu'un photon γ selon l'équation



cette radioactivité est produite par une interaction forte.

Emission β^-

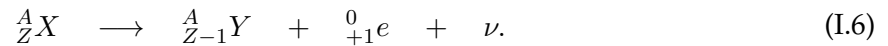
Des noyaux sont dit radioactifs β^- s'ils émettent des électrons ${}^0_{-1}e$. D'après l'équation suivante :



cette radioactivité est produite par interaction faible. Les radionucléides β^- sont des éléments qui possèdent beaucoup de neutrons par rapport aux nucléides de même nombre de masse A.

Emission β^+

Cette radioactivité ne concerne que les noyaux artificiels c'est à dire des noyaux engendrés par des réactions nucléaires réalisées par l'homme. Des noyaux sont dits radioactifs β^+ s'ils émettent des positons ${}^0_{+1}e$



Les radionucléides β^+ sont des élément qui possèdent beaucoup de protons par rapport au nucléides stable du même nombre de masse A. C'est une radioactivité produite par interaction faible.

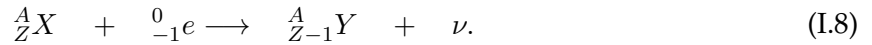
Rayonnement γ

Les trois types de radioactivité décrit (α, β^-, β^+) sont souvent accompagnés par l'émission d'un rayonnement électromagnétique d'énergie très grande (supérieure à celle des rayons X) et de très courte longueur d'onde, émis lors du passage d'un noyau d'un état excité à un état stable. Les rayonnement γ ont pour origine des réactions nucléaires. Pour une émission de rayonnement γ il ne se produit ni variation du nombre de nucléon (A) ni variation du nombre de proton (Z), l'élément ne change donc pas, seule la masse atomique diminue d'une quantité équivalente $h\nu$ du rayonnement émis. Il s'agit simplement d'une réorganisation interne du noyau. Le rayonnement γ ont un pouvoir de pénétration bien plus important que celui des particules α et β , mais ils sont plus ionisants.



La capture électronique

La capture électronique est un processus dans lequel un noyau parent capture un de ses électrons orbitaux et émet un neutrino. La capture électronique, également connue sous le nom de désintégration bêta inverse, est parfois incluse comme type de désintégration bêta, car le processus nucléaire de base, médié par l'interaction faible, est le même. Dans ce processus, un noyau riche en protons peut également réduire sa charge nucléaire d'une unité en absorbant un électron atomique.



La conversion interne

Éjection d'un électron périphérique d'un atome, lorsque le noyau, étant dans un état excité, retrouve son état fondamental. Un noyau excité résultant d'une désintégration radioactive retrouve généralement son état fondamental par l'émission de photons qui emportent l'excédent d'énergie. Dans certains nucléides, l'excédent d'énergie est évacué par Conversion interne. Le réarrangement des couches électroniques consécutif à l'éjection de l'électron entraîne l'émission de photons de fluorescence. Ces rayonnements très énergétiques sont très dangereux par leur capacité à détruire les cellules vivantes (ils sont utilisés pour détruire des cellules malades en radiothérapie).

I.7 Description des modèles nucléaires

I.7.1 Modèle de la goutte liquide

Il a été proposé par Weizsäcker en 1935. Bases expérimentales : les noyaux sont en bonne approximation sphériques et R est proportionnelle à $A^{1/3}$, la densité nucléaire est indépendante de A , la matière nucléaire est incompressible, comme une goutte de liquide. Hypothèse physique de base : la force nucléaire est saturée, donc les nucléons interagissent uniquement avec les voisins proches. Conséquences chaque nucléon contribue la même quantité d'énergie de liaison, sauf ceux qui sont en surface qui ont moins de voisins et qui donc contribuent moins. La formule de Bethe-Weizsäcker est un calcul semi-empirique de l'énergie de liaison B du noyau d'un atome.

$$B({}^A X_Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N-Z)^2}{A} + a_p \delta(A). \quad (\text{I.9})$$

A est le numéro atomique, Z le nombre de protons, N le nombre de neutrons. Cette formule permet de retrouver les résultats expérimentaux. La formule de Bethe-Weizsäcker fait apparaître cinq termes : les deux premiers sont dus au modèle de la goutte liquide du noyau. Le troisième exprime la répulsion électrostatique entre les protons. Les deux dernières sont d'ordre quantique. On suppose le noyau sphérique, de rayon R_0 et compact (son volume est proportionnel au nombre de nucléons A). Le noyau est assimilé à un fluide (quantique) constitué de nucléons (protons et neutrons) confinés dans un volume fini de l'espace par l'interaction forte. La stabilité

de cette goutte est le résultat de plusieurs contribution :

-Une contribution attractive : chaque nucléon interagit avec ses voisins via interaction forte. La somme de toutes ces interactions permet au noyau d'exister. On peut montrer que ce terme est proportionnel au volume du noyau : c'est donc le terme dit de volume, proportionnel à A

$$B_1 = a_v A; \quad a_v = 15,4 \text{ MeV}. \quad (\text{I.10})$$

. - Une contribution répulsive due à un effet de tension de surface : les nucléons situés près de la surface du noyau ont moins de voisins que ceux au centre du noyau. Ils interagissent donc moins et sont donc moins liés. L'énergie de liaison totale en est diminuée d'autant : c'est le terme de surface proportionnel à $A^{2/3}$

$$B_2 = a_s A^{2/3}; \quad a_s = 17,2 \text{ MeV}. \quad (\text{I.11})$$

- Une deuxième contribution répulsive : Coulombienne. Les neutrons sont des particules neutres, mais les protons ont une charge électrique (positive) et ont donc tendance à se repousser les uns les autres. Cet effet diminue également l'énergie de liaison : c'est le terme coulombien qui est proportionnel en $1/A^{2/3}$

$$B_3 = -a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}; \quad a_c = 0,695 \text{ MeV}. \quad (\text{I.12})$$

- Une troisième contribution répulsive due à la coexistence au sein du noyau de deux ensembles de particules différents (neutrons et protons) : c'est le terme de Fermi. La répulsion électrostatique étant en compétition avec l'interaction forte pour stabiliser le noyau, les noyaux lourds ont besoin d'un surplus de neutrons afin que cette interaction contrebalance l'effet de la répulsion électrostatique. Il y a donc une asymétrie du nombre de neutrons par rapport au nombre de protons. Cela n'a à priori, aucun autre effet sur l'énergie de liaison que ceux étudiés plus haut. En réalité, un effet quantique va jouer un rôle : les nucléons se trouvent sur des niveaux d'énergie, ce qui fait qu'un surplus de neutrons va augmenter leur énergie

$$B_4 = -a_a \frac{(N-Z)^2}{A}; \quad a_a = 22,4 \text{ MeV}. \quad (\text{I.13})$$

- Terme d'appariement noté B_5 et est donné par

$$B_5 = a_p \delta(A) \quad \text{et} \quad a_p = 11,2 \text{ MeV} \quad (\text{I.14})$$

Il permet ainsi de rendre compte de l'écart d'énergie de liaison entre noyaux pairs-pairs et impairs-impairs et de l'existence d'un plus grand nombre de noyaux pairs-pairs stables.

I.7.2 Modèle en couches

Le modèle en couches est un modèle de structure nucléaire comparable à bien des égards au modèle planétaire atomique. Il constitue la pierre angulaire de la physique nucléaire en ce

sens que son ambition est de rendre compte de la structure des noyaux en termes microscopiques, c'est-à-dire l'aide des propriétés individuelles de ses constituants. Sa démarche, pour contourner le problème à N corps, consiste à recourir, dans un premier temps, à l'approximation dite du potentiel moyen en espérant traiter ensuite toutes les interactions résiduelles des nucléons comme des perturbations. Dans ce modèle, chaque nucléon défini dans un état donné, est représenté comme évoluant individuellement dans un potentiel moyen. Un nucléon est un fermion, objet quantique dont certaines valeurs en énergie seulement, sont accessibles. Il est défini par un ensemble de nombres quantiques : n, l, s, j, m :

- n est le nombre quantique principal définissant le nombre de noeuds dans la partie radiale de la fonction d'onde.

- l nombre quantique azimutal.

- j est le nombre quantique associé à la résultante du couplage entre le moment angulaire orbital l et le moment angulaire de spin $s = 1/2$ et $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$.

- m est le nombre quantique magnétique $-l \leq m \leq l$.

En accord avec le principe de Pauli, seul un type de nucléon peut être dans un état quantique défini par les nombres quantiques $nljm$. À l'inverse du modèle de la goutte liquide où l'on considère les mouvements collectifs des nucléons comme responsables du comportement du noyau, tels que la rotation, la vibration ou la déformation de celui-ci, ce modèle s'intéresse au caractère individuel du nucléon, dans le but de reproduire les nombres magiques. Dans ce modèle, les excitations du noyau sont dues à la promotion des nucléons vers les états de particule individuelle élevés dans le puits de potentiel.

I.7.3 Modèle de Nilsson

Afin de reproduire le comportement des noyaux déformés, il est nécessaire d'introduire un modèle prenant en compte ces déformations. Les premiers physiciens ayant apporté une généralisation phénoménologique du modèle en couches pour les formes nucléaires déformées sont Nilsson, Moszkowski et Gottfried. Cette première généralisation a été nommée : le "modèle de Nilsson". L'idée principale est de rendre les constantes d'oscillateur différentes dans les trois directions de l'espace, le potentiel de l'oscillateur déformé est donc :

$$V(r) = \frac{1}{2}m (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (\text{I.15})$$

Dans les cas déformés, la densité de distribution suit le potentiel en conséquence de la courte portée de l'interaction nucléon-nucléon, ainsi nous pouvons définir une surface géométrique nucléaire qui consiste en tous les points (x, y, z) avec :

$$\frac{1}{2}m\bar{\omega}_0^2 R^2 = \frac{1}{2}m (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (\text{I.16})$$

où $\hbar\bar{\omega}_0 = 41A^{-1/3}MeV$ est la constante de l'oscillateur pour le noyau sphérique équivalent. Cela

décrit une ellipsoïde avec les axes X , Y et Z donnés par :

$$\bar{\omega}_0 R = \omega_x X = \omega_y Y = \omega_z Z \quad (\text{I.17})$$

La condition d'incompressibilité de la matière nucléaire requière que le volume de l'ellipsoïde soit le même que la sphère, d'ou $R^3 = XYZ$, et impose une condition sur les fréquences de l'oscillateur :

$$\bar{\omega}_0^3 = \omega_x \omega_y \omega_z \quad (\text{I.18})$$

A présent, supposons qu'il y ait une symétrie axiale autour de l'axe z , c'est-à-dire que $\omega_x = \omega_y$ et que la petite déviation de la forme sphérique soit donnée par le paramètre δ .

Nous pouvons alors définir :

$$\begin{aligned} \omega_x^2 = \omega_y^2 &= \omega_0^2 \left(1 + \frac{2}{3}\delta\right) \\ \omega_z^2 &= \omega_0^2 \left(1 - \frac{4}{3}\delta\right) \end{aligned} \quad (\text{I.19})$$

qui remplit les conditions de conservation de volume imposées par l'Eq. (I.42) au premier ordre avec $\omega_0 = \bar{\omega}_0$. La conservation de volume au deuxième ordre peut être remplie en utilisant la formule :

$$\bar{\omega}_0^6 = \left(1 - \frac{4}{3}\delta\right) \left(1 + \frac{2}{3}\delta\right)^2 \omega_0^6 \quad (\text{I.20})$$

soit au second ordre

$$\omega_0 \approx \left(1 + \frac{2}{9}\delta^2\right) \bar{\omega}_0. \quad (\text{I.21})$$

En utilisant l'expression explicite pour l'harmonique sphérique Y_{20} , nous pouvons écrire le potentiel comme :

$$V(r) = \frac{1}{2}m\omega_0^2 r^2 - \beta_0 m\omega_0^2 r^2 Y_{20}(\theta, \phi) \quad (\text{I.22})$$

où β_0 est relatif à δ via l'équation :

$$\beta_0 = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{4\pi}{5}} \delta \quad (\text{I.23})$$

Nous pouvons à présent écrire le Hamiltonien de ce modèle :

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{1}{2}m\omega_0^2 r^2 - \beta_0 m\omega_0^2 r^2 Y_{20}(\theta, \phi) - \hbar\bar{\omega}_0 \eta (2\hat{l} \cdot \hat{s} + \mu\hat{l}^2). \quad (\text{I.24})$$

Le terme spin-orbite est conventionnellement paramétré avec la constante η , et le terme en \hat{l}^2

est paramétré par μ , qui introduit phénoménologiquement l'abaissement de l'énergie des états une particule proches de la surface nucléaire, afin de corriger la forte hausse du potentiel de l'oscillateur harmonique. η et μ peuvent être différents pour les protons et les neutrons et dépendent du nombre de nucléons.

Le diagramme de Nilsson pour la région $50 \leq N \leq 82$ et la déformation ($\varepsilon_4 = \varepsilon_2^2/6$), calculés par Bengtsson et Ragnarsson[89] est présenté sur la figure 1. Dans cette figure, les énergies à une particule sont tracées en unités de fréquence de l'oscillateur $\hbar\omega_0 = 41A^{-1/3}$ MeV en fonction de la déformation ε_2 , avec ($\varepsilon_4 = \varepsilon_2^2/6$).

Le paramètre de déformation quadrupolaire de Nilsson ε_2 peut être défini en termes de $\delta = \frac{\Delta R}{R_{r.m.s}}$ où $R_{r.m.s}$ est la racine carrée du rayon du noyau et ΔR est la différence entre les axes semi-majeur et semi-mineur de l'ellipsoïde nucléaire, comme dans [93] :

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{6}\delta^2 + \frac{5}{18}\delta^3 + \frac{37}{216}\delta^4 + \dots \quad (\text{I.25})$$

Ce type de diagramme est essentiel pour comprendre de nombreuses propriétés des noyaux déformés. Notons qu'il existe aussi des généralisations des potentiels de Woods-Saxon et d'autres interactions réalistes pour les noyaux déformés.

I.8 Les réactions nucléaires

I.8.1 Section efficace

Afin qu'une réaction ait lieu, il faut que les noyaux impliqués se rencontrent. Différents facteurs influencent la réaction qui va se manifester. L'un d'eux est la vitesse des noyaux du faisceau. Elle apporte de l'énergie à la réaction. Un autre facteur est le paramètre d'impact. Il est défini par la distance séparant les centres des projections des deux noyaux sur un plan perpendiculaire à l'axe du faisceau. À faible paramètre d'impact, si l'énergie est suffisante mais pas trop importante, la réaction induite est la fusion nucléaire. À plus haute énergie, d'autres réactions interviennent.

Si le flux de particules du faisceau est connu, une manière de quantifier le nombre de réactions se produisant est de connaître leurs probabilités d'occurrence. Une grandeur représente ces probabilités. Il s'agit de la section efficace σ . Elle symbolise la surface que représente le noyau cible vis à vis du faisceau incident. Son unité est donc celle d'une surface et peut s'exprimer en m^2 . Une unité plus adaptée est le barn (b) et celui-ci vaut $1 \text{ b} = 1.10^{-28} m^2$. Elle correspond à l'ordre de grandeur de la section efficace géométrique, c'est-à-dire la surface effectivement d'écrite par le noyau cible. Le taux de réaction τ est défini par la relation suivante [Bussac and Reuss, 1978] :

$$\tau = \rho\phi \quad (\text{I.26})$$

où ϕ est le flux de noyaux du faisceau et ρ est la probabilité d'interaction d'un noyau du faisceau avec un noyau de la cible. Cette probabilité vaut :

$$\rho = \frac{N\rho}{S} \quad (\text{I.27})$$

N est le nombre de noyau par cm^3 de cible. S est la section de surface de la cible dans l'axe du faisceau. Un facteur limitant certaines réactions, en particulier la réaction de fusion, est la répulsion coulombienne. Elle provient de la répulsion exercée entre les charges positives des protons des deux noyaux impliqués. Le potentiel de coulomb V_c représentant cette répulsion est [45] :

$$V_c = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_c} \quad (\text{I.28})$$

où Z_1 et Z_2 sont les nombres de protons des noyaux impliqués dans la réaction, e est la charge élémentaire et R_c est un paramètre représentant la distance à laquelle ces charges interagissent. Ce paramètre vaut environ 1,3 fois la somme des rayons des noyaux cibles et projectiles. Il en découle que dans le cas d'un faisceau composé uniquement de neutrons, la répulsion coulombienne n'intervient pas. Un autre facteur influant sur les sections efficaces des différentes réactions est l'énergie du faisceau. Il découle assez aisément du paragraphe précédent qu'une énergie de faisceau inférieure à la barrière coulombienne limite les réactions de contact, donc la fusion (hors fusion par effet tunnel). Dans le cas des réactions d'absorption d'un neutron, la réaction est possible même à très basse énergie. La section efficace de l'Uranium 235 induite par un neutron en fonction de l'énergie de ce dernier est présentée par la figure 11. La probabilité de cette réaction diminue avec l'augmentation de l'énergie. Elle peut être approchée par une loi empirique en $1/v$ (v : vitesse du neutron). Un domaine d'énergie ($[10^{-5}; 10^{-3}]$ MeV) se dégage de cette loi. Il s'agit du domaine des résonances. Ce sont des énergies très spécifiques pour lesquelles la section efficace augmente brusquement. Cela est dû à la présence d'états excités du noyau formé qui facilitent la réaction pour ces énergies.

1.8.2 Cascades de désexcitations

Lorsqu'un noyau est formé par réaction nucléaire, il n'est généralement pas dans son état fondamental. Il contient plus d'énergie que sa seule énergie de masse au repos. Cette énergie excédentaire peut se manifester sous forme d'excitations individuelles des nucléons, ou collectives, sous forme de rotations et de vibrations. L'excitation du noyau se symbolise par un point dans un plan donnant l'énergie d'excitation en fonction du moment angulaire (rotation). Un exemple de ce type de figure, est donné par la figure 9. Ce plan est séparé en plusieurs zones définies par leurs modes de désexcitations. Les limites des zones peuvent varier selon le noyau.

La zone marquée sans niveaux est interdite. Elle est située sous la ligne d'yrast, qui est la ligne de plus petite excitation pour un moment angulaire. En d'autres termes, dans cette zone l'énergie d'excitation est inférieure à sa seule composante en énergie de rotation. Ceci étant impossible, aucun état n'existe dans cette zone.

La zone à hautes énergies d'excitation et hauts moments angulaires, se désexcitera par émission α ou par fission. La décroissance statistique des noyaux fortement excités et avec beaucoup de

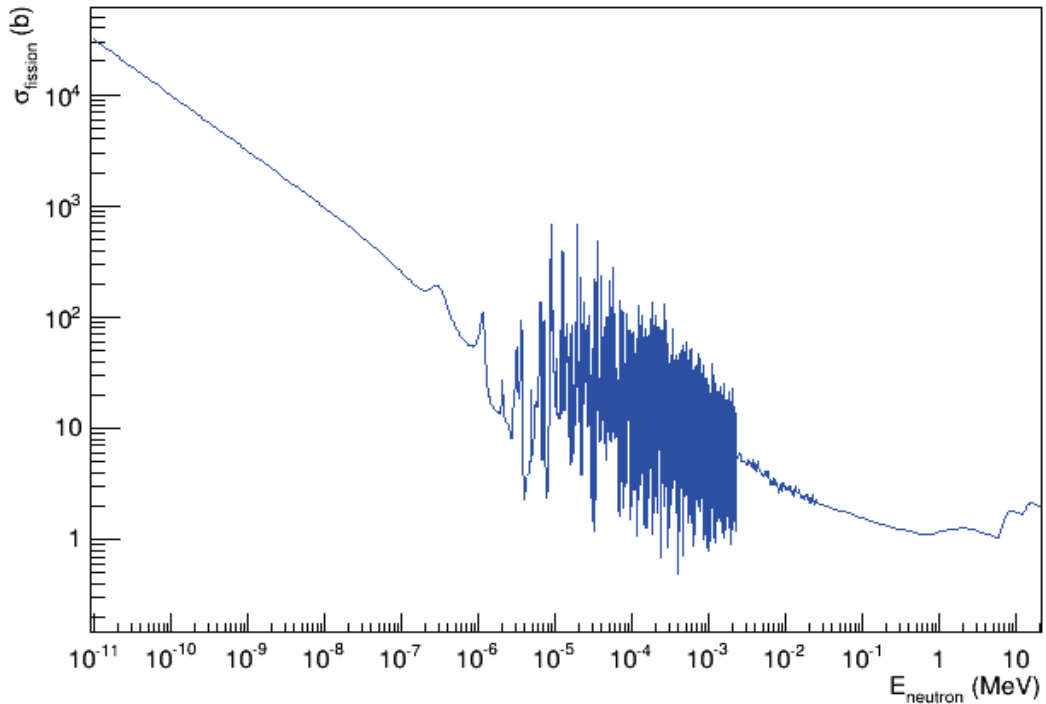


FIGURE 8 – Section efficace de fission [38].

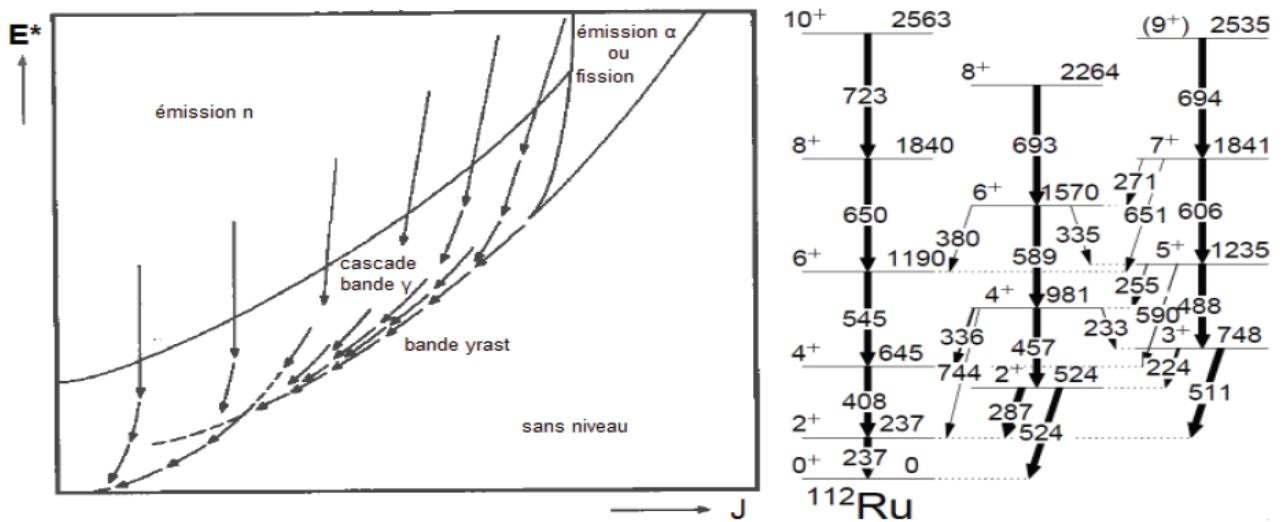


FIGURE 9 – Desexcitation nucléaire [38].

moment angulaire suit les lois de la physique statistique [Bohr, 1936], [Ericson, 1958]. C'est donc un phénomène complexe dans sa nature. La zone correspondant aux hautes énergies d'excitation pour des rotations moins rapides que dans la zone précédente se désexcite par émission de nucléons. L'énergie d'excitation sans prise en compte de sa composante de rotation est supérieure

à l'énergie de liaison des nucléons. Ceci a pour effet l'éjection d'un nucléon. Le nucléon émis sera un neutron pour les noyaux riches en neutrons, et un proton dans le cas d'un noyau déficient en neutrons. La fission ou l'émission de particule α ou de nucléons conduit à la formation d'un nouveau noyau. Ce noyau n'est généralement pas dans son état fondamental. Son excitation peut également être symbolisée par un point dans le plan énergie d'excitation - rotation de ce noyau.

La dernière zone, située entre les 3 zones précédentes et contenant le niveau fondamental se désexcite par émission γ . Après un ensemble de désexcitations statistiques formant un continuum, l'émission d'un photon se fait d'un état discret à un autre. Un seul photon n'est généralement pas suffisant pour atteindre l'état fondamental, ce qui conduit à la création de cascades de photons. Ces cascades correspondent à différents chemins entre l'état initial et l'état fondamental. Le schéma de niveaux partiel du ^{112}Ru , donnée en exemple figure 1.6 montre des niveaux excités de ce noyau, répartis sur trois colonnes (appelées bandes) et reliés par des flèches symbolisant des photons. Sur cette figure, les différentes cascades peuvent être suivies en regardant pour chaque état quelles désexcitations sont possibles. Pour les états de la colonne de gauche, une seule cascade est disponible. En revanche, pour ceux des deux colonnes de droite, différentes cascades sont possibles, soit en se désexcitant uniquement vers des niveaux de leur bande, soit en passant par les autres bandes.

Les différents chemins de désexcitation représentent les possibilités que le noyau a, partant d'une excitation particulière (ici rotation ou vibration), pour atteindre son niveau fondamental, au repos. La spectroscopie gamma est l'étude de ces désexcitations par photons. La création des schémas de niveaux et leur analyse permettent de déduire les propriétés physiques du noyau considéré. Une cascade de désexcitations est une succession des différents types d'émissions permettant de rejoindre le niveau fondamental d'un noyau en partant d'un noyau formé dans un état excité.

1.8.3 Réactions de fission

L'étude décrite dans ce manuscrit a été réalisée sur des noyaux riches en neutrons. Ces noyaux ont été produits dans des états excités afin d'en étudier les émissions γ . Un moyen de produire des noyaux riches en neutrons est la fission nucléaire de noyaux lourds. La carte donnant les noyaux en fonction de leurs nombres de protons et de neutrons montre une inflexion des noyaux stables les plus lourds du côté des riches en neutrons. Ces noyaux peuvent être utilisés pour réaliser des expériences. Ils ont une proportion de neutrons plus importante que les noyaux stables plus légers. Leur fission permet donc de produire des noyaux gardant une proportion de neutrons importante. La fission des noyaux lourds peut être spontanée, ou induite. Ce deuxième cas arrive lorsqu'un déséquilibre est introduit dans le noyau, soit sous forme d'énergie, soit en les produisant par fusion de noyaux ou en leur apportant un neutron.

La fission induite par un neutron est schématisée par la figure 13. Le noyau cible reçoit un neutron, formant un isotope plus lourd et excité. Cette excitation est suffisante pour faire fusionner le noyau. Celui-ci va se séparer en 2 noyaux plus légers, complémentaires l'un de l'autre, et quelques neutrons.

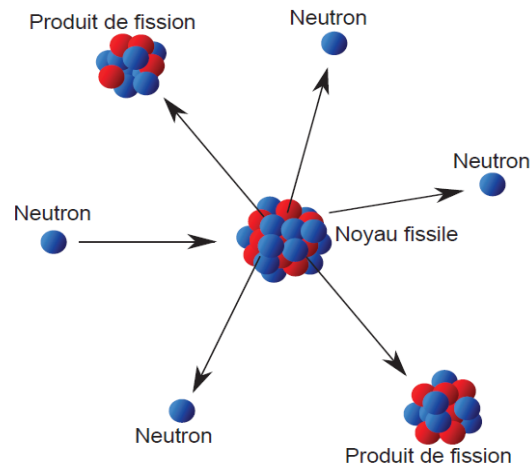


FIGURE 10 – Fission d'un noyau par un neutron [42].

Le nombre moyen de neutrons émis dépend du noyau qui fissionne mais également de l'énergie excédentaire apportée lors de la réaction. Pour une réaction induite par neutron, moins celui-ci est énergétique, moins il y'aura de neutrons évaporés. Le taux moyen de neutrons et des produits de fission sera donc plus important avec un neutron lent qu'avec un neutron plus énergétique. Les produits de fission resteront donc plus riches en neutrons dans le premier cas. L'énergie excédentaire générée lors de la réaction initiale et pendant la fission se répartit dans l'émission des neutrons, dans l'énergie cinétique des neutrons et des produits de fission, et dans l'énergie d'excitation des produits de fission. Après avoir éventuellement émis quelques neutrons, ces produits de fission se déséxcitent par émission γ . Pour les deux noyaux, cette émission est généralement spontanée.

Pour les expériences de fusion suivant la réaction de fusion d'ions lourds appelées expériences de fusion-fission, le processus est identique. Une part de l'énergie incidente est apportée par les ions du faisceau. Il est toutefois à noter que dans ce cas, la barrière coulombienne empêche d'avoir une réaction de fusion à très basse énergie de faisceau. Pour ce type d'expérience, suivant l'énergie du faisceau et le paramètre d'impact, d'autres réactions que celle de fusion peuvent avoir lieu.

Pour les fissions spontanées, le processus est identique à celui des fissions induites par neutrons, mais sans l'apport du neutrons au départ. Le noyau considéré contient déjà les ingrédients le conduisant à la fission. Dans ce cas, le nombre moyen de neutrons émis ne varie pas. Ce type de fission a beaucoup été utilisé pour étudier les noyaux riches en neutrons. En effet, ces expériences ne nécessitent pas de faisceau et seuls le détecteur et la source sont nécessaires ce qui limite les ressources expérimentales.

I.9 Déformation Nucléaire

Comme déjà mentionné, la force nucléaire apparaît être de courte portée et les nucléons incompressibles, ce qui implique que le volume du noyau est directement proportionnel au

nombre de nucléons A qu'il contient. Le noyau est évidemment un système quantique et de ce fait il n'y a pas de limites spatiales nettes de la distribution de masse. Le volume ne peut donc pas être défini de manière classique, mais il est naturel d'utiliser une telle description en première approximation. De plus, la matière nucléaire peut être considérée comme un ensemble compact, ce qui justifie la description de sa forme en se limitant uniquement à sa surface.

I.9.1 Mode vibrationnel

Le volume ne peut donc pas être défini de manière classique, mais il est naturel d'utiliser une telle description en première approximation. De plus, la matière nucléaire peut être considérée comme un ensemble compact, ce qui justifie la description de sa forme en se limitant uniquement à sa surface. Les différents types de déformation sont représentés dans la Figure 8. On peut paramétrer leur surface par des fonctions harmoniques sphériques :

$$R(\theta, \varphi, t) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda=2}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \alpha_{\lambda\mu}^*(t) Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right), \quad (\text{I.29})$$

où $R(\theta, \varphi, t)$ est la distance entre le centre du noyau et sa surface dépendant de l'angle (θ, ϕ) à l'instant t . Le rayon d'équilibre R_0 correspond au rayon de la sphère ayant le même volume que le noyau déformé. Les amplitudes dépendantes du temps $\alpha_{\lambda\mu}^*(t)$ sont les paramètres de la forme du noyau et servent ainsi de coordonnées collectives. Ils décrivent les vibrations de surface nucléaire. $Y_{\lambda\mu}$ sont les harmoniques sphériques.

Le mode avec l'ordre $\lambda=0$ est dit vibration respiratoire. Il correspond au cas où un noyau acquiert une énergie d'excitation, et se met en oscillations autour de son état d'équilibre en conservant sa forme, comme il est illustré sur la figure 8. Ce type de vibration correspond à l'oscillation de densité de matière nucléaire. Comme la matière nucléaire est très faiblement compressible, les vibrations respiratoires dans les noyaux exigent beaucoup d'énergie. Cependant, dans la plupart des cas, l'énergie d'excitation des noyaux est trop faible pour compresser la matière nucléaire mais elle est suffisante pour la déformer et faire vibrer la forme du noyau. Les différents types de vibration de la forme des noyaux sont cités en dessous.

Le mode d'ordre $\lambda=1$ correspond au déplacement du centre de masse, comme il est montré sur la figure 8. Un tel mode d'excitation ne doit pas être pris en compte dans les excitations nucléaires. Mais, si les protons et les neutrons se déplacent autour du centre de masse en sens opposé, alors nous avons un mode de type E1. Ce mode vibratoire s'appelle "La résonance géante" et il n'arrive que dans le cas d'excitation à haute énergie (8-20 MeV).

Le mode $\lambda=2$ décrit l'oscillation quadripolaire qui est présenté sur la figure 8, et ce mode d'oscillation correspond aux excitations collectives les plus importantes de basse énergie du noyau. Ainsi, la vibration quadripolaire forme un multiplet d'états excités dont la dégénérescence est donnée par le nombre de phonons vibratoires apportés. Du coup, l'excitation $\lambda=2$ est perue comme l'excitation d'un phonon qui porte deux unités de moment angulaire (unité \hbar). L'excitation de deux phonons aboutit à trois états excités de moment angulaire 0^+ , 2^+ et 4^+ (un triplet), tandis que l'excitation de trois phonons peut créer les états de spin 0^+ , 2^+ , 3^+ , 4^+ et

6^+ . La levée de dégénérescence de ces états s'interprète alors en termes d'interaction entre des phonons. Ainsi, la vibration quadrupolaire conduit en général aux schémas de niveaux avec un rapport d'énergie entre les deux premiers niveaux excités 4_1^+ et 2_1^+ , $\frac{E(4_1^+)}{E(2_1^+)} = 2$ pour la vibration harmonique mais habituellement ce rapport varie entre 2 et 2.5 dans les situations réalistes. Le mode avec $\lambda = 3$ correspond au cas d'oscillation octupolaire, figure 8. Dans le cas des isotopes pairs-pairs, la déformation octupolaire est le principal mode d'asymétrie et elle est souvent associée à la bande de parité négative. Il faut noter que la forme d'équilibre d'un noyau peut varier rapidement avec son énergie d'excitation ou en ajoutant ou retirant un nucléon ou en augmentant le spin du noyau. Par exemple, un noyau peut être sphérique dans son état fondamental alors que l'excitation de particules peut conduire à une forme allongée ou aplatie. Les noyaux peuvent aussi présenter différentes déformations à des énergies d'excitations très similaires, ce phénomène s'appelle la coexistence de forme.

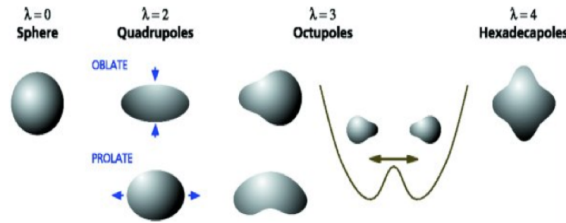


FIGURE 11 – Formes de noyau[24].

I.9.2 Mode Rotationnel

Il a été expérimentalement vérifié que la majorité des noyaux pair-pairs sont déformés dans leur état fondamental. Le noyau tend à posséder un moment quadrupolaire qui est associé à une déformation quadrupolaire (avec de possibles autres harmoniques). La rotation se traduit par la présence de moment angulaire suivant un axe donné. Dans le cas de la rotation collective, le noyau tourne globalement autour de cet axe de rotation. Il doit pour cela être déformé, car la mécanique quantique interdit une rotation autour d'un axe de symétrie. Dans la plupart des cas, les noyaux ont la déformation quadrupolaire ($\lambda=2$) décrite par la formule I.26. Ainsi, il y a cinq paramètres de forme $\alpha_{\lambda\mu}^*$, $\mu = 0, \pm 1, \pm 2$. Les paramètres de forme peuvent être exprimés par la transformation du système des coordonnées :

$$\alpha_{\lambda\mu}^* = \sum_{\nu=-2}^2 \sum_{\mu'=-\lambda}^{\lambda} a_{\nu\mu'}^* D_{\mu\mu'}^{(\nu)}(\omega_\alpha, \omega_\beta, \omega_\gamma). \quad (\text{I.30})$$

Les formes des noyaux sont définies par les valeurs de λ ainsi qu'il suit :

- $\gamma = 0^0$, l'axe de symétrie est le plus long, les noyaux déformés ont une déformation "prolate", forme allongée.

- $\gamma = 60^\circ$, l'axe de symétrie est le plus court, les noyaux ont une déformation "oblate", forme aplatie.

- $0^\circ < \gamma < 60^\circ$ pas de symétrie axiale, le noyau devient triaxial, ce qui signifie que ses trois axes principaux ont des longueurs différentes.

Où est la matrice de rotation de Wigner. Les paramètres de forme $\alpha(t)_{\lambda\mu}^*$ sont indépendants du temps dans le système de coordonnées du corps fixe. Selon la forme du noyau, on peut réduire les paramètres de déformation nucléaire dans l'équation (I.27). Par exemple, pour le cas d'un noyau de symétrie axiale où la rotation collective est perpendiculaire à l'axe de symétrie intrinsèque, $\mu = 0$ et $\alpha_{\lambda 0}$ sont désignés par β . Ainsi, la déformation quadripolaire positive $\beta > 0$ signifie que le rayon polaire est plus grand que le rayon équatorial (la forme prolate) et la déformation quadripolaire correspond à la forme oblate $\beta < 0$ où le rayon équatorial est plus grand que le rayon polaire. Il est d'usage d'exprimer des déformations quadripolaires dans un référentiel de corps fixe avec des axes 1,2,3. Si les axes du système de coordonnées choisi sont orientés le long des axes principaux d'inertie du système corps fixe, alors $a_{2,-1} = a_{2,1} = 0$, $a_{2,-2} = a_{2,2}$. Par conséquent, les coefficients non-nuls $a_{2,2}$ et $a_{2,0}$ sont suffisants pour décrire la forme du noyau. Ces coefficients sont souvent exprimés en termes de paramètres de Hill-Wheeler :

$$a_{2,0} = \beta \cos \gamma \quad , \quad a_{2,-2} = a_{2,2} = \frac{\beta}{\sqrt{2}} \sin \gamma, \quad (\text{I.31})$$

où β représente l'amplitude de la déformation quadripolaire. Le facteur $1/\sqrt{2}$ a été choisi de tel sorte que $\sum |\alpha_{\lambda\mu}| = \alpha_0 + 2\alpha_2^2 = \beta^2$. L'angle γ , dénommé paramètre de triaxialité, a été accepté comme étant la manière la plus pratique pour décrire la forme des noyaux. La surface du noyau peut être décrite en fonction de β et γ comme :

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left[1 + \beta \cos \gamma Y_{20}(\theta, \varphi) + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma (Y_{22}(\theta, \varphi) + Y_{2-2}(\theta, \varphi)) \right]. \quad (\text{I.32})$$

En introduisant les expressions des harmoniques sphériques, l'Eq. (I.30) devient :

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left[1 + \beta \sqrt{\frac{5}{16\pi}} \left(\cos \gamma (3 \cos^2 \theta - 1) + \sqrt{3} \sin \gamma \sin^2 \theta \cos 2\varphi \right) \right], \quad (\text{I.33})$$

Dans cette formule, nous voyons que le paramètre β permet de mesurer l'étendue de la déformation et le paramètre γ montre l'éloignement à la symétrie axiale. La valeur négative de β indique que le noyau à la forme oblate et la valeur positive décrit la forme prolate, comme illustré sur la

figure 12.

$$\begin{aligned}
 R_1 = R_{x'} &= R\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) = R_0 \left[1 + \beta \sqrt{\frac{5}{16\pi}} \left(-\cos \gamma + \sqrt{3} \sin \gamma \right) \right] \\
 R_2 = R_{y'} &= R\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) = R_0 \left[1 + \beta \sqrt{\frac{5}{16\pi}} \left(-\cos \gamma - \sqrt{3} \sin \gamma \right) \right] \\
 R_3 = R_{z'} &= R(0, 0) = R_0 \left[1 + 2\beta \sqrt{\frac{5}{16\pi}} \cos \gamma \right]
 \end{aligned} \tag{I.34}$$

D'une manière générale, on a

$$R_k(\theta, \varphi) = R_0 \left[1 + \beta \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \cos \left(\gamma - \frac{2\pi k}{3} \right) \right], \quad \text{pour } k(1, 2, 3). \tag{I.35}$$

Les formes nucléaires peuvent être alors représentées schématiquement dans un plan (β, γ) .

Dans cette formule, nous voyons que le paramètre β permet de mesurer l'étendue de la déformation et le paramètre γ montre l'éloignement de la symétrie axiale. La valeur négative de β indique que le noyau a la forme oblate [73] et la valeur positive décrit la forme prolate, comme c'est illustré sur la figure 12. Nous pouvons apercevoir dans la formule (I.31) qu'il y a une certaine redondance des valeurs de β et γ . Par exemple, si nous avons les valeurs positives de β , la forme d'un noyau sera prolate pour $\gamma = 0^0, 120^0, 240^0$, comme c'est illustré sur la figure 12. Cependant, l'axe de symétrie est différent dans chaque cas : l'axe z pour $\gamma = 0^0$, l'axe y pour $\gamma = 120^0$ et l'axe x pour $\gamma = 240^0$. De la même manière, la forme oblate peut être obtenue pour les paramètres $\gamma = 60^0, 180^0, 300^0$. Ainsi, les valeurs de variable dans l'intervalle $[0^0, 60^0]$ sont suffisantes pour décrire toutes les formes du noyau.

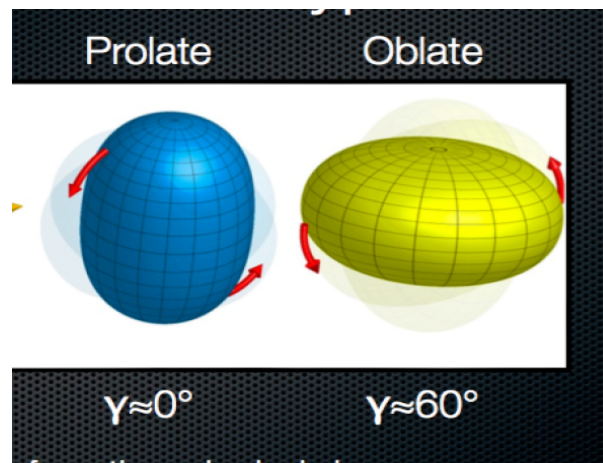


FIGURE 12 – Formes de noyau[27].

- **Représentation de Hill-Wheeler**

La représentation de Hill-Wheeler est une forme particulière du mode rotationnel. En considérant la forme quadripolaire déformée pour les coordonnées intrinsèques on a $\beta = 0, 4$ et $\gamma = n\pi/3$

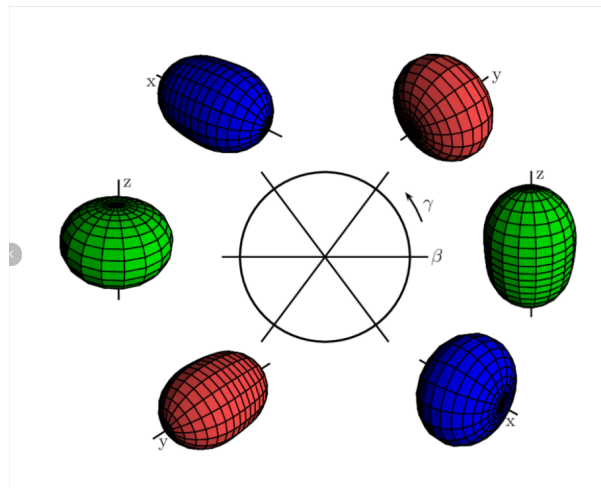


FIGURE 13 – Représentation de Hill-Wheeler.

Comme peut le montrer la Figure ci-contre, les différentes couleurs sont liées avec les axes de symétrie c'est ainsi que le vert correspond à l'axe z, le rouge correspond à l'axe y et enfin le bleu correspond à l'axe des x.

I.9.3 Déformation triaxiale

Le fait qu'un noyau triaxial ne possède pas de symétrie axiale implique une plus grande richesse de phénomènes physiques qui apparaissent dans le schéma de niveaux. Pour une forme triaxiale, il est possible de faire tourner le noyau suivant un axe n'appartenant pas à un des plans principaux du référentiel intrinsèque. Parmi les modes d'excitations d'un noyau, il y en a deux qui caractérisent de manière univoque un noyau triaxial en rotation : le mode "wobbling" [11] et la chiralité. Lorsque la direction de l'axe de rotation du noyau oscille dans l'espace on parle alors de mouvement de "wobbling", ce qui se traduit dans le schéma de niveaux par une bande parallèle à une bande yrast légèrement plus excitée. Elle est fortement connectée à celle-ci par des transitions dipolaires. Une oscillation du signe de l'angle α entre l'axe du moment angulaire et l'axe de rotation va être à la source du moment de wobbling (voir Figure 10). Ce phénomène a été clairement observé dans les isotopes de lutétium de masse proche de 160 dans les années 2000 [12, 13].

I.9.4 Théorie de champ moyen : modèle à particules indépendantes

L'interaction entre les nucléons, qui dérive de l'interaction forte et qui confine les nucléons à l'intérieur du noyau a la particularité d'être de portée finie : elle s'annule lorsque la distance entre deux nucléons devient trop grande ; attractive à distance moyenne, elle devient répulsive lorsque cette distance tend vers 0 [100]. Cette dernière propriété illustre le principe de Pauli qui stipule que deux fermions (les nucléons sont des fermions) ne peuvent être dans un même état quantique [101]. Cela a pour conséquence que le libre parcours moyen d'un nucléon à l'intérieur du noyau est très grand ramené à la taille de celui-ci. Ce résultat, confirmé par des expériences

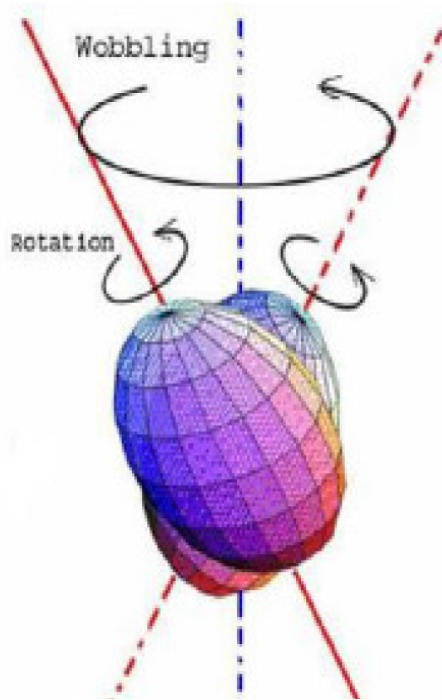


FIGURE 14 – Déformation triaxiale[32].

de diffusions de particules, a conduit à l'élaboration du modèle à particules indépendantes.

L'idée centrale de cette approche est que tout se passe comme si un nucléon se déplaçait dans un puits de potentiel (qui le confinerait dans le noyau) indépendamment de la présence des autres nucléons. Sur le plan théorique, cette hypothèse revient à remplacer N corps- N particules en interaction - par N problèmes à un corps - une particule se déplaçant dans un certain potentiel. Cette simplification essentielle du problème est la pierre angulaire des théories de champ moyen[102-104].

I.9.5 Théorie sur les mouvement collectifs dans les noyaux

Les noyaux atomiques peuvent également manifester des comportements dits collectifs[31]. De tels phénomènes se conçoivent aisément si l'on assimile un noyau atomique à une sorte de ballon rempli de billes, qui figureraient les nucléons. Dans le cas de la rotation collective nucléaire, par exemple tout se passe comme si les billes se déplaçaient à l'unisson à l'intérieur du ballon pour donner l'impression que le ballon lui-même tourne comme une toupie. Dans le cas de la vibration, on peut imaginer que les billes s'accumulent en certaines régions du ballon et, ce faisant, déforment la surface du ballon. Cette déformation évolue au cours du temps, reflétant les mouvements internes des billes : la surface vibre[105].

Expérimentalement, on observe que les noyaux atomiques émettent dans certaines conditions, d'intenses rayonnements gamma (γ). Dans les premiers développements de la mécanique quantique on démontre que ces rayonnements gamma correspondent à des transitions de nature électromagnétique entre les états du noyau[106].

Dans ce chapitre, des excitations collectives des nucléons nous intéressent particulièrement parce qu'elles permettent d'étudier les noyaux comme l'objet en entier. Les excitations collectives sont représentées par deux types de mouvement :

- Des vibrations de noyaux (états à N phonons, déformation dynamique axiale ou triaxiale, résonances géantes).
- Des rotations collectives autour de l'axe perpendiculaire à l'axe de symétrie du noyau (bandes de rotation). Ces deux types d'excitations collectives conduisent en général à des schémas de niveaux réguliers et l'évolution dynamique de la forme du noyau. Ainsi, la présence d'un certain type d'excitation nous aide à déduire la forme du noyau.

I.10 Etat de l'art sur le calcul des énergies et des transitions nucléaires à l'aide du hamiltonien de Bohr.

Modèle du potentiel de Hulthén : c'est un potentiel généralement utilisé pour décrire les propriétés des noyaux. En 2015, M. Chabab et al. ont résolu l'équation du hamiltonien de Bohr avec le potentiel de Hulthén dans la variable β avec un terme en forme d'anneau pour la variable γ [10]. Le potentiel de Hulthén est une variante du potentiel Coulombien qui est typique du phénomène d'échange de gluons à petite distance. Les valeurs prédites par ce modèle présentent un écart assez important par rapport aux données expérimentales disponibles. Cet écart est due au fait que le potentiel de Hulthén ne prend pas bien en compte les effets du confinement à grande distance. L'expression du potentiel de Hulthén est

$$V(\beta) = -V_0 \frac{e^{-\mu\beta}}{1 - e^{-\mu\beta}}, \quad (\text{I.36})$$

où V_0 est la force du potentiel et μ le paramètre d'écran.

Le modèle du potentiel de Coulomb dépendant de l'énergie

En 2016, dans le but de compléter le modèle de Chabab, R. Budaca propose un modèle dans lequel les paramètres du potentiel dépendent de l'énergie[5]. En partant de l'hypothèse selon laquelle cette dépendance en l'énergie pourrait permettre de prendre implicitement en compte les effets liés au confinement à grande distance. Les résultats de son modèle sont meilleurs que ceux de Chabab, mais les écarts restent toujours considérables par rapport aux valeurs expérimentales. L'expression du potentiel de Coulomb pour le modèle de Budaca est

$$V(\beta) = -\frac{V_0(E_{n,L})}{\beta}, \quad (\text{I.37})$$

où $V_0(E_{n,L})$ est le paramètre du potentiel dépendant de l'énergie.

Le modèle fractionnaire du potentiel inverse à quatre termes

En 2019 Nga et al.[18], ont résolu l'équation du Hamiltonien de Bohr pour les noyaux triaxiaux dans le but de déterminer l'énergie du spectre en utilisant un potentiel fractionnaire inverse à quatre termes (PFIQT). Dans ce modèle, le potentiel proposé possède des singularités en zéro, il est attractif et respecte les propriétés de confinement les résultats numériques obtenus via ce

modèle sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. Toutefois, ce modèle présente des incongruités car n'intègre pas les effets mémoire nécessaire pour l'étude des systèmes quantiques et qui rendraient certainement meilleur les résultats obtenus dans le cas classique comme présenté dans la littérature.

Le modèle du potentiel de Kratzer écranté

En 2020, Omon et al [25] ont étudié le modèle du Hamiltonien de Bohr avec un potentiel de Kratzer écranté et ont obtenu le spectre d'énergie pour les noyaux triaxiaux de Plomb et de Xenon. Le potentiel de Kratzer écranté est donné par :

$$V(\beta) = \left(-\frac{a}{\beta} + \frac{b}{\beta^2} \right) e^{-k\beta}. \quad (\text{I.38})$$

Le modèle fractionnaire du potentiel inverse à quatre termes avec effet mémoire

En 2022 K. Ahmadou et al.[26], ont repris les travaux de Nga et al. sous une nouvelle formulation introduite dans la référence[18] à savoir la dérivée fractionnaire conformable. Dans ce travail, un nouveau type de symétries ponctuelles critiques nommé symétrie ponctuelle critique fractionnaire conforme $E^\alpha(5)$ a été étudiée en utilisant la version fractionnaire conforme de l'équation du hamiltonien de Bohr (HBFC) avec le potentiel inverse à quatre termes [12] en la variable β . Les résultats comme on pouvait s'y attendre sont meilleurs que ceux des travaux antérieurs et sont assez intéressant en ce sens que plusieurs sous-modèles jusqu'ici encore inexplorés sont directement accessibles via cette formulation : c'est l'effet mémoire.

Le modèle fractionnaire du potentiel de Kratzer écranté

Afin d'améliorer les travaux antérieurs effectués par Omon et al[25], ce travail propose une approche en introduisant dans l'équation du Hamiltonien de Bohr la version fractionnaire conformable du potentiel de Kratzer écranté dans le but de déterminer les énergies d'excitation ainsi que les moments de transitions quadripolaires électriques en tenant compte de l'effet mémoire. Il apparaît que les résultats obtenus par le présent modèle sont meilleurs que ceux de la référence [25]. Ces résultats sont assez intéressants dans la mesure où ils ressortent l'impact du paramètre fractionnaire conformables sur le potentiel de Kratzer écranté d'où l'intérêt de notre travail.

I.11 Conclusion

Tout au long de ce chapitre nous avons présenté l'atome et ses constituants, puis nous avons parlé du phénomène de radioactivité qui est le plus suivant induit au sein de la structure nucléaire, ensuite nous avons évoqué les différentes déformations qu'on peut rencontrer au sein d'un noyau et enfin nous avons présenté quelques travaux affectant la structure et reposant sur le modèle de Bohr Hamiltonien. Dans le prochain chapitre, nous présenterons de prime à bord le modèle du Hamiltonien de Bohr, ensuite nous allons parler du moment de transition quadripolaire électrique qui nous permettra de mesurer la structure géométrique du noyau de sa forme sphérique et enfin nous utiliserons la forme fractionnaire conformable du potentiel de Kratzer écranté afin de bâtir un nouveau modèle nucléaire en tenant compte des mécanismes de vibra-

tions et de rotations des nucléides.

MÉTHODOLOGIE D'INVESTIGATION SUR LES MOMENTS DE TRANSITIONS QUADRUPÔLAIRES ÉLECTRIQUES DANS LE NOYAU

II.1 Introduction

La déformation (vibration et rotation) des noyaux atomiques est la conséquence des interactions entre nucléons. Au cours d'une désintégration, les nucléides effectuent plusieurs types de déformations et d'interactions nucléaires. Ces déformations s'alternent de la forme elliptique à la forme sphéroïdale en passant par la forme plate et vice-versa. Dans le cas spécifique des interactions nucléaires, il s'agit ici des différentes tensions existantes, nées des forces coulombiennes, gravitationnelles et magnétiques. Ces différentes déformations, combinées aux interactions nucléaires, décrivent des mouvements bien connus non seulement invisibles de par leur rapidité mais aussi couplés entre eux. Qu'il s'agisse des déformations et des interactions, leurs actions procurent différents types d'énergies. Pour suivre l'évolution de ces mouvements et capitaliser ces énergies, on est obligé de s'intéresser aux phénomènes physiques et bâtir ainsi un modèle tenant compte de tous les paramètres empiriques, internes et externes des forces en présence. Il est donc question de mettre sur pied un système réunissant toutes ces entités suscitées pour avoir des éléments de base décrivant à la fois les déformations et les interactions nucléaires appelées équations du mouvement.

II.2 Présentation du modèle du Hamiltonien de Bohr

Le hamiltonien de Bohr est une équation fondamentale en mécanique quantique car permet parfaitement de décrire un modèle nucléaire. En effet, cette équation permet de suivre parfaitement l'évolution du noyau atomique pour décrire ses déformations en utilisant des modèles de potentiels. Parmi ces potentiels on peut citer : le potentiel oscillateur harmonique[51], le potentiel de Coulomb [63], le potentiel de Davidson[72], le potentiel de Kratzer, en autres.... Il est important de noter que la majorité de ces potentiels sont des classiques. Une famille des potentiels dit singuliers est très peu utilisée dans cet Hamiltonien de Bohr ils sont appelés potentiels fractionnaires. Dans notre travail nous utilisons un potentiel de Kratzer fractionnaire ecranté. Le

Hamiltonien de Bohr se présente généralement sous la forme sphérique. Cependant, le mouvement présentant les déformations des nucléides est régi par l'équation de Shrödinger suivante :

$$\hat{H}\psi(\beta, \gamma, \theta_i) = E\psi(\beta, \gamma, \theta_i). \quad (\text{II.1})$$

Généralement, l'expression du Hamiltonien H est donnée par la relation[59] :

$$\hat{H} = E_c + V(\beta, \gamma), \quad (\text{II.2})$$

Avec E_c qui est l'énergie cinétique donnée par l'expression :

$$E_c = \frac{\hat{p}^2}{2B}, \quad (\text{II.3})$$

où p est l'opérateur quantité de mouvement et est donné par [70] :

$$\hat{p}^2 = -\hbar^2 \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin(3\gamma)} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin(3\gamma) \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4\beta^2} \sum_{k=1,2,3} \frac{\hat{Q}_k^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2}{3}\pi k)} \right]. \quad (\text{II.4})$$

on a l'opérateur de Hamiltonien qui peut donc se mettre sous la forme :

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin(3\gamma)} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin(3\gamma) \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4\beta^2} \sum_{k=1,2,3} \frac{\hat{Q}_k^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2}{3}\pi k)} \right] + V(\beta, \gamma). \quad (\text{II.5})$$

En outre le Hamiltonien peut encore s'écrire sous la forme :

$$\hat{H} = T_{vib} + T_{rot} + V(\beta, \gamma) \quad (\text{II.6})$$

où $T_{vib} = T_\beta + T_\gamma$, le Hamiltonien qui représente les vibrations nucléaires et est donné par :

$$T_\beta = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} \right] \quad (\text{II.7})$$

et on a aussi

$$T_\gamma = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^2 \sin(3\gamma)} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin(3\gamma) \frac{\partial}{\partial \gamma} \right] \quad (\text{II.8})$$

L'expression T_{rot} représente le Hamiltonien relatif aux rotations des nucléides

$$T_{rot} = \frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{4\beta^2} \sum_{k=1,2,3} \frac{\hat{Q}_k^2}{\sin^2\left(\gamma - \frac{2}{3}\pi k\right)} \right] \quad (\text{II.9})$$

Avec, β et γ les coordonnées intrinsèques, qualifiant les différentes déformations liées aux vibrations des nucléides ; les \hat{Q}_k^2 sont les composantes du moment angulaire, $k = 1, 2, 3$ représentent les trois axes de coordonnées ; $\theta_i (i = 1, 2, 3)$ sont les angles d'Euler ; E_c est l'énergie cinétique du nucléide qui s'identifie au diverses rotations effectuées par les nucléides, \hat{p} est l'opérateur impulsion du mouvement ; $V(\beta, \gamma)$ est l'énergie potentielle du système, B est la masse totale du nucléide en mouvement et $\psi(\beta, \gamma, \theta_i)$ est la fonction d'onde.

en se servant des équations (II.8) et (II.9), nous obtenons :

$$-\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin(3\gamma)} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin(3\gamma) \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4\beta^2} \sum_{k=1,2,3} \frac{\hat{Q}_k^2}{\sin^2\left(\gamma - \frac{2}{3}\pi k\right)} \right] \psi(\beta, \gamma, \theta_i) \quad (\text{II.10})$$

$$+ V(\beta, \gamma) \psi(\beta, \gamma, \theta_i) = E \psi(\beta, \gamma, \theta_i)$$

C'est un résultat important qu'on vient d'obtenir car il symbolise l'équation de déformation qu'on utilisera tout au long de ce travail.

II.3 Moment de transition quadrupolaire nucléaire électrique

Le moment dipolaire nucléaire électrique est une propriété fondamentale. La distribution non sphérique des charges dans un noyau donne lieu à l'existence d'un moment quadrupolaire électrique. En effet, sa mesure nous permet de mettre parfaitement en évidence la déformation géométrique du noyau par rapport à sa forme sphérique. Il permet également de déterminer les différentes transitions et d'avoir d'amples informations sur le nucléide, cest-à-dire des informations sur ses couches et sous-couches. L'équation quadrupolaire nucléaire peut s'écrire sous la forme suivante [54] :

$$T_{\mu}^{(E2)} = t\beta \left[D_{\mu,0}^{(2)}(\theta_i) \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(D_{\mu,2}^{(2)}(\theta_i) + D_{\mu,-2}^{(2)}(\theta_i) \right) \sin\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) \right]. \quad (\text{II.11})$$

Dans l'équation précédente, les θ_i représentent les angles d'Euler et t un scalaire, tandis que $D^{(2)}$ sont des fonctions de Wigner associées aux angles d'Euler, μ est le niveau concerné et L le nombre quantique du moment angulaire.

- Pour $\gamma = \frac{\pi}{6}$, l'opérateur quadrupolaire se réduit à :

$$T_{\mu}^{(E2)} = -\frac{t\beta}{\sqrt{2}} \left(D_{\mu,2}^{(2)}(\theta_i) + D_{\mu,-2}^{(2)}(\theta_i) \right). \quad (\text{II.12})$$

Ainsi, les différentes probabilités de transitions B(E2)[122, 123] des niveaux i vers les niveaux f

sont définies par :

$$B(E2; L_i\alpha_i \longrightarrow L_f\alpha_f) = \frac{5}{16\pi} \frac{|\langle L_f\alpha_f || T^{(E2)} || L_i\alpha_i \rangle|^2}{2L_i + 1}, \quad (\text{II.13})$$

où $L_i\alpha_i$ et $L_f\alpha_f$ représentent les énergies des niveaux i et f respectivement et $|\langle L_f\alpha_f || T^{(E2)} || L_i\alpha_i \rangle|^2$ est une quantité matricielle calculée à partir du théorème de Wigner-Eckart[122]. Ces éléments de matrice sont donnés par :

$$\langle L_f M_f \alpha_f | T_\mu^{(E2)} | L_i M_i \alpha_i \rangle = \frac{\langle L_f \alpha_f || T^{(E2)} || L_i \alpha_i \rangle}{\sqrt{2L_f + 1}} \langle L_i 2L_f | M_i \mu M_f \rangle. \quad (\text{II.14})$$

La fonction d'onde associée à cette transition est donnée par :

$$\psi(\beta, \gamma, \theta_i) = \sqrt{\frac{2L + 1}{16\pi^2 (1 + \delta_{\alpha,0})}} \left[D_{\mu,\alpha}^{(L)}(\theta_i) + (-1)^L D_{\mu,-\alpha}^{(L)}(\theta_i) \right] \xi_{n,n_\omega,L,n_\gamma}(\beta) \eta_{n_\gamma}(\tilde{\gamma}). \quad (\text{II.15})$$

Pour calculer les éléments de la matrice de l'opérateur quadrupolaire de l'Eq. (II.49), l'intégrale à travers $\tilde{\gamma}$ est égale à l'unité à cause de la méthode de normalisation[104] des fonctions d'ondes. L'intégrale à travers les angles d'Euler est déformée par l'intégrale principale des trois fonctions de Wigner[122] et l'intégrale à travers β prend la forme

$$I(n_i, L_i, \alpha_i, n_f, L_f, \alpha_f) = \int \beta \xi_{n_i, L_i, \alpha_i}(\beta) \xi_{n_f, L_f, \alpha_f}(\beta) \beta^4 d\beta. \quad (\text{II.16})$$

où les facteurs β et β^4 proviennent de l'opérateur quadrupolaire et l'élément de volume respectivement. Dans le but de calculer l'intégrale Eq. (II.50), la fonction bi-confluent de Heun est supposée être une série polynomiale correspondant à l'ordre de l'énergie.

En utilisant le théorème de Wigner-Eckart, l'Eq. (II.48) prend la forme

$$B(E2; L_i, \alpha_i \longrightarrow L_f, \alpha_f) = \frac{5}{16\pi} \frac{t^2}{2} \frac{1}{(1 + \delta_{\alpha_i,0})(1 + \delta_{\alpha_f,0})} \times \\ \left[(L_i, 2, L_f | \alpha_i, 2, \alpha_f) + (L_i, 2, L_f | \alpha_i, -2, \alpha_f) + (-1)^{L_i} (L_i, 2, L_f | -\alpha_i, 2, \alpha_f) \right]^2 \times \\ [I(n_i, L_i, \alpha_i, n_f, L_f, \alpha_f)]^2. \quad (\text{II.17})$$

Les trois coefficients Clebsch-Gordon apparaissant au dessus de l'équation ont été déduits par ses propriétés (seulement les transitions $\Delta\alpha = \pm 2$ sont permises). En effet, le premier CCG ne disparaît que si $\alpha_i + 2 = \alpha_f$, tandis que le second CCG ne disparaît que si $\alpha_i - 2 = \alpha_f$ et le troisième CCG ne disparaît que si $\alpha_i + \alpha_f = 2$. Ce dernier peut être valable que dans quelques cas particuliers. Les résultats de la partie angulaire de cette équation sont connus[124]. Ces conditions montrent que les isotopes 192, 194 et 196 du platine sont des bons candidats pour respecter la configuration des noyaux triaxiaux.

L'état fondamental est caractérisé par $n_\omega = L - \alpha = 0$ et ses transitions sont caractérisées par $\alpha_i = L_i$ et $\alpha_f = L_f$. En normalisant les taux de B(E2) pour les faibles transitions au sein de l'état

fondamental nous obtenons

$$R_{ground \rightarrow ground}(L+2 \rightarrow L) = \frac{B(E2; (L+2)_g \rightarrow L_g)}{B(E2; 2_g \rightarrow 0_g)}. \quad (\text{II.18})$$

Les niveaux paires de la bande γ sont caractérisés par $n_\omega = L - \alpha = 2$, qui signifie que $\alpha = L - 2$. Pour l'état fondamental, $n_{\omega f} = 0$, $n_f = 0$ et pour la bande γ des valeurs paires de L , $n_{\omega i} = 2$, $n_i = 0$ et le taux de transition est donnée par

$$R_{\gamma\text{-even} \rightarrow ground}(L \rightarrow L) = \frac{B(E2; (L)_{\gamma\text{-even}} \rightarrow L_g)}{B(E2; 2_g \rightarrow 0_g)}. \quad (\text{II.19})$$

Pour la bande γ des valeurs impaires de L , $n_{\omega i} = 1$, $n_i = 0$ [45] et le taux de transition des niveaux impairs de la bande γ vers l'état fondamental sont donnés par

$$R_{\gamma\text{-odd} \rightarrow ground}(L \rightarrow L+1) = \frac{B(E2; (L)_{\gamma\text{-odd}} \rightarrow (L+1)_g)}{B(E2; 2_g \rightarrow 0_g)}. \quad (\text{II.20})$$

Pour les transitions des niveaux impairs de la bande γ vers les niveaux impairs de la bande γ inférieurs, on a

$$R_{\gamma\text{-even} \rightarrow \gamma\text{-even}}(L+2 \rightarrow L) = \frac{B(E2; (L+2)_\gamma \rightarrow (L)_\gamma)}{B(E2; 2_g \rightarrow 0_g)}. \quad (\text{II.21})$$

Les transtions des niveaux de bande γ pour les valeurs impaires de L vers niveaux de bande γ pour les valeurs impaires de L inférieures sont données par

$$R_{\gamma\text{-odd} \rightarrow \gamma\text{-odd}}(L \rightarrow L-1) = \frac{B(E2; (L+2)_\gamma \rightarrow (L)_\gamma)}{B(E2; 2_g \rightarrow 0_g)}. \quad (\text{II.22})$$

De même, pour les niveaux de bande γ pour les valeurs impaires de L vers les niveaux de bande γ pour les valeurs paires de L , on a

$$R_{\gamma\text{-odd} \rightarrow \gamma\text{-even}}(L \rightarrow L-1) = \frac{B(E2; L_\gamma \rightarrow (L-1)_\gamma)}{B(E2; 2_g \rightarrow 0_g)}. \quad (\text{II.23})$$

Pour le premier état excité, c'est-à-dire pour les niveaux de la bande β , $n_{\omega f} = 0$, $n_f = 1$ et

$$R_{\beta\text{-band} \rightarrow \beta\text{-band}}(L \rightarrow L-1) = \frac{B(E2; L_{\beta\text{-band}} \rightarrow (L-1)_{\beta\text{-band}})}{B(E2; 2_g \rightarrow 0_g)}. \quad (\text{II.24})$$

II.3.1 Écart quadratique moyen

L'écart quadratique moyen ou facteur de qualité de mesure noté σ correspond à la déviation moyenne des prédictions théoriques par rapport aux données expérimentales. Il est donné par la relation suivante :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (E_i(exp) - E_i(th))^2}{M}}, \quad (\text{II.25})$$

où $E_i(exp)$ et $E_i(th)$ représentent respectivement les énergies expérimentales et théoriques de niveau i et M le nombre des énergies de niveau considéré.

II.3.2 Effet de l'étalonnage des énergies dans la bande γ

L'effet étalon où staggering effect est défini comme un décalage impair-pair des niveaux d'énergies dans la bande γ . Il représente une grandeur très sensible sur les effets de l'étalonnage dans la bande γ pour la structure de la triaxialité. Cette grandeur consiste à mesurer le déplacement du niveau $(J-1)_{\gamma}^{+}$ par rapport à la moyenne de ses voisins $(J-2)_{\gamma}^{+}$ et J_{γ}^{+} . Cette quantité importante est donnée par la formule suivante [96-98] :

$$S(J) = \frac{E(J_{\gamma}^{+}) + E((J-2)_{\gamma}^{+}) - 2E((J-1)_{\gamma}^{+})}{E(2_g^{+})}, \quad (\text{II.26})$$

où $E(J)$ représente l'énergie de l'état J_{γ}^{+} appartenant à la bande γ , $E(2_g^{+})$ est l'énergie du premier état excité de la bande fondamentale.

II.4 Outils théoriques et méthodes

II.4.1 Méthode étendue de Nikiforov-Uvarov

La méthode de Nikiforov-Uvarov (NU) est une méthode puissante et efficace qui donne des spectres d'énergie et une fonction propre pour de nombreuses équations d'onde quantique. Cette technique est appliquée à toute équation hypergéométrique dont la forme est la suivante[116] :

$$\psi''(\omega) + \frac{\bar{\tau}(\omega)}{\sigma(\omega)}\psi'(\omega) + \frac{\bar{\sigma}(\omega)}{\sigma^2(\omega)}\psi(\omega) = 0, \quad (\text{II.27})$$

où $\bar{\tau}(\omega)$ est un polynôme au plus du premier degré, $\sigma(\omega)$ et $\bar{\sigma}(\omega)$ sont des polynômes au plus du second degré et $\psi(\omega)$ est une fonction de type hypergéométrique et est une fonction différentielle de second ordre au plus.

La méthode étendue Nikiforov-Uvarov (ENU) est obtenue en changeant les conditions aux limites de la méthode NU et est utilisée pour résoudre toute équation différentielle du second ordre qui possède au plus quatre points singuliers [117]. Une équation avec les conditions aux limites de la méthode ENU est réduite par une transformation de coordonnées appropriée sous la forme suivante :

$$\psi''(\omega) + \frac{\bar{\tau}(\omega)}{\sigma(\omega)}\psi'(\omega) + \frac{\bar{\sigma}(\omega)}{\sigma^2(\omega)}\psi(\omega) = 0, \quad (\text{II.28})$$

tels que $\bar{\tau}(\omega)$, $\sigma(\omega)$ et $\bar{\sigma}(\omega)$ sont des polynômes de deuxième, troisième et quatrième degrés,

respectivement. Pour implémenter la méthode ENU, on commence par écrire la fonction $\psi(\omega)$ comme le produit de deux fonctions $\phi(\omega)$ et $Y(\omega)$ telle que

$$\psi(\omega) = \phi(\omega)Y(\omega), \quad (\text{II.29})$$

où $\phi(\omega)$ et $Y(\omega)$ sont des fonctions de type hypergéométrique, $Y(\omega)$ correspond à la solution du polynôme de l'Eq. (II.2).

En remplaçant l'Eq. (II.3) dans l'Eq. (II.2), nous obtenons l'équation différentielle suivante :

$$Y''(\omega) + \left(2\frac{\phi'(\omega)}{\phi(\omega)} + \frac{\bar{\tau}(\omega)}{\sigma(\omega)}\right)Y'(\omega) + \left(\frac{\phi''(\omega)}{\phi(\omega)} + \frac{\phi'(\omega)\bar{\tau}(\omega)}{\phi(\omega)\sigma(\omega)} + \frac{\bar{\sigma}(\omega)}{\sigma^2(\omega)}\right)Y(\omega) = 0. \quad (\text{II.30})$$

Introduisons les nouveaux polynômes suivants :

$$\frac{\phi'(\omega)}{\phi(\omega)} = \frac{\pi(\omega)}{\sigma(\omega)}, \quad (\text{II.31})$$

$$\tau(\omega) = \bar{\tau}(\omega) + 2\pi(\omega), \quad (\text{II.32})$$

$$\tilde{\sigma}(\omega) = \bar{\sigma}(\omega) + \pi^2(\omega) + \pi(\omega)(\bar{\tau}(\omega) - \sigma'(\omega)) + \pi'(\omega)\sigma(\omega), \quad (\text{II.33})$$

$$\frac{\tilde{\sigma}(\omega)}{\phi(\omega)} = h(\omega), \quad (\text{II.34})$$

$$h(\omega) - \pi'(\omega) = G(\omega) \quad (\text{II.35})$$

$$\pi(\omega) = \frac{\sigma'(\omega) - \bar{\tau}(\omega)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma'(\omega) - \bar{\tau}(\omega)}{2}\right)^2 - \bar{\sigma}(\omega) + G(\omega)\sigma(\omega)}, \quad (\text{II.36})$$

$\tau(\omega)$, $\tilde{\sigma}(\omega)$ et $h(\omega)$ sont des polynômes respectivement du second degré, de degré quatre et du premier degré. Les fonctions $\pi(\omega)$ sont déterminées lorsque l'expression explicite du polynôme $G(\omega)$ sous la racine carrée est connue. Les mêmes fonctions (sous la racine carrée) sont des po-

lynômes au plus du second degré. Ensuite, l'Eq. (II.4) peut être réduite sous la forme :

$$\sigma(\omega)Y''(\omega) + \tau(\omega)Y'(\omega) + h(\omega)Y(\omega) = 0. \quad (\text{II.37})$$

En différenciant l'Eq. (II.11) une fois, nous obtenons une forme compréhensible donnée par :

$$\sigma(\omega)Y'''(\omega) + (\tau(\omega) + \sigma'(\omega))Y''(\omega) + (\tau'(\omega) + h(\omega))Y'(\omega) + h'(\omega)Y(\omega) = 0. \quad (\text{II.38})$$

Il s'agit d'une équation différentielle de type hypergéométrique étendue. Etant donné que toutes ses dérivées de l'Eq. (II.12), ont la même forme, alors on peut la différencier n fois en utilisant la nouvelle représentation $Y^n(\omega) = v_n(\omega)$ [117, 118, 119] :

$$\begin{aligned} \sigma(\omega)v_n^{(3)}(\omega) + (\tau(\omega) + (n+1)\sigma'(\omega))v_n''(\omega) + \left((n+1)\tau'(\omega) + \frac{n(n+1)}{2}\sigma'(\omega) + h(\omega) \right) v_n'(\omega) + \\ \left((n+1)h'(\omega) + \frac{n(n+1)}{2}\tau''(\omega) + \frac{n(n+1)(n-1)}{6}\sigma^{(3)}(\omega) \right) v_n(\omega) = 0. \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

Dans l'Eq. (II.13), si le coefficient de $v_n(\omega)$ est égal à zéro, alors le polynôme $h_n(\omega)$ est définie comme :

$$h_n(\omega) = -\frac{n}{2}\tau'(\omega) + \frac{n(n-1)}{6}\sigma''(\omega) + C_n, \quad (\text{II.40})$$

C_n est la constante d'intégration.

Afin d'obtenir la solution aux valeurs propres du problème par la méthode ENU, les polynômes $h(\omega)$ et $h_n(\omega)$ sont égaux et $Y(\omega) = Y_n(\omega)$ est une solution particulière de degré n de l'Eq. (II.11). La fonction $\phi(\omega)$ est définie comme une dérivée logarithmique donnée dans l'Eq. (II.5), puis les spectres de fonctions propres peuvent être obtenus analytiquement.

II.4.2 Notion de dérivée fractionnaire

La dérivée fractionnaire est la généralisation de la dérivée habituelle, seulement ici l'ordre est non entier. De nombreuses définitions de la dérivée fractionnaire peuvent être retrouvées dans la littérature. Parmi elles on peut avoir : la dérivée fractionnaire de Caputo, la dérivée fractionnaire de Riesz et la formulation de Riemann-Liouville. La dérivée fractionnaire de Caputo [21], l'une des plus employées des dérivées fractionnaires. Ce dernier présente un grand intérêt en science fondamentale, mais aussi en science appliquée car il s'applique davantage mieux à l'utilisation des conditions initiales ainsi qu'à la gestion des conditions aux limites. Pour une fonction donnée $\psi(t)$ de la variable t , la dérivée fractionnaire de Caputo est définie de la manière suivante :

$${}^C D_t^\alpha \psi(t) = \int_{t_0}^t K_\alpha(t-y) \psi^{(n)}(y) dy, \quad t_0 < t, \quad (\text{II.41})$$

avec

$$K_\alpha(t-y) = \frac{(t-y)^{n-\alpha-1}}{\Gamma(n-\alpha)}, \quad (\text{II.42})$$

où $\psi^{(n)}(t)$ représente la dérivée classique

de la fonction $\psi(t)$, et $K_\alpha(t-y)$ est le kernel ou noyau de l'opérateur ${}_{t_0}^C D_t^\alpha$. En effet, le noyau $K_\alpha(t-y)$ est fixé pour un nombre réel α donné, et possède une singularité au point $t = y$. Dans le but de redéfinir le concept de dérivée fractionnaire utilisant des noyaux exponentiels lisses et non singuliers, Caputo et Fabrizio [45] ont proposé une nouvelle formule de dérivée fractionnaire de la forme

$$D_t^\alpha \psi(t) = \frac{M(\alpha)}{(1-\alpha)} \int_{t_0}^t \exp\left[-\frac{\alpha(t-y)}{1-\alpha}\right] \dot{\psi}(y) dy, \quad (\text{II.43})$$

où $M(\alpha)$ est une fonction de normalisation satisfaisant la condition $M(0) = M(1) = 1$. Récemment, une toute nouvelle formulation du concept de dérivée fractionnaire baptisée dérivée fractionnaire conformable a été proposée par Khalil et al. [51]. Pour une fonction donnée $\psi(t)$ la dérivée fractionnaire conformable d'ordre α est définie de la manière suivante

$$D_t^\alpha \psi(t) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\psi(t - \epsilon t^{1-\alpha}) - \psi(t)}{\epsilon}, \quad 0 < t \quad (\text{II.44})$$

$$\psi(0) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \psi(t), \quad (\text{II.45})$$

ou encore,

$$D^\alpha [\psi_{nl}(t^\alpha)] = t^{1-\alpha} \psi_{nl}(t^\alpha), \quad (\text{II.46})$$

$$D^\alpha [D^\alpha \psi_{nl}(t^\alpha)] = (1-\alpha) t^{1-2\alpha} \psi'_{nl}(t^\alpha) + t^{2-2\alpha} \psi''_{nl}(t^\alpha), \quad (\text{II.47})$$

avec $0 < \alpha \leq 1$. Cette formulation est très simple et fournit une extension naturelle des opérateurs différentiels au domaine fractionnaire, c'est-à-dire aux opérateurs différentiels d'ordre non entier. De plus, l'opérateur différentiel fractionnaire conforme est linéaire et satisfait aux propriétés usuelles de la dérivée classique telles que la dérivée d'un produit, la règle de dérivation en chaîne et la dérivée du quotient de deux fonctions[55].

II.4.3 Formulation fractionnaire conformable de la méthode étendue de Nikiforov-Uvarov

Comme il a été mentionné précédemment, la méthode de Nikiforov-Uvarov (NU) est utilisée en mécanique quantique pour obtenir les fonctions propres et valeurs propres des équations de type Schrödinger. La méthode NU a été généralisée au cas étendu (ENU) en changeant les conditions aux limites de la méthode NU et est utilisée pour trouver des solutions de n'importe

équation différentielle du second ordre qui a au plus quatre points singuliers. Pour plus de détails, on peut se référer aux travaux [128], [123] et [124]. Dans la référence [110], la méthode de Nikiforov-Uvarov a été étendue au calcul non entier et appliqué sur quelques équations différentielles d'intérêt physique pour tester la validité du modèle. Dans la référence [112], la méthode ENU est généralisée au domaine fractionnaire conformable et appliqué sur l'équation de Schrödinger pour systèmes quark-antiquark lourds. Le but de cette partie est de formuler le prolongement fractionnaire conforme de la méthode étendue de Nikiforov-Uvarov (CFENU) à partir de sa version classique formulée dans le cadre du calcul différentiel entier. L'équation de base de la méthode fractionnaire conformable étendue de Nikiforov-Uvarov, peut être écrit sous la forme [114]

$$D^\alpha [D^\alpha \psi(\omega)] + \frac{\bar{\tau}(\omega)}{\sigma(\omega)} D^\alpha \psi(\omega) + \frac{\bar{\sigma}(\omega)}{\sigma^2(\omega)} \psi(\omega) = 0, \quad (\text{II.48})$$

où $\bar{\tau}(\omega)$, $\sigma(\omega)$ et $\bar{\sigma}(\omega)$ sont des fonctions au plus de degré 2α , 3α , et 4α respectivement. En utilisant la propriété clé [83,84] de la dérivée fractionnaire conforme donnée par les équations Eq.(II.44) et Eq.(II.45), on peut réécrire Eq.(II.46) comme

$$(1 - \alpha)\omega^{1-2\alpha}\psi'(\omega) + \omega^{2-2\alpha}\psi''(\omega) + \frac{\bar{\tau}(\omega)}{\sigma(\omega)}\omega^{1-\alpha}\psi'(\omega) + \frac{\bar{\sigma}(\omega)}{\sigma^2(\omega)}\psi(\omega) = 0, \quad (\text{II.49})$$

puis après un peu d'algèbre, Eq.(II.47) devient

$$\psi''(\omega) + \frac{(1 - \alpha)\sigma(\omega)\omega^{-\alpha} + \bar{\tau}(\omega)}{\omega^{1-\alpha}\sigma(\omega)}\psi'(\omega) + \frac{\bar{\sigma}(\omega)}{\omega^{2-2\alpha}\sigma^2(\omega)}\psi(\omega) = 0. \quad (\text{II.50})$$

Ensuite, nous introduisons les expressions suivantes pour les paramètres fractionnaires

$$\bar{\tau}_f(\omega) = (1 - \alpha)\sigma(\omega)\omega^{-\alpha} + \bar{\tau}(\omega) \quad (\text{II.51})$$

$$\sigma_f(\omega) = \omega^{1-\alpha}\sigma(\omega) \quad (\text{II.52})$$

$$\bar{\sigma}_f(\omega) = \bar{\sigma}(\omega). \quad (\text{II.53})$$

À partir de là, nous pouvons écrire la forme standard de l'équation de Nikiforov-Uvarov étendue généralisée au domaine fractionnaire conformable

$$\psi''(\omega) + \frac{\bar{\tau}_f(\omega)}{\sigma_f(\omega)}\psi'(\omega) + \frac{\bar{\sigma}_f(\omega)}{\sigma_f^2(\omega)}\psi(\omega) = 0. \quad (\text{II.54})$$

En posant $\psi(\omega) = \phi(\omega)Y(\omega)$, l'équation (14) se réduit à une équation de type hypergéométrique

$$\sigma_f(\omega)Y''(\omega) + \bar{\tau}_f(\omega)Y'(\omega) + h(\omega)Y(\omega) = 0 \quad (\text{II.55})$$

où $\phi(\omega)$ est solution de l'équation

$$\frac{\phi'(\omega)}{\phi(\omega)} = \frac{\pi_f(\omega)}{\sigma_f(\omega)}, \quad (\text{II.56})$$

et la fonction $h(\omega)$ est donnée par

$$h(\omega) = \pi_f'(\omega) + G(\omega). \quad (\text{II.57})$$

Dans l'équation (II.53), $Y(\omega)$ est une fonction de type hypergéométrique dont les polynômes vérifient une relation de type Rodrigues

$$Y_{\alpha,n}(\omega) = \frac{B_n}{\rho(\omega)} \frac{d^n}{d\omega^n} [\sigma_f^n(\omega)\rho(\omega)]. \quad (\text{II.58})$$

où la fonction poids $\rho(\omega)$ vérifie l'équation

$$(\sigma_f(\omega)\rho(\omega))' = \tau_f(\omega)\rho(\omega). \quad (\text{II.59})$$

La fonction $\pi_f(\omega)$ requise pour cette méthode est donnée par :

$$\pi_f(\omega) = \frac{\sigma_f'(\omega) - \bar{\tau}_f(\omega)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_f'(\omega) - \bar{\tau}_f(\omega)}{2}\right)^2 - \bar{\sigma}_f(\omega) + G(\omega)\sigma_f(\omega)}, \quad (\text{II.60})$$

où la fonction $\pi(\omega)$ est un polynôme de degré au plus égal à 2α . La fonction $h_n(\omega)$ est déterminée à partir de l'équation

$$h_n(\omega) = -\frac{n}{2}\tau'(\omega) - \frac{n(n-1)}{6}\sigma_f''(\omega) + C_n \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (\text{II.61})$$

C_n étant une constante d'intégration et

$$\tau(\omega) = \bar{\tau}_f(\omega) + 2\pi_f(\omega). \quad (\text{II.62})$$

Afin d'obtenir la solution de l'équation aux valeurs propres du problème par la méthode fractionnaire conformable étendue de Nikiforov-Uvarov [95,97], les polynômes $h(\omega)$ et $h_n(\omega)$ doivent être égaux et $Y(\omega)=Y_{\alpha,n}(\omega)$ est une solution particulière de degré n de l'équation (II.53).

II.5 Application à la résolution du BHFC sur le potentiel de Kratzer écranté

Pour utiliser les outils de l'analyse fractionnaire, nous partons de la version classique de l'équation de Schrödinger pour le hamiltonien de Bohr. Le phénomène de couplage dû au mouvement observé lors des déformations (forme sphérique, forme allongée, forme aplatie,...) et lors des interactions (forte, électromagnétique, faible), rend complexe la résolution de l'Eq. (II.10). Par conséquent , nous nous proposons d'utiliser des techniques de séparation des variables afin de séparer les mouvements suivant les variables β et γ .

II.5.1 Techniques de séparations des différents types de mouvements des déformations nucléaires

Le potentiel $V(\beta, \delta)$ et la fonction d'onde $\psi(\beta, \gamma, \theta_i)$ étant quasiment séparables[37, 125], nous aboutissons à deux équations hypergéométriques correspondant respectivement aux mouvements de rotation et vibration dûs aux variables β et γ des nucléides. Pour cela, posons :

$$V(\beta, \gamma) = V_1(\beta) + \frac{V_2(\gamma)}{\beta^2} \quad (\text{II.63})$$

où $V_1(\beta)$ et $V_2(\gamma)$ sont les énergies potentielles suivant les coordonnées β et γ respectivement.

En substituant l'Eq. (II.75) dans l'Eq. (II.5), le Hamiltonien s'écrit :

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin(3\gamma)} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin(3\gamma) \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4\beta^2} \sum_{k=1,2,3} \frac{\hat{Q}_k^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2}{3}\pi k)} \right] + V_1(\beta) + \frac{V_2(\gamma)}{\beta^2}. \quad (\text{II.64})$$

De même la fonction d'onde s'écrit

$$\psi(\beta, \gamma, \theta_i) = \chi(\beta)\eta(\gamma)D(\theta_i) \quad (\text{II.65})$$

où $\chi(\beta)$ et $\eta(\gamma)$ représentent les fonctions d'onde suivant les coordonnées β et γ respectivement, tandis que $D(\theta_i)$ est la composante angulaire de la fonction d'onde, appelée fonction d'onde de Wigner et qui est un fonction symétrique ayant pour expression :

$$D(\theta_i) = \sqrt{\frac{2L+1}{16\pi^2(1+\delta_{\alpha,0})}} [D_{\nu,\alpha}(\theta_i) + (-1)^L D_{\nu,-\alpha}(\theta_i)] \quad (\text{II.66})$$

ici, L est le nombre quantique du moment angulaire, α est la projection du moment quantique angulaire par rapport aux coordonnées fixes et $\nu = 1, 2, 3, \dots$. Dans la pratique, le découplage de l'équation du Hamiltonien n'est possible que pour les nucléides triaxiaux dont le mouvement de rotation a une énergie potentielle minimale (c'est-à-dire $\gamma = \frac{\pi}{6}$)[106]. Sinon, le découplage n'est plus possible parce que les différents mouvements décrits par les nucléides restent liés et donc

la séparation des variables est quasi impossible.

Posons

$$W = \frac{1}{4\beta^2} \sum_{k=1,2,3} \frac{\widehat{Q}_k^2}{\sin^2\left(\gamma - \frac{2}{3}\pi k\right)}. \quad (\text{II.67})$$

Puisque que $\gamma = \frac{\pi}{6}$, alors :

$$W = \widehat{Q}_1^2 + 4\widehat{Q}_2^2 + 4\widehat{Q}_3^2. \quad (\text{II.68})$$

Le moment angulaire total, \widehat{Q} qui représente la somme des composantes des moments angulaires suivants les différents axes est

$$\widehat{Q} = \widehat{Q}_1^2 + \widehat{Q}_2^2 + \widehat{Q}_3^2 \quad (\text{II.69})$$

Compte tenu de l'expression de \widehat{Q} , l'Eq. (II.75) peut se mettre sous la forme

$$\begin{aligned} W &= 4(\widehat{Q}_1^2 + \widehat{Q}_2^2 + \widehat{Q}_3^2) - 3\widehat{Q}_1^2 \\ &= 4\widehat{Q}^2 - 3\widehat{Q}_1^2. \end{aligned} \quad (\text{II.70})$$

En tenant compte de toutes les expressions précédentes, l'Eq. (II.10) peut se mettre sous la forme

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin(3\gamma)} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin(3\gamma) \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4\beta^2} (4\widehat{Q}^2 - 3\widehat{Q}_1^2) \right] \chi(\beta)\eta(\gamma)D(\theta_i) \\ + \left(V_1(\beta) + \frac{V_2(\gamma)}{\beta^2} \right) \chi(\beta)\eta(\gamma)\Theta(\theta_i) = E\chi(\beta)\eta(\gamma)D(\theta_i) \end{aligned} \quad (\text{II.71})$$

En appliquant l'opérateur \widehat{Q}^2 [77] sur la fonction d'onde de Wigner, l'Eq. (II.73) s'écrit

$$\begin{aligned} \widehat{Q}^2 \sqrt{\frac{2L+1}{16\pi^2(1+\delta_{\alpha,0})}} [D_{\nu,\alpha}(\theta_i) + (-1)^L D_{\nu,-\alpha}^L(\theta_i)] \\ = 4L(L+1) \sqrt{\frac{2L+1}{16\pi^2(1+\delta_{\alpha,0})}} [\Theta_{\nu,\alpha}(\theta_i) + (-1)^L D_{\nu,-\alpha}^L(\theta_i)]. \end{aligned} \quad (\text{II.72})$$

De même, en appliquant \widehat{Q}_1^2 sur la fonction de Wigner, l'Eq. (II.84) devient

$$\begin{aligned} \widehat{Q}_1^2 \sqrt{\frac{2L+1}{16\pi^2(1+\delta_{\alpha,0})}} [D_{\nu,\alpha}(\theta_i) + (-1)^L D_{\nu,-\alpha}^L(\theta_i)] \\ = (\alpha^2 + L - \alpha) \sqrt{\frac{2L+1}{16\pi^2(1+\delta_{\alpha,0})}} [D_{\nu,\alpha}(\theta_i) + (-1)^L D_{\nu,-\alpha}^L(\theta_i)]. \end{aligned} \quad (\text{II.73})$$

L désigne le nombre quantique du moment angulaire et α la projection du moment quantique angulaire par rapport aux axes fixes.

Remplaçons maintenant les Eqs. (II.84) et (II.85) dans le troisième terme de l'opérateur Ha-

miltonien de l'Eq. (II.83) nous obtenons

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2B} \left[-\frac{1}{4\beta^2} (4\widehat{Q}^2 - 3\widehat{Q}_1^2) \right] \chi(\beta)\eta(\gamma)D(\theta_i) &= \frac{\hbar^2}{8B\beta^2} \chi(\beta)\eta(\gamma) \left(4\widehat{Q}^2 D(\theta_i) - 3\widehat{Q}_1^2 D(\theta_i) \right) \\ &= \frac{\hbar^2}{8B\beta^2} \chi(\beta)\eta(\gamma) \left(4L(L+1)D(\theta_i) - 3(\alpha^2 + L - \alpha)D(\theta_i) \right). \end{aligned} \quad (\text{II.74})$$

Multiplions maintenant l'Eq. (II.78) par $-\frac{2B}{\hbar^2}$ et posons

$$\begin{aligned} v_1(\beta) &= \frac{2B}{\hbar^2} V_1(\beta), \\ v_2(\beta) &= \frac{2B}{\hbar^2} V_2(\beta), \\ \xi &= \frac{2B}{\hbar^2} E. \end{aligned} \quad (\text{II.75})$$

Notons également que les effets de la projection de α sur les coordonnées fixes font introduire les nombres quantiques apparents n_ω [81,82] tels que $n_\omega = L - \alpha$ avec $L = n_\omega, n_{\omega+2}, n_{\omega+4}, \dots$. Pour $n_\omega = 0$, le nucléide est dans son état fondamental[81].

$$\left[-\frac{1}{\sin(3\gamma)} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin(3\gamma) \frac{\partial}{\partial \gamma} + \omega(\gamma) \right] \eta(\gamma) = \lambda \eta(\gamma), \quad (\text{II.76})$$

$$\left[-\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{4L(1+L) - 3\alpha^2 + 4\lambda}{4\beta^2} + u(\beta) \right] \psi(\beta) = \xi \psi. \quad (\text{II.77})$$

L'Eq. (II.74) représente l'équation décrivant les mouvements de rotation γ tandis que les mouvements de vibration β sont décrites par l'Eq. (II.75). Les solutions de l'équation décrivant les mouvements de rotation des nucléides sont connues. Pour le cas des mouvements de vibration, qui ont pour rôle d'expliquer les différentes déformations observées des nucléides, un potentiel appelé, potentiel fractionnaire de Kratzer ecrante [113] sera appliqué à cette équation.

II.5.2 Solution de la partie γ

Il est bien connu que l'énergie potentielle ayant un minimum d'environ $\frac{\pi}{6}$ est celle convenable pour modéliser des noyaux triaxiaux formés par l'oscillation de la structure nucléaire[91, 114]. La surface d'énergie potentielle correspondante doit avoir un minimum autour de $\gamma = \frac{\pi}{6}$. Aussi lorsque le nucléide est en rotation, il passe de la forme elliptique à la forme sphérique et vice-versa. Dans la suite, le potentiel harmonique peut être considéré par

$$\omega(\gamma) = \frac{1}{2} \tilde{c} \left(\gamma - \frac{\pi}{6} \right)^2, \quad (\text{II.78})$$

où \tilde{c} est définie comme étant la rigidité du potentiel. En insérant cette équation dans l'Eq. (II.88) et en résolvant l'équation obtenue, nous obtenons l'énergie et les fonctions d'ondes normalisées [92] respectivement

$$\lambda_{\tilde{\gamma}} = \sqrt{2\tilde{c}} \left(n_{\tilde{\gamma}} + \frac{1}{2} \right), \quad \tilde{n}_{\gamma} = 0, 1, 2, \dots, \quad (\text{II.79})$$

$$\eta_{\tilde{\gamma}}(\tilde{\gamma}) = \sqrt{\frac{(\tilde{c}/2)^{1/4}}{2^{n_{\tilde{\gamma}}} \sqrt{\pi n_{\tilde{\gamma}}!}}} H_{n_{\tilde{\gamma}}} \left((\tilde{c}/2)^{1/4} \tilde{\gamma} \right) \exp \left(-(\tilde{c}/2)^{1/2} \tilde{\gamma}^2 / 2 \right), \quad (\text{II.80})$$

avec $\tilde{\gamma} = \gamma - \frac{\pi}{6}$, $n_{\tilde{\gamma}} = 0, 1, 2, \dots$ est le nombre quantique de l'oscillateur, $H_{n_{\tilde{\gamma}}}$ est le polynôme de Hermite.

II.5.3 Solution de la partie β

Pour la partie dépendante de β nous considérons le potentiel fractionnaire de Kratzer écranté donné par la formule suivante :

$$u(\beta) = \left(\frac{A}{\beta} + \frac{B}{\beta^2} \right) e^{-k\beta}, \quad (\text{II.81})$$

Une autre formulation de l'équation (II.75) est la suivante :

$$\left[\frac{1}{\beta^4} \frac{d}{d\beta} \beta^4 \frac{d}{d\beta} - \frac{4L(1+L) - 3\zeta^2 + 4\lambda}{4\beta^2} - u(\beta) \right] \psi(\beta) = -\xi \psi, \quad (\text{II.82})$$

en définissant le paramètre p comme : $p = \frac{4L(1+L) - 3\zeta^2 + 4\lambda}{4}$. Et en effectuant un simple changement de variable de la forme

$$\psi(\beta) = \beta^{-2} F(\beta), \quad (\text{II.83})$$

et en faisant la substitution dans l'équation précédente nous obtenons une expression fonction de $F(\beta)$:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - \frac{p}{\beta^2} - u(\beta) + \xi \right] F(\beta) = 0, \quad (\text{II.84})$$

En substituant $u(\beta)$ dans l'équation précédente et en utilisant l'approximation de GreenAl-drich[21] nous obtenons :

$$\frac{d^2 F(\beta)}{d\beta^2} + \left[-\frac{k^2 p}{(1 - e^{-k\beta})^2} - \frac{A k e^{-k\beta}}{(1 - e^{-k\beta})} - \frac{B k^2 e^{-k\beta}}{(1 - e^{-k\beta})^2} + \xi \right] F(\beta) = 0. \quad (\text{II.85})$$

Après avoir fait une étude sur cette équation, il est nécessaire d'effectuer le changement de

variable suivant

$$z = e^{-k\beta} \quad (\text{II.86})$$

et nous obtenons facilement

$$\frac{d^2 F(z)}{dz^2} + \frac{1-z}{z(1-z)} \frac{dF(z)}{dz} + \frac{1}{[z(1-z)]^2} \left[\left(-\frac{A}{k} - B - \frac{2\xi}{k^2} \right) z + \left(\frac{A}{k} + \frac{\xi}{k^2} \right) z^2 + \frac{\xi}{k} - p \right] F(z) = \quad (\text{II.87})$$

en mettant $-\epsilon_{n,L} = \frac{\xi}{k^2}$; $\gamma = -\frac{A}{k}$ et après développement nous obtenons :

$$\frac{d^2 F(z)}{dz^2} + \frac{1-z}{z(1-z)} \frac{dF(z)}{dz} + \frac{1}{[z(1-z)]^2} [-(\epsilon_{n,L} + \gamma)z^2 + (2\epsilon_{n,L} + \gamma - B)z - (\epsilon_{n,L} + p)] F(z) = \quad (\text{II.88})$$

On remarque bien à ce niveau qu'il s'agit d'une équation du Nikiforov dans le cas classique. Le passage dans le domaine fractionnaire conforme est effectué en remplaçant les puissances d'ordre entière par celles d'ordre fractionnaire conforme. Dans ce contexte totalement différent l'équation devient :

$$D^\nu [D^\nu F(z^\nu)] + \frac{1-z^\nu}{z^\nu(1-z^\nu)} D^\nu [D^\nu F(z^\nu)] + \frac{1}{z^{2\nu}(1-z^\nu)^2} [-\varsigma_1 z^{2\nu} + \varsigma_2 z^\nu - \varsigma_3] F(z^\nu) = 0, \quad (\text{II.89})$$

Nous pouvons aisément avoir, $\varsigma_1 = \epsilon_{n,L} + \gamma$; $\varsigma_2 = 2\epsilon_{n,L} + \gamma - B$; $\varsigma_3 = \epsilon_{n,L} + p$ après une simple identification. En utilisant les propriétés clés, l'équation précédente est transformée à l'expression suivante :

$$\frac{d^2 F(z^\nu)}{dz^2} + \frac{(2-\nu)(1-z^\nu)}{z(1-z^\nu)} \frac{dF(z^\nu)}{dz} + \frac{1}{z^{2\nu}(1-z^\nu)^2} [-\varsigma_1 z^{2\nu} + \varsigma_2 z^\nu - \varsigma_3] F(z^\nu) = 0. \quad (\text{II.90})$$

Les expressions suivantes sont données en fonction de : $\bar{\tau}_f(z^\nu)$, $\sigma_f(z^\nu)$ et $\bar{\sigma}_f(z^\nu)$.

$$\bar{\tau}_f(z^\nu) = (2-\nu)(1-z^\nu), \quad (\text{II.91})$$

$$\sigma_f(z^\nu) = z(1-z^\nu), \quad (\text{II.92})$$

$$\bar{\sigma}_f(z^\nu) = -\varsigma_1 z^{2\nu} + \varsigma_2 z^\nu - \varsigma_3. \quad (\text{II.93})$$

À ce stade vue que nous sommes dans le domaine fractionnaire, notre potentiel devient :

$$u(\beta^\nu) = \left(\frac{A}{\beta^\nu} + \frac{B}{\beta^{2\nu}} \right) e^{-k\beta^\nu}. \quad (\text{II.94})$$

En faisant une simple substitution de l'Eq(II.89) et (II.90) dans l'Eq(II.58) nous obtenons aisément :

$$\pi_f(z^\nu) = \frac{(\nu - 1) + (1 - 2\nu)z^\nu}{2} \pm \frac{1}{2} \times \sqrt{\left[\left(\frac{1 - 2\nu}{2} \right)^2 + \left(\frac{\nu - 1}{2} \right)^2 + \varsigma_1 - kz^{1-\nu} \right] z^{2\nu} + \left[\frac{(\nu - 1)(1 - 2\nu)}{2} - \varsigma_2 + -kz^{1-\nu} \right] z^\nu + \varsigma_3}. \quad (\text{II.95})$$

Pour trouver la valeur de k contenue sous la racine carrée, de discriminant de l'expression sous cette racine doit être égale à zéro[58]. et on trouve facilement :

$$k_{\pm} = \left[-(Q + 2\varsigma_3) \pm 2\sqrt{\varsigma_3(\varsigma_3 + Q + G)} \right] z^{\nu-1}. \quad (\text{II.96})$$

Ici Q et G sont des paramètres définis comme $Q = \frac{(\nu-1)(1-2\nu)}{2} - \varsigma_2$; $G = \frac{(1-2\nu)^2}{4} + \left(\frac{\nu-1}{2}\right)^2 + \varsigma_1$
En utilisant les équations(II.93) et (II.94) et après un développement nous obtenons :

$$\pi_f(z^\nu) = \frac{(\nu - 1) + (1 - 2\nu)z^\nu}{2} \pm \begin{cases} (\sqrt{\varsigma_3} - \sqrt{\varsigma_3 + Q + G})z^\nu - \sqrt{\varsigma_3} & , \text{ for } k = k_+ \\ (\sqrt{\varsigma_3} + \sqrt{\varsigma_3 + Q + G})z^\nu + \sqrt{\varsigma_3} & , \text{ for } k = k_- \end{cases}. \quad (\text{II.97})$$

En choisissant k_- , la fonction $\pi_f(z^\nu)$ devient ;

$$\pi_f(z^\nu) = \frac{(\nu - 1) + (1 - 2\nu)z^\nu}{2} - \left[(\sqrt{\varsigma_3} + \sqrt{\varsigma_3 + Q + G}) z^\nu - \sqrt{\varsigma_3} \right]. \quad (\text{II.98})$$

La prochaine étape, les expressions de $\tau_f(z^\nu)$, $\lambda(z^\nu)$ et $\lambda_n(z^\nu)$ sont obtenues respectivement comme suit :

$$\tau_f(z^\nu) = \left[2\sqrt{\varsigma_3} + (\nu - 1) + (2 - \nu) \right] + \left[1 - 2\nu - 2 \left(\sqrt{\varsigma_3} + \sqrt{\varsigma_3 + Q + G} \right) - (2 - \nu) \right] z^\nu \quad (\text{II.99})$$

$$\lambda(z^\nu) = \left[-Q - 2\varsigma_3 - 2\sqrt{\varsigma_3(\varsigma_3 + Q + G)} + \frac{\nu(1 - 2\nu)}{2} - \nu\sqrt{\varsigma_3} - \nu\sqrt{\varsigma_3 + Q + G} \right] z^{\nu-1} \quad (\text{II.100})$$

$$\lambda_n(z^\nu) = n\nu \left[1 + \nu + 2 \left(\sqrt{\varsigma_3} + \sqrt{\varsigma_3 + Q + G} \right) \right] z^{\nu-1} + \frac{n(n-1)\nu(\nu+1)}{2} z^{\nu-1}. \quad (\text{II.101})$$

En égalisant (II.98) et (II.99), et en remplaçant les valeurs des paramètres ς_1 , ς_2 and ς_3 nous obtenons après un développement :

$$E_{n,L,n\nu}^{(\nu)} = k^2 p - k^2 \left[\frac{\frac{\nu(\nu+1)}{2} \left(n^2 + n + (2n+1) \frac{2\sqrt{f}}{(\nu+1)} \right) - \frac{\nu(1-2\nu)}{2} - \frac{\nu(\nu+1)}{8} + \Lambda}{2n\nu + \nu + 2\sqrt{f}} \right]^2, \quad (\text{II.102})$$

où on a le paramètre f qui peut s'écrire comme :

$$f = \frac{(\nu-1)(1-2\nu)}{2} + \left(\frac{1-2\nu}{2} \right)^2 + \left(\frac{\nu-1}{2} \right)^2 + B + p, \quad (\text{II.103})$$

et on a aussi :

$$\Lambda = \frac{(\nu-1)(1-2\nu)}{2} + \left(B + \frac{A}{k} + 2p \right). \quad (\text{II.104})$$

II.6 Spectroscopie des noyaux lourds de transitions sphériques

L'étude de la spectroscopie de certains noyaux lourds de transitions sphérique nous donne des renseignements importants sur la forme du noyau. Il s'agit essentiellement de travaux expérimentaux, dont les résultats ont été obtenus grâce aux techniques de spectroscopie avec séparation en ligne. Les isotopes étudiés appartiennent à la zone de transition $Z=77-80$. L'intérêt de cette région a été mis en évidence par les calculs de Kumar et Baranger [114] prévoyant l'existence d'une forme d'équilibre oblate pour certains isotopes de mercure et de platine déficients en neutrons. Une série de résultats obtenus au CERN par spectroscopie en ligne sur les noyaux de platine s'accorde avec une transition de forme oblate + prolata entre les isotopes de masse 188 et 186 [115]. Dans les expériences de spectroscopie en ligne, un nombre élevé d'états excités sont souvent observés ; il devient alors possible de discuter la densité de niveaux qu'on peut relier à la stabilité de la surface nucléaire. L'exposé qui suit traite successivement les noyaux pairs-pairs, les noyaux de masse impaire et les problèmes liés à la densité des niveaux.

Parmi les états excités peuplés par réaction (IL, xn) se trouvent des isomères avec une période ~ 100 ns (figure 14). Pour le niveau 12^+ , cette isométrie résulte de la présence d'un doublet 12^+ , 10^+ de deux états possédant une configuration $(i1312)^{-2}$. L'intervalle d'énergie correspond à l'élément de matrice de l'interaction résiduelle ; sa faible valeur (AE - 60 keV) explique la période du niveau 12^+ . Celle-ci a permis la mesure du facteur gyromagnétique g de l'état excité par la méthode de la distribution angulaire différentielle perturbée des γ (TDPAD [118]).

La figure 14 montre les valeurs de g mesurées pour plusieurs isotopes. Aux erreurs expérimentales près, g reste constant dans l'intervalle de masse avec $206 \gg A \gg 194$. la valeur mesurée pour ^{206}Pb [119] correspond au facteur gyromagnétique pour l'état de trou de neutron $i13/2$, valeur obtenue également pour l'état $13/2^+$ du ^{205}Pb [120]. La constance

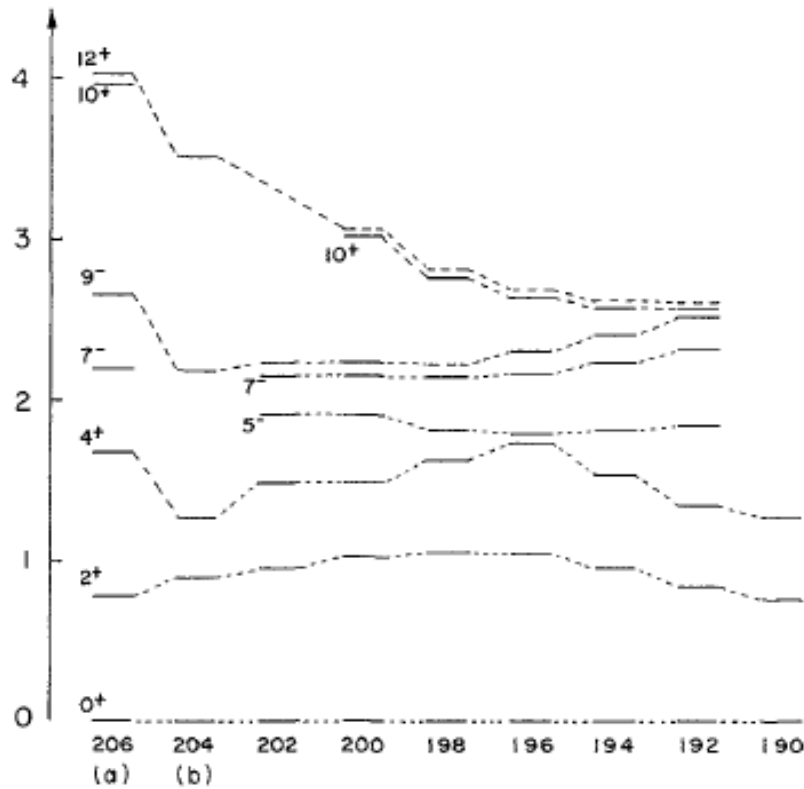


FIGURE 15 – États excités des isotopes de plomb observés par réaction (IL, xn) a)[116]; b)[117].

de g suggère que la nature du niveau 12^+ ne change pas dans la plage de masse explorée. Il reste à comprendre sa valeur numérique qui diffère notablement de la valeur de Schmidt. Deux processus expliquent essentiellement ce désaccord : les effets mésoniques [121] responsables d'une renormalisation de l'opérateur dipolaire magnétique ; l'effet de polarisation du cœur, résultant de la présence d'autres configurations dans la fonction d'onde, notamment celles correspondant à l'excitation particule-trou dans les états partenaires spin-orbite.

La figure 15 montre les schémas des états excités nourris par réaction (IL, xn) pour les isotopes ^{192}Pb et ^{190}Hg . Apparemment, on y trouve les mêmes états ; en fait, les propriétés sont différentes : alors que dans le plomb les niveaux de haut spin ont essentiellement une configuration à deux quasi-particules, ceux du mercure peuvent être regroupés en bandes bien développées. Les probabilités de transition réduites $B(E2; 2^+ \rightarrow 0^+)$ et $B(E2; 7^- \rightarrow 5^-)$ sont accélérées d'un facteur 30 environ [122]. Pour les noyaux de mercure de masse $A > 190$, les prédictions théoriques [114] de *mme* que l'observation de bandes découplées dans les isotopes de masse impaire [123-124] s'accordent avec une forme d'équilibre oblate ($B \sim 0.10$ - à -0.15). Dans les isotopes de masse paire, la bande constituée par les niveaux à parité négative est bien interprétée dans un modèle de deux quasi-particules couplées avec un rotor oblate [123]. Ainsi, deux protons ajoutés dans l'état $h\ 9/2$ situé au dessus du niveau de Fermi ne semblent pas modifier la forme du cœur tandis que deux trous de protons stabilisent celui-ci dans une forme d'équilibre aplatie.

Si pour les isotopes de platine une transition de forme oblate-prolate est observée entre

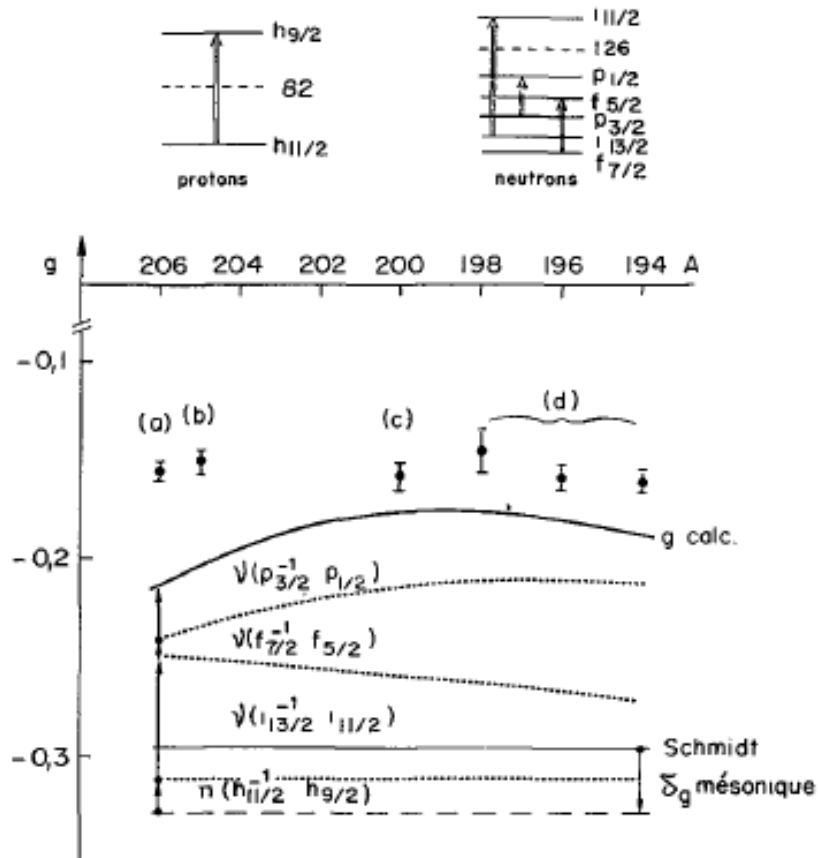


FIGURE 16 – Facteur gyromagnétique de l'état 12^+ des isotopes de plomb de masse $A = 206, 200, 198, 196, 194$ [118].

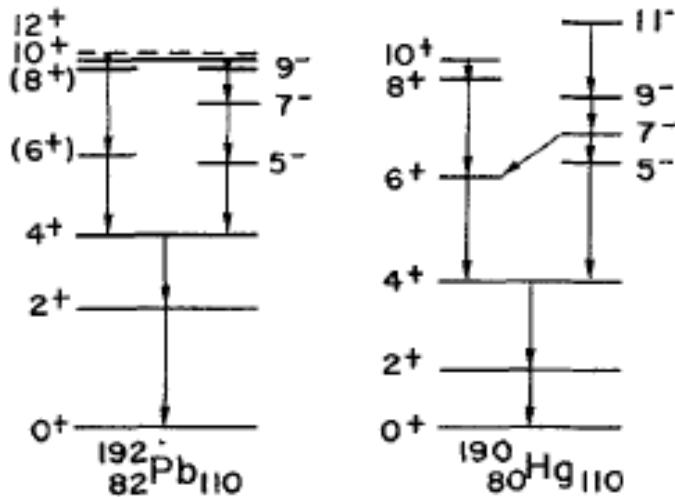


FIGURE 17 – États excités des isotopes de plomb ^{192}Pb et ^{190}Hg peuplés par réaction (IL, xn) [117].

les noyaux de masse paire 188 et 186, la situation est moins nette pour les isotopes de mercure. Pour les noyaux impairs, des mesures utilisant la technique de pompage optique ont mis en évidence une brusque augmentation du rayon quadratique moyen entre les masses 187 et 185. Celle-ci a été interprétée comme une transition entre une forme d'équilibre oblate et une forme d'équilibre allongée dans l'état fondamental. Les expériences entreprises sur les noyaux de masse paire n'ont pas confirmé cette conclusion.

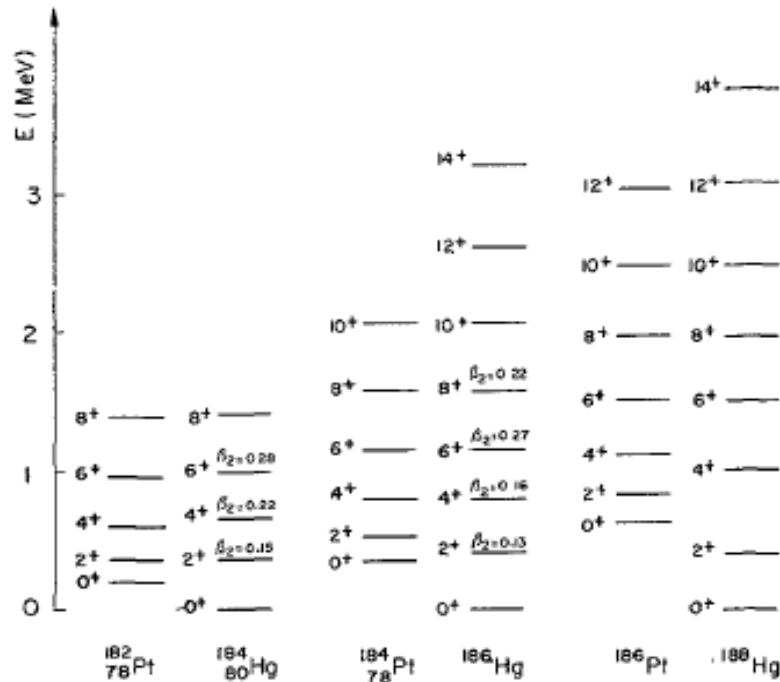


FIGURE 18 – Niveaux excités des isotopes de mercure de masse paire très déficients en neutrons ($A = 188, 186, 184$).

La figure 16 montre les états excités des isotopes de masse 188, 186 et 184 peuplés par réaction (IL, xn) [126] : l'énergie du premier 2^+ reste élevée pour s'accorder avec une forme allongée ; par contre les états de plus grande énergie présentent une séquence comparable à celle de la bande rotationnelle observée dans les platines ayant le même nombre de neutrons. Les paramètres de déformation déduits des mesures de vie moyenne, et indiqués sur la figure 17, confirment que l'état fondamental et le premier état excité correspondent à une faible déformation, cependant qu'à plus grande énergie la bande yrast présente un caractère rotationnel. Pour expliquer la coexistence de ces deux formes d'équilibre, dans la cascade yrast de ces noyaux, Dickmann et Dietrich [127] élaborent un modèle extrêmement simple dans lequel ils interprètent les états 2^+ et 4^+ des isotopes $^{184,186}\text{Hg}$ par un mélange de configurations des états 2^+ et 4^+ vibrationnels et rotationnels, le fondamental 0^+ étant supposé vibrationnel et les états de moment angulaire $J \gg 6$ rotationnels. Frauendorf et Pashkevich [128], calculent en fonction des paramètres de déformation, l'énergie de l'état fondamental par la méthode de la goutte liquide et des corrections du modèle en couches de Strutinsky.

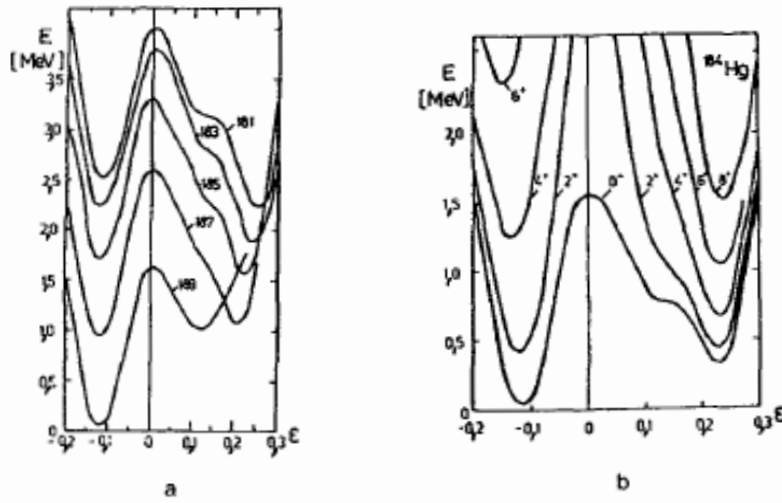


FIGURE 19 – Courbe d'énergie potentielle pour les isotopes de mercure de masse impaire (a) et paire ($A = 184$) (b)[128] .

La figure 17a montre leurs résultats pour les isotopes impairs ; elle explique le changement de forme observé entre les masses 187 et 185. Pour les noyaux de masse paire, le minimum le plus bas correspond à une forme d'équilibre oblate, y compris pour $A = 184$. Sur la figure 18b est portée également l'énergie rotationnelle d'états excités de spin 2^+ , 4^+ , 6^+

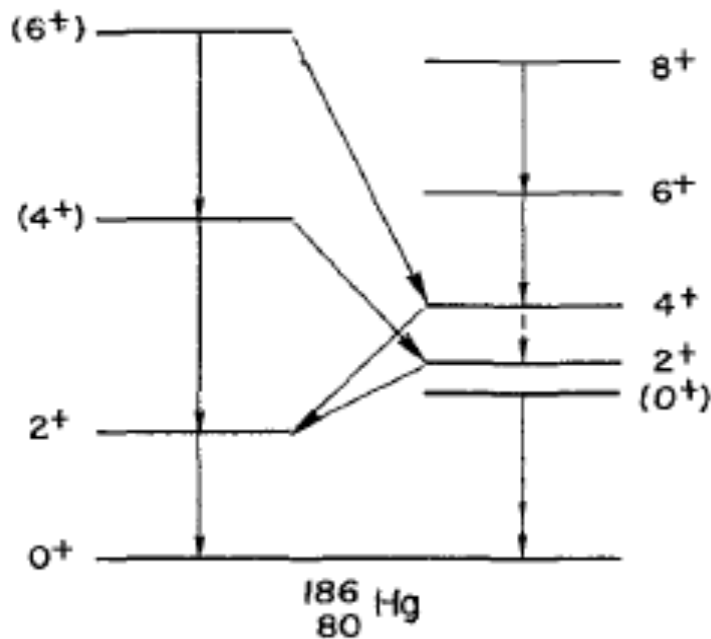


FIGURE 20 – Schéma des niveaux partiels de ^{186}Hg .

Sur la figure 18 sont reportés ceux des niveaux observés dans ces mesures qu'il est possible de regrouper en deux bandes, l'une (celle de gauche) quasi-sphérique et l'autre déformée. L'accord

avec les calculs des références [114] et [128] est remarquable

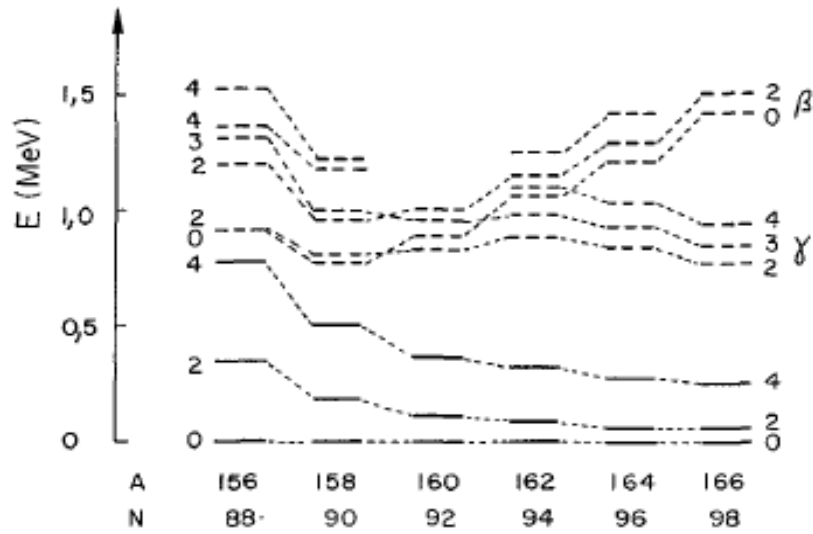
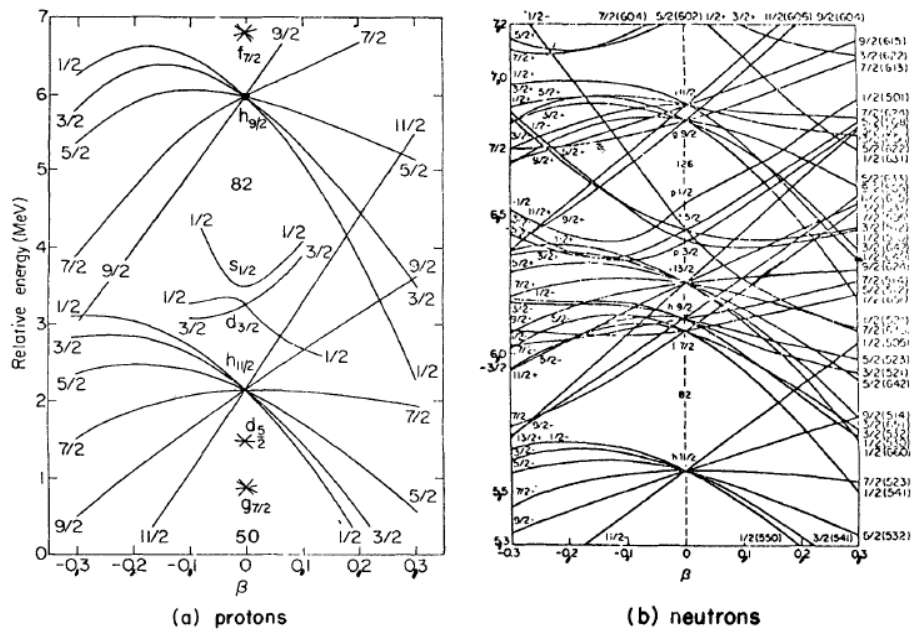


FIGURE 21 – Premiers niveaux excités de la bande fondamentale et des bandes β et γ pour différents isotopes d'erbium ($Z = 68$).

La figure 20 montre [129] l'évolution des premiers états excités de la bande fondamentale et des bandes β et γ . Une variation rapide apparaît pour $A = 158$ qui se comporte comme un noyau de transition, alors que l'isotope de masse 156 présente une suite d'états excités comparables à ceux d'un noyau vibrationnel.



tendre à trouver des changements de forme. La figure (20a) représente une portion du diagramme de Nilsson relative aux états de protons. Elle montre qu'il est possible de trouver des bandes collectives basées sur les états $h 11/2$ ou/et $h 9/2$, ces deux orbites étant situées de part et d'autre du niveau de Fermi. Des bandes découplées observées dans les isotopes de masse $A = 195, 193, 191$, et construites sur l'état $11/2^-$ ont permis de conclure que ces trois noyaux possèdent une forme d'équilibre aplatie [130].

II.7 Conclusion

Tout au long de ce chapitre, le but était de trouver les différentes solutions analytiques conformables du modèle de Bohr étudié. Cette équation de mouvement du nucléide étant très complexe car dépendant de multiples paramètres, nous avons donc utilisé certaines techniques mathématiques pour résoudre ce problème. Parmi elles on peut citer :

- la méthode de séparation de variables, qui nous a permis d'obtenir deux équations du mouvement indépendantes en fonction des paramètres du système à partir du Bohr Hamiltonien de notre modèle ; l'une régissant des mouvements de rotation et qui est fonction du paramètre de rotation γ et l'autre décrivant les mouvements de vibration des nucléides qui est une fonction du paramètre β .

- Ensuite La méthode fractionnaire conformable de Nikiforov-Uvarov étendue nous a été utile pour la résolution de l'équation des mouvements de vibration du noyau. Elle nous conduit à l'obtention des valeurs propres d'énergies fractionnaires, ce qui élargit ainsi le spectre des valeurs propres d'énergie accessible. Pour la suite, nous présentons les résultats théoriques de notre modèle. on les a comparé avec les résultats expérimentaux qui sont disponibles dans la littérature mais aussi des travaux pertinents tel que les modèles de prédiction de SPK[25] et CFK[53]

RÉSULTATS ET DISCUSSION

III.1 Introduction

La construction d'un modèle nucléaire ne repose pas toujours sur tous les noyaux présents dans la nature. Dans le chapitre précédent, nous avons déterminé grâce à la méthode paramétrique de Nikiforov-Uvarov les solutions des équations hypergéométriques qui régissent le modèle du Hamiltonien de Bohr à travers la détermination des propriétés du noyau du platine. Dans ce chapitre les valeurs théoriques des rapports d'énergie sont calculés ainsi que les transitions quadripolaires électriques B(E2).

III.2 Présentation des résultats et discussion

Les énergies de niveau de chaque nucléides sont obtenues par l'équation fractionnaire ci-après ;

$$E_{n,L,n\nu}^{(\nu)} = k^2 p - k^2 \left[\frac{\frac{\nu(\nu+1)}{2} \left(n^2 + n + (2n+1) \frac{2\sqrt{f}}{(\nu+1)} \right) - \frac{\nu(1-2\nu)}{2} - \frac{\nu(\nu+1)}{8} + \Lambda}{2n\nu + \nu + 2\sqrt{f}} \right]^2. \quad (\text{III.1})$$

Avec,

$$f = \frac{(\nu-1)(1-2\nu)}{2} + \left(\frac{1-2\nu}{2} \right)^2 + \left(\frac{\nu-1}{2} \right)^2 + B + p., \quad (\text{III.2})$$

Et

$$\Lambda = \frac{(\nu-1)(1-2\nu)}{2} + \left(B + \frac{A}{k} + 2p \right). \quad (\text{III.3})$$

En ce qui concerne les rapports d'énergie fractionnaire normalisés au premier état excité nous utilisons la relations (III.1). Les énergies de niveau de chaque nucléide sont obtenues en utilisant l'équation des énergies citées plus haut et normalisées à l'état $2_{0,0}^+$ sous la forme [136] :

$$R_{L_n, n\omega} = \frac{E_{L_n^+, n\omega} - E_{0_{0,0}^+}}{E_{2_{0,0}^+} - E_{0_{0,0}^+}}. \quad (\text{III.4})$$

où n : le nombre quantique principal,

n_ω : le nombre quantique secondaire,

L : le nombre quantique cinétique,

$E_{2_{0,0}^+} - E_{0_{0,0}^+}$, est défini comme les rapports des énergies normalisées au premier état excité,

$E_{L_n^+, n_\omega}$, représente l'énergie du noyau dans l'état L_n^+, n_ω .

Les prédictions de notre modèle sont comparées aux valeurs expérimentales[66], Screened Kratzer Potentiel(SKP) Classique [25] pour les isotopes de Xénon et de Platine, Conformable Fractionnaire Kratzer models[64] pour les isotopes de Xénon et de Platine, Z(5) symmetry models [53] pour les isotopes de Platine uniquement. La comparaison est effectuée suivant différentes valeurs du paramètre fractionnaire dans le tableau 3 pour le Xénon 126, tableau 4 pour le Xénon 128, tableau 5 pour le Xénon 130, tableau 5 pour le Platine 192, tableau 6 pour le Platine 194, tableau 7 pour le Platine 196. En Physique nucléaire, l'obtention des données expérimentales dépend des phénomènes étudiés. Pour les noyaux chauds, l'idéal serait de disposer sur la totalité de l'espace entourant la cible des détecteurs capable d'identifier et de mesurer la totalité des produits de réaction, c'est à dire un ensemble de noyaux et de neutrons. Cet objectif ne peut pas être totalement atteint pour des raisons dont les évidences sont connues de zones mortes(enveloppe du détecteurs assez grand, le passage de la cible et du faisceau) mais aussi à cause des phénomènes d'interaction des particules avec la matière qui reposent essentiellement sur leur charge électrique où la mise en mouvement des particules chargées. Si le dispositif expérimentale favorise la détection des fragments de charge (noyaux), ce sera au détriment de celle des neutrons et inversement. Les deux dispositifs peuvent coexister mais au prix de couverture angulaire réduite pour chacun. Le choix de favoriser la détection des fragments chargés sur une grande couverture spatiale avait conduit à la construction et l'installation au Ganil, de multi-détecteurs dans une chambre vide [82].

Ainsi la bande de l'état fondamental est donnée en considérant $n = 0$ et $n_\omega = 0$, la bande γ , $n = 0$ et $n_\omega = 1$ pour les valeurs impaires de L , tandis que $n = 0$ et $n_\omega = 2$ pour les valeurs paires de L et la bande β quant à elle, est identifiée pour $n = 1$ et $n_\omega = 0$. Nous avons calculés les valeurs propres des énergies des états fondamentaux, ainsi que les états excités des différents noyaux de ^{192}Pt , ^{194}Pt , ^{196}Pt , ^{126}Xe , ^{128}Xe et ^{130}Pt . Pour avoir une bonne allure de la fonction du potentiel les paramètres A, B et k ont été déterminés. Ces paramètres ont été sélectionnés à partir d'un ajustement avec des données expérimentales, par une méthode appelée fitting. Ces valeurs sont répertoriés dans le tableau 1. Cependant dans tableau 2, nous présentons les différentes

TABLE 1 – Paramètres libres du potentiel de Kratzer ecran fractionnaire

Isotopes	A	B	k
^{126}Xe	-1.385	58	0.0014
^{128}Xe	-1.980	38	0.0014
^{130}Xe	-3	37	0.000014
^{192}Pt	-2.4	49	0.0014
^{194}Pt	-3	48	0.0014
^{196}Pt	-0.465	44	0.0014

valeurs des rapports des énergies de la bande de l'état fondamental (2_g^+ , 4_g^+ , 6_g^+ , 8_g^+ et 10_g^+), de la bande γ (2_γ^+ , 3_γ^+ , 4_γ^+ , 5_γ^+ , 6_γ^+ , 7_γ^+ et 8_γ^+) et la bande β (0_β^+ , 2_β^+ et 4_β^+) par rapport au premier état excité des isotopes de $^{192,194,196}\text{Pt}$. Par ailleurs, les différentes valeurs des facteurs de qualité de mesure σ des différents isotopes ont été présentées. Cet écart type est défini comme la déviation moyenne des prédictions théoriques par rapport aux données expérimentales. Il est donné par la relation suivante [45] :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (E_i(exp) - E_i(th))^2}{M}}, \quad (\text{III.5})$$

où $E_i(exp)$ et $E_i(th)$ représentent respectivement les énergies expérimentales et théoriques de niveau i et M le nombre des énergies de niveau considéré. Les prédictions de notre modèle sont comparées aux données expérimentale[68,67], au potentiel Z(5)-CFK [53], et au potentiel SKP[25].

Discutons à présent sur les différentes valeurs obtenues :

TABLE 2 – Comparaison de nos valeurs d'énergie pour le ^{126}Xe isotope, avec données expérimentales[67], SKP[25] avec parametre libre, Z(5)-CFK model[53] avec paramètre libre, Pour différentes valeurs du paramètre d'ordre fractionnaire.

^{126}Xe						
L_{band}	Z(5)-CFK[53]	Exp.[67]	SKP[25]	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
2_g^+	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4_g^+	2.479	2.424	2.485	2.478	2.479	2.479
6_g^+	4.234	4.207	4.255	4.229	4.232	4.234
8_g^+	6.078	6.267	6.126	6.068	6.073	6.079
10_g^+	7.875	8.645	7.960	7.858	7.867	7.877
12_g^+	9.543	10.999	9.673	9.519	9.533	9.547
14_g^+				11.013	11.032	11.051
2_γ^+	1.913	2.264	1.912	1.912	1.913	1.913
3_γ^+	2.751	3.391	2.758	2.749	2.750	2.751
4_γ^+	4.680	3.830	4.706	4.673	4.676	4.680
5_γ^+	4.894	4.898	4.923	4.887	4.891	4.894
6_γ^+	7.110	5.698	7.178	7.096	7.104	7.112
7_γ^+	6.948	6.848	7.012	6.934	6.941	6.949
8_γ^+	9.193	7.878	9.313	9.171	9.184	9.197
9_γ^+	8.824	9.059	8.933	8.803	8.815	8.827
0_β^+	3.385	3.381	3.493	3.361	3.692	4.009
2_β^+	4.169	4.319	4.229	4.127	4.436	4.732
4_β^+	5.336	5.255	5.334	5.269	5.546	5.812
σ	0.690		0.680	0.678	0.685	0.714

✱ Xenon 126 **Bande de l'état fondamental** Dans cette bande, pour les valeurs $\nu = 0, 8$ et

$\nu = 0, 9$, les valeurs théoriques de nos prédictions [27] sont meilleures par rapport à celle de [25]. **Bande γ** Pour la valeur $\nu = 0, 8$ nos résultats de nos valeurs théoriques de prédictions [27] sont meilleures par rapport à celle du modèle SKP[25]. **Bande β** A ce niveau les valeurs de nos prédictions[27] ne sont que pour les valeurs de L petit, pour les valeurs grandes elles ne sont plus bonnes par rapport à celles de [25]. Pour L qui augmente on constate a chaque fois que la valeur de l'énergie augmente également, la fonction de l'énergie est donc monotone.

TABLE 3 – Comparaison de nos valeurs d'énergie pour le ^{128}Xe isotope, avec données expérimentales[68], SKP[25] avec paramètre libre, Z(5)-CFK model[53] avec paramètre libre, Pour différentes valeurs du paramètre d'ordre fractionnaire.

^{128}Xe						
L_{band}	Z(5)-CFK[53]	Exp.[68]	SKP[25]	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
2_g^+	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4_g^+	2.398	2.333	2.422	2.402	2.402	2.403
6_g^+	3.941	3.922	4.026	3.955	3.958	3.961
8_g^+	5.445	5.674	5.622	5.473	5.479	5.887
10_g^+	6.806	7.597	7.098	6.852	6.862	6.875
12_g^+			8.013	8.052	8.068	8.085
14_g^+				9.073	9.093	9.116
2_γ^+	1.874	2.189	1.885	1.875	1.876	1.876
3_γ^+	2.644	3.228	2.676	2.649	2.650	2.652
4_γ^+	4.315	3.620	4.419	4.332	4.335	4.340
5_γ^+	4.493	4.508	4.607	4.511	5.515	4.520
6_γ^+	6.239	5.150	6.480	6.276	6.285	6.295
7_γ^+	6.116	6.165	6.346	6.152	6.160	6.170
8_γ^+				7.806	7.821	7.837
9_γ^+						
0_β^+	3.650	3.575	3.575	3.054	3.254	3.475
2_β^+	4.315	4.515	4.260	3.763	3.946	4.150
4_β^+				4.773	4.933	5.111
σ	0.480		0.494	0.529	0.499	0.477

✠ Xenon 128 **Bande de l'état fondamental**

Dans cette bande, on a pour les valeurs de $\nu = 0, 8$, $\nu = 0, 9$ et $\nu = 1$, les valeurs théorique des prédictions obtenues en[27] sont meilleures à celles de [25] .

Bande γ

Pour les faibles valeurs de L, les valeurs de prédictions du modèle SKP[25] sont meilleures par rapport à notre modèle [27] mais, pour les valeurs de L plus grande dans la même bande d'état nos valeurs sont meilleures.

Bande β

Nos valeurs de prédictions ne sont pas bonnes à ce niveau. Parce que très éloignées des résultats des valeurs expérimentales mais aussi et surtout de celles des autres modèles.

TABLE 4 – Comparaison de nos valeurs d'énergie pour le ^{130}Xe isotope, avec données expérimentales[69], SKP[25] avec paramètre libre, Z(5)-CFK model[53] avec paramètre libre, Pour différentes valeurs du paramètre d'ordre fractionnaire.

^{130}Xe						
L_{band}	Z(5)-CFK[53]	Exp.[69]	SKP[25]	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
2_g^+	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4_g^+	2.367	2.247	2.387	2.396	2.398	2.398
6_g^+	3.836	3.627	3.905	3.935	3.942	3.944
8_g^+	5.228	5.031	5.370	5.431	5.446	5.451
10_g^+	6.457	6.457	6.686	6.783	6.808	6.816
12_g^+	7.502	7.867	7.820	7.955	7.990	8.001
14_g^+		8.458	8.776	8.947	8.992	9.007
2_γ^+	1.858	2.093	1.868	1.873	1.874	1.874
3_γ^+	2.604	3.045	2.631	2.642	2.644	2.645
4_γ^+	1.185	3.373	4.271	4.307	4.316	4.318
5_γ^+	4.351	4.051	4.444	4.484	4.493	4.496
6_γ^+				6.220	6.240	6.246
7_γ^+				7.098	6.117	6.123
8_γ^+				7.716	7.748	7.759
9_γ^+						
0_β^+	3.400	3.446	3.141	3.033	3.504	3.655
2_β^+				3.749	4.182	4.321
4_β^+				4.763	5.144	5.268
σ	0.350		0.403	0.417	0.402	0.407

✠ Xenon 130

Bande de l'état fondamental

Ici, nos valeurs théorique de prédictions[27] ne sont pas bonnes par rapport à celui du modèle SPK[25].

Bande γ Pour les faibles valeurs de L nos valeurs théorique de prediction [27] sont meilleures par rapport à celles du modèle théorique de prédictions SPK[25].

✠ Platine 192 **Bande de l'état fondamental** Dans cette bande pour les faibles valeurs de L, nos prédictions théoriques associées à notre modèle [27] sont meilleures que celle du modèle SKP [25].

Bande γ

Ici, pour les valeurs L, nos résultats théoriques de prédictions [27] sont meilleures ou égal à celle du modèle SKP[25].

Bande β Pour $\nu = 1$ et pour des faibles valeurs du paramètre , ainsi que pour des valeurs intermédiaires, les résultats de notre modèle[27] sont meilleures à celle du modèle [25].

✠ Platine 194

Bande de l'état fondamental

Dans cette bande, nos valeurs théorique de prédictions[27] ne sont pas bonnes par rapport à

TABLE 5 – Comparaison de nos valeurs d'énergie pour l'isotope de ^{192}Pt , avec les valeurs expérimentales [64], le modèle SKP [25] à trois paramètres, le modèle Z(5)-CFK [53] à trois paramètres, le modèle Z(5)[21] à deux paramètres, Pour des différentes valeurs du paramètre d'ordre fractionnaire.

^{192}Pt							
L_{band}	Exp.[64]	Z(5)[21]	SKP[25]	Z(5)-CFK[53]	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
2_g^+	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4_g^+	2.479	2.350	2.482	2.454	2.449	2.450	2.451
6_g^+	4.314	3.984	2.522	4.140	4.124	4.128	4.131
8_g^+	6.377	5.877	6.099	5.868	5.835	5.843	5.850
10_g^+	8.624	8.019	7.912	7.512	7.456	7.469	7.482
12_g^+		10.400			8.922	8.941	8.960
14_g^+					10.210	10.230	10.260
2_γ^+	1.935	1.837	1.900	1.901	1.899	1.899	1.900
3_γ^+	2.910	2.597	2.714	2.717	2.712	2.713	2.714
4_γ^+	3.795	4.420	4.550	4.561	4.542	4.546	4.551
5_γ^+	4.682	4.634	4.751	4.763	4.742	4.747	4.752
6_γ^+	5.905	7.063	6.792	6.818	6.772	6.782	6.793
7_γ^+	6.677	6.869	6.644	6.669	6.625	6.635	6.645
8_γ^+	8.186	9.864	8.652	8.694	8.617	8.635	8.653
9_γ^+		9.318					
0_β^+	3.776	3.913	4.078	3.880	3.282	3.615	3.936
2_β^+	4.547	5.697	4.776	4.600	4.029	4.339	4.637
4_β^+	6.110	7.962	5.801	5.658	5.122	5.399	5.667
σ		0.824	0.403	0.490	0.561	0.504	0.480

celui des valeurs du modèle de prédiction SKP [25].

Bande γ

Ici nos valeurs sont meilleures [27] sur certaine valeurs intermédiaires (6+), cependant le modèle SKP [25] présente les meilleures valeurs de prédictions théoriques dans tous les autres cas.

Bande β

À ce niveau les résultats du modèle SKP[25] se sont vus amélioré par rapport à celle de notre modèle [27].

✂ **Platine 196 Bande de l'état fondamental** Pour les faibles valeurs de L nos prédictions [27] sont meilleures que celles du modèle SKP[25] et pour les valeurs de L grand elles sont acceptables.

Bande γ

A ce niveau nos valeurs de prédictions théoriques [27] sont aussi acceptables par rapport au modèle SKP[25].

Bande β

TABLE 6 – Comparaison de nos valeurs d'énergie pour l'isotope de ^{194}Pt , avec les valeurs expérimentales [65], le modèle SKP [25] à trois paramètres et le modèle Z(5)-CFK [53] à trois paramètres, pour des différentes valeurs du paramètre d'ordre fractionnaire.

^{194}Pt						
L_{band}	Z(5)-CFK[53]	Exp.[65]	SKP[25]	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
2_g^+	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4_g^+	2.450	2.470	2.452	2.446	2.447	2.448
6_g^+	4.127	4.299	4.133	4.111	4.114	4.118
8_g^+	5.840	6.392	5.855	5.805	5.813	5.821
10_g^+	7.465	8.671	7.491	7.405	7.419	7.432
12_g^+				8.847	8.867	8.887
14_g^+				10.110	10.130	10.160
2_γ^+	1.899	1.894	1.896	1.897	1.897	1.898
3_γ^+	2.713	2.809	2.715	2.707	2.708	2.709
4_γ^+	4.545	3.743	4.522	4.525	4.530	4.534
5_γ^+	4.746	4.563	4.755	4.723	4.728	4.733
6_γ^+	6.779	5.863	6.723	6.730	6.741	6.752
7_γ^+				6.586	6.596	6.606
8_γ^+	8.629	8.186	8.538	8.548	8.567	8.585
9_γ^+						
0_β^+	3.841	3.858	3.687	3.289	3.626	3.950
2_β^+	4.559	4.603	4.394	4.033	4.346	4.648
4_β^+	5.612	5.817	5.432	5.119	5.399	5.670
σ	0.520		0.496	0.576	0.521	0.500

A ce niveau nos valeurs prédictions théoriques [27] sont aussi acceptables par rapport au modèle SKP[25].

III.2.1 Relation intra et inter-bande

Dans cette section, quelques notions de bases sur les calculs des ratios B(E2) intra et inter-bande sont présentées. Ces ratios sont obtenues à partir des différentes transitions et en fonction des valeurs disponibles telles que représentées dans les tableaux ci-dessous, la comparaison de ces résultats obtenus à partir de notre potentiel sont comparés avec les données expérimentales pour les isotopes du platine. Les transitions quadrupôlaires observées ici sont les suivantes :

- état fondamental \rightarrow état fondamental,
- γ -pair \rightarrow état fondamental,
- γ -impair \rightarrow état fondamental,
- γ -pair \rightarrow γ -pair,
- γ -impair \rightarrow γ -impair,
- γ -impair \rightarrow γ -pair et
- $\beta \rightarrow \beta$.

TABLE 7 – Comparaison de nos valeurs d'énergie pour l'isotope de ^{196}Pt , avec les valeurs expérimentales [66], le modèle SKP [25] à trois paramètres et le modèle Z(5)-CFK [53] à trois paramètres, pour des différentes valeurs du paramètre d'ordre fractionnaire.

^{196}Pt						
L_{band}	Z(5)-CFK[53]	Exp.[66]	SKP[25]	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
2_g^+	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4_g^+	2.429	2.464	2.446	2.432	2.432	2.433
6_g^+	4.049	4.290	4.112	4.063	4.064	4.064
8_g^+	5.672	6.333	5.807	5.704	5.705	5.706
10_g^+	7.180	8.558	7.409	7.240	7.239	7.238
12_g^+				8.615	8.610	8.607
14_g^+				9.818	9.806	9.796
2_γ^+	1.889	1.936	1.897	1.890	1.890	1.891
3_γ^+	2.684	2.854	2.707	2.689	2.689	2.690
4_γ^+	4.448	3.636	4.526	4.466	4.467	4.468
5_γ^+	4.639	4.525	4.725	4.659	4.659	4.460
6_γ^+	6.547	5.644	6.734	6.594	6.594	6.594
7_γ^+				6.455	6.455	6.455
8_γ^+	8.243	7.730	8.555	8.331	8.327	8.324
9_γ^+						
0_β^+	2.935	3.192	3.506	2.493	2.705	2.904
2_β^+	3.693	3.828	4.212	3.245	3.434	3.612
4_β^+	4.788	4.318	5.245	4.335	4.494	4.642
σ	0.580		0.624	0.598	0.573	0.561

Il est important de savoir que les résultats du tableau 3 ont été obtenus en utilisant les règles de sélections imposées par les Coefficients de Clebsch-Gordan (CCG), c'est-à-dire que les transitions permises sont celles qui vérifient l'équation $\Delta\zeta = \pm 2$. Afin d'évaluer ces transitions permises, on calcule la valeur de $\Delta\zeta = \zeta_f - \zeta_i$. Les paramètres fixes pour chacune des bandes sont :

- l'état fondamental (gsb) par $(n, n_\omega, n_\gamma) = (0, 0, 0)$,
- la bande γ pour les valeurs paires de L s'obtient avec $(n, n_\omega, n_\gamma) = (0, 2, 0)$,
- la bande γ pour les valeurs impaires de L s'obtient avec $(n, n_\omega, n_\gamma) = (0, 1, 0)$
- la bande β s'identifie pour $(n, n_\omega, n_\gamma) = (1, 0, 0)$.

• Les transitions $(4_{0,0} \rightarrow 2_{0,0})$ et $(7_{0,1} \rightarrow 6_{0,2})$ sont des exemples de transitions permises par la règle de sélection des CCG. En effet, $\zeta_i = L_i - (n_\omega)_i$ et $\zeta_f = L_f - (n_\omega)_f$

- $(4_{0,0} \rightarrow 2_{0,0}) : \zeta_i = 4 - 0 = 4, \zeta_f = 2 - 0 = 2$ et on trouve $\Delta\zeta = 2$,
- $(7_{0,1} \rightarrow 6_{0,2}) : \zeta_i = 7 - 1 = 6, \zeta_f = 6 - 2 = 4$ et on trouve $\Delta\zeta = 2$.

• Les transitions $(0_{1,0} \rightarrow 2_{0,2})$ et $(3_{0,1} \rightarrow 2_{0,0})$ sont des exemples de transitions non permises par la règle de sélection des CCG. En effet, $\zeta_i = L_i - (n_\omega)_i$ et $\zeta_f = L_f - (n_\omega)_f$

- $(0_{1,0} \rightarrow 2_{0,2}) : \zeta_i = 0 - 0 = 0, \zeta_f = 2 - 2 = 0$ et on trouve $\Delta\zeta = 0$,
- $(3_{0,1} \rightarrow 2_{0,0}) : \zeta_i = 2 - 0 = 2, \zeta_f = 3 - 1 = 2$ et on trouve $\Delta\zeta = 0$.

En outre, la transition d'une bande f à une bande i est dite non permise si l'énergie de tran-

sition est insuffisante ou très grande pour se retrouver au niveau indiqué.

III.3 Calculs des Différentes déformations des isotopes de Platine et de Xenon

Pour évaluer la déformation nous avons calculer les différent moment de transition dipolaire de chaque isotopes et les résultats sont donnés et commentés par les tableaux suivant :

Tableau 8

Nous présentons dans ce tableau les différentes valeurs des transitions de l'isotope ^{126}Xe calculées puis comparées avec les données expérimentales.

- Les transitions de l'état fondamental à l'état fondamental :

Dans cette gamme de transition $4_{0,0} \rightarrow 2_{0,0}$ à $14_{0,0} \rightarrow 12_{0,0}$, les valeurs obtenues croissent à partir de la valeur minimale de 1,401 à 2,189 pour cet isotope toutes les données ne figurent pas dans la littérature.

- Pour $\nu = 0.8$ les valeurs de nos transitions vont de 1,401 à 2,189 ils sont meilleures par rapport à celle obtenu avec le potentiel SKP[25] et aussi par rapport à la symétrie Z(5)[53].

- Pour $\nu = 0.9$ les valeurs de nos transitions vont de 1,449 à 2,209 nous constatons que notre modèle est en accord avec la littérature car nos résultats sont inférieure d'une manière générale au modèle SKP [25] et à la symétrie Z(5)[53].

- Pour $\nu = 1$ nos valeurs vont de 1,471 à 2,214 ce qui confirme également la règle puisque nos valeurs reste inférieures à celle obtenu avec le modèle SKP[25] et la symétrie Z(5)[53].

- Transition γ -pair à l'état fondamental

- Pour $\nu = 0.8$, les valeurs de nos transitions vont de 0,692 à 0,138 donc elles décroissent et sont inférieures à celles obtenues avec SKP[25] et la symétrie Z(5)[53]

- Pour $\nu = 0.9$ les valeurs restent inférieures par rapport aux valeurs des autres modèles

- Transition γ -impair à l'état fondamental

- Pour $\nu = 0.8$, les valeurs de nos transitions décroissent de 1,002 à 0,613, elles sont nettement plus petites que celles des modèles SKP[25] et de la symétrie Z(5)[53]

- Avec la valeur $\nu = 0.9$ ces valeurs gardent les mêmes tendances avec ces différents modèles.

- Pour $\nu = 1$ les valeurs restent en accord avec la littérature

- Transition γ -pair γ -pair

- Pour $\nu = 0.8$, les valeurs vont de 0,324 à 2,379 donc elles décroissent pour L petit nos valeurs sont plus petites par rapport aux modèles SKP[25] et à la symétrie Z(5)[53].

- Pour $\nu = 0.9$ les valeurs sont nettement plus petites

- Pour $\nu = 1$, ces valeurs restent en accord avec ceux trouvés dans la littérature

- Transition γ -impair γ -impair

- Pour $\nu = 0.8$ les valeurs de notre modèle [27] vont de 1,197 à 2,890 donc elles croissent et comme nous pouvons le constater elles sont inférieures à celles des modèles SKP[25] et Z(5)[53]

- pour $\nu = 0.9$ ces valeurs restent nettement inférieures par rapport aux modèles cités.

- Transition γ -impair γ -pair

- Pour $\nu = 0.8$, les valeurs vont de 1,058 à 1,929 donc évoluent de façon croissante et on constate aussi qu'elles sont nettement plus petites par rapport aux valeurs du modèle SKP[25] et Z(5)-CFK[53]

TABLE 8 – Comparaison de nos prédictions des taux de transition B(E2) pour le noyau atomique ^{126}Xe , avec données expérimentales [67], Z(5)-CFK[53] et SKP[25] à différentes valeurs du paramètre d'ordre fractionnaire. Dans nos calculs B(E2) sont normalisées à B(E2 : $2_{0,0} \rightarrow 0_{0,0}$).

		^{126}Xe						
$L_{n,n_\omega}^{(i)}$	\longrightarrow	$L_{n,n_\omega}^{(f)}$	Z(5)-CFK[53]	Exp.[65]	SKP[25]	Our($\nu = 0.8$)	Our($\nu = 0.9$)	Our($\nu = 1$)
4 _{0,0}	\longrightarrow	2 _{0,0}	1.603		1.472	1.401	1.449	1.471
6 _{0,0}	\longrightarrow	4 _{0,0}	2.451		1.828	1.796	1.812	1.829
8 _{0,0}	\longrightarrow	6 _{0,0}	3.491		1.976	1.902	1.967	1.975
10 _{0,0}	\longrightarrow	8 _{0,0}			2.034	1.993	1.999	2.036
12 _{0,0}	\longrightarrow	10 _{0,0}			2.025	2.004	2.009	2.025
14 _{0,0}	\longrightarrow	12 _{0,0}			2.215	2.189	2.209	2.214
2 _{0,2}	\longrightarrow	2 _{0,0}	1.618		0.759	0.692	0.730	0.762
4 _{0,2}	\longrightarrow	4 _{0,0}	0.386			0.302	0.321	0.341
6 _{0,2}	\longrightarrow	6 _{0,0}	0.251		0.219	0.185	0.201	0.220
8 _{0,2}	\longrightarrow	8 _{0,0}			0.178	0.138	0.163	0.177
3 _{0,1}	\longrightarrow	4 _{0,0}	1.339		1.013	1.002	1.009	1.014
5 _{0,1}	\longrightarrow	6 _{0,0}	1.266		0.777	0.694	0.744	0.777
7 _{0,1}	\longrightarrow	8 _{0,0}	1.344		0.702	0.672	0.694	0.701
9 _{0,1}	\longrightarrow	10 _{0,0}			0.633	0.613	0.622	0.634
4 _{0,2}	\longrightarrow	2 _{0,2}	0.774		0.360	0.324	0.351	0.361
6 _{0,2}	\longrightarrow	4 _{0,2}	1.413		1.218	1.192	1.212	1.219
8 _{0,2}	\longrightarrow	6 _{0,2}	3.021		2.431	2.379	2.420	2.433
5 _{0,1}	\longrightarrow	3 _{0,1}	1.404		1.223	1.197	1.213	1.222
7 _{0,1}	\longrightarrow	5 _{0,1}	2.636		2.030	2.010	2.021	2.030
9 _{0,1}	\longrightarrow	7 _{0,1}	4.335		2.907	2.890	2.901	2.908
3 _{0,1}	\longrightarrow	2 _{0,2}	2.278		1.084	1.058	1.071	1.083
5 _{0,1}	\longrightarrow	4 _{0,2}	1.766		1.575	1.529	1.562	1.572
7 _{0,1}	\longrightarrow	6 _{0,2}	2.302		1.939	1.928	1.931	1.938

- Pour $\nu = 0.9$ ont constate les similitudes
- Pour $\nu = 1$ ont voit que les valeurs de notre modèle reste en accord avec ceux de la littérature car sont toujours plus petite que celle des autres modèles.

Tableau 9

Nous présentons dans ce tableau les différentes valeurs des transitions de l'isotope ^{128}Xe calculées puis comparées avec les données expérimentales.

- Les transitions état fondamentale état fondamentale
 - Pour $\nu = 0, 8$ nos valeurs[27] vont de 1,469 à 2,991 donc elles croissent, de plus elles se rapprochent plus des données expérimentales par rapport au modèle SKP[25].
 - Pour $\nu = 0, 9$, les valeurs reste nettement meilleures par rapport au modèle SKP[25].
 - Pour $\nu = 1$, Ces valeurs restent en accord avec la littérature car nettement meilleures que celles du modèle SKP[25].
- Les transitions γ -pair à l'état fondamentale
 - Pour $\nu = 0, 8$ les valeurs vont de 0,690 à 0,143 donc décroissent nettement, pour les faibles valeurs de L, nos valeurs se rapprochent plus des données expérimentales que celles des autres modèles et pour les valeurs fortes du paramètre L dans la même bande nos valeurs sont plus petites que celles des autres modèles notamment SKP [25] et Z(5)-CFK[53].
 - Pour $\nu = 0, 9$ la tendance reste la même puisque les résultats sont plus proches des données expérimentales pour L petit et ont les valeurs encore plus petites pour L grand.
 - Pour $\nu = 1$, la règle se trouve confirmée car les valeurs restent petites à ce niveau par rapport à celle du modèle SKP[25]
- Les transitions γ -impair à l'état fondamental
 - pour $\nu = 0, 8$, les valeurs vont de 0,997 à 0,648 donc décroissent nettement, pour L petit nos valeurs [27] se trouve amélioré par rapport à celle du modèle SKP[25] et pour L grand se sont vues réduites
 - Pour $\nu = 0, 9$ nos valeurs se trouvent nettement améliorées par rapport à celles des autres modèles car les valeurs sont plus petites dans cette bande.
 - pour $\nu = 1$, la règle se trouve confirmée car nos valeurs restent plus petites que celles du modèle SKP[25].
- Les transitions γ -pair γ -pair
 - Pour $\nu = 0, 8$, les valeurs vont de 0,359 à 2,785 donc décroissent naturellement, de plus nos valeurs [27] se trouvent plus réduites que celles des modèles SKP[25] et Z(5)-CFK[53]
 - Pour $\nu = 0, 9$, les valeurs se trouvent toujours plus réduites que celles des modèles cités quelque soit la valeur de L dans cette bande.
 - Pour $\nu = 1$, nos valeurs restent en accord avec la littérature car justement plus petites que celles du modèle SKP[25].
- Les transitions γ -impair γ -impair
 - Pour $\nu = 0, 8$, nos valeurs vont de 1,235 à 3,394 et de plus les valeurs de notre modèle[27] sont largement plus petites que celles des modèles Z(5)[53] et SKP[25] comme l'indique le tableau 9.

TABLE 9 – Comparaison de nos prédictions des taux de transition B(E2) pour le noyau atomique ^{128}Xe , avec données expérimentales [68], Z(5)-CFK[53] et SKP[25] à différentes valeurs du paramètre d'ordre fractionnaire. Dans nos calculs B(E2) sont normalisées à B(E2 : $2_{0,0} \rightarrow 0_{0,0}$)

		^{128}Xe						
$L_{n,n_\omega}^{(i)}$	\longrightarrow	$L_{n,n_\omega}^{(f)}$	Z(5)-CFK[53]	Exp.[66]	SKP[25]	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
4 _{0,0}	\longrightarrow	2 _{0,0}	1.603	1.468	1.481	1.469	1.477	1.480
6 _{0,0}	\longrightarrow	4 _{0,0}	2.442	1.941	1.883	1.842	1.866	1.882
8 _{0,0}	\longrightarrow	6 _{0,0}	3.442	2.388	2.168	2.149	2.162	2.170
10 _{0,0}	\longrightarrow	8 _{0,0}		2.737	2.493	2.472	2.489	2.497
12 _{0,0}	\longrightarrow	10 _{0,0}			2.928	2.893	2.904	2.926
14 _{0,0}	\longrightarrow	12 _{0,0}			3.012	2.991	2.998	3.015
2 _{0,2}	\longrightarrow	2 _{0,0}	1.625	1.194	0.772	0.690	0.743	0.774
4 _{0,2}	\longrightarrow	4 _{0,0}	0.382			0.338	0.344	0.358
6 _{0,2}	\longrightarrow	6 _{0,0}	0.244		0.240	0.219	0.229	0.241
8 _{0,2}	\longrightarrow	8 _{0,0}			0.160	0.143	0.152	0.159
3 _{0,1}	\longrightarrow	4 _{0,0}	1.351		1.010	0.997	1.005	1.011
5 _{0,1}	\longrightarrow	6 _{0,0}	1.266		0.787	0.779	0.782	0.788
7 _{0,1}	\longrightarrow	8 _{0,0}	1.314		0.702	0.688	0.694	0.701
9 _{0,1}	\longrightarrow	10 _{0,0}			0.691	0.648	0.669	0.688
4 _{0,2}	\longrightarrow	2 _{0,2}	0.759		0.375	0.359	0.368	0.374
6 _{0,2}	\longrightarrow	4 _{0,2}	1.375		1.348	1.312	1.323	1.345
8 _{0,2}	\longrightarrow	6 _{0,2}	2.858		2.801	2.785	2.793	2.801
5 _{0,1}	\longrightarrow	3 _{0,1}	1.390		1.296	1.235	1.251	1.291
7 _{0,1}	\longrightarrow	5 _{0,1}	2.575		2.255	2.231	2.242	2.256
9 _{0,1}	\longrightarrow	7 _{0,1}	4.125		3.415	3.394	3.402	3.412
3 _{0,1}	\longrightarrow	2 _{0,2}	2.293		1.136	1.112	1.126	1.135
5 _{0,1}	\longrightarrow	4 _{0,2}	1.764		1.739	1.701	1.721	1.738
7 _{0,1}	\longrightarrow	6 _{0,2}	2.235		2.208	2.197	2.201	2.207

- Pour $\nu = 0, 9$, les valeurs se trouvent plus réduites que celles des modèles évoqués ceci quelque soit les valeurs du paramètre L.

- Pour $\nu = 1$, les valeurs restent en accord avec celle de la littérature car celle ci restent toujours inférieures à celles des autres modèles.

- Les transitions γ -impair γ -pair

- Pour $\nu = 0, 8$, les valeurs vont de 1,112 à 2,197 donc croissent nettement de plus elles sont largement inférieures à celle des modèles SKP[25] et Z(5)-CFK[53]

- Pour $\nu = 0, 9$, les valeurs se trouvent davantage réduites que celles des autres modèles quelque soit la valeur du paramètre L dans cette bande.

- Pour $\nu = 1$, les valeurs se trouvent de justesse inférieures à celles du modèle SKP[25]

Enfin pour le Tableau 9 nos valeurs décrivent mieux le phénomène de déformation que celles des modèles SKP[25] et Z(5)-CFK[53]

Tableau 10

Nous présentons dans ce tableau les différentes valeurs des transitions de l'isotope ^{130}Xe calculées puis comparées avec les données expérimentales.

- Transitions état fondamentale état fondamentale

- Pour $\nu = 0, 8$, nos valeurs [27] vont de 1,411 à 2,998 donc elles croissent nettement. A ce niveau elles ne se rapprochent pas des valeurs de référence Z(5)-CFK par rapport aux valeurs du modèle SKP[25]. Mais à chaque fois les valeurs se trouvent réduites par rapport au modèle SKP[25].

- Pour $\nu = 0, 9$, nos valeurs restent nettement plus réduites par rapport aux modèles Z(5)-CFK[53] et SKP[25].

- Pour $\nu = 1$, la tendance se confirme parceque, même à ce niveau les valeurs sont davantage plus petite que celle du modèle SKP[25].

- Transitions γ -paire à l'état fondamentale

- Pour $\nu = 0, 8$, les valeurs vont de 0,723 à 0,111 donc elles décroissent nettement, de plus elles sont plus petites que celles des valeurs des autres modèles notamment Z(5)-CFK[53] et SKP[25].

- Pour $\nu = 0, 9$ la tendance reste confirmée car nos valeurs sont toujours plus petites que celles du modèle SKP[25] ceci tout au long de la bande concernée.

- Pour $\nu = 1$, les valeurs obtenues par notre modèle [27] restent en accord avec la littérature car nos valeurs restent plus petites que celles du modèle SKP[25].

- Transitions γ -impaire état fondamentale

- Pour $\nu = 0, 8$, les valeurs vont de 0,998 à 0,697 donc décroissent nettement de plus sont nettement plus petites que celles des modèle Z(5)-CFK [53] et SKP [25] ceci tout au long de la bande.

- Pour $\nu = 0, 9$ les valeurs vont de 1,001 à 0,703 donc décroissent, ces valeurs sont nettement plus petites que celles des modèles Z(5)-CFK[53] et SKP[25].

- Pour $\nu = 1$ les valeurs vont de 1,002 à 0,707 donc décroissent et semble toujours être en accord avec la littérature et aussi les autres modèles.

- Transitions γ -paire γ -paire

TABLE 10 – Comparaison de nos prédictions des taux de transition B(E2) pour le noyau atomique ^{130}Xe , avec données expérimentales [69], Z(5)-CFK[53] et SKP[25] à différentes valeurs du paramètre d'ordre fractionnaire. Dans nos calculs B(E2) sont normalisées à B(E2 : $2_{0,0} \rightarrow 0_{0,0}$).

^{130}Xe								
$L_{n,n_\omega}^{(i)}$	\longrightarrow	$L_{n,n_\omega}^{(f)}$	Z(5)-CFK[53]	Exp.[69]	SKP[25]	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
4 _{0,0}	\longrightarrow	2 _{0,0}	1.630		1.457	1.411	1.439	1.456
6 _{0,0}	\longrightarrow	4 _{0,0}	2.539		1.811	1.781	1.795	1.810
8 _{0,0}	\longrightarrow	6 _{0,0}	3.665		2.043	1.990	1.995	2.041
10 _{0,0}	\longrightarrow	8 _{0,0}		0.045	2.299	2.192	2.233	2.291
12 _{0,0}	\longrightarrow	10 _{0,0}			2.628	2.594	2.613	2.627
14 _{0,0}	\longrightarrow	12 _{0,0}			3.028	2.998	2.999	3.021
2 _{0,2}	\longrightarrow	2 _{0,0}	1.653		0.784	0.723	0.748	0.783
4 _{0,2}	\longrightarrow	4 _{0,0}	0.396			0.369	0.371	0.376
6 _{0,2}	\longrightarrow	6 _{0,0}	0.256		0.260	0.210	0.241	0.258
8 _{0,2}	\longrightarrow	8 _{0,0}			0.120	0.111	0.115	0.119
3 _{0,1}	\longrightarrow	4 _{0,0}	1.403		1.001	0.998	1.001	1.002
5 _{0,1}	\longrightarrow	6 _{0,0}	1.351	0.342	0.784	0.689	0.734	0.781
7 _{0,1}	\longrightarrow	8 _{0,0}	1.437		0.707	0.682	0.694	0.708
9 _{0,1}	\longrightarrow	10 _{0,0}			0.709	0.697	0.703	0.707
4 _{0,2}	\longrightarrow	2 _{0,2}	0.776		0.384	0.363	0.377	0.383
6 _{0,2}	\longrightarrow	4 _{0,2}	1.464		1.454	1.431	1.448	1.453
8 _{0,2}	\longrightarrow	6 _{0,2}	3.144		3.178	3.142	3.163	3.174
5 _{0,1}	\longrightarrow	3 _{0,1}	1.447		1.328	1.299	1.315	1.326
7 _{0,1}	\longrightarrow	5 _{0,1}	2.761		2.367	2.343	2.358	2.366
9 _{0,1}	\longrightarrow	7 _{0,1}	4.539		3.367	3.319	3.341	3.365
3 _{0,1}	\longrightarrow	2 _{0,2}	2.366		1.181	1.167	1.174	1.180
5 _{0,1}	\longrightarrow	4 _{0,2}	1.892		1.908	1.877	1.898	1.907
7 _{0,1}	\longrightarrow	6 _{0,2}	2.468		2.544	2.519	2.531	2.542

- Pour $\nu = 0,8$ les valeurs vont de 0,363 à 3,142 donc les valeurs croissent nettement, de plus nos valeurs semblent être plus petite que celles des valeurs des autres modèles.

- Pour $\nu = 0,9$ les valeurs vont de 0,377 à 3,163 donc croissent nettement de plus semblent être plus petites que celle des autres modèles Z(5)-CFK[53] et SKP[25].

- Pour $\nu = 1$ la règle se confirme, en effet les valeurs restent plus petites que celle du modèle SKP[25]

- Transitions γ -impaire γ -paire

- Pour $\nu = 0,8$ les valeurs vont de 1,299 à 3,319 croissent d'une part et de 1,167 à 2,519 croissent d'autre part, ici les valeurs sont plus petite que celle des autres modèles Z(5)-CFK[53] et SKP[25].

- Pour $\nu = 0,9$ la tendance semble se respecter car ces valeurs sont davantage plus petites que celle du modèle SKP[25]

- Pour $\nu = 1$ les résultats restent en accord avec celui trouvé dans la littérature car reste plus petites que celui du modèle SKP[25]

Tableau 11

Nous présentons dans ce tableau les différentes valeurs des transitions de l'isotope ^{192}Pt calculées puis comparées avec les données expérimentales.

- Les transitions état fondamentale à état fondamentale

- Pour $\nu = 0,8$ les valeurs vont de 1,469 à 2,691 donc augmente de manière croissante pour L petit nos valeurs ne sont pas bonnes par rapport aux valeurs expérimentales, cependant pour L grand nos valeurs sont plus petite par rapport à celles du modèle SKP[25].

- Pour $\nu = 0,9$ les valeurs vont de 1,481 à 2,694 donc croissent, de plus les valeurs sont plus petites par rapport à celle du modèle Z(5)-CFK[53] et SKP[25].

- Pour $\nu = 1$ les valeurs de notre modèle [27] se trouvent toujours en accord avec celles de la littérature car ces valeurs sont toujours plus petites que celle du modèle SKP[25].

- Les transitions γ -paire état fondamentale

- Pour $\nu = 0,8$ les valeurs vont de 0,734 à 0,151 donc elles décroissent, de plus pour L petit nos valeurs ne sont pas bonnes par rapport à celui du modèle SKP[25].

- Pour $\nu = 0,9$ les valeurs vont de 0,751 à 0,168 donc les valeurs décroissent, de plus elles sont plus petites que celles des modèles Z(5)-CFK[53] et SKP[25]

- Pour $\nu = 1$ les valeurs de notre modèle [27] semblent rester en accord avec les valeurs du modèle de référence Z(5)-CFK[53] et reste toujours plus que celles du modèle SKP[25].

- Les transitions γ -impaire état fondamentale

- Pour $\nu = 0,8$ les valeurs vont de 0,991 à 0,651 donc décroissent, pour les valeurs sont proches des données expérimentales que celles des autres modèles, pour les valeurs grande du paramètre L nos valeurs sont plus petite que celle du modèle SKP[25]

- Pour $\nu = 0,9$ les valeurs vont de 0,997 à 0,659 donc décroissent, de plus pour L faible nos valeurs se rapprochent plus des données expérimentale que celles des autres modèles, pour L grand nos valeurs [27] sont beaucoup plus petite que celles du modèle SKP[25].

- Pour $\nu = 1$ les valeurs vont de 1,014 à 0,664 donc décroissent nettement, et ses valeurs sont toujours plus petite que celle du modèle SKP[25].

TABLE 11 – Comparaison de nos prédictions des taux de transition B(E2) pour le noyau atomique ^{192}Pt , avec données expérimentales [64], Z(5)-CFK[53] et SKP[25] à différentes valeurs du paramètre d'ordre fractionnaire. Dans nos calculs B(E2) sont normalisées à $B(E2 : 2_{0,0} \rightarrow 0_{0,0})$.

		^{192}Pt						
$L_{n,n_\omega}^{(i)}$	\longrightarrow	$L_{n,n_\omega}^{(f)}$	Z(5)-CFK[53]	Exp.[64]	SKP[25]	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
4 _{0,0}	\longrightarrow	2 _{0,0}	1.576	1.556	1.497	1.469	1.481	1.496
6 _{0,0}	\longrightarrow	4 _{0,0}	2.350	1.224	1.933	1.889	1.912	1.932
8 _{0,0}	\longrightarrow	6 _{0,0}	3.238		2.250	2.185	2.234	2.249
10 _{0,0}	\longrightarrow	8 _{0,0}			2.598	2.519	2.569	2.598
12 _{0,0}	\longrightarrow	10 _{0,0}				2.615	2.641	2.663
14 _{0,0}	\longrightarrow	12 _{0,0}				2.691	2.694	2.701
2 _{0,2}	\longrightarrow	2 _{0,0}	1.596	1.905	0.761	0.734	0.751	0.760
4 _{0,2}	\longrightarrow	4 _{0,0}	0.369			0.314	0.333	0.341
6 _{0,2}	\longrightarrow	6 _{0,0}	0.233		0.220	0.211	0.214	0.219
8 _{0,2}	\longrightarrow	8 _{0,0}			0.171	0.151	0.168	0.170
3 _{0,1}	\longrightarrow	4 _{0,0}	1.297	0.664	1.016	0.991	0.997	1.014
5 _{0,1}	\longrightarrow	6 _{0,0}	1.184		0.787	0.761	0.776	0.786
7 _{0,1}	\longrightarrow	8 _{0,0}	1.203		0.691	0.664	0.681	0.690
9 _{0,1}	\longrightarrow	10 _{0,0}			0.665	0.651	0.659	0.664
4 _{0,2}	\longrightarrow	2 _{0,2}	0.746		0.365	0.342	0.353	0.366
6 _{0,2}	\longrightarrow	4 _{0,2}	1.297		1.239	1.199	2.215	2.238
8 _{0,2}	\longrightarrow	6 _{0,2}	2.623		2.442	2.401	2.428	2.441
5 _{0,1}	\longrightarrow	3 _{0,1}	1.338		1.255	1.202	1.228	1.254
7 _{0,1}	\longrightarrow	5 _{0,1}	2.410		2.121	2.098	2.112	2.122
9 _{0,1}	\longrightarrow	7 _{0,1}	3.779		3.118	3.094	3.108	3.117
3 _{0,1}	\longrightarrow	2 _{0,2}	2.218	1.783	1.091	0.994	1.033	1.093
5 _{0,1}	\longrightarrow	4 _{0,2}	1.643		1.577	1.531	1.552	1.576
7 _{0,1}	\longrightarrow	6 _{0,2}	2.030		1.904	1.884	1.897	1.904

- Les transitions γ -paire γ -paire
 - Pour $\nu = 0, 8$ les valeurs vont de 0,342 à 2,401 donc croissent, de plus nos valeurs [27] sont nettement plus petite que celles du modèle SKP[25]
 - Pour $\nu = 0, 9$ nos valeurs vont de 0,353 à 2,428 donc croissent et de plus et de plus nos valeurs restent plus petites que celle du modèle SKP[25]
 - Pour $\nu = 1$ les valeurs vont de 0,366 à 2,441 donc croissent et de plus ces valeurs restent en accord avec celles des autres modèle car sont plus petite que celle du modèle SKP[25]
- Les transitions γ -impaire γ -impaire
 - Pour $\nu = 0, 8$ nos valeurs vont de 1,202 à 3,094 donc croissent, de plus elles sont plus petite que celle des modèle Z(5)-CFK [53] et SKP[25]
 - Pour $\nu = 0, 9$ les valeurs vont de 1,228 à 3,108 donc croissent, de plus ces valeurs sont nettement plus petites que celle du modèle SKP[25]
 - Pour $\nu = 1$ les valeurs vont de 1,254 à 3,117 donc croissent et ces valeurs restent en accord avec ceux des autres modèles car plus petite que celle du modèle SKP[25].
- Les transitions γ -impaire γ -paire
 - Pour $\nu = 0, 8$, les valeurs vont de 0,994 à 1,884 donc croissent, de plus pour L petit nos valeurs ne sont pas bonnes par rapport aux données expérimentale, cependant pour L grand nos valeurs sont plus petites que celles des modèles Z(5)-CFK[53] et SKP[25]
 - Pour $\nu = 0, 9$ les valeurs vont de 1,033 à 1,897 de plus pour les valeurs faible de L ne valeurs ne sont pas bonnes par rapport aux données expérimentales, cependant pour les valeurs de L grand nos valeurs restent plus petites que celles des modèles Z(5)-CFK[53] et SKP[25].
 - Pour $\nu = 1$ les valeurs vont de 1,093 à 1,904 donc croissent de plus restent en accord avec les données retrouvées dans la littérature puisque toujours plus petite que celle du modèle SKP[25].

Tableau 12

Nous présentons dans ce tableau les différentes valeurs des transitions de l'isotope ^{194}Pt calculées puis comparées avec les données expérimentales.

- Les transitions état fondamentale à état fondamentale
 - Pour $\nu = 0, 8$ nos valeurs vont de 1,432 à 0,317 donc décroissent de plus elles se rapprochent plus du modèle expérimentale que les modèles Z(5)-CFK [53] et SKP[25].
 - Pour $\nu = 0, 9$ les valeurs restent nettement meilleures que celle du modèle SKP[25], car les valeurs restent réduites quelque soit le paramètre L.
 - Pour $\nu = 1$ ces valeurs restent en accord avec celles de la littérature car nettement meilleures que celles du modèle SKP[25].
- Les transitions γ -paire état fondamentale
 - Pour $\nu = 0, 8$ nos valeurs vont de 0,741 à 0,176 donc décroissent nettement, pour L faible nos valeurs semblent moins bonnes par rapport à celle du modèle SKP[25], cependant pour les L grand nos valeurs sont constamment plus petites.
 - Pour $\nu = 0, 9$ la tendance semble être la même car pour L petit notre modèle se rapproche moins des données expérimentale que celui des autres modèles mais pour les valeurs de L grand nos valeurs se trouvent très réduites par rapport au modèle SKP[25].

TABLE 12 – Comparaison de nos prédictions des taux de transition B(E2) pour le noyau atomique ^{194}Pt , avec données expérimentales [65], Z(5)-CFK[53] et SKP[25] à différentes valeurs du paramètre d'ordre fractionnaire. Dans nos calculs B(E2) sont normalisées à $B(E2 : 2_{0,0} \rightarrow 0_{0,0})$

		^{194}Pt						
$L_{n,n_\omega}^{(i)}$	\longrightarrow	$L_{n,n_\omega}^{(f)}$	Z(5)-CFK[53]	Exp.[65]	SKP[25]	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
4 _{0,0}	\longrightarrow	2 _{0,0}	1.579	1.728	1.482	1.432	1.463	1.481
6 _{0,0}	\longrightarrow	4 _{0,0}	2.361	1.362	1.877	1.843	1.861	1.876
8 _{0,0}	\longrightarrow	6 _{0,0}	3.264	1.016	2.125	2.105	2.111	2.124
10 _{0,0}	\longrightarrow	8 _{0,0}		0.691	2.371	2.341	2.361	2.370
12 _{0,0}	\longrightarrow	10 _{0,0}				0.731	0.743	0.764
14 _{0,0}	\longrightarrow	12 _{0,0}				0.317	0.327	0.347
2 _{0,2}	\longrightarrow	2 _{0,0}	1.599	1.805	1.809	0.741	0.756	0.767
4 _{0,2}	\longrightarrow	4 _{0,0}	0.371	0.406		0.335	0.339	0.348
6 _{0,2}	\longrightarrow	6 _{0,0}	0.234		0.228	0.202	0.217	0.229
8 _{0,2}	\longrightarrow	8 _{0,0}			0.182	0.176	0.180	0.183
3 _{0,1}	\longrightarrow	4 _{0,0}	1.303		1.013	0.996	0.998	1.012
5 _{0,1}	\longrightarrow	6 _{0,0}	1.194		0.784	0.696	0.721	0.778
7 _{0,1}	\longrightarrow	8 _{0,0}	1.218		0.690	0.653	0.671	0.689
9 _{0,1}	\longrightarrow	10 _{0,0}			0.666	0.631	0.652	0.667
4 _{0,2}	\longrightarrow	2 _{0,2}	0.748	0.446	0.368	0.344	0.352	0.367
6 _{0,2}	\longrightarrow	4 _{0,2}	1.308		1.279	1.251	1.264	1.277
8 _{0,2}	\longrightarrow	6 _{0,2}	2.657		2.295	2.268	2.281	2.294
5 _{0,1}	\longrightarrow	3 _{0,1}	1.344		1.263	1.251	1.258	1.262
7 _{0,1}	\longrightarrow	5 _{0,1}	2.432		2.150	2.121	2.139	2.148
9 _{0,1}	\longrightarrow	7 _{0,1}	3.827		3.182	3.099	3.129	3.169
3 _{0,1}	\longrightarrow	2 _{0,2}	2.226		1.108	1.091	1.099	1.107
5 _{0,1}	\longrightarrow	4 _{0,2}	1.657		1.647	1.613	1.628	1.645
7 _{0,1}	\longrightarrow	6 _{0,2}	2.057		2.047	2.001	2.021	2.046

- Pour $\nu = 1$ la règle se trouve confirmée car nos valeurs sur un plan général se trouve toujours plus petite que celles du modèle SKP[25]

- Les transitions γ -impaire état fondamentale

- Pour $\nu = 0,8$ nos valeurs vont de 0,996 à 0,631 donc décroissent de plus se trouve plus réduite que celles du modèle SKP[25] pour la même bande.

- Pour $\nu = 0,9$ nos valeurs se trouve nettement amélioré par rapport à celles des autres modèles car les valeurs restent plus petites.

- Pour $\nu = 1$ les valeurs vont de 1,012 à 0,667 donc elles décroissent, la tendance semble être respectée.

- Les transitions γ -paire γ -paire

- Pour $\nu = 0,8$ nos valeurs vont de 0,344 à 2,268 donc croissent nettement de plus pour les valeurs faibles de L nos résultats sont moins bons par rapport aux autres modèles cependant pour les valeurs de L forts nos résultats sont plus petits que les résultats du modèle SKP[25].

- Pour $\nu = 0,9$ les valeurs vont de 0,352 à 2,281 donc croissent nettement, de plus la tendance observée précédemment se confirme c'est à dire pour les faibles valeurs de L nos résultats sont moins bons par rapport aux valeurs du modèle SKP[25], pour L grand nos valeurs sont plus réduites.

- Pour $\nu = 1$ les valeurs vont de 0,367 à 2,294 donc croissent, nos valeurs restent en accord avec celles de la littérature car très petites devant celle du modèle SKP[25]

- Les transitions γ -impaire γ -impaire

- Pour $\nu = 0,8$ les valeurs vont de 1,251 à 3,099 donc croissent de plus nos valeurs sont plus petites que celle du modèle SKP[25] dans cette bande.

- Pour $\nu = 0,9$ les valeurs vont de 1,258 à 3,129 donc croissent et la tendance se confirme vue que les données sont plus petite que celles du modèle Z(5)-CFK [53] et SKP[25]

- Pour $\nu = 1$ les données restent toujours en accord avec celle de la littérature car les valeurs restent plus petites.

- Les transitions γ -impaire γ -paire

- Pour $\nu = 0,8$ nos valeurs vont de 1,091 à 2,001 donc croissent, de plus elles sont nettement plus petite que celles des modèles Z(5)-CFK[53] et SKP[25].

- Pour $\nu = 0,9$ les valeurs vont de 1,099 à 2,021 donc croissent toujours, de plus reste plus petite que celles du modèle SKP[25] à ce niveau.

- Pour $\nu = 1$ la tendance se confirme car nos valeurs sont totalement en accord avec celles de la littérature.

Tableau 13

Nous présentons dans ce tableau les différentes valeurs des transitions de l'isotope ^{196}Pt calculées puis comparées avec les données expérimentales.

- Les transitions état fondamentale état fondamentale

- Pour $\nu = 0,8$ nos valeurs vont de 1,431 à 2,771 donc croissent, de plus pour L petit nos valeurs ne sont pas bonnes par rapport aux données expérimentales, cependant pour L grand les valeurs de notre modèle sont plus petite que celles du modèle Z(5)-CFK[53] et SKP[25].

TABLE 13 – Comparaison de nos prédictions des taux de transition B(E2) pour le noyau atomique ^{196}Pt , avec données expérimentales [66], Z(5)-CFK[53] et SKP[25] à différentes valeurs du paramètre d'ordre fractionnaire. Dans nos calculs B(E2) sont normalisées à $B(E2 : 2_{0,0} \rightarrow 0_{0,0})$.

		^{196}Pt						
$L_{n,n_\omega}^{(i)}$	\longrightarrow	$L_{n,n_\omega}^{(f)}$	Z(5)-CFK[53]	Exp.[66]	SKP[25]	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
4 _{0,0}	\longrightarrow	2 _{0,0}	1.665	1.476	1.475	1.431	1.459	1.474
6 _{0,0}	\longrightarrow	4 _{0,0}	2.682	1.798	1.851	1.829	1.836	1.852
8 _{0,0}	\longrightarrow	6 _{0,0}	4.055	1.921	2.067	1.997	2.034	2.061
10 _{0,0}	\longrightarrow	8 _{0,0}			2.264	2.164	2.186	2.194
12 _{0,0}	\longrightarrow	10 _{0,0}				2.248	2.253	2.261
14 _{0,0}	\longrightarrow	12 _{0,0}				2.771	2.783	2.796
2 _{0,2}	\longrightarrow	2 _{0,0}	1.679		0.767	0.717	0.739	0.766
4 _{0,2}	\longrightarrow	4 _{0,0}	0.420			0.312	0.332	0.352
6 _{0,2}	\longrightarrow	6 _{0,0}	0.285	0.394	0.232	0.211	0.225	0.231
8 _{0,2}	\longrightarrow	8 _{0,0}			0.186	0.169	0.179	0.185
3 _{0,1}	\longrightarrow	4 _{0,0}	1.458		1.011	0.998	1.001	1.012
5 _{0,1}	\longrightarrow	6 _{0,0}	1.476		0.783	0.754	0.767	0.782
7 _{0,1}	\longrightarrow	8 _{0,0}	1.672		0.689	0.671	0.681	0.691
9 _{0,1}	\longrightarrow	10 _{0,0}			0.665	0.651	0.663	0.666
4 _{0,2}	\longrightarrow	2 _{0,2}	0.817	0.714	0.369	0.359	0.362	0.370
6 _{0,2}	\longrightarrow	4 _{0,2}	1.646	1.208	1.295	1.280	1.287	1.296
8 _{0,2}	\longrightarrow	6 _{0,2}	3.830		2.658	2.632	2.642	2.654
5 _{0,1}	\longrightarrow	3 _{0,1}	1.544		1.266	1.239	1.248	1.264
7 _{0,1}	\longrightarrow	5 _{0,1}	3.119		2.159	2.121	2.141	2.158
9 _{0,1}	\longrightarrow	7 _{0,1}	3.827		3.198	3.154	3.169	3.197
3 _{0,1}	\longrightarrow	2 _{0,2}	2.444		1.116	1.101	1.109	1.115
5 _{0,1}	\longrightarrow	4 _{0,2}	2.081		1.675	1.645	1.662	1.674
7 _{0,1}	\longrightarrow	6 _{0,2}	2.935		2.108	2.094	2.099	2.106

- Pour $\nu = 0,9$ les valeurs vont de 1,459 à 2,783 donc elles croissent cependant pour L faible nos valeurs sont acceptable par rapport aux données expérimentales, pour L grand nos valeurs sont nettement plus petite que celles des modèles Z(5)-CFK[53] et SKP[25].

- Pour $\nu = 1$ les valeurs semble être en accord avec celles retrouvées dans la littérature, puisque les valeurs sont toujours plus petite que celles des autres modèles.

- Les transitions γ -paire état fondamentale

- Pour $\nu = 0,8$ nos valeurs vont de 0,717 à 0,169 donc décroissent à ce niveau, en plus nos données sont plus petite que celles des modèles Z(5)-CFK[53] et SKP[25] dans la même bande.

- Pour $\nu = 0,9$ les valeurs vont de 0,739 à 0,179 donc décroissent nettement, en plus la tendance reste la même puisque nos valeurs reste plus petite que celles du modèle SKP[25].

- Pour $\nu = 1$ nos valeurs restent plus petite car battent à chaque fois les valeurs des modèles Z(5)-CFK[53] et SKP[25].

- Les transitions γ -impaire état fondamentale

- Pour $\nu = 0,8$ nos valeurs vont de 0,998 à 0,651 donc décroissent de plus, à ce niveau nos valeurs restent plus petite que celle du modèle SKP[25] et ceci quelque soit la valeurs du paramètre L.

- Pour $\nu = 0,9$ les valeurs vont de 1,001 à 0,663 donc décroissent, la tendance semble être respecté puisque les valeurs sont toujours plus petite que celles des modèles évoqués.

- Pour $\nu = 1$ les valeurs reste en accord avec celle de la littérature puisque les valeurs sont toujours plus petite que celles des autres modèles

- Les transitions γ -paire γ -paire

- Pour $\nu = 0,8$ nos valeurs vont de 0,359 à 2,632 donc croissent nettement, de plus nos valeurs se rapprochent plus des données expérimentales que le modèle SKP[25]

- Pour $\nu = 0,9$ les valeurs vont de 0,362 à 2,642 donc croissent nettement et a ce niveau de la bande, nos résultats restent plus petite que celles des autres modèles.

- Pour $\nu = 1$ la tendance reste respectée puisque nos valeurs se trouve davantage plus petite que celle du modèle SKP[25] à ce niveau de bande.

- Les transitions γ -impaire γ -impaire

- Pour $\nu = 0,8$ nos valeurs vont de 1,239 à 3,154 donc croissent, de plus elles sont nettement plus petite que celle des autres modèles notamment le modèle Z(5)-CFK[53] et le modèle SKP[25]

- Pour $\nu = 0,9$ les valeurs vont de 1,248 à 3,169 donc croissent nettement de plus nos valeurs sont plus petite que celle du modèle SKP[25].

- Pour $\nu = 1$ nos valeurs sont toujours en accord avec la littérature car même à ce niveau de la bande, nos valeurs restent plus petite que celles du modèle SKP[25].

- Les transitions γ -impaire γ -paire

- Pour $\nu = 0,8$ nos valeurs vont de 1,101 à 2,094 donc croissent nettement, de plus ces valeurs sont plus petite que celle du modèle SKP[25]

- Pour $\nu = 0,9$ les valeurs vont de 1,109 à 2,099, la tendance semble se confirmer car à ce niveau de la bande nos valeurs sont toujours plus petite.

- Pour $\nu = 1$ nos résultats sont en accord avec ceux trouvé dans la littérature puisque à ce niveau nos valeurs battent toujours celle du modèle SKP[25].

III.3.1 Triaxialité des Nucléides

La figure 15,16,17, représente l'allure du potentiel fractionnaire ecranté de Kratzer du noyau de Xenon. Ces courbes ont l'allure d'une gaussienne renversée ce qui implique qu'elle confine. De plus on constate que pour une déformation β fixé on constate que l'interaction entre nucléons est plus forte pour le xenon 130,128,126 respectivement. Ces courbes qui ont une forme de gaussienne renversée montrent que :

- Le potentiel garde la même allure quelque soit l'état du noyau.
- le potentiel tend vers l'infini lorsque $\beta \rightarrow 0$ et tend vers 0 quand $\beta \rightarrow \infty$
- Le potentiel confine plus lorsque $0.22 < \beta < 0.45$
- Plus le puit de potentiel devient profond et plus l'interaction entre nucléons devient faible.

Tandis que pour la figure 18,19,20 représentant l'allure du potentiel fractionnaire écranté de Kratzer pour le noyau du Platine. On constate que pour une déformation β fixé on constate que l'interaction entre nucléons est plus forte pour le Platine 196,192,194 respectivement, ces courbes qui ont une forme de gaussienne renversée montrent que :

- Le potentiel garde la même allure quelque soit l'état du noyau.
- Le potentiel confine plus lorsque $0.28 < \beta < 0.55$
- Plus le puit de potentiel est profond et plus l'interaction entre nucléons devient faible.

Effet du paramètre fractionnaire

Dans le cas de tous les isotopes de Xenon et du Platine on constate que le cas classique ($\nu = 1$) le puit du potentiel est plus profond pour les valeurs proches de 1, le puit de potentiel diminue on remarque que le modèle se voit amélioré pour les valeurs de $\nu \rightarrow 1$.

De plus, pour les transitions de faible énergie dans la bande de l'état fondamentale et de la bande γ nos résultats sont proches de ceux la référence. Pour les transitions β des différents isotopes sont en bon accord et pour $\nu = 0.8$ elles sont très proches des valeurs expérimentales disponibles. Nos résultats étant meilleure par rapport aux autres valeurs dans les états de transition ce qui montre bien que notre modèle est applicable aux différents isotopes évoqués

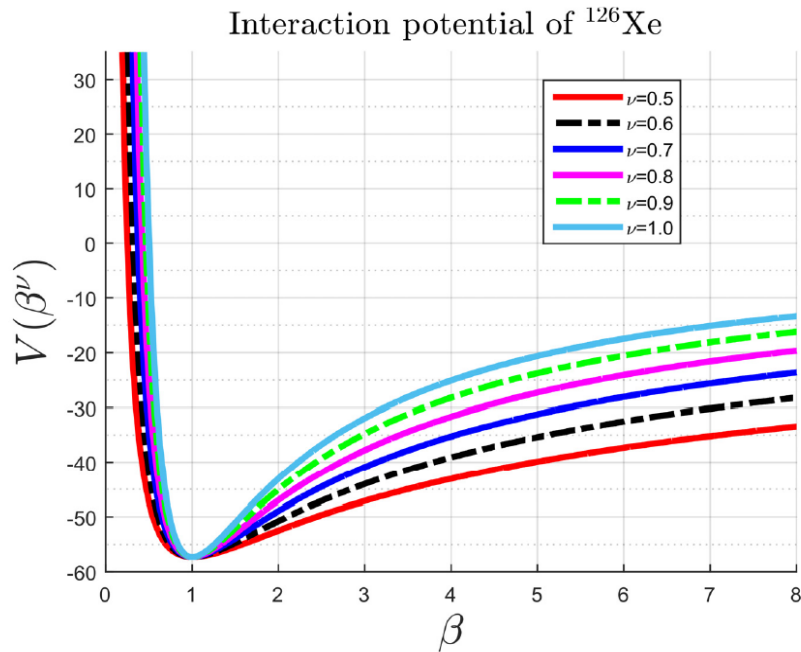


FIGURE 23 – Courbe du potentiel fractionnaire écranté pour le nucléide xénon 126.

La figure 22 présente l'évolution et la variation du potentiel fractionnaire de Kratzer écranté en faisant varier le paramètre ν tel que $\nu = 0,5$, $\nu = 0,6$, $\nu = 0,7$, $\nu = 0,8$, $\nu = 0,9$ et $\nu = 1$ pour l'isotope de ^{126}Xe . Ces différentes courbes présentent la forme d'une gaussienne renversée et montre que le potentiel fractionnaire de Kratzer écranté garde la même forme pour les 6 courbes lorsqu'on fait varier ν .

- Pour $\beta = 1$ le puits est plus profond par conséquent à ce niveau la particule est plus stable.
- Pour β appartenant $]1;8[$ le potentiel tend vers 0 en gardant la même allure.

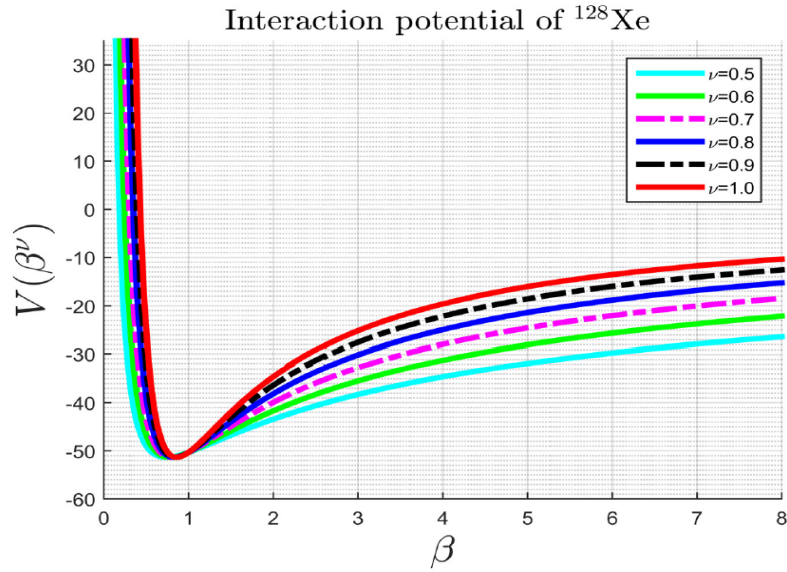


FIGURE 24 – Courbe du potentiel fractionnaire écranté pour le nucléide xénon 128.

La figure 23 présente l'évolution et la variation du potentiel fractionnaire de Kratzer écranté en faisant varier le paramètre ν tel que $\nu = 0,5$, $\nu = 0,6$, $\nu = 0,7$, $\nu = 0,8$, $\nu = 0,9$ et $\nu = 1$ pour l'isotope de ^{126}Xe . Ces différentes courbes présentent la forme d'une gaussienne renversée et montre que le potentiel fractionnaire de Kratzer écranté garde la même forme pour les 6 courbes lorsqu'on fait varier ν .

- Pour $\beta = 0,785$ le puits est plus profond par conséquent à ce niveau la particule est plus stable.
- Pour β appartenant $]0,795;8[$ le potentiel tend 0 en gardant la même allure.

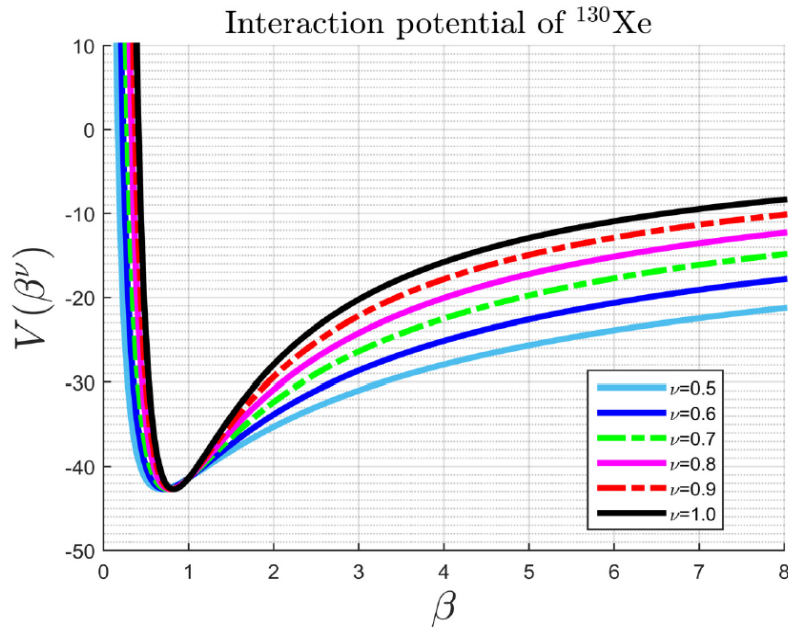


FIGURE 25 – Courbe du potentiel fractionnaire écrané pour le nucléide Xenon 130.

La figure 24 présente l'évolution et la variation du potentiel fractionnaire de Kratzer écrané en faisant varier le paramètre ν tel que $\nu = 0,5$, $\nu = 0,6$, $\nu = 0,7$, $\nu = 0,8$, $\nu = 0,9$ et $\nu = 1$ pour l'isotope de ^{130}Xe . Ces différentes courbes présentent la forme d'une gaussienne renversée et montre que le potentiel fractionnaire de Kratzer écrané garde la même forme pour les 6 courbes lorsqu'on fait varier ν .

- Pour $\beta = 0,820$ le puits est plus profond par conséquent à ce niveau la particule est plus stable.
- Pour β appartenant $]0,820;8[$ le potentiel tend vers 0 en gardant la même allure.

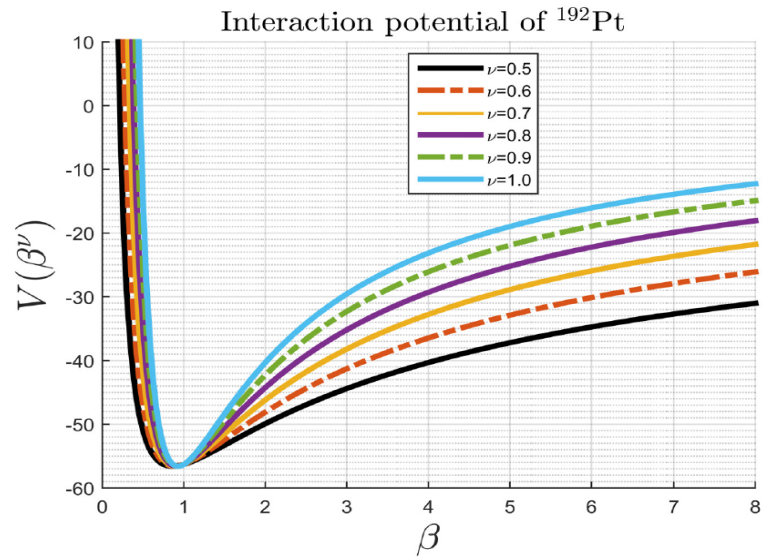


FIGURE 26 – Courbe du potentiel fractionnaire ecrante pour le nucleide Platine 192.

La figure 25 présente l'évolution et la variation du potentiel fractionnaire de Kratzer écranté en faisant varier le paramètre ν tel que $\nu = 0,5$, $\nu = 0,6$, $\nu = 0,7$, $\nu = 0,8$, $\nu = 0,9$ et $\nu = 1$ pour l'isotope de ^{192}Pt . Ces différentes courbes présentent la forme d'une gaussienne renversée et montre que le potentiel fractionnaire de Kratzer écranté garde la même forme pour les 6 courbes lorsqu'on fait varier ν .

- Pour $\beta = 0,855$ le puits est plus profond par conséquent à ce niveau la particule est plus stable.
- Pour β appartenant $]0,855;8[$ le potentiel tend vers 0 en gardant la même allure.

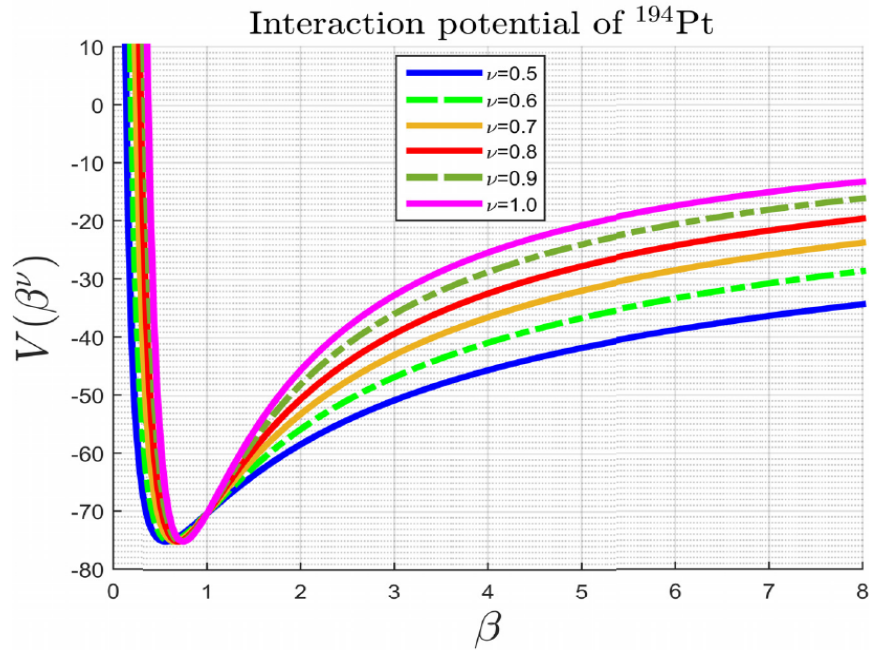


FIGURE 27 – Courbe du potentiel fractionnaire écranté pour le nucléide Platine 194.

La figure 26 présente l'évolution et la variation du potentiel fractionnaire de Kratzer écranté en faisant varier le paramètre ν tel que $\nu = 0,5$, $\nu = 0,6$, $\nu = 0,7$, $\nu = 0,8$, $\nu = 0,9$ et $\nu = 1$ pour l'isotope de ^{194}Pt . Ces différentes courbes présentent la forme d'une gaussienne renversée et montre que le potentiel fractionnaire de Kratzer écranté garde la même forme pour les 6 courbes lorsqu'on fait varier ν .

- Pour $\beta = 0,687$ le puits est plus profond par conséquent à ce niveau la particule est plus stable.
- Pour β appartenant $]0,687;8[$ le potentiel tend vers 0 en gardant la même allure.

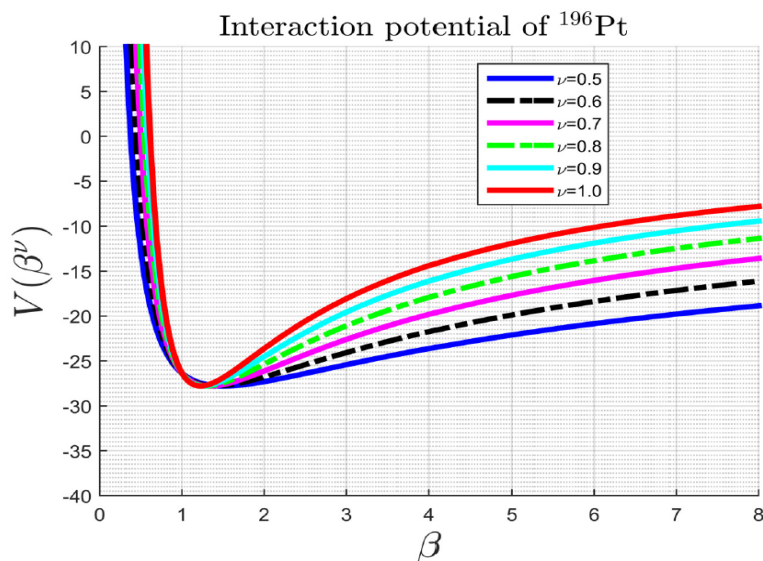


FIGURE 28 – Courbe du potentiel fractionnaire écranté pour le nucléide Platine 196.

La figure 27 présente l'évolution et la variation du potentiel fractionnaire de Kratzer écranté en faisant varier le paramètre ν tel que $\nu = 0,5$, $\nu = 0,6$, $\nu = 0,7$, $\nu = 0,8$, $\nu = 0,9$ et $\nu = 1$ pour l'isotope de ^{196}Pt . Ces différentes courbes présentent la forme d'une gaussienne renversée et montre que le potentiel fractionnaire de Kratzer écranté garde la même forme pour les 6 courbes lorsqu'on fait varier ν .

- Pour $\beta = 1,255$ le puits est plus profond par conséquent à ce niveau la particule est plus stable.
- Pour β appartenant $]1,255;8[$ le potentiel tend vers 0 en gardant la même allure.

III.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons évalué notre modèle en calculant les transitions $B(E2)$, les énergies de transitions des noyaux étudiés. Les différentes valeurs obtenues ont été comparées aux données expérimentales aux isotopes du $^{192,194,196}\text{Pt}$ et de $^{126,128,130}\text{Xe}$. Par ailleurs, les effets d'étalonnage dans la bande γ ont été calculés et comparés à la symétrie $Z(5)$ et aux prédictions du modèle de Kratzer écranté classique. Les résultats obtenus montrent que les valeurs expérimentales des effets d'étalonnage sont bien reproduites par notre modèle et celui de la symétrie $Z(5)$ pour les noyaux atomiques ^{192}Pt , par notre modèle et celui de la prédiction de Kratzer écranté[60] pour les noyaux atomiques ^{194}Pt . Tandis que pour l'isotope ^{196}Pt , l'effet d'étalonnage pour les données expérimentales est bien reproduit par le modèle de de Kratzer écranté. Il en ressort que les valeurs de notre modèle sont en bon accord avec les données expérimentales celle de la symétrie $Z(5)$ et celle de la prédiction de Kratzer écranté[60].

Conclusion Générale et perspectives

Tout au long de notre travail dénommé " ETUDE FRACTIONNAIRE CONFORMABLE DE L'ENERGIE D'EXCITATION NUCLEAIRE PAR LE HAMILTONNIEN DE BOHR AVEC LE POTENTIEL DE KRATZER ECRANTE" nous avons élaboré un modèle qui prend en compte les déformations(vibration et rotation) des noyaux atomiques, un modèle formulé dans le cadre fractionnaire qui tient en compte la variation des états. Cet exposé a été élaboré autour de 03 Chapitres ;

- Dans le premier chapitre nous présentons brièvement les caractéristiques et les propriétés de la structure nucléaire c'est à dire les composants du noyau, protons et neutrons. Aussi nous avons ressorti les différentes interactions dans le noyau atomique(interaction faible, interaction forte et interaction électromagnétique) qui peuvent entraîner les déformations (Vibration + Rotation) de celui-ci. Nous avons également étudié les noyaux de Xenon et leur utilité dans le domaine du cinéma et du spatiale, mais aussi le noyau de Platine qui a une grande importance dans l'industrie. Ensuite nous avons évoqué les différents modèles nucléaires tels que le modèle de la goutte liquide, le modèle en couches..., pour finir cette partie les notions de déformation et de vibration dans le noyau ont été introduit dans le but de comprendre la structure des noyaux déformés.

Ensuite dans le deuxième chapitre, nous avons formulé le modèle du Hamiltonien de Bohr Fractionnaire conformable. Puis en utilisant la technique de séparation de variables on a pu scinder les équations dont l'une dépend du paramètre de déformation β et l'autre du paramètre de vibration γ . Une résolution de l'équation fractionnaire du Hamiltonien de Bohr a été faite pour les noyaux triaxiaux. Pour la partie β , nous avons adopté le potentiel écranté de Kratzer, tandis que pour la partie γ , nous avons adopté un potentiel de la forme d'un oscillateur harmonique avec un minimum de $\gamma = \frac{\pi}{6}$, puis après l'application de la méthode fractionnaire étendue de Nikiforov-Uvarov, l'énergie propre fractionnaire a été déterminé.

Enfin dans le chapitre 3, l'expression théorique de la valeur de l'énergie fractionnaire conformable, nous a permis de déterminer leurs valeurs de l'énergie et des transitions fractionnaires suivant différents états et nous les avons comparés aux données expérimentales et à d'autres travaux théoriques pertinents du modèle classique de Kratzer, la symétrie Z(5). Notre modèle nous a permis d'obtenir les résultats plus proche des valeurs expérimentales que ceux des autres modèles cités. En effet, la formulation fractionnaire a eu un effet de rapprocher nos résultats aux valeurs expérimentales lorsque ν est petit.

La présente étude nous a permis :

- d'améliorer le modèle sur les noyaux déformés ;
- d'appliquer une nouvelle méthode au Hamiltonien pour sa résolution

Cependant nous constatons que le modèle n'est applicable qu'aux noyaux déformés. Notre but dans l'avenir est d'appliquer un modèle pour un plus grand nombre de noyaux qu'ils soient déformés ou pas.

Appendices

ANNEXE : Ratios des moments de transitions quadrupôlaires électriques B(E2)

$$\begin{aligned}
 R_{\text{ground} \rightarrow \text{ground}}(L+2 \rightarrow L) &= \frac{B(E2; (L+2)_g \rightarrow L_g)}{B(E2; 2_g \rightarrow 0_g)} \\
 &= \frac{5}{2} \frac{2L+1}{2L+5} (1 + \delta_{L,0}) \frac{I_\beta^2(n=0, L+2, L+2; n=0, L, L)}{I_\beta^2(n=0, 2, 2; n=0, 0, 0)}
 \end{aligned} \tag{III.6}$$

$$\begin{aligned}
 R_{\gamma\text{-even} \rightarrow \text{ground}}(L \rightarrow L) &= \frac{B(E2; (L)_{\gamma\text{-even}} \rightarrow L_g)}{B(E2; 2_g \rightarrow 0_g)} \\
 &= \frac{15}{(L+1)(2L+3)} (1 + \delta_{L,2}) \frac{I_\beta^2(n=0, L, L-2; n=0, L, L)}{I_\beta^2(n=0, 2, 2; n=0, 0, 0)}
 \end{aligned} \tag{III.7}$$

$$\begin{aligned}
 R_{\gamma\text{-odd} \rightarrow \text{ground}}(L \rightarrow L+1) &= \frac{B(E2; (L)_{\gamma\text{-odd}} \rightarrow (L+1)_g)}{B(E2; 2_g \rightarrow 0_g)} \\
 &= \frac{5}{(L+2)} \frac{I_\beta^2(n=0, L, L-1; n=0, L+1, L+1)}{I_\beta^2(n=0, 2, 2; n=0, 0, 0)}
 \end{aligned} \tag{III.8}$$

$$\begin{aligned}
 R_{\gamma\text{-even} \rightarrow \gamma\text{-even}}(L+2 \rightarrow L) &= \frac{B(E2; (L+2)_\gamma \rightarrow (L)_\gamma)}{B(E2; 2_g \rightarrow 0_g)} \\
 &= \frac{5}{2} \frac{L(2L-1)(2L+1)}{(2L+3)(L+2)(2L+5)} (1 + \delta_{L,2}) \frac{I_\beta^2(n=0, L+2, L; n=0, L, L-2)}{I_\beta^2(n=0, 2, 2; n=0, 0, 0)}
 \end{aligned} \tag{III.9}$$

$$\begin{aligned}
 R_{\gamma\text{-odd} \rightarrow \gamma\text{-odd}}(L \rightarrow L-1) &= \frac{B(E2; (L+2)_\gamma \rightarrow (L)_\gamma)}{B(E2; 2_g \rightarrow 0_g)} \\
 &= \frac{5}{2} \frac{L(2L+1)}{(L+2)(2L+5)} \frac{I_\beta^2(n=0, L+2, L+1; n=0, L, L-1)}{I_\beta^2(n=0, 2, 2; n=0, 0, 0)}
 \end{aligned} \tag{III.10}$$

$$\begin{aligned}
R_{\gamma\text{-odd}\rightarrow\gamma\text{-even}}(L \rightarrow L-1) &= \frac{B(E2; L_\gamma \rightarrow (L-1)_\gamma)}{B(E2; 2_g \rightarrow 0_g)} \\
&= \frac{5(2L-3)(2L-1)}{L(L+1)(2L+1)} (1 + \delta_{L,3}) \frac{I_\beta^2(n=0, L, L-1; n=0, L-1, L-3)}{I_\beta^2(n=0, 2, 2; n=0, 0, 0)}
\end{aligned} \tag{III.11}$$

$$\begin{aligned}
R_{\beta\text{-band}\rightarrow\beta\text{-band}}(L \rightarrow L-1) &= \frac{B(E2; L_{\beta\text{-band}} \rightarrow (L-1)_{\beta\text{-band}})}{B(E2; 2_g \rightarrow 0_g)} \\
&= \frac{5}{2} \frac{2L+1}{2L+5} (1 + \delta_{L,0}) \frac{I_\beta^2(n=0, L+2, L+2; n=0, L, L)}{I_\beta^2(n=0, 2, 2; n=0, 0, 0)}
\end{aligned} \tag{III.12}$$

Publication

[1] H. D. Yia Etolo, D. Nga Ongodo, E. Anemena, A. Atangana Likéné and G. H. Ben-Bolie, Bohr Hamiltonian with inversely quadratic Yukawa plus screened Kratzer for triaxial nuclei, *Int. Jour. of Mod. Phys. E*, vol.31, No.7 (2022) 2250096.

Bibliographie

- [1] E. Rutherford, *The scattering of alpha and beta-particles by matter and the structure of atoms*, (Phil. Mag., 1911) 669-698.
- [2] J.J. Thomson, *Philosophical Magazine Series* :77 (1904) 39 237.
- [3] A. Bohr, *Mat. Fys. Medd. K. Dan. Vidensk. Selsk.* **26**(1952)1.
- [4] A. Bohr, B.R. Mottelson, *Mat. Fys. Medd. K. Dan. Vid. Selsk.* **27** (1952) 16.
- [5] F. Iachello, A. Arima, *The Interacting Boson Model* (Cambridge University Press, Cambridge, 1987).
- [6] W. Greiner, A.J. Maruhn, *Nuclear Models* (Springer, Berlin,1996).
- [7] F. F. Ruffino, L. Fortunato, *Computation* **6**, (2018) 48.
- [8] F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 3580.
- [9] J. Rainwater, *Phys. Rev.* **79** (1950) 432.
- [10] [https://fr.wikipedia.org/wiki/Isotopes de l'uranium](https://fr.wikipedia.org/wiki/Isotopes_de_l'uranium).
- [11] L. Meitner et al, *A New Type of Nuclear Reaction. Nat* **143** (1939) 239.
- [12] [https://fr.wikipedia.org/wiki/Isotopes du xenon](https://fr.wikipedia.org/wiki/Isotopes_du_xenon)
- [13] M. G. Mayer, *Phys. Rev* **75** (1949) 1969.
- [14] <https://fr.wikipedia.org/wiki/Platine>
- [15] M. Goldhaber et al, *Phys. Rev.* **74** (1948) 1046.
- [16] C. H. Townes et al, *Phys. Rev* **76** (1949) 1415 - 1416.
- [17] A. Bohr et al, *Phys. Rev* **89** (1953) 316 - 317.
- [18] A. Bohr et al, *Nuclei. Phys. Rev* **90** (1953) 719.
- [19] J. P. Elliott, J. A. Evans and P. Park, *Phys. Lett. B.* **16** (1986) 9309.
- [20] [https://fr.wikipedia.org/wiki/Liaison nucleaire Lenis](https://fr.wikipedia.org/wiki/Liaison_nucleaire_Lenis), D. Petrellis and I. Yigitoglu, *Phys. Rev. C* **76** (2007) 064312.
- [21] F.F. Ruffino, L. Fortunato, *Computation* **6** **48** (2018) 48.
- [22] F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 3580.
- [23] F. Iachello, *Phys. Rev. Lett* **87** (2001) 052502.
- [24] R. F. Casten and E. A. McCutchan *J. Phys. G : Nucl. Part. Phys.* **34** (2007) R285.
- [25] Y. Omon, J. M. Ema'a Ema'a, P. Ele. Abiama, G. H. Ben-Bolie, P. Owono Ateba, *Int. J. Mod. Phys. E.* **29** (2020) 2050082.

- [26] W. Greiner, A.J. Maruhn, *Nuclear Models*, Springer, Berlin **24** (1996).
- [27] F. Iachello, *Phys. Rev. Lett* **91** (2003) 132502.
- [28] M. A. Caprio *Phys. Rev. C* **72** (2005) 054323.
- [29] D. Bonatsos, D. Lenis, N. Minkov, D. Petrellis, P. P. Raychev, P. A. Terziev, *Phys. Lett. B* **584** (2004) 40.
- [30] A.S. Davydov, A.A. Chaban, *Nucl. Phys* **20** (1960) 499.
- [31] J. M. E. Ema'a, B. T. Mbadjoun, A. Zarma, P. Ele Abiama and G. H. Ben-Bolie, *Eur. Phys. J. Plus* **134** (2019) 490.
- [32] D. Bonatsos, D. Lenis, N. Minkov, D. Petrellis, P.P. Raychev, P.A. Terziev, *Phys. Lett B* **584** (2004) 40.
- [33] I. Yigitoglu, D. Bonatsos, *Phys. Rev. C* **83** (2011) 014303.
- [34] H. Neyazi, A.A. Rajabi, H. Hassanabadi, *Nucl. Phys. A* **945** (2016) 80.
- [35] H. Sobhani, H. Hassanabadi, W.S. Chung, *Nucl. Phys. A* **85** (2018) 3580.
- [36] R. Budaca, *Eur. Phys. J. A* **5** (2014) 50.
- [37] G. Levai, J. Arias, *Phys. Rev. C* **81** (2010) 044304.
- [38] P. Baganu, R. Budaca, *J. Phys. G.* **42** (2015) 105106.
- [39] R. Budaca, P. Baganu, A.I. Budaca, *Phys. Lett. B* **776** (2018) 26.
- [40] G. Levai, A.M. Ishkhanyan, *Mod. Phys. Lett. A* **34** (2019) 1950134.
- [41] I. Inci, I. Boztosun, Y.E. Gonen, *J. Phys. G* **39** (2012) 085112.
- [42] M. Chabab, A. Lahbas, M. Oulne, *Eur. Phys. J. A* **51** (2015) 131.
- [43] M. Chabab, A. Lahbas, M. Oulne, *Int. J. Mod. Phys. E* **24** (2015) 1550089.
- [44] M. Chabab, A.E. Batoul, A. Lahbas, M. Oulne, *Nucl. Phys. A* **953** (2016) 158.
- [45] L. Naderi, H. Hassanabadi, *Eur. Phys. J. Plus* **131** (2016) 133.
- [46] I. Boztosun, D. Bonatsos, I. Inci, *Phys. Rev. C* **77** (2008) 044302.
- [47] I. Inci, *Int. J. Mod. Phys. E Int. J. Mod. Phys. E* **23** (2014) 1450053.
- [48] L. Wilets and M. Jean, *hys. Rev* **102** (1956) 788.
- [49] B.T. Mbadjoun, J.M.E. Ema'a, P.E. Abiama, G.H. Ben-Bolie, P.O. Ateba, *Int. J. Mod. Phys. E* **27** (2018) 1850072.
- [50] B. Yamina, Cours de structure de la matière, (2018).
- [51] L. Fortunato, *Eur. Phys. J. A* **26** (2005) 1.
- [52] P. Baganu, L. Fortunato, *J. Phys. G* **43** (2016) 093003.
- [53] M. M. Hammad, A. S. H. Yaqut, M. A. Abdel-Khalek, S. B. Doma, *Nucl. Phys. A.* **1015** (2021) 122307.
- [54] N. V. Zamfir and R. F. Casten, *Phys. Rev. Lett. B* **260** (1991) 265.
- [55] M. Thoennessen, *Reaching the limits of nuclear stability* (2004).

- [56] M. Capak, D. Petrellis, B. Gonul, D. Bonatsos, *J. Phys. G* **42**, (2015) 095102.
- [57] J. Shergur et al., *Phys. Rev. C* **65** (2002) 034343.
- [58] D. Nga Ongodo, J. M. Ema'a Ema'a, P. Ele Abiama, G. H. Ben-Bolie, *Int. Jour. of Mod. Phys. E* **28** (2019) 1950106.
- [59] A. Bohr et B. R. Mottelson, *Nuclear structure*, volume I. (1969).
- [60] E. A. McCutchan, D. Bonatsos, N.V. Zamfir, R.F. Casten, *Phys. Rev. C* **76** (2007) 024306.
- [61] N. Walet, *Nuclear and Particle Physics, UMIST, Manchester, U.K.* (1999).
- [62] J. Suhonen, *Theoretical and Mathematical Physics, From Nucleons to Nucleus, Springer- Verlag* (2007).
- [63] D. Boumala, *Thèse de magistère, Université Mentouri Constantine* (2007).
- [64] B. Singh, *Nucl. Data Sheets* **107** (2006) 1531.
- [65] H. Xiaolong, *Nucl. Data Sheets* **108** (2007) 1093.
- [66] J. Katakura, K. Kitao, *Nucl. Data Sheets* **97** (2002) 765.
- [67] Z. Elekes, J. Timar, *Nucl. Data Sheets* **129** (2015) 191.
- [68] B. Singh, *Nucl. Data Sheets* **93** (2001) 33.
- [69] L. Fortunato, A. Vitturi, *J. Phys. G.* **29** (2003) 1341.
- [70] Von Weizsacker, C, *Zur Theorie der Kernmassen. Zeitschriftfur Physik* **96** (1935) 1969.
- [71] C. Von Weizsacker, *Ann. Phys. Fr.* **96** (1935).
- [72] S.G. Nilsson, *Kgl. Danske Videnskab. Selskab, Mat. -fys. Medd* **29** (1955).
- [73] S.G. Nilsson and I. Ragnarsson, *Shapes and shells in nuclear structure* (Cambridge university press) **29** (1995) .
- [74] R.M. Clark and A.O. Macchiavelli, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci* **50** (2000) 1.
- [75] M. Kaci, *Thèse de Doctorat, Université Paris-Sud 11, Orsay* (1996).
- [76] A. Bohr et al., Rotational States in Even-Even Nuclei *Phys. Rev.* **90** (1953) 717 - 719.
- [77] A. Bohr and B. Mottelson, *Phys. Rev* **90** (1953) 717.
- [78] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem*, ed. W. Beiglbock, Springer-Verlang *New York* **108** (1980).
- [79] K. L. G. Heyde, *The nuclear shell model* (1996).
- [80] S. Frauendorf and J. Meng *Nuc. Phys. A* **617** (1997)131.
- [81] K. Lobner, M. Vetter, and V. Honig, *Nucl. Phys. A* **436(1)** (1985) 14.
- [82] O. Haxel, J. H. D. Jensen, H. E. Suess, *Phys. Rev.* **75** (1949) 1766.
- [83] A. Bohr, B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, volume I et II (World Scientific, Amsterdam, (1968).
- [84] E. A. Lawrie, P. A. Vymers, J. J. Lawrie, Ch. Vieu, R. A. Bark, R. Lindsay, G. K. Mabala, S. M. Maliage, P. L. Masiteng, S. M. Mullins, S. H. T. Murray, I. Ragnarsson, T. M. Ramashidzha, C. Schück, J. F. Sharpey-Schafer, and O. Shirinda, *Phys. Rev. C* **78** (2008) 021305.

- [85] S. Nilsson, *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab* **29** (1955).
- [86] B.T. Mbadjoun, J.M.E. Ema'a, P.E. Abiama, G.H. Ben-Bolie, P.O. Ateba, *Int. J. Mod. Phys. E* **27** (2018) 1850072.
- [87] K. Gottfried, *Phys. Rev.* **103** (1956) 1017.
- [88] W. Greiner and J. Maruhn, *Nuclear Models* (Springer, 1996).
- [89] T. Bengtsson and I. Ragnarsson, *Phys. Rev.* **103** (1956) 1017.
- [90] J. Chadwick, *The Royal Society*, **77** (1932) 692708.
- [91] M. G. Mayer, *Phys. Rev.* **78** (1950) 16.
- [92] D. Bonatsos, D. Lenis, D. Petrellis, P.A. Terziev, *Phys. Lett. B* **588** (2004) 172.
- [93] K. Lobner, M. Vetter, and V. Honig, *Nucl. Phys. A* **436(1)** (1985) 14.
- [94] J. P. Elliott, J. A. Evans and P. Park, *Phys. Lett. B.* **16** (1986) 9309.
- [95] E. Predazzi and T. Regge, *Nuovo Cimento* **24** (1962) 518.
- [96] A. S. Davydov and A. A. Chaban, *Nucl. Phys.* **20** (1960) 499.
- [97] M. Chabab, A. Lahbas and M. Oulne, *Eur. Phys. J. A* **51**, (2015) 131.
- [98] S. G. Rohozinski, J. Srebrny and K. Horbaczwska, *Phys. Z* **26** (1974) 8401.
- [99] Y. Shi, J. Dobaczewski, S. Frauendorf, W. Nazarewicz, J. C. Pei, F. R. Xu and N. Nikolov *Phys. Rev. Lett* **108** (2012)092501.
- [100] S. A. Moszkowski, *Phys. Rev.* **99** (1955) 803.
- [101] I. Ragnarsson, S.G. Nilsson, R.K. Sheline, *Phys. Rep.* **45** (1968) 1.
- [102] M. Gélin , Spectroscopie gamma des noyaux riches en neutrons autour de N=20 (2005).
- [103] L. Fortunato and A. Vitturi, *J. Phys. G : Nucl. Part. Phys. Rev* **30** (2004) 627.
- [104] A. S. Davydov and A. A. Chaban, *Nucl. Phys* **20** (1960) 499.
- [105] D. Bonatsos, P. E. Georgoudis, N. Minkov, D. Petrellis and C. Quesne *Phys. Rev. C* **88** (2013) 034316.
- [106] A. Lahbas, P. Baganu and R. Budaca, *Mod. Phys. Lett. A* **35** (2020) 2050085.
- [107] A. F. Nikiforov, V. B. Uvarov, *Special Functions of Mathematical Physics Birkhauser, Basel* (1988) .
- [108] G. Lévai and J. Arias, *Phys. Rev. C* **81** (2010) 044304.
- [109] P. Baganu and R. Budaca, *J. Phys. G* **42** (2015) 105106.
- [110] F. H. Stillinger, *J. Math. Phys.* **20** (1979) 1891.
- [111] X. Song, *J. Phys. G : Nucl. Part. Phys.* **17** (1991) 49.
- [112] R. Herrmann, *Fractional Calculus An Introduction for Physicists*(World Scientific, Singapore, (2011).
- [113] A. Lemieux and A. K. Bose, *Annales de l'I H P. Sect. A n°3* (1969) 10.

- [114] M. Kossow, *Annal. Phys : Quantum field theory and composite fermions in the fractional quantum Hall Effect* (2009) 285 - 377.
- [115] M. Chabab and M. Oulne, *Int. Rev. Phys* **4**, (2010) 331.
- [116] A. V. Nikiforov and V. B. Uvarov, *Special Functions of Mathematics Physics*, (Birkhäuser, Boston, 1988).
- [117] J. Meyer-ter-Vehn, *Nucl. Phys.* **249** (1975) 111.
- [118] H. Karayer, D. Demirhan and F. Büyükkiliç, *Rep. Math. Phys.* **76**(3) (2015) 271 - 281.
- [119] C. Tezcan, R. Sever, *Int. J. Theor. Phys* **48** (2009) 337.
- [120] I. Yigitoglu, D. Bonatsos, *Phys. Rev. C* **83** (2011) 014303.
- [121] C.Lam and Y.Varshni, *Phys. Rev. A* **4** (1971) 1875.
- [122] O.Oluwadare and K.J. Oyewumi, *Chin. Phys. Lett.* **34** (2017) 110301.
- [123] A. Kratzer, *Z. Phys.* **3** (1920) 460.
- [124] K.Hong and J. Noolandi, *J.Chem. Phys. Lett.* **68** (1978)5163
- [125] D. Bonatsos, D. Lenis, D. Petrellis and P. A. Terziev, *Phys. Lett. B* **588**, (2004) 172.
- [126] L. Fortunato and A. Vitturi, *J. Phys. G, Nucl. Part. Phys* **29**, (2003) 1341.
- [127] L. Gaudefroy, Thse de Doctorat, Universit de Paris XI Orsay (2005).
- [128] D. Nga Ongodo, J. M. Ema'a Ema'a, P. Ele Abiama, G. H. Ben-Bolie, *Int. Jour. of Mod. Phys. E* **28** (2019) 1950106.
- [129] J. Suhonen, *Theoretical and Mathematical Physics, From Nucleons to Nucleus*, Springer (2007).
- [130] T. R. Rodriguez, J. L. Egidio, *Phys. Rev.* **51**, C81 (2010) 064323.
- [131] E. Caurier, G. Martinez-Pinedo, F. Nowacki, A. Poves, A. P. Zuker, *Ann. Phys* **318**, (2005) 454.
- [132] J. Meyer-ter-Vehn, *Nucl. Phys. A* **249**, (1975) 42.
- [133] G. B. Arfken, H. J. Weber, *Harcourt Academic Press, San Diego.*, (2001).
- [134] A. Bohr, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid.* **26**, (1952) 454.
- [135] P. A. Butler, *J. Phys. G : Nucl. Part. Phys.* **43**, (2016) 073002.
- [136] Otto Haxel, J. Hans D. Jensen, and Hans E. Suess, *Phys. Rev.* **75**, (1949) 1766.
- [137] A. Johnson, H. Ryde, and S. A. Hjorth, *Ann. Phys* **6**, (1972) 345.
- [138] A. Johnson, H. Ryde, and S.A. Hjorth, *Nucl. Phys. A* **75**, (1949) 753-768.
- [139] S. Mordechai et al., *Phys. Rev. Lett* **60**, (1988) 408.
- [140] J. Meyer-ter-Vehn, *Phys. A* **111**, (1975) 37.
- [141] A. Bohr, B.R. Mottelson, *Nuclear structure : Nuclear Deformations*, (1999).
- [142] M. Chabab, A. Lahbas and M. Oulne, *Eur. Phys. J. A* **51**, (2015) 131.
- [143] M. A. Caprio and F. Iachello, *Ann. Phys* **318**, (2005) 454.
- [144] M. Chabab and M. Oulne, *Int. Rev. Phys* **4**, (2010) 331.

Conformable fractional study of nuclear energy excitation by Bohr Hamiltonian with screened Kratzer potential for triaxial nuclei

J. P. Ndjobo^{*,†,‡}, A. Atangana Likéné^{*,†,§}, K. Ahmadou^{*,¶},
P. Mah Tsila^{*,||} and G. H. Ben-Bolie^{*,**}

**Laboratory of Atomic, Molecular and Nuclear Physics,
Department of Physics, Faculty of Science,
University of Yaounde I, P. O. Box 812, Yaounde, Cameroon*

*†The Nuclear Technology Section (NTS),
Institute of Geological and Mining Research,
P. O. Box 4110, Yaounde, Cameroon*

‡ndjobojean@gmail.com

§aandreaime@yahoo.fr

¶katarkalah91@gmail.com

||philippetsila87@gmail.com

***gbenbolie@yahoo.fr*

Received 6 September 2022

Revised 22 October 2022

Accepted 23 October 2022

Published 8 December 2022

In this work, we obtain new solutions of the Bohr Hamiltonian model appropriate for triaxial nuclei, with screened Kratzer potential in the framework of conformable fractional derivative. The analytical solutions for energy spectra are obtained using the conformable fractional Nikiforov–Uvarov method. We discuss the link between the present model and other relevant related models such as $Z(5)$ model, classical screened Kratzer model and conformable fractional Kratzer model. The effect of the fractional-order parameter is investigated on the variations of the interaction potential. The normalized eigen-energies are calculated as well as normalized $B(E2)$ transitions probabilities at different values of the fractional-order parameter. Our results reproduced well the experimental data for ^{126}Xe , ^{128}Xe , ^{130}Xe , ^{192}Pt , ^{194}Pt and ^{196}Pt atomic nuclei, and are found to be improved in comparison with other related theoretical models.

Keywords: Triaxial nuclei; Bohr Hamiltonian; $B(E2)$ transition rates; conformable fractional derivative; Nikiforov–Uvarov method.

PACS Number(s): 21.60.Fw, 21.10.Re, 70.25.+k, 04.10.Mn

1. Introduction

Various phenomena occurring in the nuclear structure involve both rotation and vibration of the nucleus surface.^{1,2} The fundamental question while studying the nuclear structure is an adequate representation of these movements (vibration and

rotation) in order to obtain knowledge of the properties of atomic nuclei. For this purpose, different approaches have been applied by many scientists to better represent these complex movements including the Bohr–Mottelson model^{2,3} (BMM) sometimes called the geometric model and the interacting boson model (IBM)⁴ amongst others.^{5,6} An important progress has been made in these models in the sense that some of their solutions can be obtained by analytical calculations. However, the impact for the BMM increased notably with the introduction of the concepts of critical point symmetries (CPS) by Iachello.^{7–9} Those CPS can be verified experimentally as a special solution of the BMM.^{10–12} It is well known that the X(5) symmetry⁸ describes the first-order transition between prolate deformed and the vibrational form of atomic nuclei. In this precise context, real attention is devoted to the study of the Bohr Hamiltonian equation with various potential models such as Morse,^{13,14} Killingbeck,^{15,16} Killingbeck+Morse,¹⁷ Davidson,^{18,19} Woods–Saxon,²⁰ Kratzer,²¹ screened Kratzer,²² Manning–Rosen^{23,24} and sextic potential.^{25,26} Recently, several works have been published on solutions of the Bohr–Mottelson Hamiltonian using the sextic model.^{27,28} For more details on this subject, one can refer to Refs. 29 and 30.

In recent years, a new class of CPS called the conformable fractional CPS $E^{(\nu)}(5)$ CPS has been introduced in Ref. 31. They are studied from the conformable fractional Bohr Hamiltonian (CFBH), where ν is the order of the conformable fractional derivative. The analytical expressions of eigenfunctions and eigen-energies of the CFBH model were obtained by Hammad using an infinite well potential in β part,³¹ and Kratzer potential.³² The study of $E^{(\nu)}(5)$ CPS provides a set of sub-models that can be directly compared to the experimental results by simply changing the value of the fractional-order parameter. Moreover, one of the very interesting features concerning the effect of the conformable fractional formulation is that the shape coexistence with mixing phenomena in the ⁹⁶Mo nucleus, demonstrated within the framework of the CFBH.³³ The major challenge in the study of CPS in atomic nuclei is the lack of continuous variables on the nuclear domain. CFBH is particularly interesting in the sense that it allows access to several sub-models which are very close to the original one as $\nu \rightarrow 1$. Such a mechanism considerably increases the chance that one comes across experimental results with a high degree of precision. Indeed, the degree of precision is even higher when the fractional parameter is extremely close to 1. Whereas for small values of the fractional-order parameter, there is a set of possibilities to reduce the standard deviation of theoretical predictions from experimental data. These interesting features are the main motivations of this study.

There are several previous works in the literature concerning the study of quantum systems using fractional analysis, which clearly demonstrates the interest of this technique. In Ref. 34, Ahmadou *et al.* solved the CFBH with a four inverse power terms potential. In Ref. 35, Tasbozan *et al.* used the elliptic function expansion method to derive nonlinear conformable time-fractional combined Kdv–mKdV

and Boussinesq equations. In Ref. 36, Herrmann *et al.* used conformable fractional calculus to study the fractional symmetric rigid rotor. In Ref. 37 eigenvectors and eigen-energies for the N -dimensional fractional Schrödinger wave equation are obtained using the pseudo harmonic potential, and then the results were applied to compute the mass spectra of heavy mesons. In Ref. 38, Hulthen potential, Wood-Saxon potential and harmonic oscillator potential are solved analytically by using the fractional Schrödinger equation. In Ref. 39, Hosseini *et al.* calculated analytical solutions of various fractional differential equations using conformable time fractional derivatives. In Ref. 40, Chung *et al.* investigated conformable fractional radial Schrödinger equation with Killingbeck and hyperbolic potentials. However, to the best of our knowledge, there is not yet an available study in the literature, carried out on CFBH for triaxial nuclei under the influence of a screened potential. It is well known that screening effects are convenient for the separation of short range nuclear dynamics and long range interactions. This motivated us to take an interest in the study of the Bohr Hamiltonian for screened Kratzer potential (SKP) in fractional conformable space to examine both the effect of the screening term and that of the fractional domain on the energy spectra of triaxial nuclei.

In order to illustrate the results of this new model, this work is devoted to the comparison between the analytical solutions of the CFBH with the SKP, the analytic solutions of fractional Bohr Hamiltonian for the Kratzer potential³² as well as those from SKP²² and $Z(5)^{21}$ models. In our model, the potential of the β -variable is assumed be the SKP, while for the γ -part, we consider a potential of harmonic oscillator-type, having a minimum at $\gamma = \frac{\pi}{6}$. Analytical expressions of the conformable fractional energy spectra are obtained by solving the Schrödinger equation of the Bohr Hamiltonian using the Nikiforov-Uvarov (NU) extended to the conformable fractional domain. This solution will be called the Conformable Fractional Screened Kratzer Potential (CF-SKP) model. The evolution of the energy spectra is studied for different values of the fractional derivative order, ν for the states in the ground state band, the γ -band and the β -band.

This paper is organized as follows. In Sec. 2, we present the theoretical tools required for this work. Basic concepts of fractional derivative are briefly explained. The NU method will be generalized to the conformable fractional domain. Section 3 presents the Bohr Hamiltonian and the conformable fractional derivative is implemented to the Bohr Hamiltonian equation for the SKP to obtain the so called conformable fractional Bohr Hamiltonian equation (CFBHE), and then solutions are obtained using the NU method. In Sec. 4, energy eigenvalues are calculated at different values of ν for ^{126}Xe , ^{128}Xe , ^{130}Xe , ^{192}Pt , ^{194}Pt and ^{196}Pt atomic nuclei, then our results are presented and compared with other relevant works. Fractional $B(E2)$ transition rates are also calculated for ^{126}Xe , ^{128}Xe , ^{130}Xe , ^{192}Pt , ^{194}Pt and ^{196}Pt . Finally, the summary and conclusion are given.

2. Theoretical Tools

2.1. Conformable fractional derivative

Fractional derivative is the generalization of usual derivative to noninteger order.^{34,41–44} Various definitions of the concept of fractional derivative can be found in literature. Amongst them, one can name Caputo, Riemann–Liouville and Riesz fractional derivatives. Caputo derivative^{34,41} is one of the most employed fractional derivatives. The latter is of great interest in applied sciences as it is more applicable to initial and boundary problems. The Caputo fractional derivative of a function $\psi(t)$ is defined as follows:

$${}^C D_t^\nu \psi(t) = \int_{t_0}^t K_\nu(t-y) \psi^{(n)}(y) dy, \quad t_0 < t, \quad (1)$$

with

$$K_\nu(t-y) = \frac{(t-y)^{n-\nu-1}}{\Gamma(n-\nu)}, \quad (2)$$

where $\psi^{(n)}(t)$ is the n th derivative of the function $\psi(t)$, and $K_\nu(t-y)$ is the kernel. The kernel $K_\nu(t-y)$ is fixed for a given real number ν , and has a singularity at $t = y$. In order to redefine fractional derivatives using nonsingular smooth exponential kernels, Caputo and Fabrizio^{34,45} introduced a new formula of fractional derivative of the following form:

$$D_t^\nu \psi(t) = \frac{M(\nu)}{(1-\nu)} \int_{t_0}^t \exp\left[-\frac{\nu(t-y)}{1-\nu}\right] \dot{\psi}(y) dy, \quad (3)$$

where $M(\nu)$ is a normalization function satisfying $M(0) = M(1) = 1$. Recently, the concept of conformable fractional derivative was introduced by Khalil *et al.*⁴⁶ for which a given function $\psi(t)$, the conformable fractional derivative of order ν is given by

$$D_t^\nu \psi(t) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\psi(t - \epsilon t^{1-\nu}) - \psi(t)}{\epsilon}, \quad 0 < t, \quad (4)$$

$$\psi(0) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \psi(t), \quad (5)$$

and then,

$$D^\nu [\psi_{nl}(t^\nu)] = t^{1-\nu} \psi_{nl}(t^\nu), \quad (6)$$

$$D^\nu [D^\nu \psi_{nl}(t^\nu)] = (1-\nu)t^{1-2\nu} \psi'_{nl}(t^\nu) + t^{2-2\nu} \psi''_{nl}(t^\nu), \quad (7)$$

with $0 < \alpha \leq 1$. This formulation is easy to use and provides a natural extension of the ordinary derivative to noninteger orders. Moreover, conformable fractional derivative is a linear differential operator and satisfies key properties of usual derivative such as the derivative of a product, chain rule and the quotient of two functions.^{34,38}

2.2. Conformable fractional Nikiforov–Uvarov method

The NU method⁴⁷ is used in quantum mechanics to obtain the eigenfunctions and eigenvalues of Schrödinger-type equations. In Ref. 38, the NU method was extended to noninteger calculus and applied on some equations of physical interest in order to test the applicability of the model. In Ref. 48, the author computed the mass spectra of quarkonia systems using a conformable fractional approach. This section is devoted to the formulation of the conformable fractional Nikiforov–Uvarov (CF-NU) method from its classical (integer) version. The basic equation of CF-NU method can be written in the following form^{48,49}:

$$D^\nu [D^\nu \psi(\omega)] + \frac{\bar{\tau}(\omega)}{\sigma(\omega)} D^\nu \psi(\omega) + \frac{\bar{\sigma}(\omega)}{\sigma^2(\omega)} \psi(\omega) = 0, \quad (8)$$

where $\bar{\tau}(\omega)$, $\sigma(\omega)$ and $\bar{\sigma}(\omega)$ are functions, of at most ν , 2ν and 2ν degree, respectively. Using the key property^{38,48,49} of conformable fractional derivative given by Eqs. (6) and (7), one can write Eq. (8) as

$$(1 - \nu)\omega^{1-2\nu}\psi'(\omega) + \omega^{2-2\nu}\psi''(\omega) + \frac{\bar{\tau}(\omega)}{\sigma(\omega)}\omega^{1-\nu}\psi'(\omega) + \frac{\bar{\sigma}(\omega)}{\sigma^2(\omega)}\psi(\omega) = 0, \quad (9)$$

then after a little algebra, Eq. (9) becomes

$$\psi''(\omega) + \frac{(1 - \nu)\sigma(\omega)\omega^{-\nu} + \bar{\tau}(\omega)}{\omega^{1-\nu}\sigma(\omega)}\psi'(\omega) + \frac{\bar{\sigma}(\omega)}{\omega^{2-2\nu}\sigma^2(\omega)}\psi(\omega) = 0. \quad (10)$$

Then we introduce the following expressions for the fractional parameters:

$$\bar{\tau}_f(\omega) = (1 - \nu)\sigma(\omega)\omega^{-\nu} + \bar{\tau}(\omega), \quad (11)$$

$$\sigma_f(\omega) = \omega^{1-\nu}\sigma(\omega), \quad (12)$$

$$\bar{\sigma}_f(\omega) = \bar{\sigma}(\omega). \quad (13)$$

From this, we can write the standard form of the generalized NU equation to the fractional domain

$$\psi''(\omega) + \frac{\bar{\tau}_f(\omega)}{\sigma_f(\omega)}\psi'(\omega) + \frac{\bar{\sigma}_f(\omega)}{\sigma_f^2(\omega)}\psi(\omega) = 0. \quad (14)$$

Setting $\psi(\omega) = \phi(\omega)Y(\omega)$ reduces Eq. (14) to a hypergeometric-type equation

$$\sigma_f(\omega)Y''(\omega) + \bar{\tau}_f(\omega)Y'(\omega) + h(\omega)Y(\omega) = 0, \quad (15)$$

where $\phi(\omega)$ solves the equation

$$\frac{\phi'(\omega)}{\phi(\omega)} = \frac{\pi_f(\omega)}{\sigma_f(\omega)}, \quad (16)$$

$$\tau_f(\omega) = \bar{\tau}_f(\omega) + 2\pi_f(\omega) \quad (17)$$

and

$$h = h_n = -n\tau'_f(\omega) - \frac{n(n-1)}{2}\sigma''_f(\omega), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

In Eq. (15), $Y(\omega)$ is a hypergeometric-type function whose polynomial satisfies a Rodrigues-like relation

$$Y_{\nu,n}(\omega) = \frac{B_n}{\rho(\omega)} \frac{d^n}{d\omega^n} [\sigma_f^n(\omega)\rho(\omega)], \quad (19)$$

where the weight function $\rho(\omega)$ satisfies the condition

$$(\sigma_f(\omega)\rho(\omega))' = \tau_f(\omega)\rho(\omega). \quad (20)$$

The functions $\pi_f(\omega)$ and $h(\omega)$ required for this method are given by

$$\pi_f(\omega) = \frac{\sigma_f'(\omega) - \bar{\tau}_f(\omega)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_f'(\omega) - \bar{\tau}_f(\omega)}{2}\right)^2 - \bar{\sigma}_f(\omega) + k\sigma_f(\omega)} \quad (21)$$

and

$$h(\omega) = k + \pi_f'(\omega). \quad (22)$$

In order to obtain the eigenvalue solution of the problem by CF-NU method,^{38,49} the polynomials $h(\omega)$ and $h_n(\omega)$ are equal and $Y(\omega)=Y_{\nu,n}(\omega)$ is a particular solution of degree n of Eq. (15).

3. Conformable Fractional Bohr Hamiltonian with Screened Kratzer Potential

The Bohr Hamiltonian is usually employed to describe the structure of atomic nuclei around the critical point of transition between the spherical and deformed shapes. In collective variables,⁵⁰ the Bohr Hamiltonian is defined through the following formula:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin(3\gamma)} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin(3\gamma) \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4\beta^2} \sum_{k=1,2,3} \frac{\hat{Q}_k^2}{\sin^2\left(\gamma - \frac{2}{3}\pi k\right)} \right] + V(\beta, \gamma), \quad (23)$$

where (β, γ) are the internal collective coordinates, \hat{Q}_k (with $k = 1, 2, 3$) are angular momentum components in the intrinsic frame and B is the mass parameter. Let us introduce the following expressions ξ and $v(\beta, \gamma)$ such that $\xi = \frac{2BE}{\hbar^2}$, $v(\beta, \gamma) = \frac{2BV(\beta, \gamma)}{\hbar^2}$, which are the reduced energies and the reduced potential, respectively.

In order to separate the Hamiltonian into its variables, we assume that the reduced potential and the wave function are exactly separable. The suitable forms are (see Ref. 51 for more details) $v(\beta, \gamma) = u(\beta) + \frac{w(\gamma)}{\beta^2}$, $\Psi(\beta, \gamma, \theta_i) = \psi(\beta)\eta(\gamma)D(\theta_i)$ where θ_i ($i = 1, 2, 3$) the Euler angle and D is the Wigner function; with the γ -part

of the potential having a minimum at $\gamma = \frac{\pi}{6}$, one can write the total angular momentum as

$$W = \sum_{k=1}^3 \frac{\widehat{Q}_k^2}{\sin^2\left(\gamma - \frac{2}{3}\pi k\right)} = 4(\widehat{Q}_1^2 + \widehat{Q}_2^2 + \widehat{Q}_3^2) - 3\widehat{Q}_1^2, \quad (24)$$

by using the following symmetric wave function:

$$D(\theta_i) = \sqrt{\frac{2L+1}{16\pi^2(1+\delta_{\varsigma,0})}} [D_{\mu,\varsigma}^{(L)}(\theta_i) + (-1)^L D_{\mu,-\varsigma}^L(\theta_i)], \quad (25)$$

the eigenvalue is $4L(L+1) - 3\varsigma^2$, where L is the angular momentum and ς is the projection quantum number of angular momentum on the body-fixed x' -axis. In practice, instead of using ς , we can use the wobbling quantum number $n_{\bar{\omega}} = L - \varsigma$.^{2,52} The energy bands are characterized by $L = n_{\bar{\omega}}, n_{\bar{\omega}} + 2, n_{\bar{\omega}} + 4, \dots$ (with $n_{\bar{\omega}} > 0$) next to the ground state band (with $n_{\bar{\omega}} = 0$).⁵²

Henceforth, the γ and β dependent Schrödinger equations are

$$\left[-\frac{1}{\sin(3\gamma)} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin(3\gamma) \frac{\partial}{\partial \gamma} + \omega(\gamma) \right] \eta(\gamma) = \lambda \eta(\gamma), \quad (26)$$

$$\left[-\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{4L(1+L) - 3\varsigma^2 + 4\lambda}{4\beta^2} + u(\beta) \right] \psi(\beta) = \xi \psi. \quad (27)$$

3.1. Solution of the γ -part

Triaxial shapes are formed by the oscillation of nuclear structure, the corresponding potential energy surface should have a minimum around $\gamma = \frac{\pi}{6}$. Henceforth, the following harmonic potential can be considered:

$$\omega(\gamma) = \frac{1}{2} \tilde{c} \left(\gamma - \frac{\pi}{6} \right)^2, \quad (28)$$

where \tilde{c} is defined as the stiffness of the potential. Combining Eqs. (26) and (28) and solving obtained equation will give us the energy eigenvalue and the normalized eigenfunctions,^{53,54} respectively, as

$$\lambda_{\tilde{\gamma}} = \sqrt{2\tilde{c}} \left(n_{\tilde{\gamma}} + \frac{1}{2} \right), \quad \tilde{n}_{\tilde{\gamma}} = 0, 1, 2, \dots, \quad (29)$$

$$\eta_{\tilde{\gamma}}(\tilde{\gamma}) = \sqrt{\frac{(\tilde{c}/2)^{1/4}}{2^{n_{\tilde{\gamma}}} \sqrt{\pi} n_{\tilde{\gamma}}}} H_{n_{\tilde{\gamma}}}((\tilde{c}/2)^{1/4} \tilde{\gamma}) \exp(-(\tilde{c}/2)^{1/2} \tilde{\gamma}^2/2), \quad (30)$$

with $\tilde{\gamma} = \gamma - \frac{\pi}{6}$, $n_{\tilde{\gamma}}$ is the radial quantum number, $H_{n_{\tilde{\gamma}}}$ is the Hermite polynomial.

3.2. Solution of the β part

Considering Eq. (27) and making the substitution

$$\psi(\beta) = \beta^{-2} F(\beta), \quad (31)$$

we obtain the following equation for $F(\beta)$:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - \frac{p}{\beta^2} - u(\beta) + \xi \right] F(\beta) = 0, \quad (32)$$

where $p = 2 + L(L + 1) - \frac{3\xi^2}{4} + \lambda$. At this stage, we introduce the SKP:

$$u(\beta) = \left(\frac{A}{\beta} + \frac{B}{\beta^2} \right) e^{-k\beta}, \quad (33)$$

where this function is represented in Figs. 1–3 in the conformable fractional space. By substituting $u(\beta)$ in Eq. (32), and using the Green–Aldrich approximation,⁵⁵ we obtain

$$\frac{d^2 F(\beta)}{d\beta^2} + \left[-\frac{k^2 p}{(1 - e^{-k\beta})^2} - \frac{Ake^{-k\beta}}{(1 - e^{-k\beta})} - \frac{Bk^2 e^{-k\beta}}{(1 - e^{-k\beta})^2} + \xi \right] F(\beta) = 0. \quad (34)$$

It is convenient to use the variable transformation

$$z = e^{-k\beta} \quad (35)$$

and we get

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 F(z)}{dz^2} + \frac{1 - z}{z(1 - z)} \frac{dF(z)}{dz} + \frac{1}{[z(1 - z)]^2} \\ & \times \left[\left(-\frac{A}{k} - B - \frac{2\xi}{k^2} \right) z + \left(\frac{A}{k} + \frac{\xi}{k^2} \right) z^2 + \frac{\xi}{k} - p \right] F(z) = 0. \end{aligned} \quad (36)$$

By putting $-\epsilon_{n,L} = \frac{\xi}{k^2}$; $\gamma = -\frac{A}{k}$ we obtain

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 F(z)}{dz^2} + \frac{1 - z}{z(1 - z)} \frac{dF(z)}{dz} + \frac{1}{[z(1 - z)]^2} \\ & \times [-(\epsilon_{n,L} + \gamma)z^2 + (2\epsilon_{n,L} + \gamma - B)z - (\epsilon_{n,L} + p)] F(z) = 0. \end{aligned} \quad (37)$$

The transition to conformable fractional domain is performed by replacing integer orders by conformable fractional orders. Therefore, the conformable Bohr Hamiltonian equation for the SKP can be written as

$$\begin{aligned} & D^\nu [D^\nu F(z^\nu)] + \frac{1 - z^\nu}{z^\nu(1 - z^\nu)} D^\nu [D^\nu F(z^\nu)] \\ & + \frac{1}{z^{2\nu}(1 - z^\nu)^2} [-\varsigma_1 z^{2\nu} + \varsigma_2 z^\nu - \varsigma_3] F(z^\nu) = 0, \end{aligned} \quad (38)$$

where $\varsigma_1 = \epsilon_{n,L} + \gamma$; $\varsigma_2 = 2\epsilon_{n,L} + \gamma - B$; $\varsigma_3 = \epsilon_{n,L} + p$, and the potential given by Eq. (33) is replaced by

$$u(\beta^\nu) = \left(\frac{A}{\beta^\nu} + \frac{B}{\beta^{2\nu}} \right) e^{-k\beta^\nu}. \quad (39)$$

By using the key property of conformable fractional derivative, the above equation is transformed into the following form:

$$\frac{d^2 F(z^\nu)}{dz^2} + \frac{(2-\nu)(1-z^\nu)}{z(1-z^\nu)} \frac{dF(z^\nu)}{dz} + \frac{1}{z^{2\nu}(1-z^\nu)^2} [-\varsigma_1 z^{2\nu} + \varsigma_2 z^\nu - \varsigma_3] F(z^\nu) = 0. \quad (40)$$

The following expressions are obtained for the function $\bar{\tau}_f(z^\nu)$, $\sigma_f(z^\nu)$ and $\bar{\sigma}_f(z^\nu)$:

$$\bar{\tau}_f(z^\nu) = (2-\nu)(1-z^\nu), \quad (41)$$

$$\sigma_f(z^\nu) = z(1-z^\nu), \quad (42)$$

$$\bar{\sigma}_f(z^\nu) = -\varsigma_1 z^{2\nu} + \varsigma_2 z^\nu - \varsigma_3. \quad (43)$$

Table 1. Free parameters of the fractional SKP.

Isotopes	A	B	k
^{126}Xe	-1.385	58	0.0014
^{128}Xe	-1.980	38	0.0014
^{130}Xe	-3	37	0.000014
^{192}Pt	-2.4	49	0.0014
^{194}Pt	-3	48	0.0014
^{196}Pt	-0.465	44	0.0014

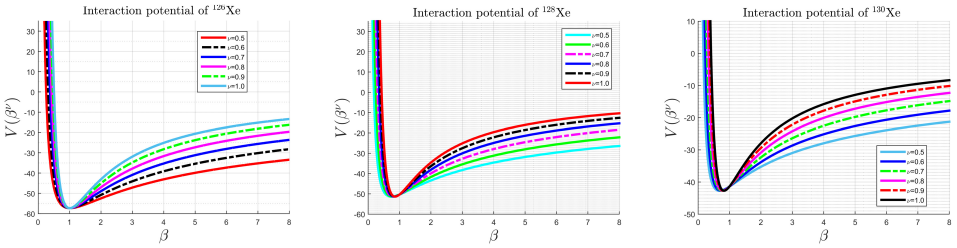


Fig. 1. Representation of the fractional SKP for ^{126}Xe , ^{128}Xe and ^{130}Xe atomic nuclei with free parameters of Table 1 at different values of the fractional-order parameter.

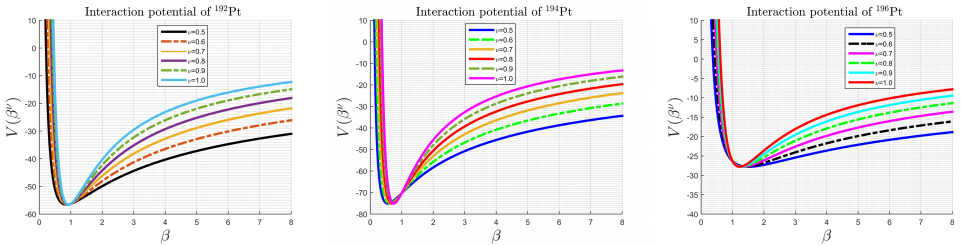


Fig. 2. Representation of the fractional SKP for ^{192}Pt , ^{194}Pt and ^{196}Pt atomic nuclei with free parameters of Table 1 at different values of the fractional-order parameter.

By substituting Eqs. (41)–(43) into Eq. (21), one obtains

$$\pi_f(z^\nu) = \frac{(\nu - 1) + (1 - 2\nu)z^\nu}{2} \pm \frac{1}{2} \times \sqrt{\left[\left(\frac{1 - 2\nu}{2} \right)^2 + \left(\frac{\nu - 1}{2} \right)^2 + \varsigma_1 - kz^{1-\nu} \right] z^{2\nu} + \left[\frac{(\nu - 1)(1 - 2\nu)}{2} - \varsigma_2 + -kz^{1-\nu} \right] z^\nu + \varsigma_3}. \quad (44)$$

To find the value of the k , the discriminant of the polynomial under the square root of Eq. (44) must be equal to zero. Hence,

$$k_\pm = [-(Q + 2\varsigma_3) \pm 2\sqrt{\varsigma_3(\varsigma_3 + Q + G)}]z^{\nu-1}. \quad (45)$$

Here, Q and G are defined as $Q = \frac{(\nu-1)(1-2\nu)}{2} - \varsigma_2$; $G = \frac{(1-2\nu)^2}{4} + \left(\frac{\nu-1}{2}\right)^2 + \varsigma_1$. Employing Eqs. (44) and (45) becomes

$$\pi_f(z^\nu) = \frac{(\nu - 1) + (1 - 2\nu)z^\nu}{2} \pm \begin{cases} (\sqrt{\varsigma_3} - \sqrt{\varsigma_3 + Q + G})z^\nu - \sqrt{\varsigma_3}, & \text{for } k = k_+, \\ (\sqrt{\varsigma_3} + \sqrt{\varsigma_3 + Q + G})z^\nu + \sqrt{\varsigma_3}, & \text{for } k = k_-. \end{cases} \quad (46)$$

Table 2. Comparison of our excitation energies for ^{126}Xe isotope, with experimental data,⁶⁷ SKP²² with three parameters, Z(5)-CFK model³² with three parameters, at different values of the fractional-order parameter.

^{126}Xe						
L_{band}	Z(5)-CFK ³²	Exp. ⁶⁷	SKP ²²	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
2_g^+	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4_g^+	2.479	2.424	2.485	2.478	2.479	2.479
6_g^+	4.234	4.207	4.255	4.229	4.232	4.234
8_g^+	6.078	6.267	6.126	6.068	6.073	6.079
10_g^+	7.875	8.645	7.960	7.858	7.867	7.877
12_g^+	9.543	10.999	9.673	9.519	9.533	9.547
14_g^+				11.013	11.032	11.051
2_γ^+	1.913	2.264	1.912	1.912	1.913	1.913
3_γ^+	2.751	3.391	2.758	2.749	2.750	2.751
4_γ^+	4.680	3.830	4.706	4.673	4.676	4.680
5_γ^+	4.894	4.898	4.923	4.887	4.891	4.894
6_γ^+	7.110	5.698	7.178	7.096	7.104	7.112
7_γ^+	6.948	6.848	7.012	6.934	6.941	6.949
8_γ^+	9.193	7.878	9.313	9.171	9.184	9.197
9_γ^+	8.824	9.059	8.933	8.803	8.815	8.827
0_β^+	3.385	3.381	3.493	3.361	3.692	4.009
2_β^+	4.169	4.319	4.229	4.127	4.436	4.732
4_β^+	5.336	5.255	5.334	5.269	5.546	5.812
σ	0.690		0.680	0.678	0.685	0.714

By choosing k_- , the function $\pi_f(z^\nu)$ becomes

$$\pi_f(z^\nu) = \frac{(\nu - 1) + (1 - 2\nu)z^\nu}{2} - [(\sqrt{\zeta_3} + \sqrt{\zeta_3 + Q + G})z^\nu - \sqrt{\zeta_3}]. \quad (47)$$

Next, the expressions for $\tau_f(z^\nu)$, $\lambda(z^\nu)$ and $\lambda_n(z^\nu)$ are obtained, respectively, as follows:

$$\tau_f(z^\nu) = [2\sqrt{\zeta_3} + (\nu - 1) + (2 - \nu)] + [1 - 2\nu - 2(\sqrt{\zeta_3} + \sqrt{\zeta_3 + Q + G}) - (2 - \nu)]z^\nu, \quad (48)$$

$$\lambda(z^\nu) = [-Q - 2\zeta_3 - 2\sqrt{\zeta_3(\zeta_3 + Q + G)}] + \frac{\nu(1 - 2\nu)}{2} - \nu\sqrt{\zeta_3} - \nu\sqrt{\zeta_3 + Q + G} z^{\nu-1}, \quad (49)$$

$$\lambda_n(z^\nu) = n\nu[1 + \nu + 2(\sqrt{\zeta_3} + \sqrt{\zeta_3 + Q + G})]z^{\nu-1} + \frac{n(n-1)\nu(\nu+1)}{2} z^{\nu-1}. \quad (50)$$

Table 3. Comparison of our excitation energies for ^{128}Xe isotope, with experimental data,⁶⁸ SKP²² with three parameters, Z(5)-CFK model³² with three parameters, at different values of the fractional-order parameter.

L_{band}	^{128}Xe					
	Z(5)-CFK ³²	Exp. ⁶⁸	SKP ²²	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
2_g^+	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4_g^+	2.398	2.333	2.422	2.402	2.402	2.403
6_g^+	3.941	3.922	4.026	3.955	3.958	3.961
8_g^+	5.445	5.674	5.622	5.473	5.479	5.887
10_g^+	6.806	7.597	7.098	6.852	6.862	6.875
12_g^+			8.013	8.052	8.068	8.085
14_g^+				9.073	9.093	9.116
2_γ^+	1.874	2.189	1.885	1.875	1.876	1.876
3_γ^+	2.644	3.228	2.676	2.649	2.650	2.652
4_γ^+	4.315	3.620	4.419	4.332	4.335	4.340
5_γ^+	4.493	4.508	4.607	4.511	5.515	4.520
6_γ^+	6.239	5.150	6.480	6.276	6.285	6.295
7_γ^+	6.116	6.165	6.346	6.152	6.160	6.170
8_γ^+				7.806	7.821	7.837
9_γ^+						
0_β^+	3.650	3.575	3.575	3.054	3.254	3.475
2_β^+	4.315	4.515	4.260	3.763	3.946	4.150
4_β^+				4.773	4.933	5.111
σ	0.480		0.494	0.529	0.499	0.477

Equating Eqs. (49) and (50) and using the expression of the parameter ς_1 , ς_2 and ς_3 , we obtain the energy spectrum as

$$E_{n,L,n\nu}^{(\nu)} = k^2 p - k^2 \left[\frac{\frac{\nu(\nu+1)}{2} \left(n^2 + n + (2n+1) \frac{2\sqrt{f}}{(\nu+1)} \right) - \frac{\nu(1-2\nu)}{2} - \frac{\nu(\nu+1)}{8} + \Lambda}{2n\nu + \nu + 2\sqrt{f}} \right]^2, \quad (51)$$

where

$$f = \frac{(\nu-1)(1-2\nu)}{2} + \left(\frac{1-2\nu}{2} \right)^2 + \left(\frac{\nu-1}{2} \right)^2 + B + p, \quad (52)$$

$$\Lambda = \frac{(\nu-1)(1-2\nu)}{2} + \left(B + \frac{A}{k} + 2p \right). \quad (53)$$

4. $B(E2)$ Transition Rates

In this section, conformable fractional $B(E2)$ transition rates are calculated for $^{192,194,196}\text{Pt}$ atomic nuclei. The general quadrupole operator^{56,57} is given by

$$T_{\mu}^{(E2)} = t\beta \left[D_{\mu,0}^{(2)}(\theta_i) \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}} (D_{\mu,2}^{(2)}(\theta_i) + D_{\mu,-2}^{(2)}(\theta_i)) \sin\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) \right], \quad (54)$$

Table 4. Comparison of our excitation energies for ^{130}Xe isotope, with experimental data,⁶⁹ SKP²² with three parameters, Z(5)-CFK model³² with three parameters, at different values of the fractional-order parameter.

^{130}Xe						
L_{band}	Z(5)-CFK ³²	Exp. ⁶⁹	SKP ²²	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
2_g^+	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4_g^+	2.367	2.247	2.387	2.396	2.398	2.398
6_g^+	3.836	3.627	3.905	3.935	3.942	3.944
8_g^+	5.228	5.031	5.370	5.431	5.446	5.451
10_g^+	6.457	6.457	6.686	6.783	6.808	6.816
12_g^+	7.502	7.867	7.820	7.955	7.990	8.001
14_g^+		8.458	8.776	8.947	8.992	9.007
2_{γ}^+	1.858	2.093	1.868	1.873	1.874	1.874
3_{γ}^+	2.604	3.045	2.631	2.642	2.644	2.645
4_{γ}^+	1.185	3.373	4.271	4.307	4.316	4.318
5_{γ}^+	4.351	4.051	4.444	4.484	4.493	4.496
6_{γ}^+				6.220	6.240	6.246
7_{γ}^+				7.098	6.117	6.123
8_{γ}^+				7.716	7.748	7.759
9_{γ}^+						
0_{β}^+	3.400	3.446	3.141	3.033	3.504	3.655
2_{β}^+				3.749	4.182	4.321
4_{β}^+				4.763	5.144	5.268
σ	0.350		0.403	0.417	0.402	0.407

where θ_i are the so-called Euler angles and t is a scale factor, while $D^{(2)}$ stands for the Wigner function where index term μ represents the angular momentum quantum number ς (projection ς along the body-fixed \hat{x}' -axis).

For triaxial nuclei ($\gamma \approx \frac{\pi}{6}$), the quadrupole operator⁵⁶ takes the following form:

$$T_{\mu}^{(E2)} = -\frac{t\beta}{\sqrt{2}}(D_{\mu,2}^{(2)}(\theta_i) + D_{\mu,-2}^{(2)}(\theta_i)), \quad (55)$$

and the $B(E2)$ transition rates^{58,59} are given by

$$B(E2; L_i\varsigma_i \rightarrow L_f\varsigma_f) = \frac{5}{16\pi} \frac{|\langle L_f\varsigma_f || T^{(E2)} || L_i\varsigma_i \rangle|^2}{2L_i + 1}, \quad (56)$$

and then, from the Wigner–Eckart theorem,⁵⁸ the reduced matrix elements can be written as

$$\langle L_f M_f \varsigma_f | T_{\mu}^{(E2)} | L_i M_i \varsigma_i \rangle = \frac{\langle L_f \varsigma_f || T^{(E2)} || L_i \varsigma_i \rangle}{\sqrt{2L_f + 1}} \langle L_i 2 L_f | M_i \mu M_f \rangle. \quad (57)$$

To calculate the matrix elements of the quadrupole operator of Eq. (55), the integral over $\tilde{\gamma}$ is equal to the unity because of normalization method,⁵⁶ the integral over the Euler angles is performed by the means standard integrals of the three Wigner

Table 5. Comparison of our excitation energies for ¹⁹²Pt isotope, with experimental data,⁶⁴ SKP²² with three parameters, Z(5)-CFK model³² with three parameters, and Z(5) model²¹ with two parameters, at different values of the fractional-order parameter.

¹⁹² Pt							
L_{band}	Exp. ⁶⁴	Z(5) ²¹	SKP ²²	Z(5)-CFK ³²	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
2_g^+	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4_g^+	2.479	2.350	2.482	2.454	2.449	2.450	2.451
6_g^+	4.314	3.984	2.522	4.140	4.124	4.128	4.131
8_g^+	6.377	5.877	6.099	5.868	5.835	5.843	5.850
10_g^+	8.624	8.019	7.912	7.512	7.456	7.469	7.482
12_g^+		10.400			8.922	8.941	8.960
14_g^+					10.210	10.230	10.260
2_{γ}^+	1.935	1.837	1.900	1.901	1.899	1.899	1.900
3_{γ}^+	2.910	2.597	2.714	2.717	2.712	2.713	2.714
4_{γ}^+	3.795	4.420	4.550	4.561	4.542	4.546	4.551
5_{γ}^+	4.682	4.634	4.751	4.763	4.742	4.747	4.752
6_{γ}^+	5.905	7.063	6.792	6.818	6.772	6.782	6.793
7_{γ}^+	6.677	6.869	6.644	6.669	6.625	6.635	6.645
8_{γ}^+	8.186	9.864	8.652	8.694	8.617	8.635	8.653
9_{γ}^+		9.318					
0_{β}^+	3.776	3.913	4.078	3.880	3.282	3.615	3.936
2_{β}^+	4.547	5.697	4.776	4.600	4.029	4.339	4.637
4_{β}^+	6.110	7.962	5.801	5.658	5.122	5.399	5.667
σ		0.824	0.403	0.490	0.561	0.504	0.480

functions⁵⁸ and the integral over β takes the following form:

$$I(n_i, L_i, \varsigma_i, n_f, L_f, \varsigma_f) = \int \beta \xi_{n_i, L_i, \varsigma_i}(\beta) \xi_{n_f, L_f, \varsigma_f}(\beta) \beta^4 d\beta, \quad (58)$$

where the β and β^4 factors come from the quadrupole operator and volume element, respectively. Using the Wigner–Eckart theorem, Eq. (57) takes the following form:

$$\begin{aligned} B(E2; L_i \varsigma_i \rightarrow L_f \varsigma_f) &= \frac{5}{16\pi} \frac{t^2}{2} \frac{1}{(1 + \delta_{\varsigma_i, 0})(1 + \delta_{\varsigma_f, 0})} [(L_i 2L_f | \varsigma_i 2\varsigma_f) \\ &\quad + (L_i 2L_f | \varsigma_i - 2\varsigma_f) + (-1)^{L_f} (L_i 2L_f | \varsigma_i - 2 - \varsigma_f)]^2 \\ &\quad \times [I(n_i, L_i, \varsigma_i, n_f, L_f, \varsigma_f)]^2. \end{aligned} \quad (59)$$

The Clebsch–Gordon coefficients appearing in the above equation have been deduced by its properties (only $\Delta\varsigma = \pm 2$ transitions are allowed).

5. Numerical Results and Discussion

In this section, we present numerical results for fractional normalized eigen-energies as well as fractional $B(E2)$ transition rates of the CFBH model with SKP. The

Table 6. Comparison of our excitation energies for ¹⁹⁴Pt isotope, with experimental data,⁶⁵ SKP²² with three parameters and Z(5)-CFK model³² with three parameters, at different values of the fractional-order parameter.

¹⁹⁴ Pt						
L_{band}	Z(5)-CFK ³²	Exp. ⁶⁵	SKP ²²	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
2_g^+	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4_g^+	2.450	2.470	2.452	2.446	2.447	2.448
6_g^+	4.127	4.299	4.133	4.111	4.114	4.118
8_g^+	5.840	6.392	5.855	5.805	5.813	5.821
10_g^+	7.465	8.671	7.491	7.405	7.419	7.432
12_g^+				8.847	8.867	8.887
14_g^+				10.110	10.130	10.160
2_γ^+	1.899	1.894	1.896	1.897	1.897	1.898
3_γ^+	2.713	2.809	2.715	2.707	2.708	2.709
4_γ^+	4.545	3.743	4.522	4.525	4.530	4.534
5_γ^+	4.746	4.563	4.755	4.723	4.728	4.733
6_γ^+	6.779	5.863	6.723	6.730	6.741	6.752
7_γ^+				6.586	6.596	6.606
8_γ^+	8.629	8.186	8.538	8.548	8.567	8.585
9_γ^+						
0_β^+	3.841	3.858	3.687	3.289	3.626	3.950
2_β^+	4.559	4.603	4.394	4.033	4.346	4.648
4_β^+	5.612	5.817	5.432	5.119	5.399	5.670
σ	0.520		0.496	0.576	0.521	0.500

energy spectrum is normalized according to the following formula:

$$R_{n,L,n_\omega}^{(\nu)} = \frac{E_{n,L,n_\omega}^{(\nu)} - E_{0,0,0}^{(\nu)}}{E_{0,2,0}^{(\nu)} - E_{0,0,0}^{(\nu)}}, \quad (60)$$

where the quantum number n_ω is linked to the angular momentum quantum number L by the relation $n_\omega = L - \nu$. Thus, for each band of the spectra, we have some specific relations.^{60,61} The ground state band is characterized by $n = 0$, $n_\omega = 2$ and the odd levels with $n = 0$, $n_\omega = 1$. The β -band is characterized by $n = 0$, $n_\omega = 0$. By using these different relationships, we calculated the eigen-energies of the ground state and the excited levels of ^{126}Xe , ^{128}Xe , ^{130}Xe , ^{192}Pt , ^{194}Pt and ^{196}Pt atomic nuclei. The parameters of our potential model are obtained from fitting the spectra with the available experimental data. The results obtained by our model are listed from Tables 2 to 13, and are compared with the available experimental data and other relevant theoretical models. It could be observed that our results are in good agreement with the experimental data, and improved in comparison with other theoretical models. In order to confirm this observation, we have calculated the root mean square deviation using the relation

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (E_i^{\text{exp}} - E_i^{\text{theo}})^2}{m - 1}}, \quad (61)$$

Table 7. Comparison of our excitation energies for ^{196}Pt isotope, with experimental data,⁶⁶ SKP²² with three parameters and Z(5)-CFK model³² with three parameters, at different values of the fractional-order parameter.

^{196}Pt						
L_{band}	Z(5)-CFK ³²	Exp. ⁶⁶	SKP ²²	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
2_g^+	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4_g^+	2.429	2.464	2.446	2.432	2.432	2.433
6_g^+	4.049	4.290	4.112	4.063	4.064	4.064
8_g^+	5.672	6.333	5.807	5.704	5.705	5.706
10_g^+	7.180	8.558	7.409	7.240	7.239	7.238
12_g^+				8.615	8.610	8.607
14_g^+				9.818	9.806	9.796
2_γ^+	1.889	1.936	1.897	1.890	1.890	1.891
3_γ^+	2.684	2.854	2.707	2.689	2.689	2.690
4_γ^+	4.448	3.636	4.526	4.466	4.467	4.468
5_γ^+	4.639	4.525	4.725	4.659	4.659	4.460
6_γ^+	6.547	5.644	6.734	6.594	6.594	6.594
7_γ^+				6.455	6.455	6.455
8_γ^+	8.243	7.730	8.555	8.331	8.327	8.324
9_γ^+						
0_β^+	2.935	3.192	3.506	2.493	2.705	2.904
2_β^+	3.693	3.828	4.212	3.245	3.434	3.612
4_β^+	4.788	4.318	5.245	4.335	4.494	4.642
σ	0.580		0.624	0.598	0.573	0.561

where m stands for the number of experimental data, E_i^{exp} and E_i^{theo} , respectively, stand for experimental and theoretical values. The root mean square σ confirms indeed that for all the atomic nuclei investigated in this work, the theoretical results are found to be a good agreement with experimental data, and are globally improved in comparison with other theoretical models.

In Table 1, the free parameters used to obtain numerical results of this model are listed for each isotope. The four free parameters A , B and k were selected from fitting Eq. (58) with experimental data. In this work, we consider $^{126,128,130}\text{Xe}$ and $^{192,194,196}\text{Pt}$ isotopes since they are the most suitable choice for triaxial nuclei.³⁴ As described in Refs. 17 and 62, we consider three main energy bands, namely: the ground state band, the γ -band and the β -band. The ground state band described by $n = 0$ and $n_\omega = 0$. The γ -band is distinguished by $(n = 0, n_\omega = 1)$ and $(n = 0, n_\omega = 2)$, respectively, for the odd and the even values of L . The β -band is given by $n = 1$ and $n_\omega = 0$.

Table 8. Comparison of our predictions of $B(E2)$ transition rates for ^{126}Xe atomic nuclei, with available experimental data,⁶⁷ Z(5)-CFK³² and SKP²² at different values of the fractional-order parameter. In our calculations, the $B(E2)$'s are normalized to the $B(E2:2_{0,0} \rightarrow 0_{0,0})$.

^{126}Xe								
$L_{n,n_\omega}^{(i)}$	\rightarrow	$L_{n,n_\omega}^{(f)}$	Z(5)-CFK ³²	Exp. ⁶⁷	SKP ²²	Our($\nu = 0.8$)	Our($\nu = 0.9$)	Our($\nu = 1$)
40,0	\rightarrow	20,0	1.603		1.472	1.401	1.449	1.471
60,0	\rightarrow	40,0	2.451		1.828	1.796	1.812	1.829
80,0	\rightarrow	60,0	3.491		1.976	1.902	1.967	1.975
100,0	\rightarrow	80,0			2.034	1.993	1.999	2.036
120,0	\rightarrow	100,0			2.025	2.004	2.009	2.025
140,0	\rightarrow	120,0			2.215	2.189	2.209	2.214
20,2	\rightarrow	20,0	1.618		0.759	0.692	0.730	0.762
40,2	\rightarrow	40,0	0.386			0.302	0.321	0.341
60,2	\rightarrow	60,0	0.251		0.219	0.185	0.201	0.220
80,2	\rightarrow	80,0			0.178	0.138	0.163	0.177
30,1	\rightarrow	40,0	1.339		1.013	1.002	1.009	1.014
50,1	\rightarrow	60,0	1.266		0.777	0.694	0.744	0.777
70,1	\rightarrow	80,0	1.344		0.702	0.672	0.694	0.701
90,1	\rightarrow	100,0			0.633	0.613	0.622	0.634
40,2	\rightarrow	20,2	0.774		0.360	0.324	0.351	0.361
60,2	\rightarrow	40,2	1.413		1.218	1.192	1.212	1.219
80,2	\rightarrow	60,2	3.021		2.431	2.379	2.420	2.433
50,1	\rightarrow	30,1	1.404		1.223	1.197	1.213	1.222
70,1	\rightarrow	50,1	2.636		2.030	2.010	2.021	2.030
90,1	\rightarrow	70,1	4.335		2.907	2.890	2.901	2.908
30,1	\rightarrow	20,2	2.278		1.084	1.058	1.071	1.083
50,1	\rightarrow	40,2	1.766		1.575	1.529	1.562	1.572
70,1	\rightarrow	60,2	2.302		1.939	1.928	1.931	1.938

For each isotope of xenon and platinum, the fractional SKP has been represented as a function of β at different values of the fractional parameter ν . The plots of the fractional potential are presented for ^{192}Pt and ^{194}Pt atomic nuclei in Fig. 1, ^{196}Pt and ^{126}Xe atomic nuclei in Fig. 2 then, ^{128}Xe and ^{130}Xe atomic nuclei in Fig. 3. The SKP can acquire the shape of a deep well. The effect of the conformable fractional-order parameter can be seen on the position of the potential well. Considering $^{192,194,196}\text{Pt}$ isotopes, and for large values of ν , the potential well is shifted forward. Considering $^{126,128,130}\text{Pt}$ isotopes, and for small values of ν , the potential well is shifted backward.

When investigating the structure of the nuclei, the study of the atomic nucleus at the CPS is particularly challenging. This is due to the fact that the structure of the nucleus at these points changes in a dramatic way. The $Z(5)$ model was introduced to describe the transition of atomic nuclei from prolate to oblate shapes. Whereas the $Y(5)$ model describes the transition of atomic nuclei from axial to triaxial shapes.⁶³ It is well known that the $Z(5)$ and $X(5)$ are similar solutions of

Table 9. Comparison of our predictions of $B(E2)$ transition rates for ^{128}Xe atomic nuclei, with available experimental data,⁶⁸ $Z(5)$ -CFK³² and SKP²² at different values of the fractional-order parameter. In our calculations, the $B(E2)$'s are normalized to the $B(E2:2_{0,0} \rightarrow 0_{0,0})$.

^{128}Xe							
$L_{n,n_\omega}^{(i)} \rightarrow L_{n,n_\omega}^{(f)}$	$Z(5)$ -CFK ³²	Exp. ⁶⁸	SKP ²²	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)	
$4_{0,0} \rightarrow 2_{0,0}$	1.603	1.468	1.481	1.469	1.477	1.480	
$6_{0,0} \rightarrow 4_{0,0}$	2.442	1.941	1.883	1.842	1.866	1.882	
$8_{0,0} \rightarrow 6_{0,0}$	3.442	2.388	2.168	2.149	2.162	2.170	
$10_{0,0} \rightarrow 8_{0,0}$		2.737	2.493	2.472	2.489	2.497	
$12_{0,0} \rightarrow 10_{0,0}$			2.928	2.893	2.904	2.926	
$14_{0,0} \rightarrow 12_{0,0}$			3.012	2.991	2.998	3.015	
$2_{0,2} \rightarrow 2_{0,0}$	1.625	1.194	0.772	0.690	0.743	0.774	
$4_{0,2} \rightarrow 4_{0,0}$	0.382			0.338	0.344	0.358	
$6_{0,2} \rightarrow 6_{0,0}$	0.244		0.240	0.219	0.229	0.241	
$8_{0,2} \rightarrow 8_{0,0}$			0.160	0.143	0.152	0.159	
$3_{0,1} \rightarrow 4_{0,0}$	1.351		1.010	0.997	1.005	1.011	
$5_{0,1} \rightarrow 6_{0,0}$	1.266		0.787	0.779	0.782	0.788	
$7_{0,1} \rightarrow 8_{0,0}$	1.314		0.702	0.688	0.694	0.701	
$9_{0,1} \rightarrow 10_{0,0}$			0.691	0.648	0.669	0.688	
$4_{0,2} \rightarrow 2_{0,2}$	0.759		0.375	0.359	0.368	0.374	
$6_{0,2} \rightarrow 4_{0,2}$	1.375		1.348	1.312	1.323	1.345	
$8_{0,2} \rightarrow 6_{0,2}$	2.858		2.801	2.785	2.793	2.801	
$5_{0,1} \rightarrow 3_{0,1}$	1.390		1.296	1.235	1.251	1.291	
$7_{0,1} \rightarrow 5_{0,1}$	2.575		2.255	2.231	2.242	2.256	
$9_{0,1} \rightarrow 7_{0,1}$	4.125		3.415	3.394	3.402	3.412	
$3_{0,1} \rightarrow 2_{0,2}$	2.293		1.136	1.112	1.126	1.135	
$5_{0,1} \rightarrow 4_{0,2}$	1.764		1.739	1.701	1.721	1.738	
$7_{0,1} \rightarrow 6_{0,2}$	2.235		2.208	2.197	2.201	2.207	

the Bohr Hamiltonian, with a remarkable difference that the Z(5) model considers triaxial nuclei ($\gamma \cong \frac{\pi}{6}$) rather than prolate deformed shapes ($\gamma \cong 0$).²¹ Recently, Z(5)-CFK model was introduced by Hammad *et al.*, in which they employed the Kratzer potential. This model has only two parameters B and the fractional-order parameter, as the parameter A has no effect on the energy spectrum.³² In this study, the Kratzer potential, employed in Z(5)-CFK model, is replaced by the SKP in the framework of the CFBH. The present model is more rich than the Z(5)-CFK and the classical SKP in the sense that it enables to include more parameters in the energy equation which increase a possibility to reproduce better results. In addition, our model provides analytical solutions for the conformable fractional energy spectra as well as conformable fractional $B(E2)$ transition rates. These results are easily compared with experimental by changing the value of the fractional-order parameter ν . Indeed, Z(5), Z(5)-CFK and SKP models are specific cases of the present study, produced for the particular values of the screening parameter k and specific fractional-order parameter value. Hence, CF-SKP model can be used to investigate a large area of triaxial nuclei, and might help to get the critical point.

Table 10. Comparison of our predictions of $B(E2)$ transition rates for ^{130}Xe atomic nuclei, with available experimental data,⁶⁹ Z(5)-CFK³² and SKP²² at different values of the fractional-order parameter. In our calculations, the $B(E2)$'s are normalized to the $B(E2:20_0 \rightarrow 0_{0,0})$.

^{130}Xe							
$L_{n,n\omega}^{(i)} \rightarrow L_{n,n\omega}^{(f)}$	Z(5)-CFK ³²	Exp. ⁶⁹	SKP ²²	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)	
4 _{0,0} → 2 _{0,0}	1.630		1.457	1.411	1.439	1.456	
6 _{0,0} → 4 _{0,0}	2.539		1.811	1.781	1.795	1.810	
8 _{0,0} → 6 _{0,0}	3.665		2.043	1.990	1.995	2.041	
10 _{0,0} → 8 _{0,0}		0.045	2.299	2.192	2.233	2.291	
12 _{0,0} → 10 _{0,0}			2.628	2.594	2.613	2.627	
14 _{0,0} → 12 _{0,0}			3.028	2.998	2.999	3.021	
2 _{0,2} → 2 _{0,0}	1.653		0.784	0.723	0.748	0.783	
4 _{0,2} → 4 _{0,0}	0.396			0.369	0.371	0.376	
6 _{0,2} → 6 _{0,0}	0.256		0.260	0.210	0.241	0.258	
8 _{0,2} → 8 _{0,0}			0.120	0.111	0.115	0.119	
3 _{0,1} → 4 _{0,0}	1.403		1.001	0.998	1.001	1.002	
5 _{0,1} → 6 _{0,0}	1.351	0.342	0.784	0.689	0.734	0.781	
7 _{0,1} → 8 _{0,0}	1.437		0.707	0.682	0.694	0.708	
9 _{0,1} → 10 _{0,0}			0.709	0.697	0.703	0.707	
4 _{0,2} → 2 _{0,2}	0.776		0.384	0.363	0.377	0.383	
6 _{0,2} → 4 _{0,2}	1.464		1.454	1.431	1.448	1.453	
8 _{0,2} → 6 _{0,2}	3.144		3.178	3.142	3.163	3.174	
5 _{0,1} → 3 _{0,1}	1.447		1.328	1.299	1.315	1.326	
7 _{0,1} → 5 _{0,1}	2.761		2.367	2.343	2.358	2.366	
9 _{0,1} → 7 _{0,1}	4.539		3.367	3.319	3.341	3.365	
3 _{0,1} → 2 _{0,2}	2.366		1.181	1.167	1.174	1.180	
5 _{0,1} → 4 _{0,2}	1.892		1.908	1.877	1.898	1.907	
7 _{0,1} → 6 _{0,2}	2.468		2.544	2.519	2.531	2.542	

In this section, we need to determine whether the CF-SKP model predictions are in accordance with experimental data. The predictions of the present model for energy spectra are listed from Tables 2 to 7, and reproduce well the experimental results. In our calculations, the values used for the parameter ν are smaller than 1. For $\nu = 1$, ^{128}Xe , ^{130}Xe , ^{192}Pt , ^{194}Pt and ^{196}Pt atomic nuclei are the ones giving the lowest rms deviation. Whereas for smaller ν , ^{126}Xe atomic nucleus is the one giving the lowest rms deviation. Globally, our results are found to be improved compared to the predictions from Z(5)model,²¹ classical SKP²² and Z(5)-CFK model predictions.³² Moreover, the predictions for the conformable fractional $B(E2)$ transitions probabilities are normalized according to the following formula:

$$B(E2) = \frac{B(E2; L_i \zeta_i \mapsto L_f \zeta_f)}{B(E2; 2_{0,0}^+ \mapsto 0_{0,0}^+)} \quad (62)$$

and are reported in Tables 8–13. Since the number of available experimental data of $B(E2)$ transition rates is too small, we have compared our predictions with other relevant theoretical models. The available experimental data can be found in

Table 11. Comparison of our predictions of $B(E2)$ transition rates for ^{192}Pt atomic nuclei, with available experimental data,⁶⁴ Z(5)-CFK³² and SKP²² at different values of the fractional-order parameter. In our calculations, the $B(E2)$'s are normalized to the $B(E2:2_{0,0} \rightarrow 0_{0,0})$.

^{192}Pt							
$L_{n,n\omega}^{(i)} \rightarrow L_{n,n\omega}^{(f)}$	Z(5)-CFK ³²	Exp. ⁶⁴	SKP ²²	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)	
4 _{0,0} → 2 _{0,0}	1.576	1.556	1.497	1.469	1.481	1.496	
6 _{0,0} → 4 _{0,0}	2.350	1.224	1.933	1.889	1.912	1.932	
8 _{0,0} → 6 _{0,0}	3.238		2.250	2.185	2.234	2.249	
10 _{0,0} → 8 _{0,0}			2.598	2.519	2.569	2.598	
12 _{0,0} → 10 _{0,0}				2.615	2.641	2.663	
14 _{0,0} → 12 _{0,0}				2.691	2.694	2.701	
2 _{0,2} → 2 _{0,0}	1.596	1.905	0.761	0.734	0.751	0.760	
4 _{0,2} → 4 _{0,0}	0.369			0.314	0.333	0.341	
6 _{0,2} → 6 _{0,0}	0.233		0.220	0.211	0.214	0.219	
8 _{0,2} → 8 _{0,0}			0.171	0.151	0.168	0.170	
3 _{0,1} → 4 _{0,0}	1.297	0.664	1.016	0.991	0.997	1.014	
5 _{0,1} → 6 _{0,0}	1.184		0.787	0.761	0.776	0.786	
7 _{0,1} → 8 _{0,0}	1.203		0.691	0.664	0.681	0.690	
9 _{0,1} → 10 _{0,0}			0.665	0.651	0.659	0.664	
4 _{0,2} → 2 _{0,2}	0.746		0.365	0.342	0.353	0.366	
6 _{0,2} → 4 _{0,2}	1.297		1.239	1.199	2.215	2.238	
8 _{0,2} → 6 _{0,2}	2.623		2.442	2.401	2.428	2.441	
5 _{0,1} → 3 _{0,1}	1.338		1.255	1.202	1.228	1.254	
7 _{0,1} → 5 _{0,1}	2.410		2.121	2.098	2.112	2.122	
9 _{0,1} → 7 _{0,1}	3.779		3.118	3.094	3.108	3.117	
3 _{0,1} → 2 _{0,2}	2.218	1.783	1.091	0.994	1.033	1.093	
5 _{0,1} → 4 _{0,2}	1.643		1.577	1.531	1.552	1.576	
7 _{0,1} → 6 _{0,2}	2.030		1.904	1.884	1.897	1.904	

Refs. 22 and 32 and references therein. The effect of the fractional-order parameter is very significant in this work. We can observe that in the case of ^{126}Xe , ^{128}Xe and ^{130}Xe our results are close to those of Ref. 22 when $\nu \rightarrow 1$. When the parameter ν goes to lower values, our results get close to the available experimental data. Whereas, for the case of ^{192}Pt , ^{194}Pt and ^{196}Pt , our results are close to the results of Ref. 22, and the available experimental data.^{64–66} Meanwhile our results are close to those from Z(5)-CFK only of low-energy states of the ground state band. For ^{126}Xe atomic nucleus, the numerical results of our model are compared to experimental results,⁶⁷ Z(5)-CFK model predictions³² and classical SKP.²² For $^{128,130}\text{Xe}$ atomic nuclei, the numerical results of our model are compared to Z(5)-CFK model predictions,³² classical SKP²² as well as experimental results⁶⁸ for ^{128}Xe and⁶⁹ for ^{130}Xe . Whereas for ^{192}Pt , our predictions are compared to experimental data,⁶⁴ Z(5)model,²¹ classical SKP²² and Z(5)-CFK model.³² Then, for $^{194,196}\text{Pt}$, the predictions of our model are compared to Z(5)-CFK model predictions,³² classical SKP²² as well as experimental data⁶⁵ for ^{194}Pt and⁶⁶ for ^{196}Pt .

Table 12. Comparison of our predictions of $B(E2)$ transition rates for ^{194}Pt atomic nuclei, with available experimental data,⁶⁵ Z(5)-CFK³² and SKP²² at different values of the fractional-order parameter. In our calculations, the $B(E2)$'s are normalized to the $B(E2:20_0 \rightarrow 0_0,0)$.

^{194}Pt							
$L_{n,n\omega}^{(i)} \rightarrow L_{n,n\omega}^{(f)}$	Z(5)-CFK ³²	Exp. ⁶⁵	SKP ²²	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)	
40,0 \rightarrow 20,0	1.579	1.728	1.482	1.432	1.463	1.481	
60,0 \rightarrow 40,0	2.361	1.362	1.877	1.843	1.861	1.876	
80,0 \rightarrow 60,0	3.264	1.016	2.125	2.105	2.111	2.124	
100,0 \rightarrow 80,0		0.691	2.371	2.341	2.361	2.370	
120,0 \rightarrow 100,0				0.731	0.743	0.764	
140,0 \rightarrow 120,0				0.317	0.327	0.347	
20,2 \rightarrow 20,0	1.599	1.805	1.809	0.741	0.756	0.767	
40,2 \rightarrow 40,0	0.371	0.406		0.335	0.339	0.348	
60,2 \rightarrow 60,0	0.234		0.228	0.202	0.217	0.229	
80,2 \rightarrow 80,0			0.182	0.176	0.180	0.183	
30,1 \rightarrow 40,0	1.303		1.013	0.996	0.998	1.012	
50,1 \rightarrow 60,0	1.194		0.784	0.696	0.721	0.778	
70,1 \rightarrow 80,0	1.218		0.690	0.653	0.671	0.689	
90,1 \rightarrow 100,0			0.666	0.631	0.652	0.667	
40,2 \rightarrow 20,2	0.748	0.446	0.368	0.344	0.352	0.367	
60,2 \rightarrow 40,2	1.308		1.279	1.251	1.264	1.277	
80,2 \rightarrow 60,2	2.657		2.295	2.268	2.281	2.294	
50,1 \rightarrow 30,1	1.344		1.263	1.251	1.258	1.262	
70,1 \rightarrow 50,1	2.432		2.150	2.121	2.139	2.148	
90,1 \rightarrow 70,1	3.827		3.182	3.099	3.129	3.169	
30,1 \rightarrow 20,2	2.226		1.108	1.091	1.099	1.107	
50,1 \rightarrow 40,2	1.657		1.647	1.613	1.628	1.645	
70,1 \rightarrow 60,2	2.057		2.047	2.001	2.021	2.046	

Table 13. Comparison of our predictions of $B(E2)$ transition rates for ^{196}Pt atomic nuclei, with available experimental data,⁶⁶ Z(5)-CFK³² and SKP²² at different values of the fractional-order parameter. In our calculations, the $B(E2)$'s are normalized to the $B(E2:2_{0,0} \rightarrow 0_{0,0})$.

^{196}Pt								
$L_{n,n\omega}^{(i)}$	\rightarrow	$L_{n,n\omega}^{(f)}$	Z(5)-CFK ³²	Exp. ⁶⁶	SKP ²²	Our ($\nu = 0.8$)	Our ($\nu = 0.9$)	Our ($\nu = 1$)
40,0	\rightarrow	20,0	1.665	1.476	1.475	1.431	1.459	1.474
60,0	\rightarrow	40,0	2.682	1.798	1.851	1.829	1.836	1.852
80,0	\rightarrow	60,0	4.055	1.921	2.067	1.997	2.034	2.061
100,0	\rightarrow	80,0			2.264	2.164	2.186	2.194
120,0	\rightarrow	100,0				2.248	2.253	2.261
140,0	\rightarrow	120,0				2.771	2.783	2.796
20,2	\rightarrow	20,0	1.679		0.767	0.717	0.739	0.766
40,2	\rightarrow	40,0	0.420			0.312	0.332	0.352
60,2	\rightarrow	60,0	0.285	0.394	0.232	0.211	0.225	0.231
80,2	\rightarrow	80,0			0.186	0.169	0.179	0.185
30,1	\rightarrow	40,0	1.458		1.011	0.998	1.001	1.012
50,1	\rightarrow	60,0	1.476		0.783	0.754	0.767	0.782
70,1	\rightarrow	80,0	1.672		0.689	0.671	0.681	0.691
90,1	\rightarrow	100,0			0.665	0.651	0.663	0.666
40,2	\rightarrow	20,2	0.817	0.714	0.369	0.359	0.362	0.370
60,2	\rightarrow	40,2	1.646	1.208	1.295	1.280	1.287	1.296
80,2	\rightarrow	60,2	3.830		2.658	2.632	2.642	2.654
50,1	\rightarrow	30,1	1.544		1.266	1.239	1.248	1.264
70,1	\rightarrow	50,1	3.119		2.159	2.121	2.141	2.158
90,1	\rightarrow	70,1	3.827		3.198	3.154	3.169	3.197
30,1	\rightarrow	20,2	2.444		1.116	1.101	1.109	1.115
50,1	\rightarrow	40,2	2.081		1.675	1.645	1.662	1.674
70,1	\rightarrow	60,2	2.935		2.108	2.094	2.099	2.106

6. Conclusion

In this work, we have discussed analytical solutions of the Bohr Hamiltonian with the SKP in the framework of conformable fractional derivative. We have employed the conformable fractional NU method to obtain the energy spectra of triaxial nuclei withing the conformable fractional domain. The free parameters of the model were obtained from fitting the energy spectra with experimental data of ^{126}Xe , ^{128}Xe , ^{130}Xe , ^{192}Pt , ^{194}Pt and ^{196}Pt isotopes, followed by calculating the fractional normalized energies and $B(E2)$ transition rates. The predictions of our model show that there is a good agreement with the experimental data. The theoretical predictions of this model are in good agreement with predictions from other relevant theoretical model, especially when ν is extremely close to 1. The interesting aspect of the conformable fractional approach is that it is possible to study simultaneously numerous models while still obtaining good results without needing to build a new model entirely.

References

1. A. Davidov and A. Chaban, *Nucl. Phys.* **20** (1960) 499.
2. A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure: Nuclear Deformations*, Vol. II (World Scientific, Singapore, 1999).
3. A. Bohr, *Mat. Fys. Medd. K Dan. Vidensk. Selsk.* **26** (1952) 1.
4. F. Iachello and A. Arima, *The Interacting Boson Model* (Cambridge University Press, Cambridge, 1987).
5. M. Sugita, T. Otsuda and A. Gelberg, *Nucl. Phys. A* **493** (1989) 350.
6. M. Chabab, A. Lahbas and M. Oulne, *Int. J. Mod. Phys. E* **21** (2012) 10.
7. F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 3580.
8. F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 052502.
9. P. Cejnar, J. Jolie and R. F. Casten, *Rev. Mod. Phys.* **82** (2010) 2155.
10. R. F. Casten and N. V. Zamfir, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 3584.
11. R. F. Casten and N. V. Zamfir, *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 052503.
12. R. F. Casten and E. A. McCutchan, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **34** (2007) R285.
13. P. M. Morse, *Phys. Rev.* **34** (1929) 57.
14. I. Inci, D. Bonatsos and Boztosun, *Phys. Rev. C* **84** (2011) 024309.
15. H. Neyazi, A. A. Rajabi and H. Hassanabadi, *Nucl. Phys. A* **945** (2016) 80.
16. H. Sobhani, H. Hassanabadi and W. S. Chung, *Nucl. Phys. A* **85** (2018) 3580.
17. B. T. Mbadjoun, J. M. Ema'a Ema'a, P. E. Abiama, G. H. Ben Bolie and P. O. Ateba, *Int. J. Mod. Phys. E* **27** (2018) 1850072.
18. P. M. Davidson, *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A* **13** (1932) 5459.
19. D. Bonatsos, P. E. Georgoudis, D. Lenis, N. Minkov and C. Ouene, *Phys. Rev.* **83** (2011) 044312.
20. M. Capak, D. Petrelis, B. Gonul and D. Bonatsos, *J. Phys. G* **42** (2015) 095102.
21. D. Bonatsos, D. Lenis, D. Petrellis and P. A. Terziev, *Phys. Lett. B* **588** (2004) 064312.
22. Y. Omon, J. M. Ema'a Ema'a, P. Ele Abiama, G. H. Ben-Bolie and P. Owono Ateba, *Int. J. Mod. Phys. E* **29** (2020) 2050082.
23. M. Chabab, A. Lahbas and M. Oulne, *Int. J. Mod. Phys. E* **24** (2015) 1550089.
24. M. Chabab, A. E. Badoul, A. Lahbas and M. Oulne, *Nucl. Phys. A* **953** (2016) 158.
25. G. L'evai and J. M. Arias, *Phys. Rev. C* **69** (2004) 014304.
26. R. Budaca, P. Bugaru and A. I. Budaca, *Phys. Lett. B* **776** (2018) 26.
27. L. Fortunato, *Eur. Phys. J. A* **26** (2005) 1.
28. R. Budaca, P. Bugaru and A. I. Budaca, *Nucl. Phys. A* **990** (2019) 137.
29. A. Lahbas, P. Bugaru and R. Budaca, *Mod. Phys. Lett. A* **35** (2020) 137.
30. A. Kratzer, *Phys. Z* **32** (1920) 89.
31. M. M. Hammad, *Nucl. Phys. A* **1011** (2021) 122203.
32. M. M. Hammad, A. S. H. Yaqut, M. A. Abdel-Khalek and S. B. Doma, *Nucl. Phys. A* **1015** (2021) 122307.
33. M. M. Hammad, *Phys. Scr.* **96** (2021) 115304.
34. K. Ahmadou, A. Atangana Likéné, J. M. Ema'a Ema'a, C. N. Takembo, P. E. Abiama and G. H. Ben Bolie, *Int. J. Mod. Phys. E* **31** (2022) 2250039.
35. O. Tasbozan, Y. Cenciz and A. Kurt, *Eur. Phys. J. Plus* **131** (2016) 244.
36. R. Herrmann, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **34** (2007) 607.
37. T. Das, U. Ghosh and S. Sarkar, arXiv:1802.0437v1.
38. H. Karayer, D. Demirhan and F. Büyükkilic, *Commun. Theor. Phys.* **66** (2016) 12.
39. K. Hosseini, A. Bekir and R. Ansari, *Opt. Quantum Electron.* **49** (2017) 131.
40. W. S. Chung, S. Zare and H. Hassanabadi, *Commun. Theor. Phys.* **67** (2017) 250.
41. I. Podlubny, *Fractional Differential Equations* (Academic Press, New York, 1999).

42. K. S. Miller and S. Zare, *An Introduction to Fractional Calculus and Fractional Differential Equations* (John Wiley and Sons, New York, 1993).
43. R. Herrmann, *Fractional Calculus-An Introduction for Physicists* (World Scientific, Singapore, 2011).
44. F. S. Mozaffari, H. Hassanabadi, H. Sobhani and W. S. Chung, *J. Korean Phys. Soc.* **72** (2018) 980.
45. M. Caputo and M. Fabrizio, *Prog. Fract. Dier. Appl.* **1** (2015) 73.
46. R. Khalil, M. Al Horani, A. Yousef and M. Sababheh, *J. Comput. Appl. Math.* **264** (2014) 65.
47. A. V. Nikiforov and V. B. Uvarov, *Special Functions of Mathematical Physics* (Birkhauser, Boston, 1988).
48. Al-Jamel, *Int. J. Mod. Phys. A* **34** (2019) 1950054.
49. H. Karayer, D. Demirhan and F. Büyükcilic, *Commun. Theor. Phys.* **66** (2018) 12.
50. A. Bohr, *Mat. Fys. Medd. K Dan. Vidensk. Selsk.* **26** (1952) 14.
51. M. A. Caprio, *Phys. Rev. C* **72** (2005) 054323.
52. J. Meyer-ter-Vehn, *Nucl. Phys. A* **249** (1975) 111.
53. I. Inci, *Int. J. Mod. Phys. E* **23** (2014) 1450053.
54. A. Lemieux and A. K. Bose, *Ann. Inst. Henri Poincare Sec. A* **3** (1969) 10.
55. R. L. Greene and C. Aldrich, *Phys. Rev. A* **14** (1976) 2363.
56. I. Yigitoglu and D. Bonatsos, *Phys. Rev. C* **83** (2011) 014303.
57. D. Bonatsos, E. A. McCutchan, N. Minkov, R. F. Casten, P. Yotov, D. Lenis, D. Petrellis and I. Yigitoglu, *Phys. Rev. C* **76** (2007) 064312.
58. A. R. Edmonds, *Angular Momentum in Quantum Mechanics* (Princeton University Press, Princeton, NJ, 1957).
59. N. Soheibi, M. Hamzavi, M. Eshghi and M. Ikhdair, *Int. J. Mod. Phys. E* **26** (2017) 1750073.
60. S. H. Dong, W. C. Qiang, G. H. Sun and V. B. Bezerra, *J. Phys. A* **40** (2007) 10535.
61. G. F. Wei, S. H. Dong and V. B. Bezerra, *Int. J. Mod. Phys. A* **24** (2009) 161.
62. D. Nga Ongodo, J. M. Ema'a Ema'a, P. Ele Abiama and G. H. Ben-Bolie, *Int. J. Mod. Phys. E* **28** (2019) 1950106.
63. F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 132502.
64. C. M. Baglin, *Nucl. Data Sheets* **113** (2012) 1871.
65. B. Singh, *Nucl. Data Sheets* **107** (2006) 1531.
66. H. Xiaolong, *Nucl. Data Sheets* **108** (2007) 1093.
67. J. Katakura and K. Kitao, *Nucl. Data Sheets* **97** (2002) 765.
68. Z. Elekes and J. Timar, *Nucl. Data Sheets* **129** (2015) 191.
69. B. Singh, *Nucl. Data Sheets* **93** (2001) 33.

1- DÉPARTEMENT DE BIOCHIMIE (BC) (44)

N°	NOMS ET PRÉNOMS	GRADE	OBSERVATIONS
1.	BIGOGA DAIGA Jude	Professeur	En poste
2.	FEKAM BOYOM Fabrice	Professeur	En poste
3.	KANSCI Germain	Professeur	En poste
4.	MBACHAM FON Wilfred	Professeur	En poste
5.	MOUNDIPA FEWOU Paul	Professeur	<i>Chef de Département</i>
6.	NGUEFACK Julienne	Professeur	En poste
7.	NJAYOU Frédéric Nico	Professeur	En poste
8.	OBEN Julius ENYONG	Professeur	En poste

9.	ACHU Merci BIH	Maître de Conférences	En poste
10.	AKINDEH MBUH NJI	Maître de Conférences	En poste
11.	ATOGHO Barbara MMA	Maître de Conférences	En poste
12.	AZANTSA KINGUE GABIN BORIS	Maître de Conférences	En poste
13.	BELINGA née NDOYE FOE F. M. C.	Maître de Conférences	<i>Chef DAF / FS</i>
14.	DAKOLE DABOY Charles	Maître de Conférences	En poste
15.	DONGMO LEKAGNE Joseph Blaise	Maître de Conférences	En poste
16.	DJUIDJE NGOUNOUE Marceline	Maître de Conférences	En poste
17.	DJUIKWO NKONGA Ruth Viviane	Maître de Conférences	En poste
18.	EFFA ONOMO Pierre	Maître de Conférences	<i>VD/FS/Univ Ebwa</i>
19.	EWANE Cécile Annie	Maître de Conférences	En poste
20.	KENGNE NOUEMSI Anne Pascale	Maître de Conférences	En poste
21.	KOTUE TAPTUE Charles	Maître de Conférences	En poste
22.	LUNGA Paul KEILAH	Maître de Conférences	En poste
23.	MANANGA Marlyse Joséphine	Maître de Conférences	En poste
24.	MBONG ANGIE M. Mary Anne	Maître de Conférences	En poste
25.	MOFOR née TEUGWA Clotilde	Maître de Conférences	<i>Doyen FS / UDs</i>
26.	NANA Louise épouse WAKAM	Maître de Conférences	En poste
27.	NGONDI Judith Laure	Maître de Conférences	En poste
28.	Palmer MASUMBE NETONGO	Maître de Conférences	En poste
29.	PECHANGOU NSANGOU Sylvain	Maître de Conférences	En poste
30.	TCHANA KOUATCHOUA Angèle	Maître de Conférences	En poste

31.	BEBEE Fadimatou	Chargée de Cours	En poste
32.	BEBOY EDJENGUELE Sara N.	Chargé de Cours	En poste
33.	FONKOUA Martin	Chargé de Cours	En poste
34.	FOUPOUPOUOGNIGNI Yacouba	Chargé de Cours	En poste
35.	KOUOH ELOMBO Ferdinand	Chargé de Cours	En poste
36.	MBOUCHE FANMOE Marceline J.	Chargé de Cours	En poste
37.	OWONA AYISSI Vincent Brice	Chargé de Cours	En poste
38.	WILFRED ANGIE ABIA	Chargé de Cours	En poste

39.	BAKWU BASSOGOG Christian Bernard	Assistant	En Poste
40.	ELLA Fils Armand	Assistant	En Poste

41.	EYENGA Eliane Flore	Assistant	En Poste
42.	MADIESSE KEMGNE Eugenie Aimée	Assistant	En Poste
43.	MANJIA NJIKAM Jacqueline	Assistant	En Poste
44.	WOGUIA Alice Louise	Assistant	En Poste

2- DÉPARTEMENT DE BIOLOGIE ET PHYSIOLOGIE ANIMALES (BPA) (50)

1.	AJEAGAH Gideon AGHAINDUM	Professeur	<i>DAARS/FS</i>
2.	DIMO Théophile	Professeur	En Poste
3.	DJIETO LORDON Champlain	Professeur	En Poste
4.	DZEUFJET DJOMENI Paul Désiré	Professeur	En Poste
5.	ESSOMBA née NTSAMA MBALA	Professeur	<i>CD et Vice Doyen/FMSB/UIYI</i>
6.	KEKEUNOU Sévilor	Professeur	<i>Chef de Département</i>
7.	NJAMEN Dieudonné	Professeur	En poste
8.	NOLA Moïse	Professeur	En poste
9.	TAN Paul VERNYUY	Professeur	En poste
10.	TCHUEM TCHUENTE Louis Albert	Professeur	<i>Inspecteur de service / Coord.Progr./MINSANTE</i>
11.	ZEBAZE TOGOUET Serge Hubert	Professeur	En poste

12.	ALENE Désirée Chantal	Maître de Conférences	<i>Vice Doyen/ Uté Ebwa</i>
13.	ATSAMO Albert Donatien	Maître de Conférences	En poste
14.	BILANDA Danielle Claude	Maître de Conférences	En poste
15.	DJIOGUE Séfirin	Maître de Conférences	En poste
16.	GOUNOUE KAMKUMO Raceline épse FOTSING	Maître de Conférences	En poste
17.	JATSA BOUKENG Hermine épse MEGAPTCHÉ	Maître de Conférences	En Poste
18.	KANDEDA KAVAYE Antoine	Maître de Conférences	En poste
19.	LEKEUFACK FOLEFACK Guy B.	Maître de Conférences	En poste
20.	MAHOB Raymond Joseph	Maître de Conférences	En poste
21.	MBENOUN MASSE Paul Serge	Maître de Conférences	En poste
22.	MEGNEKOU Rosette	Maître de Conférences	En poste
23.	MOUNGANG Luciane Marlyse	Maître de Conférences	En poste
24.	NOAH EWOTI Olive Vivien	Maître de Conférences	En poste
25.	MONY Ruth épse NTONE	Maître de Conférences	En Poste
26.	MVEYO NDANKEU Yves Patrick	Maître de Conférences	En poste
27.	NGUEGUIM TSOFAK Florence	Maître de Conférences	En poste
28.	NGUEMBOCK	Maître de Conférences	En poste
29.	TAMSA ARFAO Antoine	Maître de Conférences	En poste
30.	TOMBI Jeannette	Maître de Conférences	En poste

31.	AMBADA NDZENGUE GEORGIA ELNA	Chargé de Cours	En poste
32.	BASSOCK BAYIHA Etienne Didier	Chargé de Cours	En poste
33.	ETEME ENAMA Serge	Chargé de Cours	En poste

34.	FEUGANG YOUUMSSI François	Chargé de Cours	En poste
35.	FOKAM Alvine Christelle Epse KENGNE	Chargé de Cours	En poste
36.	FOSSI TANKOUA Olivia Epse DJEUTCHOUANG SAYANG	Chargé de Cours	En poste (transfert Uté de Dla)
37.	GONWOUE NONO Legrand	Chargé de Cours	En poste
38.	KOGA MANG DOBARA	Chargé de Cours	En poste
39.	LEME BANOCK Lucie	Chargé de Cours	En poste
40.	MAPON NSANGO Indou	Chargé de Cours	En poste
41.	METCHI DONFACK MIREILLE FLAURE EPSE GHOUMO	Chargé de Cours	En poste
42.	NGOUATEU KENFACK Omer Bébé	Chargé de Cours	En poste
43.	NJUA Clarisse YAFI	Chargée de Cours	<i>Chef Div. Uté Bamenda</i>
44.	NWANE Philippe Bienvenu	Chargé de Cours	En poste
45.	TADU Zephyrin	Chargé de Cours	En poste
46.	YEDE	Chargé de Cours	En poste
47.	YOUNOUSSA LAME	Chargé de Cours	En poste

48.	KODJOM WANCHE Jacguy Joyce	Assistante	En poste
49.	NDENGUE Jean De Matha	Assistant	En poste
50.	ZEMO GAMO Franklin	Assistant	En poste

3- DÉPARTEMENT DE BIOLOGIE ET PHYSIOLOGIE VÉGÉTALES (BPV) (32)

1.	AMBANG Zachée	Professeur	<i>Chef de Département</i>
2.	DJOCGOUE Pierre François	Professeur	En poste
3.	MBOLO Marie	Professeur	En poste
4.	MOSSEBO Dominique Claude	Professeur	En poste
5.	NDONGO BEKOLO	Professeur	En poste
6.	ZAPFACK Louis	Professeur	En poste

7.	ANGONI Hyacinthe	Maître de Conférences	En poste
8.	BIYE Elvire Hortense	Maître de Conférences	En poste
9.	MAHBOU SOMO TOUKAM. Gabriel	Maître de Conférences	En poste
10.	MALA Armand William	Maître de Conférences	En poste
11.	MBARGA BINDZI Marie Alain	Maître de Conférences	<i>DAAC /UDla</i>
12.	NGALLE Hermine BILLE	Maître de Conférences	En poste
13.	NGONKEU MAGAPTCHE Eddy L.	Maître de Conférences	<i>CT / MINRESI</i>
14.	TONFACK Libert Brice	Maître de Conférences	En poste
15.	TSOATA Esaïe	Maître de Conférences	En poste
16.	ONANA JEAN MICHEL	Maître de Conférences	En poste

17.	DJEUANI Astride Carole	Chargé de Cours	En poste
18.	GONMADGE CHRISTELLE	Chargé de Cours	En poste
19.	MAFFO MAFFO Nicole Liliane	Chargé de Cours	En poste
20.	MANGA NDJAGA JUDE	Chargé de Cours	En poste
21.	NNANGA MEBENGA Ruth Laure	Chargé de Cours	En poste
22.	NOUKEU KOUAKAM Armelle	Chargé de Cours	En poste

23.	NSOM ZAMBO EPSE PIAL ANNIE CLAUDE	Chargé de Cours	<i>En détachement/UNESCO MALI</i>
24.	GODSWILL NTSOMBOH NTSEFONG	Chargé de Cours	En poste
25.	KABELONG BANAHO Louis-Paul- Roger	Chargé de Cours	En poste
26.	KONO Léon Dieudonné	Chargé de Cours	En poste
27.	LIBALAH Moses BAKONCK	Chargé de Cours	En poste
28.	LIKENG-LI-NGUE Benoit C	Chargé de Cours	En poste
29.	TAEDOUNG Evariste Hermann	Chargé de Cours	En poste
30.	TEMEGNE NONO Carine	Chargé de Cours	En poste
31.	DIDA LONTSI Sylvere Landry	Assistant	En poste
32.	METSEBING Blondo-Pascal	Assistant	En poste

4- DÉPARTEMENT DE CHIMIE INORGANIQUE (CI) (27)

1.	GHOGOMU Paul MINGO	Professeur	<i>Ministre Chargé de Mission PR</i>
2.	NANSEU NJIKI Charles Péguy	Professeur	En poste
3.	NDIFON Peter TEKE	Professeur	<i>CT MINRESI</i>
4.	NENWA Justin	Professeur	En poste
5.	NGOMO Horace MANGA	Professeur	<i>Vice Chancellor/UB</i>
6.	NJIOMOU C. épse DJANGANG	Professeur	En poste
7.	NJOYA Dayirou	Professeur	En poste

8.	ACAYANKA Elie	Maître de Conférences	En poste
9.	EMADAK Alphonse	Maître de Conférences	En poste
10.	KAMGANG YOUBI Georges	Maître de Conférences	En poste
11.	KEMMEGNE MBOUGUEM Jean C.	Maître de Conférences	En poste
12.	KENNE DEDZO GUSTAVE	Maître de Conférences	En poste
13.	MBEY Jean Aime	Maître de Conférences	En poste
14.	NDI NSAMI Julius	Maître de Conférences	<i>Chef de Département</i>
15.	NEBAH Née NDOSIRI Bridget NDOYE	Maître de Conférences	<i>Sénatrice/SENAT</i>
16.	NYAMEN Linda Dyorisse	Maître de Conférences	En poste
17.	PABOUDAM GBAMBIE AWAWOU	Maître de Conférences	En poste
18.	TCHAKOUTE KOUAMO Hervé	Maître de Conférences	En poste
19.	BELIBI BELIBI Placide Désiré	Maître de Conférences	<i>Chef Service/ ENS Bertoua</i>
20.	CHEUMANI YONA Arnaud M.	Maître de Conférences	En poste
21.	KOUOTOU DAOUA	Maître de Conférences	En poste

22.	MAKON Thomas Beaugard	Chargé de Cours	En poste
23.	NCHIMI NONO KATIA	Chargée de Cours	En poste
24.	NJANKWA NJABONG N. Eric	Chargé de Cours	En poste
25.	PATOUOSSA ISSOFA	Chargé de Cours	En poste
26.	SIEWE Jean Mermoz	Chargé de Cours	En Poste
27.	BOYOM TATCHEMO Franck W.	Assistant	En Poste

6- DÉPARTEMENT DE CHIMIE ORGANIQUE (CO) (33)

1.	Alex de Théodore ATCHADE	Professeur	<i>DEPE/Univ. Bertoua</i>
2.	DONGO Etienne	Professeur	<i>Vice-Doyen/FSE/UII</i>
3.	NGOUELA Silvère Augustin	Professeur	<i>Chef de Département UDS</i>
4.	PEGNYEMB Dieudonné Emmanuel	Professeur	<i>Recteur UBertoua/ Chef de Département</i>
5.	MBAZOA née DJAMA Céline	Professeur	En poste
6.	MKOUNGA Pierre	Professeur	En poste
7.	AMBASSA Pantaléon	Maître de Conférences	En poste
8.	EYONG Kenneth OBEN	Maître de Conférences	En poste
9.	FOTSO WABO Ghislain	Maître de Conférences	En poste
10.	KAMTO Eutrophe Le Doux	Maître de Conférences	En poste
11.	KENMOGNE Marguerite	Maître de Conférences	En poste
12.	MVOT AKAK CARINE	Maître de Conférences	En poste
13.	NGO MBING Joséphine	Maître de Conférences	<i>Chef de Cellule MINRESI</i>
14.	NGONO BIKOBO Dominique Serge	Maître de Conférences	<i>C.E.A/ MINESUP</i>
15.	NOTE LOUGBOT Olivier Placide	Maître de Conférences	<i>Dir ENS/Uté Bertoua</i>
16.	NOUNGOUE TCHAMO Diderot	Maître de Conférences	En poste
17.	TABOPDA KUATE Turibio	Maître de Conférences	En poste
18.	TAGATSING FOTSING Maurice	Maître de Conférences	En poste
19.	OUAHOUE WACHE Blandine M.	Maître de Conférences	En poste
20.	ZONDEGOUMBA Ernestine	Maître de Conférences	En poste

21.	MESSI Angélique Nicolas	Chargé de Cours	En poste
22.	MUNVERA MFIFEN Aristide	Chargé de Cours	En poste
23.	NGNINTEDO Dominique	Chargé de Cours	En poste
24.	NGOMO Orléans	Chargée de Cours	En poste
25.	NONO NONO Éric Carly	Chargé de Cours	En poste
26.	OUETE NANTCHOUANG Judith Laure	Chargée de Cours	En poste
27.	SIELINOUE TEDJON Valérie	Chargé de Cours	En poste
28.	TCHAMGOUE Joseph	Chargé de Cours	En poste
29.	TSAFFACK Maurice	Chargé de Cours	En poste
30.	TSAMO TONTSA Armelle	Chargé de Cours	En poste
31.	TSEMEUGNE Joseph	Chargé de Cours	En poste

32.	NDOGO ETEME Olivier	Assistant	En poste
33.	NGUEMDJO CHIMEZE Valery Wilfried	Assistant	En poste

6- DEPARTEMENT DES ENERGIES RENOUVELABLES (ER) (1)

1.	BODO Bertrand	Professeur	<i>Chef de Département</i>
----	---------------	------------	----------------------------

7- DÉPARTEMENT D'INFORMATIQUE (IN) (22)

1.	ATSA ETOUNDI Roger	Professeur	<i>Chef de Division des SI/ MINESUP</i>
2.	FOUDA NDJODO Marcel Laurent	Professeur	<i>Inspecteur Général Académique/ MINESUP</i>

3.	NDOUNDAM René	Maître de Conférences	En poste
4.	TSOPZE Norbert	Maître de Conférences	En poste

5.	ABESSOLO ALO'O Gislain	Chargé de Cours	<i>Chef de Cellule MINFOPRA</i>
6.	AMINOOU HALIDOU	Chargé de Cours	<i>Chef de Département</i>
7.	DJAM Xaviera YOUH - KIMBI	Chargé de Cours	En Poste
8.	DOMGA KOMGUEM Rodrigue	Chargé de Cours	En poste
9.	EBELE Serge Alain	Chargé de Cours	En poste
10.	EKODECK Stéphane Gaël Raymond	Chargé de Cours	En poste
11.	HAMZA Adamou	Chargé de Cours	En poste
12.	JIOMEKONG AZANZI Fidel	Chargé de Cours	En poste
13.	KOUOKAM KOUOKAM E. A.	Chargé de Cours	En poste
14.	MELATAGIA YONTA Paulin	Chargé de Cours	En poste
15.	MESSI NGUELE Thomas	Chargé de Cours	En poste
16.	MONTHE DJIADEU Valery M.	Chargé de Cours	En poste
17.	NZEKON NZEKO'O ARMEL JACQUES	Chargé de Cours	En poste
18.	OLLE OLLE Daniel Claude Georges Delort	Chargé de Cours	<i>Directeur Adjoint ENSET Ebolowa</i>
19.	TAPAMO Hyppolite	Chargé de Cours	En poste

20.	BAYEM Jacques Narcisse	Assistant	En poste
21.	MAKEMBE. S . Oswald	Assistant	<i>Directeur CUTI</i>
22.	NKONDOCK. MI. BAHANACK.N.	Assistant	En poste

8- DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES (MA) (34)

1.	AYISSI Raoult Domingo	Professeur	<i>Chef de Département</i>
2.	KIANPI Maurice	Maître de Conférences	En poste
3.	MBANG Joseph	Maître de Conférences	En poste
4.	MBEHOU Mohamed	Maître de Conférences	<i>Chef de Division/ENSPY</i>
5.	MBELE BIDIMA Martin Ledoux	Maître de Conférences	<i>Chef de Département de modélisation et applications industrielles/ENSPY</i>
6.	NOUNDJEU Pierre	Maître de Conférences	<i>VDRC/FS/UYI</i>
7.	TAKAM SOH Patrice	Maître de Conférences	En poste

8.	TCHAPNDA NJABO Sophonie B.	Maître de Conférences	<i>Directeur/AIMS Rwanda</i>
9.	TCHOUNDJA Edgar Landry	Maître de Conférences	En poste

10.	AGHOUKENG JIOFACK Jean Gérard	Chargé de Cours	<i>Chef Cellule MINEPAT</i>
11.	BOGSO ANTOINE Marie	Chargé de Cours	En poste
12.	BITYE MVONDO Esther	Chargé de Cours	En poste
13.	CHENDJOU Gilbert	Chargé de Cours	En poste
14.	DJIADEU NGAHA Michel	Chargé de Cours	En poste
15.	DOUANLA YONTA Herman	Chargé de Cours	En poste
16.	KIKI Maxime Armand	Chargé de Cours	En poste
17.	KOKOMO AYISSI Eric Brice	Chargé de Cours	En poste(transfert de l'université de Douala)
18.	LOUMNGAM KAMGA Victor	Chargé de Cours	En poste
19.	MBAKOP Guy Merlin	Chargé de Cours	En poste
20.	MBATAKOU Salomon Joseph	Chargé de Cours	En poste
21.	MENGUE MENGUE David Joël	Chargé de Cours	<i>Chef Dpt /ENS Université d'Ebolowa</i>
22.	MBIAKOP Hilaire George	Chargé de Cours	En poste
23.	NGUEFACK Bernard	Chargé de Cours	En poste
24.	NIMPA PEFOUKEU Romain	Chargée de Cours	En poste
25.	OGADOA AMASSAYOGA	Chargée de Cours	En poste
26.	POLA DOUNDOU Emmanuel	Chargé de Cours	<i>En stage</i>
27.	TENKEU JEUFACK Yannick Léa	Chargé de Cours	En poste
28.	TCHEUTIA Daniel Duviol	Chargé de Cours	En poste
29.	TETSADJIO TCHILEPECK M. Eric.	Chargé de Cours	En poste

30.	FOKAM Jean Marcel	Assistant	En poste
31.	GUIDZAVAI KOUCHERE Albert	Assistant	En poste
32.	MANN MANYOMBE Martin Luther	Assistant	En poste
33.	MEFENZA NOUNTU Thiery	Assistant	En poste
34.	NYOUMBI DLEUNA Christelle	Assistant	En poste

9- DÉPARTEMENT DE MICROBIOLOGIE (MIB) (24)

1.	ESSIA NGANG Jean Justin	Professeur	<i>Chef de Département</i>
2.	NYEGUE Maximilienne Ascension	Professeur	<i>Vice-Doyen / DSSE</i>
3.	SADO KAMDEM Sylvain Leroy	Professeur	En poste

4.	ASSAM ASSAM Jean Paul	Maître de Conférences	En poste
5.	BOUGNOM Blaise Pascal	Maître de Conférences	En poste
6.	KOUITCHEU MABEKU Epse KOUAM Laure Brigitte	Maître de Conférences	En poste
7.	MUNE MUNE Martin Alain	Maître de Conférences	En poste

8.	RIWOM Sara Honorine	Maître de Conférences	En poste
9.	NJIKI BIKOÏ Jacky	Maître de Conférences	En poste
10.	TCHIKOUA Roger	Maître de Conférences	<i>Chef de Service de la Scolarité</i>

11.	ESSONO Damien Marie	Chargé de Cours	En poste
12.	LAMYE Glory MOH	Chargé de Cours	En poste
13.	MEYIN A EBONG Solange	Chargé de Cours	En poste
14.	MONI NDEDI Esther Del Florence	Chargé de Cours	En poste
15.	NKOUDOU ZE Nardis	Chargé de Cours	En poste
16.	NKOUÉ TONG Abraham	Chargé de Cours	En poste
17.	TAMATCHO KWEYANG Blandine Pulchérie	Chargé de Cours	En poste
18.	SAKE NGANE Carole Stéphanie	Chargé de Cours	En poste
19.	TOBOLBAÏ Richard	Chargé de Cours	En poste

20.	EZO'O MENGO Fabrice Télésfor	Assistant	En poste
21.	EHETH Jean Samuel	Assistant	En poste
22.	MAYI Marie Paule Audrey	Assistant	En poste
23.	NGOUE NAM Romial Joël	Assistant	En poste
24.	NJAPNDOUNKE Bilkissou	Assistant	En poste

10. DEPARTEMENT DE PHYSIQUE (PHY) (42)

1.	BEN- BOLIE Germain Hubert	Professeur	En poste
2.	BIYA MOTTO Frédéric	Professeur	<i>DG/HYDRO Mekin</i>
3.	DJUIDJE KENMOE épouse ALOYEM	Professeur	En poste
4.	EKOBENA FOU DA Henri Paul	Professeur	<i>Vice-Recteur. Uté Ngaoundéré</i>
5.	ESSIMBI ZOBO Bernard	Professeur	En poste
6.	EYEBE FOU DA Jean sire	Professeur	En poste
7.	HONA Jacques	Professeur	En poste
8.	NANA ENGO Serge Guy	Professeur	En poste
9.	NANA NBENDJO Blaise	Professeur	En poste
10.	NDJAKA Jean Marie Bienvenu	Professeur	<i>Chef de Département</i>
11.	NJANDJOCK NOUCK Philippe	Professeur	En poste
12.	SAIDOU	Professeur	<i>Chef de centre/IRGM/MINRESI</i>
13.	SIMO Elie	Professeur	En poste
14.	TABOD Charles TABOD	Professeur	<i>Doyen FSUniv/Bda</i>
15.	TCHAWOUA Clément	Professeur	En poste
16.	WOAFO Paul	Professeur	En poste
17.	ZEKENG Serge Sylvain	Professeur	En poste

18.	ENYEGUE A NYAM épse BELINGA	Maître de Conférences	<i>Chef de Division de la formation continue et à distance/ENSPY</i>
-----	-----------------------------	-----------------------	--

19.	FEWO Serge Ibraïd	Maître de Conférences	En poste
20.	FOUEJIO David	Maître de Conférences	<i>Chef Cell/ MINADER</i>
21.	MBINACK Clément	Maître de Conférences	En poste
22.	MBONO SAMBA Yves Christian U.	Maître de Conférences	En poste
23.	MEL'I Joelle Larissa	Maître de Conférences	En poste
24.	MVOGO ALAIN	Maître de Conférences	En poste
25.	NDOP Joseph	Maître de Conférences	En poste
26.	SIEWE SIEWE Martin	Maître de Conférences	En poste
27.	VONDOU Derbetini Appolinaire	Maître de Conférences	En poste
28.	WAKATA née BEYA Annie Sylvie	Maître de Conférences	<i>Directeur/ENS/UYYI</i>
29.	WOULACHE Rosalie Laure	Maître de Conférences	<i>En stage depuis février 2023</i>
30.	ABDOURAHIMI	Chargé de Cours	En poste
31.	AYISSI EYEBE Guy François Valérie	Chargé de Cours	En poste
32.	CHAMANI Roméo	Chargé de Cours	En poste
33.	DJIOTANG TCHOTCHOU Lucie Angennes	Chargée de Cours	En poste
34.	EDONGUE HERVAIS	Chargé de Cours	En poste
35.	KAMENI NEMATCHOUA Modeste	Chargé de Cours	En poste
36.	LAMARA Maurice	Chargé de Cours	En poste
37.	NGA ONGODO Dieudonné	Chargé de Cours	En poste
38.	OTTOU ABE Martin Thierry	Chargé de Cours	<i>Directeur Unité de production des réactifs/IMPM</i>
39.	TEYOU NGOUPO Ariel	Chargé de Cours	En poste
40.	TOGUEU MOTCHEYO Alain Bertrand	Chargé de Cours	En poste
41.	WANDJI NYAMSI William	Chargé de Cours	En poste
42.	SOUFFO TAGUEU Merimé	Assistant	En poste

11- DÉPARTEMENT DE SCIENCES DE LA TERRE (ST) (34)

1.	EKOMANE Emile	Professeur	<i>Chef Div./Uté Ebolowa</i>
2.	GANNO Sylvestre	Professeur	En poste
3.	NDJIGUI Paul-Désiré	Professeur	<i>Vice-Doyen /DPSAA</i>
4.	NGOS III Simon	Professeur	En poste
5.	NKOUMBOU Charles	Professeur	En poste
6.	ONANA Vincent Laurent	Professeur	<i>Chef de Département/Uté. Eb.</i>
7.	YENE ATANGANA Joseph Q.	Professeur	<i>Chef Div. /MINTP</i>

8.	BISSO Dieudonné	Maître de Conférences	<i>Chef de Département</i>
9.	Elisé SABABA	Maitre de Conférences	En poste
10.	EYONG John TAKEM	Maître de Conférences	En poste
11.	FUH Calistus Gentry	Maître de Conférences	<i>Sec. D'Etat/MINMIDT(ai)</i>
12.	MBIDA YEM	Maitre de Conférences	En poste
13.	MBESSE Cécile Olive	Maitre de Conférences	En poste
14.	METANG Victor	Maître de Conférences	En poste
15.	NGO BIDJECK Louise Marie	Maître de Conférences	En poste
16.	NGUEUTCHOUA Gabriel	Maître de Conférences	<i>CEA/MINRESI</i>
17.	NJILAH Isaac KONFOR	Maître de Conférences	En poste
18.	TCHAKOUNTE Jacqueline épse NUMBEM	Maître de Conférences	<i>Chef. Cell /MINRESI</i>
19.	TCHOUANKOUE Jean-Pierre	Maître de Conférences	En poste
20.	TEMGA Jean Pierre	Maître de Conférences	En poste
21.	ZO'O ZAME Philémon	Maître de Conférences	<i>DG/ART</i>

22.	ANABA ONANA Achille Basile	Chargé de Cours	En poste
23.	BEKOA Etienne	Chargé de Cours	En poste
24.	MAMDEM TAMTO Lionelle Estelle, épouse BITOM	Chargée de Cours	En poste
25.	NGO BELNOUN Rose Noël	Chargée de Cours	En poste
26.	NGO'O ZE ARNAUD	Chargé de Cours	En poste
27.	NOMO NEGUE Emmanuel	Chargé de Cours	En poste
28.	NTSAMA ATANGANA Jacqueline	Chargée de Cours	En poste
29.	TCHAPTCHET TCHATO De P.	Chargé de Cours	En poste
30.	TEHNA Nathanaël	Chargé de Cours	En poste
31.	FEUMBA Roger	Chargé de Cours	En poste
32.	MBANGA NYOBE Jules	Chargé de Cours	En poste

33.	KOAH NA LEBOGO Serge P.	Assistant	En poste
34.	TENE DJOUKAM Joëlle Flore, épouse KOUANKAP NONO	Assistante	En poste

Répartition chiffrée des Enseignants de la Faculté des Sciences de l'Université de Yaoundé I

NOMBRE D'ENSEIGNANTS					
DÉPARTEMENT	Professeurs	Maîtres de Conférences	Chargés de Cours	Assistants	Total
BCH	08 (01)	22 (13)	08 (03)	06 (04)	44 (20)
BPA	11 (01)	19 (09)	16 (05)	03 (01)	49 (16)
BPV	06 (01)	10 (02)	14 (07)	02 (00)	32 (10)
CI	07 (01)	14 (03)	05 (01)	01 (00)	27 (05)
CO	06 (01)	14 (05)	11 (03)	02 (00)	33 (09)
ER	01 (00)		/	/	01 (0)
IN	02 (00)	02 (00)	15 (01)	03 (00)	22 (01)
MAT	01 (00)	08 (00)	20 (01)	05 (01)	34 (02)
MIB	03 (01)	07 (03)	09 (05)	05 (02)	24 (11)
PHY	17 (01)	12 (04)	12 (01)	01 (00)	42 (06)
ST	07 (00)	14 (03)	11 (03)	02 (01)	34 (07)
Total	69 (07)	122 (42)	121 (30)	30 (09)	342 (88)

Soit un total de **342 (88)** dont :

- Professeurs **69 (07)**
- Maîtres de Conférences **123 (41)**
- Chargés de Cours **120 (30)**
- Assistants **30 (09)**

() = Nombre de Femmes **88**

ENSEIGNANTS SOUS CONTRAT DE COLLABORATION

1.	BELL JOSEPH MARTIN	547019U	17/06/1957	Sakbayeme	M	10/11/1986	RETRAITE - CONTRAT DE COLLABORATION	PR
2.	DJOUFAC WOUFMO EMMANUEL	547069Z	09/01/1957	Ngaoundéré	M	04/05/1990	RETRAITE - CONTRAT DE COLLABORATION	PR
3.	ELIMBI ANOINE.	546958X	30/11/1955		M		RETRAITE - CONTRAT DE COLLABORATION	PR
4.	FOMENA ABRAHAM	546778X	10/11/1958	Batcham	M	01/12/1986	RETRAITE - CONTRAT DE COLLABORATION	PR
5.	GHO GOMU TIH RAPH	547004-K	23/12/1956	BAMBALANG	M	13/10/1982	RETRAITE - CONTRAT DE COLLABORATION	PR
6.	KAMTCHOUING PIERRES	143299X	13/09/1955	Nkongsamba	M	01/10/1988	RETRAITE - CONTRAT DE COLLABORATION	PR
7.	LAMINSI SAMUEL	143149J	30/12/1953		M		RETRAITE - CONTRAT DE COLLABORATION	PR
8.	NGADJUI TCHALEU BONAVENTURE	546959-G	15/09/1953	FONTSIGA	M	12/08/1982	RETRAITE - CONTRAT DE COLLABORATION	PR
9.	NGO BILONG ANASTASIE épse TIH	546164-I	27/12/1955	MBANGA	F	28/07/2000	RETRAITE - CONTRAT DE COLLABORATION	MC
10.	NKENGFACK EPHRAIM AUGUSTIN	546948-F	17/06/1955	YAOUNDE	M	01/09/1983	RETRAITE - CONTRAT DE COLLABORATION	PR
11.	NDIKONTAR MAURICE KOR	169784G	09/05/1958	Mbaa	M	10/01/1991	RETRAITE - CONTRAT DE COLLABORATION-EN COURS DE SIGNATURE	PR
12.	NJIOKOU FLOBERT	547321H	11/06/1958	Nkongsamba	M	03/05/1993	RETRAITE - CONTRAT DE COLLABORATION-EN COURS DE SIGNATURE	PR
13.	BENG NEE NINTCHOM PENLAP VERONIQUE	546643B	07/01/1957	Melong I	F	02/10/1992	RETRAITE-CONTRAT DE COLLABORATION	PR
14.	FOKOU ELIE	546725J	08/06/1957	Fiéla-Bamendjinda	M	01/04/1988	RETRAITE-CONTRAT DE COLLABORATION EN COURS DE FINALISATION	PR
15.	TCHOUANKEU JEAN CLAUDE	547295-E	06/01/1959	Douala	M	01/12/1989	RETRAITE-CONTRAT DE COLLABORATION EN COURS DE FINALISATION	PR
16.	BOYOMO ONANA						CONTRATS TRAITES LORS DU CONSEIL D'UNIVERSITE DU 12 JUILLET 2024	MC
17.	WANDJI JEAN	162242M	09/06/1958	Bangou	M			UYI
18.	YOUNBI EMMANUEL	547332Z	12/02/1959	Bangou	M	Bangou		PR
19.	NGODO MELINGUI JEAN	500475X	05/09/1958	Endoum		20/10/2005		MC
20.	KOFANE TIMOLEON CREPIN							PR
21.	NGAMENI EMMANUEL	547277-C	24/04/1959	Mbanga	M			PR
22.	BITOM DIEUDONNE	547050X	23/11/1958	Ambam	M			PR