

REPUBLIQUE DU CAMEROUN

\*\*\*\*\*

Paix-Travail-Patrie

\*\*\*\*\*

UNIVERSITE DE YAOUNDE I

\*\*\*\*\*

CENTRE DE RECHERCHE ET DE  
FORMATION DOCTORALE EN  
SCIENCES, TECHNOLOGIES ET  
GEOSCIENCES

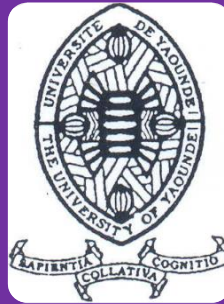
\*\*\*\*\*

UNITE DE RECHERCHE ET DE  
FORMATION DOCTORALE  
PHYSIQUES ET APPLICATIONS

\*\*\*\*\*

BP: YAOUNDE 812

Email: crfd\_stg@uy1.uninet.cm



REPUBLIC OF CAMEROUN

\*\*\*\*\*

Peace-Work-Fatherland

\*\*\*\*\*

UNIVERSITY OF YAOUNDE I

\*\*\*\*\*

CENTER FOR RESEARCH AND  
DOCTORAL TRAINING SCIENCES  
TECHNOLOGIES AND  
GEOSCIENCES

\*\*\*\*\*

RESEARCH AND POSTGRADUATE  
TRAINING UNIT FOR PHYSICS  
AND APPLICATIONS

\*\*\*\*\*

P.O. BOX: 812 YAOUNDE

Email : crfd\_stg@uy1.uninet.cm

## DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

LABORATOIRE DE MECANIQUE APPLIQUEE ET D'HYDRAULIQUE.

Thème :

### ÉCOULEMENT DE STOKES AUTOUR D'UNE SPHÈRE IMPERMÉABLE.

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de **Master of science en Physique**

Option : **MECANIQUE APPLIQUEE**

Rédigé par :

**FOGHEM TOKO MARC Hervé**

Matricule : **14G2920**

Licencié en Physique

Sous la direction de :

**PEMHA ELKANA**

Professeur

Université de Yaoundé I

*Année : 2025*

## Dédicaces

*A mes chers parents,*

*Dont le soutien indéfectible et l'amour inconditionnel ont été les piliers de mon parcours académique. Votre sacrifice et vos encouragements m'ont permis d'atteindre ce moment important de ma vie. Je vous dédie ce mémoire en témoignage de ma gratitude éternelle.*

*A mes frères et sœurs,*

*Qui ont été mes compagnons de route et mes sources d'inspiration. Votre soutien moral et votre présence joyeuse ont rendu ce chemin plus agréable et significatif. Ce mémoire leur est dédié en signe de reconnaissance pour leur soutien inconditionnel.*

*A mes ancêtres,*

*Dont l'héritage et la sagesse ont tracé le chemin que je suis aujourd'hui. Leurs valeurs, leur persévérance et leur courage ont été une source d'inspiration constante. Je dédie ce mémoire en hommage à leur mémoire et à leur héritage qui continue de m'inspirer au quotidien.*

*Que cette dédicace exprime ma profonde gratitude envers ceux qui ont influencé mon parcours académique et personnel, et qui ont contribué à la personne que je suis aujourd'hui.*

## REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à mon directeur de mémoire, le Pr. PEMHA ELKANA, pour sa disponibilité, son écoute et ses précieux conseils tout au long de ce travail. Sa rigueur scientifique et sa pédagogie m'ont permis de progresser et de mener à bien ce projet.

Je voudrais également remercier chaleureusement le Dr. LAMARA MAURICE, enseignant au département de physique, pour son aide précieuse dans la rédaction de ce mémoire. Ses conseils avisés ont été d'une grande utilité pour l'aboutissement de ce projet.

Je n'oublie pas tous les enseignants du département de physique qui m'ont accueilli dans leurs locaux et ont partagé leurs connaissances et équipements. Leur gentillesse et leur professionnalisme m'ont été d'une grande aide dans l'accomplissement de ce travail.

Enfin, je remercie ma famille, mes amis et toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à la réussite de ce mémoire. Leur affection et leur confiance m'ont été indispensables.

**TABLE DE MATIERES**

Dédicaces..... 2

REMERCIEMENTS ..... 3

TABLE DE MATIERES..... 4

LISTE DES ABREVIATIONS ..... 7

LISTE DE FIGURES ..... 9

RESUME..... 11

ABSTRACT ..... 12

INTRODUCTION..... 13

**I. CHAPITRE I : REVUE DE LITTERATURE..... 15**

**ETAT DE L'ART SUR LES ECOULEMENTS..... 15**

**II. CHAPITRE II : MATERIELS ET METHODES..... 23**

**II.1 DESCRIPTION DU MODELE D'ÉCOULEMENT AUTOUR  
D'UNE SPHERE ..... 23**

**II.2 VALIDITE DU MODELE ..... 26**

**II.3 MATERIELS ..... 26**

II.3.1 EQUATIONS FONDAMENTALES ..... 26

II.3.1.1 Equation de continuité..... 27

II.3.1.2 Equation de conservation de la quantité de mouvement..... 30

II.3.1.3 Equation de Navier-stokes ..... 33

II.3.1.4 La Vorticité  $\omega$  ..... 36

**II.4 METHODES ..... 37**

II.4.1 METHODE DE RESOLUTION DE L'ÉCOULEMENT AUTOUR D'UNE SPHERE.. 37

II.4.1.1 Equations de conservation de la masse ..... 37

II.4.1.2 Conditions aux limites du champ de vitesses..... 39

II.4.1.3 Conditions aux limites de la fonction de courant.....	40
II.4.1.4 Conditions aux limites du champ de pression.....	41
II.4.2 SIMPLIFICATION DE L'ÉQUATION DE NAVIER-STOKES .....	41
II.4.3 LES COMPOSANTES DE LA VORTICITE EN COORDONNEES SPHERIQUES :...	42
II.4.4 FORMULATION EN VORTICITE DE L'ÉQUATION DE NAVIER STOKES .....	44
II.4.5 LA FONCTION DE COURANT .....	48
II.4.6 METHODE DE SEPARATION DES VARIABLES .....	49
II.4.7 LE CHAMP DE VITESSES .....	53
II.4.8 LE CHAMP DE PRESSION : .....	54
II.4.9 LA FORCE DE TRAINEE .....	57
II.4.9.1 Coefficient de traînée .....	61
<b><u>III. CHAPITRE III : RESULTATS.....</u></b>	<b>62</b>

**III.1 PRESENTATION DES RESULTATS OBTENUS POUR DIFFERENTS**

<b>PARAMETRES D'ÉCOULEMENT .....</b>	<b>62</b>
III.1.1 COEFFICIENT DE TRAINEE.....	62
III.1.1.1 Confrontation aux expériences.....	62
III.1.2 LE CHAMP DE VITESSES .....	65
III.1.2.1 Code Matlab de modélisation du champ de vitesses .....	66
III.1.2.2 Profil de vitesse suivant les axes cartésiens .....	78
III.1.2.3. Variation du champ de vitesses en fonction de la distance par rapport au centre de la sphère. ....	84
III.1.2.4 Variation de la vitesse en fonction de l'angle $\theta$ pour différentes distances (r) à la sphère .....	86
III.1.3 LA FONCTION DE COURANT .....	88
III.1.3.1 La programme Matlab suivant nous donne l'allure des lignes de courant .....	89
III.1.3.2 Simulation de l'écoulement autour de la sphère .....	95

III.1.4 LE CHAMP DE PRESSION ..... 97

III.1.4.1 Variation du champ de pression en fonction de  $r$  ..... 105

III.1.4.2 Variation de la pression en fonction de  $\theta$  pour différentes valeurs de  $r$   
 ..... 108

**III.2 DISCUSSION ET LIMITE DE VALIDITE ..... 111**

III.2.1 ORDRE DOMINANT DE VALIDITE ..... 111

Conclusion..... 113

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES ..... 115

## LISTE DES ABREVIATIONS

$\rho$ : masse spécifique du fluide .....	(kg/m <sup>3</sup> )
$dm$ : élément de masse du fluide.....	(kg)
$d\vartheta$ : volume élémentaire.....	(m <sup>3</sup> )
$T$ : température.....	( <sup>0</sup> K)
$g$ : accélération de pesanteur.....	(N/kg)
$\varpi$ : poids volumique.....	(N/m <sup>3</sup> )
$d$ : densité.....	
$\rho_{ref}$ : masse volumique du fluide de référence.....	(Kg/m <sup>3</sup> )
$\vartheta$ : le volume de fluide.....	(m <sup>3</sup> )
$p$ : pression.....	(pa)
$E$ : Le coefficient de compressibilité isotherme	
$\mu$ : viscosité dynamique .....	(pa.s)
$\tau$ : contrainte de cisaillement .....	(N/m <sup>2</sup> )
$\nu$ : viscosité cinématique.....	(stokes)
$dS$ : surface élémentaire autour d'un point dans le fluide.....	(m <sup>2</sup> )
$dF$ : force élémentaire appliquée à la surface .....	(N)
$P$ : pression en un point du fluide .....	(pa)
$\underline{V}$ : vecteur vitesse .....	(m/s)
$Ma$ : nombre de Mach.....	

T : temps .....(s)

$\underline{\underline{\Omega}}$  : vecteur tourbillon.....(s<sup>-1</sup>)

$\underline{\underline{\text{grad}}}$  : vecteur gradient .....(m<sup>-1</sup>)

Re : Nombre de Reynolds.....(adimensionnelle)

v : viscosité cinématique du fluide ..... (m<sup>2</sup>/s)

$Q_e$  : Débit entrant fourni par la source ..... (kg/s)

$Q_s$  : Débit sortant retiré par le puits ..... (kg/s)

div : divergence .....(s<sup>-1</sup>)

$\underline{\underline{\text{rot}}}$  : vecteur rotationnel.....(s<sup>-1</sup>)

$\underline{\underline{F_m}}$  : Vecteur force massique .....(N/kg)

$\underline{\underline{n}}$  : est le vecteur unitaire tangent à la surface ( $\Sigma$ ).....

$\underline{\underline{\sigma}}$  : est le Tenseur des contraintes .....(Pa)

$\mathcal{H}$  : Hamiltonien.....(J)

$P_{\text{calorifique}}$  : puissance calorifique..... (w)

$E_{\text{interne}}$  : énergie interne..... (j)

$\underline{\underline{\varphi}}$  : est la densité de flux de chaleur par conduction à travers une surface (w)

$\Phi$  : fonction de dissipation de l'énergie intérieure du fluide.....(w)

$\underline{\underline{\varepsilon}}$  : Tenseur du taux de déformation.....(s<sup>-1</sup>)

$C_D$  : coefficient de traînée .....(adimensionnelle)

$K_G$  : facteur géométrique.....(adimensionnelle)

**LISTE DE FIGURES**

*Figure II:1* Modèle de l'écoulement autour d'un obstacle sphérique ..... 24

*Figure II:2* Écoulement rampant autour d'une sphère imperméable ..... 25

*Figure II:3* Contraintes sur la sphère et force aérodynamique résultante (traînée) ..... 57

*Figure III:1-* Coefficient de traînée de la sphère en fonction du nombre de Reynolds (compilation) (source : laurent jacquin tome 2 modèle) ..... 62

*Figure III:2* Coefficient de traînée de la sphère en fonction du nombre de Reynolds ..... 63

*Figure III:3* champ de vitesses en 3D ..... 69

*Figure III:4* champ de vitesses en 3D vue XY ..... 70

*Figure III:5* champ de vitesses en 3D vue YZ ..... 71

*Figure III:6* champ de vitesse de l'écoulement rampant autour d'une sphère en 2D vue XZ ..... 74

*Figure III:7* champ de vitesse de l'écoulement rampant autour d'une sphère en 2D vue YZ ..... 77

*Figure III:8* profil de vitesse de l'écoulement suivant l'axe des  $X_{\text{Cartésiens}}$  ..... 79

*Figure III:9* profils de vitesse de l'écoulement suivant l'axe des  $X_{\text{Cartésiens}}$  ..... 80

*Figure III:10* profil de vitesse de l'écoulement suivant l'axe des  $Y_{\text{Cartésiens}}$  ..... 82

*Figure III:11* profils de vitesse de l'écoulement suivant l'axe des  $Y_{\text{Cartésiens}}$  ..... 83

*Figure III:14* Variation du champ de vitesses lorsqu'on s'éloigne de la sphère. .... 85

*Figure III:15* Variation du champ de vitesses avec l'angle  $\theta$  pour  $r$  fixé. 87

<i>Figure III:16</i> ligne de champ .....	88
<i>Figure III:17</i> lignes de courant qui se resserrent au contour de l'obstacle ...	89
<i>Figure III:18</i> ligne de courant autour de la sphère en vue YZ.....	92
<i>Figure III:19</i> lignes de courant autour de la sphère en vue XZ .....	93
<i>Figure III:20</i> lignes de courant tangente aux vecteur vitesse.....	94
<i>Figure III:21</i> visualisation des lignes de courant pour $Re=0.16$ (source : Van Dyke) .....	95
<i>Figure III:22</i> sphère tombant librement dans l'axe d'un tube de deux fois son diamètre rempli de glycérine. avec un $Re=0.10$ (source : Van Dyke).....	96
<i>Figure III:23</i> Champ de pression en vue 3D .....	100
<i>Figure III:24</i> champ de pression en vue XX .....	101
<i>Figure III:25</i> champ de pression en vue ZZ.....	101
<i>Figure III:26</i> champ de pression autour de la sphère pour $\phi=0^\circ$ et $\phi=90^\circ$ .....	104
<i>Figure III:27</i> variation du champ de pression avec $r$ pour $\theta$ fixé .....	106
<i>Figure III:28</i> variation du champ de pression avec $r$ pour $\theta$ fixé .....	107
<b>Figure III:29</b> Variation de la pression en fonction de $\theta$ pour différentes valeurs de $r$ fixé. ....	109

## RESUME

L'écoulement de stokes autour d'une sphère imperméable est un thème central dans l'étude des fluides visqueux et des phénomènes de transport dans des applications allant de l'ingénierie à la biologie. Ce mémoire a pour objectif de déterminer les champs de vitesse, le champ de pression et les forces de trainée agissant sur une sphère placée dans un fluide en mouvement, en se concentrant sur le régime de stokes ou les effets de la viscosité prédominant sur les forces d'inertie. Dans un premier temps, nous introduirons les fondements théoriques en exposant les équations de Navier-stokes dans le cadre du régime de stokes, qui s'applique à des écoulements à faible nombre de Reynolds. Nous établirons les équations du mouvement en coordonnées sphériques, en tenant compte des conditions aux limites imposées par la sphère, spécifiquement que la vitesse du fluide à la surface est nulle en raison de son imperméabilité. L'analyse des champs de vitesses sera conduite à l'aide des méthodes analytiques, notamment par l'application des méthodes de séparation des variables, ce qui permettra de décrire le comportement du fluide dans le domaine autour de la sphère. Par la suite, nous aborderons la détermination du champ de pression autour de la sphère. En utilisant la projection de l'équation de Navier-stokes dans la direction de l'écoulement incidente, nous dérivons l'expression du champ de pression, en mettant en évidence son interaction avec le champ de vitesse et son rôle essentiel dans le calcul de la force de trainée. Le dernier volet de notre étude se concentrera sur les forces de trainée. En appliquant la loi de stokes, nous établirons une relation quantitative entre la force de trainée, les propriétés du fluide telles que la viscosité et la vitesse d'écoulement, ainsi que le rayon de la sphère. Il en ressort que la vitesse du fluide croît lorsqu'on s'éloigne de la surface de la sphère en suivant un modèle parabolique. La variation de la pression dépend de la zone du fluide autour de la sphère considérée. Elle croît lorsqu'on s'éloigne de la sphère dans la partie supérieure du plan passant par le centre de la sphère et perpendiculaire à la direction de l'écoulement incidente. Les forces de trainées quant à elles s'opposent au mouvement de la sphère dans le fluide visqueux et dépendent uniquement du nombre de Reynold. En conclusion l'écoulement de stokes autour de la sphère est un modèle essentiel pour comprendre les interactions entre les solides et les fluides visqueux. Nos résultats contribuent à la compréhension fondamentale de ces phénomènes.

## ABSTRACT

Stokes flow around an impermeable sphere is a central topic in the study of viscous fluids and transport phenomena in applications ranging from engineering to biology. This thesis aims to determine the velocity fields, pressure fields and drag forces acting on a sphere placed in a moving fluid, focusing on the Stokes regime where the effects of viscosity predominate over inertial forces. First, we will introduce the theoretical foundations by presenting the Navier-Stokes equations in the Stokes regime, which applies to flows at low Reynolds numbers. We will establish the equations of motion in spherical coordinates, taking into account the boundary conditions imposed by the sphere, specifically that the fluid velocity at the surface is zero due to its impermeability. The analysis of the velocity fields will be conducted using analytical methods, in particular by applying the methods of separation of variables, which will allow us to describe the behavior of the fluid in the area around the sphere. Subsequently, we will address the determination of the pressure field around the sphere. Using the projection of the Navier-Stokes equation in the direction of the incident flow, we derive the expression of the pressure field, highlighting its interaction with the velocity field and its essential role in calculating the drag force. The last part of our study will focus on the drag forces. By applying Stokes' law, we will establish a quantitative relationship between the drag force, the properties of the fluid such as viscosity and flow velocity, as well as the radius of the sphere. It emerges that the velocity of the fluid increases as we move away from the surface of the sphere following a parabolic model. The variation of the pressure depends on the area of the fluid around the sphere considered. It increases when moving away from the sphere in the upper part of the plane passing through the center of the sphere and perpendicular to the direction of the incident flow. The drag forces oppose the movement of the sphere in the viscous fluid and depend exclusively on the Reynolds number. In conclusion, the Stokes flow around the sphere is an essential model for understanding the interactions between solids and viscous fluids. Our results contribute to the fundamental understanding of these phenomena.

## INTRODUCTION

La mécanique des fluides est une science de la mécanique appliquée qui concerne le comportement des liquides et des gaz au repos ou en mouvement. Cette branche de la mécanique englobe une variété de problèmes allant de l'étude de l'écoulement sanguin dans des capillaires déformables (vaisseaux sanguins de diamètre de quelques microns) à l'écoulement de pétrole brut dans des conduites de l'ordre du mètre de diamètre avec des longueurs pouvant aller jusqu'à 13 000 km. C'est une science qui trouve des applications dans plusieurs domaines tels que l'astrophysique, la biomédecine, la météorologie, la géophysique, la physique du plasma, l'aérodynamique, l'hydraulique, les turbomachines et les équipements thermiques. La mécanique des fluides est subdivisée en plusieurs branches qui sont définies par les propriétés des fluides.

Face à la complexité de la résolution analytique des équations de la mécanique des fluides Une nouvelle approche a vu le jour depuis quelques décennies : la mécanique des fluides numérique (CFD ou Computational Fluid Dynamics en anglais), qui simule l'écoulement des fluides en résolvant les équations qui les régissent à l'aide d'ordinateurs très puissants et des logiciels de simulation : les supercalculateurs.

Les structures d'écoulement autour des obstacles profilés et en particulier autour de la sphère occupe une place importante dans la mécanique des fluides dues à leurs importance pratique dans les applications aérodynamiques tels que les ailes d'avion, les sous-marins et les missiles. Le problème d'écoulement rampant autour d'une sphère peut paraître de portée

pratique limitée. Mais il n'en est rien. Il concerne en effet le comportement de petites particules, fluides ou solides, dans un fluide au repos ou en mouvement, et il fournit alors une solution de référence pour tous les problèmes de fluides diphasiques tels que les fumées, les aérosols, les sprays, la pluie, le brouillard, etc. Il constitue aussi un problème de base pour l'application des techniques optiques de mesure de champs de vitesse dans les fluides, telles que la vélocimétrie laser doppler (LDV, pour *Laser Doppler Velocimetry*) et la vélocimétrie par image de particules (PIV pour *Particle Image Velocimetry*), qui sont aujourd'hui largement utilisées dans le domaine de la recherche et de l'industrie. Plusieurs travaux de recherches aérodynamique ont été réalisés pour modéliser l'écoulement autour des obstacles et plusieurs méthodes numériques basées sur des théories physiques ont été développées. Dans ce contexte s'inscrit le présent travail, dont l'objectif principale consiste à étudier les caractéristiques de l'écoulement de stokes autour d'une sphère imperméable.

Le mémoire éclairant le présent travail sera organisé en trois chapitres principaux. Dans le premier chapitre, nous aborderons les travaux antérieurs en relation avec le sujet traité, à travers une revue de la littérature des études anciennes et récentes sur les écoulements autour des obstacles. Par la suite en deuxième chapitre nous allons modéliser nôtres écoulement autour de la sphère et proposer des méthodes de résolutions des équations qui en découle et en troisième chapitre nous allons présenter les résultats obtenus et commenter les différents profils de vitesse, de pression et examiner la relation entre le coefficient de traînée de l'écoulement autour de la sphère et le nombre de Reynolds.

## I. CHAPITRE I : REVUE DE LITTERATURE

---

Beaucoup de travaux de recherches ont été réalisés pour modeler l'écoulement autour des obstacles. Pour cela, plusieurs expériences dans le domaine ont été réalisées et confrontées aux méthodes numériques. Pour cette dernière une large gamme de méthodes mathématiques a été développées afin de s'approcher de la réalité de l'écoulement à différents régimes autour des obstacles (subsonique, transsonique, supersonique et hypersonique) et de fournir le maximum d'informations qui peuvent se produire

### ETAT DE L'ART SUR LES ÉCOULEMENTS

#### 1. Études expérimentales et numériques sur les écoulements autour de cylindres

Guojon-Durand et al. [1] ont étudié l'écoulement d'un fluide autour d'un cylindre en rotation oscillante (mouvement de rotation périodique) autour de son axe. Ils ont confirmé qu'à certaines fréquences d'oscillation, l'instabilité hydrodynamique diminue, modifiant ainsi la topologie de l'écoulement et l'effet sur le sillage.

Calluaud et al. [2] ont réalisé une étude expérimentale et numérique de l'écoulement laminaire autour d'un obstacle de section carrée placé sur une plaque plane, utilisant la méthode de vélocimétrie par images de particules (PIV). Les deux méthodes ont permis d'identifier la topologie de l'écoulement, les lignes de séparation et la formation du tourbillon en s'appuyant sur la convergence des résultats. Une formation de tourbillons verticaux au-dessus du cube a été aussi observée.

Madani et Abidat [3] ont proposé un algorithme basé sur la méthode des différences finies pour résoudre les équations de Navier-Stokes (les équations fondamentales décrivant le mouvement des fluides). Leur méthode, utilisant des schémas d'ordre  $O(h^2)$  et  $O(h^4)$ , permet d'étudier les écoulements instationnaires autour d'obstacles profilés, tout en étant efficace en termes de temps de calcul et de précision.

## 2. Modélisation numérique et écoulements turbulents

Belakroum et al. [4] ont appliqué la modélisation par simulation d'échelles larges (Large Eddy Simulation, LES) pour étudier les écoulements turbulents, instationnaires autour d'un cylindre. Leur étude a permis de visualiser nettement le phénomène d'éclatement tourbillonnaire, caractéristique des écoulements turbulents.

Meddane et al. [5] ont analysé l'écoulement d'un fluide autour d'un profil d'aile NACA 0021 à l'aide d'une combinaison d'études expérimentales et numériques. Ils ont montré que l'utilisation d'un volet mobile influence directement la distribution de pression et, par conséquent, les forces aérodynamiques exercées sur le profil.

Pascal-Ribot et Blanchet [6] ont mené une étude expérimentale et numérique de l'écoulement autour d'un cylindre dans deux phases — air et eau — utilisant la méthode d'analyse dimensionnelle. Leur objectif était d'évaluer les forces de portance induites par la vibration du cylindre.

Bhattacharyya et Singh [7] ont examiné l'effet du nombre de Reynolds ( $Re$ ) compris entre 100 et 200, ainsi que du nombre de Richardson ( $Ri$ ), sur la fréquence du détachement tourbillonnaire. Ils ont constaté que cette fréquence augmentait avec  $Re$  jusqu'à une valeur critique, au-delà de laquelle

l'écoulement présentait plutôt une organisation sous la forme d'un panache thermique.

### 3. Études sur les écoulements autour d'obstacles et leur influence

Roquet et al. [8] ont utilisé la modélisation numérique pour étudier l'écoulement stationnaire autour d'un cylindre, notamment la variation des efforts de frottement et la déformation du sillage en fonction des paramètres tels que la vitesse et la géométrie.

Wang et Yang [9], ont simulé numériquement la formation de vortex en fer à cheval (structure tourbillonnaire caractéristique) autour d'un cube dans un canal. Leur étude a montré que l'augmentation du nombre de Reynolds complexifie la structure tourbillonnaire, entraînant la croissance du nombre de vortex.

D'Allessio et Kocabiyik [10] ont simulé la circulation autour d'un cylindre elliptique incliné en oscillation transversale dans un canal, avec  $Re$  fixé à 102. Leur étude a sondé l'effet de l'inclinaison et du rapport d'aspect sur la formation de vortex.

### 4. Influence des paramètres géométriques et dynamiques

Ardonceanu [11], en 2009, a développé une procédure nodale de résolution numérique de l'équation de Laplace pour les écoulements à potentiel de vitesse autour de corps portants. La méthode utilise des conditions de Dirichlet internes aux nœuds du maillage plutôt que sur les surfaces lisses, ce qui, couplé à une formulation Neumann des conditions de Kutta, réduit l'impact de la discrétisation sur l'estimation des efforts globaux. Applicable aux écoulements stationnaires ou non stationnaires en deux ou trois dimensions.

Cao et Tamura [12] ont étudié analytiquement et expérimentalement l'écoulement autour d'un cylindre circulaire à basses valeurs de Reynolds. Ils ont observé que le nombre de Strouhal ne varie pas significativement avec le paramètre de cisaillement, et que la vitesse d'arrêt à haute vitesse influence fortement la force aérodynamique.

Zou et Lam [13] ont analysé les écoulements turbulents autour de quatre cylindres en configuration carrée à différentes hauteurs d'espacement. Leur résultat montre que la fluctuation de vitesse est cohérente entre modélisations expérimentales et numériques.

## **5. Études expérimentales et numériques sur écoulements derrière les cylindres**

I. Khabbouchi et M. S. Guellouz (2014) [14] ont réalisé des mesures par PIV dans le sillage d'un cylindre placé près d'une paroi, au niveau de son bord d'attaque. La configuration a permis d'isoler l'effet de l'écoulement type jet entre la paroi et le cylindre. À un nombre de Reynolds  $RE=8667$ , ils ont identifié trois régions distinctes d'écoulement de type jet, perturbant la couche limite et empêchant la formation régulière de la structure de Von Kármán dans le sillage.

## **6. Étude numérique et expérimentale de l'écoulement autour d'un cylindre**

Yukio Tamura et Cao (années indéfinies) [15] ont analysé l'écoulement autour d'un cylindre à  $Re$  sous-critique. Leur étude a montré que la fréquence de Strouhal reste stable et indépendante du paramètre de cisaillement, tandis que la vitesse d'arrêt à haute vitesse est fortement impactée par la force aérodynamique.

## **7. Étude sur les écoulements turbulents autour de plusieurs cylindres**

K. Lam-L. Zou [16] a étudié numériquement et expérimentalement les écoulements turbulents autour de quatre cylindres dans une configuration carrée, en faisant varier le rapport d'espacement entre eux. Les résultats de fluctuation de vitesse ont montré une similarité entre simulation et expérimentation, notamment dans la formation de vortex et la dynamique de la turbulence.

## **8. Simulation de l'écoulement instationnaire autour d'un cylindre**

R. Belakroum et al. [17] ont utilisé la modélisation par la méthode des grandes échelles (LES) pour étudier un écoulement turbulent autour d'un cylindre. Leur travail a mis en évidence la formation claire de structures tourbillonnaires et leurs impacts sur la turbulence globale.

## **9. Effet des volets sur la distribution de pression**

Meddane et al. [18] ont étudié par simulation l'effet du volet sur la distribution de pression autour d'un profil d'aile NACA 0021. Leur résultat indique que l'utilisation du volet influence directement la distribution de la pression et modifie la force de portance ainsi que la traînée.

## **10. Étude des forces de vibration sur un cylindre en flux oscillant**

Pascal-Ribot et Y. Blanchet [19] ont abordé expérimentalement et numériquement l'écoulement autour d'un cylindre en phase avec des fluides eau-air, en utilisant une analyse dimensionnelle. Leur recherche a permis d'évaluer l'effet des forces de portance liées aux vibrations mécaniques du cylindre.

### **11. Fenêtre sur la fréquence du détachement du vortex**

Bhattacharyya et Singh [20] ont montré, pour  $Re$  compris entre 100 et 200 ainsi que pour un rapport de Richardson supérieur à 1, que la fréquence du détachement vortex augmente avec le nombre de Richardson jusqu'à un seuil critique, après quoi l'écoulement prend une configuration en panache thermique.

### **12. Étude sur l'écoulement stationnaire autour d'un cylindre**

Roquet et al. [21] ont modélisé l'écoulement stationnaire d'un fluide autour d'un cylindre, afin d'étudier la variation des efforts de fléchissement dans le sillage, en utilisant des simulations numériques pour analyser le comportement asymptotique.

### **13. Structures tourbillonnaires autour d'un cube**

Wang et Yang [22] ont réalisé une étude numérique sur la formation de vortex en fer à cheval et de tourbillons latéraux autour d'un cube dans un canal. Ils ont constaté que l'augmentation du nombre de Reynolds complexifie ces structures tourbillonnaires en renforçant la formation de vortex en fer à cheval.

### **14. Étude de l'effet de la géométrie sur écoulements autour d'un cylindre elliptique**

D'Allessio et S. Kocabiyik [23] ont simulé numériquement un écoulement visqueux autour d'un cylindre elliptique incliné, effectuant des oscillations transversales. La méthode utilisée repose sur la discrétisation par différences finies, et a permis d'étudier l'influence de la fréquence d'oscillation sur la formation de vortex.

### **15. Influence de la surface biconvexe sur la traînée**

H. Ardakani et N. S. Vaghefial [24] ont étudié la simulation d'écoulement d'un fluide autour d'un obstacle, en se concentrant sur l'impact de la surface biconvexe et des paramètres de Mach. Leur résultat montre que ces paramètres influencent fortement la traînée et la répartition des pressions.

### **16. Analyse des écoulements à haut nombre de Reynolds**

W. Ogana [25] a consacré ses travaux à l'étude des écoulements transsoniques en domaine bidimensionnel, en utilisant une viscosité artificielle pour modéliser l'écoulement. La résolution s'appuie sur une équation intégrale, démontrant une convergence rapide ; ses résultats concordent avec ceux issus de méthodes aux différences finies.

### **17. Étude des écoulements supercritique avec effets d'ondes de choc**

Hemdan et Selim [26] ont exploré, par modélisation numérique, les écoulements non viscosiques à haut Mach où des ondes de choc apparaissent à proximité d'un profil mince. Leur travail montre comment ces écoulements sont sensibles à la surface et à l'angle d'attaque.

### **18. Simulation de flux turbulents autour de cylindres avec rainures**

Yates [27] a réalisé une simulation numérique de flux turbulents autour de cylindres dotés de rainures en V ou U, avec  $Re$  élevé. Leur étude a permis de comprendre l'impact de la géométrie modifiée sur la stabilité vortex et la turbulence.

## 19. Influence de la distance par rapport à la paroi

Cetin Canpolat et al. [28] ont expérimenté et modélisé l'écoulement d'un cylindre en présence d'un sillon sur sa surface, en étudiant l'effet de la distance par rapport à une paroi. Ils ont observé que cette distance influence de manière significative la séparation du flux et la formation de vortex.

## 20. Effets de la vibration structurelle sur la dynamique du vortex

Un dernier point d'intérêt concerne l'interaction entre la vibration mécanique de structures et l'écoulement vortex, notamment dans le contexte de la stabilité des systèmes aérodynamiques [29].

## II. CHAPITRE II : MATÉRIELS ET MÉTHODES

---

Il existe quelques solutions analytiques des équations de Navier-Stokes mais le catalogue de ces solutions est peu étoffé. Cela tient au fait que les équations de Navier-Stokes sont non linéaires. La majorité des solutions connues concernent des situations où les équations sont linéaires. Elles appartiennent donc à la classe des écoulements sans inertie définie dans ce chapitre.

L'écoulement autour d'une sphère à petit nombre de Reynolds (second problème de Stokes) ou écoulements rampants, sont les écoulements incompressibles pour lesquels le nombre de Reynolds est très petit ( $Re \ll 1$ ), c'est-à-dire pour lesquels les forces visqueuses prédominent sur les forces d'inertie.

### II.1 DESCRIPTION DU MODÈLE D'ÉCOULEMENT AUTOUR D'UNE SPHERE

Le choix du modèle repose sur des hypothèses simplificatrices d'étude des écoulements :

Considérons l'écoulement autour d'un obstacle de forme sphérique, de quelque millimètre de Diamètre.

On se place dans un repère de coordonnées orthogonales sphériques  $(r, \theta, \phi)$  d'axe  $\underline{e}_z$  et l'on fait les hypothèses suivantes :

H1 - le fluide est considéré comme newtonien, incompressible et homogène, de masse volumique  $\rho$  ;

H2 - la viscosité cinématique  $\nu = \mu/\rho$  est constante ;

H3 - l'écoulement est permanent et irrotationnel ;

H4 - on néglige les forces extérieures (notamment : le fluide est considéré comme non pesant)

H5 - l'écoulement est axisymétrique (indépendant de la coordonnée  $\phi$ ) ;

H6 - le nombre de Reynolds est supposé très petit, de sorte que l'on puisse considérer l'écoulement comme étant sans inertie (écoulement rampant).

On cherche à déterminer le coefficient de traînée de la sphère, le champ de Vitesses autour de la sphère et enfin le champ de pression.

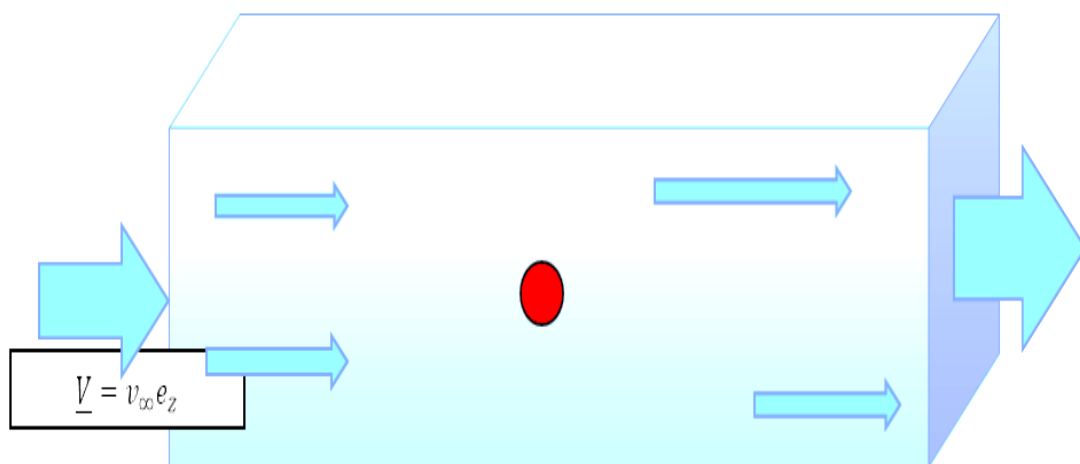


Figure II:1 Modèle de l'écoulement autour d'un obstacle sphérique

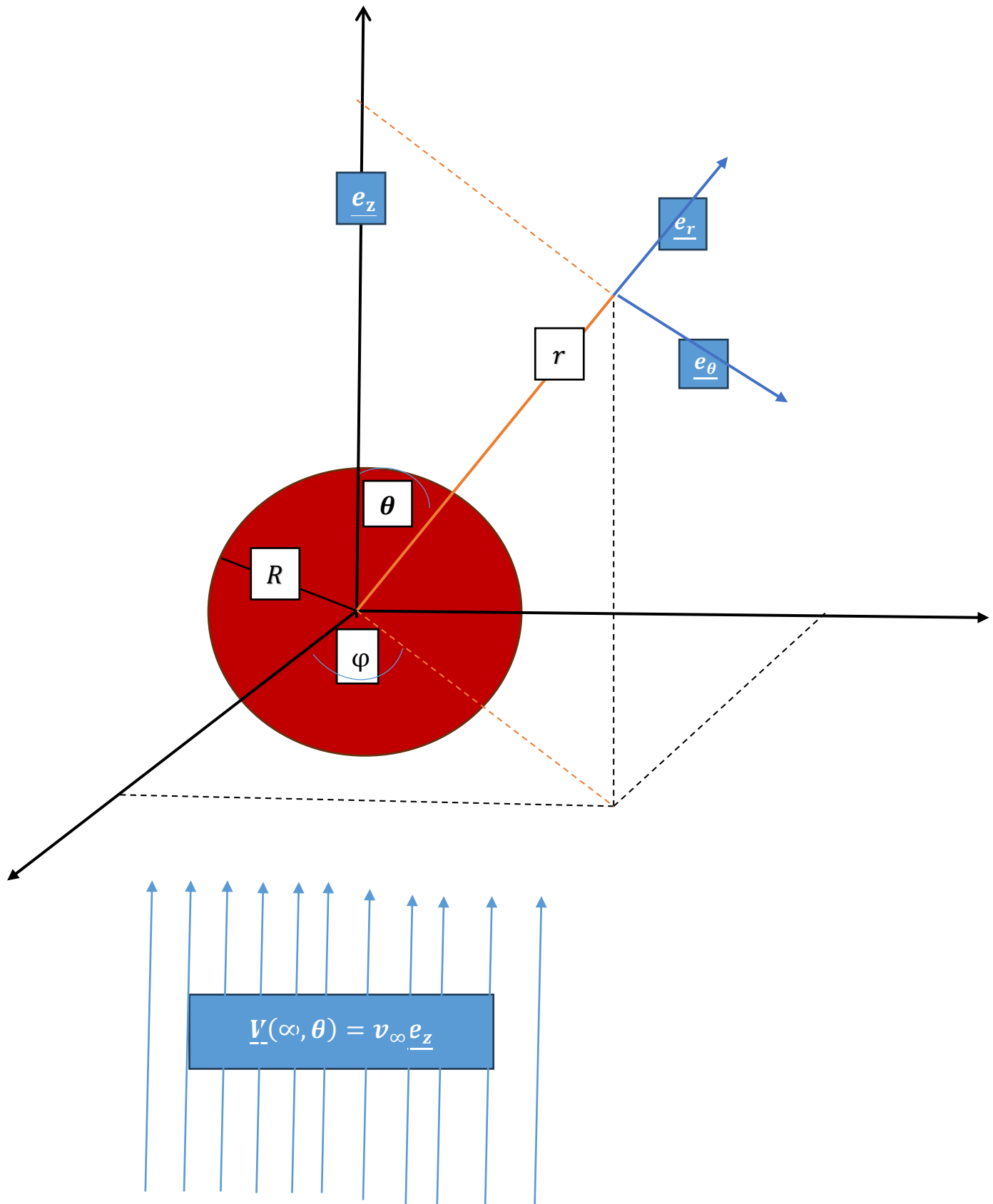


Figure II:2 Écoulement rampant autour d'une sphère imperméable

## II.2 Validité du Modèle

Les deux hypothèses H4 et H6 ne sont applicables simultanément que pour de toutes petites particules. En effet, la première condition stipule que  $Fr = v_\infty / \sqrt{gR} \gg 1$  ; la seconde impose  $Re = v_\infty R / \nu \ll 1$ . Cela mène à la condition :  $\sqrt{gR} \ll v_\infty \ll \nu / R$  soit  $R \ll (\nu)^{2/3} / g^{1/3}$ .

Dans le cas de l'eau par exemple ( $\nu \approx 10^{-6} m^2/s$ ) cela donne :  $2R \ll 10^{-4} m$ . Cela revient donc à considérer des particules dont le diamètre n'excède pas quelques dizaines de microns.

## II.3 MATERIELS

### II.3.1 EQUATIONS FONDAMENTALES

On peut décrire le mouvement d'un fluide par un ensemble d'équations aux dérivées partielles déduites des lois fondamentales de la mécanique et de la thermodynamique, c'est-à-dire les lois de conservation de la masse (équation de la continuité), de la quantité de mouvement (équation de la quantité de mouvement) et d'énergie (l'équation de l'énergie).

Pour proposer de façon complète un problème en dynamique des fluides, il convient d'ajouter aux équations de mouvement des conditions initiales et des conditions aux limites (ou conditions frontières).

### II.3.1.1 Equation de continuité

L'équation de continuité est une des formes sous laquelle peut se présenter l'équation de conservation de la masse.

Enoncé du principe de conservation de la masse :

« Quel que soit le domaine (D) de fluide limité par une surface ( $\Sigma$ ), et entièrement contenu dans le fluide, la masse de fluide contenue dans (D) reste constante quand on suit (D) dans son mouvement. ».

En supposant que le domaine (D) contient des sources ou des puits, l'équation de conservation de la masse se traduit par la relation suivante :

$$\frac{dm}{dt} = |Q_e| - |Q_s| \quad (\text{II. 1})$$

$Q_e$  : Débit entrant fourni par la source en (kg/s)

$Q_s$  : Débit sortant retiré par le puits en (kg/s)

$dm$  : masse de la particule de fluide en (kg)

Sachant que :

$$m = \iiint_{(D)} \rho \, d\vartheta \quad (\text{II. 2})$$

$$\frac{dm}{dt} = \iiint_{(D)} \left[ \frac{d\rho}{dt} d\vartheta + \rho \frac{d(d\vartheta)}{dt} \right] = \iiint_{(D)} \left[ \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div}(\underline{V}) \right] d\vartheta \quad (\text{II. 3})$$

$$|Q_e| = \iiint_{(D)} \rho |q_e| d\vartheta \quad (\text{II. 4})$$

$$|Q_s| = \iiint_{(D)} \rho |q_s| d\vartheta \quad (\text{II. 5})$$

On obtient

$$\iiint_{(D)} \left[ \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div}(\underline{V}) \right] d\vartheta = \iiint_{(D)} \rho (|q_e| - |q_s|) d\vartheta \quad (\text{II. 6})$$

L'équation de conservation de la masse s'écrit donc :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div}(\underline{V}) = \rho (|q_e| - |q_s|) \quad (\text{II. 7})$$

L'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \underline{V}) = \rho (|q_e| - |q_s|) \quad (\text{II. 8})$$

$|q_e|$  : débits des masses par unités de masse entrant dans (D).

$|q_s|$  : débits des masses par unités de masse sortant de (D).

En coordonnées sphériques  $(r, \theta, \varphi)$  l'équation de continuité s'écrit pour un débit entrant égale au débit sortant :  $|q_e| = |q_s|$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial(\rho r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\rho \sin \theta v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial(\rho v_\varphi)}{\partial \varphi} = 0 \quad (\text{II. 9})$$

Considérons un champ de vitesse défini par :

$$\underline{V} = v_r \underline{e}_r + v_\theta \underline{e}_\theta + v_\varphi \underline{e}_\varphi \quad (\text{II. 10})$$

Pour un fluide incompressible et isotherme avec en débit entrant égale au débit sortant, l'équation de conservation de la masse se réduit à la relation suivante :

$$\text{div}(\underline{V}) = 0 \quad (\text{II. 11})$$

On dit que l'écoulement est à Flux conservatif et le champ de vitesse dérive d'un potentiel vecteur  $\underline{A}$  :

$$\underline{V} = \text{rot}(\underline{A}) \quad (\text{II. 12})$$

De cette relation on en déduit le champ de vitesse en fonction de la fonction de courant  $\psi$  en coordonnée sphérique :

$$v_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (\text{II. 13})$$

$$v_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (\text{II. 14})$$

### II.3.1.2 Equation de conservation de la quantité de mouvement

Enoncé

« Quel que soit le domaine (D) de fluide que l'on suit dans son mouvement, la dérivée par rapport au temps du tenseur de quantité de mouvement du domaine est égale au tenseur des forces extérieures appliquées au domaine (D) ».

La quantité de mouvement d'un système fluide de volume  $\mathfrak{V}$ , s'écrit :

$$\iiint_{\mathfrak{V}} \rho \underline{V} d\mathfrak{V} \quad (\text{II. 15})$$

Or, l'énoncé nous permet d'écrire :

$$\frac{d}{dt} \iiint_{\mathfrak{V}} \rho \underline{V} d\mathfrak{V} = \iiint_{\mathfrak{V}} \rho \underline{F}_m d\mathfrak{V} + \iint_{\Sigma} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} ds \quad (\text{II. 16})$$

$\underline{F}_m$  : Vecteur force massique

$\underline{n}$ : est le vecteur unitaire tangent à la surface  $\Sigma$ .

$\underline{\underline{\sigma}}$  : est le Tenseur des contraintes totales appliquées en un point du fluide et s'écrit en fonction des composantes tangentielle et composantes normales de la manière suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{r\varphi} \\ \sigma_{r\theta} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta\varphi} \\ \sigma_{r\varphi} & \sigma_{\theta\varphi} & \sigma_{\varphi\varphi} \end{pmatrix} \quad (\text{II. 17})$$

La transformation de **Green-ostrogradski** nous permet d'écrire :

$$\iint_{\Sigma} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} ds = \iiint_{\mathcal{V}} \operatorname{div}(\underline{\underline{\sigma}}) d\mathcal{V} \quad (\text{II. 18})$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit donc :

$$\rho \frac{d\underline{V}}{dt} = \rho \underline{F}_m + \operatorname{div}(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (\text{II. 19})$$

En coordonnée sphérique elle s'écrit :

Projection suivant  $\underline{e}_r$  :

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} (2\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi} + \sigma_{r\theta} \cot \theta) + \rho (F_m)_r = \rho \frac{dv_r}{dt} \quad (\text{II. 20})$$

Projection suivant  $\underline{e}_\theta$  :

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sigma_{\theta\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} (3\sigma_{r\theta} + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi}) \cot \theta) + \rho (F_m)_\theta = \rho \frac{dv_\theta}{dt} \quad (\text{II. 21})$$

Projection suivant  $\underline{e}_\varphi$  :

$$\frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\varphi}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} (3\sigma_{r\varphi} + 2\sigma_{r\theta} \cot \theta) + \rho (F_m)_\varphi = \rho \frac{dv_\varphi}{dt} \quad (\text{II. 22})$$

Les composantes du tenseur de contrainte sont :

$$\sigma_{rr} = -p + 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \quad (\text{II. 23})$$

$$\sigma_{\theta\theta} = -p + 2\mu \left( \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} + \frac{v_\varphi \cot \varphi}{r} \right) \quad (\text{II. 24})$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = -p + 2\mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_r}{r} \right) \quad (\text{II. 25})$$

$$\sigma_{r\varphi} = \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_\varphi}{r} \right) \quad (\text{II. 26})$$

$$\sigma_{\varphi\theta} = \mu \left( \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \varphi} - \frac{v_\theta \cot \varphi}{r} \right) \quad (\text{II. 27})$$

$$\sigma_{\theta r} = \mu \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} \right) \quad (\text{II. 28})$$

P : pression en un point du fluide en (N/m<sup>2</sup>)

### II.3.1.3 Equation de Navier-stokes

Les fluides Newtoniens sont décrits par l'équation de Navier-stokes. Cette équation découle du principe de conservation de la quantité de mouvement par remplacement du tenseur de contrainte par sa forme liée au tenseur du taux de déformation  $\underline{\underline{\epsilon}}$ .

L'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\rho \frac{d\underline{V}}{dt} = \rho \underline{F}_m + \text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (\text{II. 29})$$

Sachant que

$$\underline{\underline{\sigma}} = \left( -p + \eta \text{div}(\underline{V}) \right) \underline{\underline{\delta}} + 2\mu \underline{\underline{\epsilon}} \quad (\text{II. 30})$$

On obtient donc l'équation de Navier-stokes :

$$\rho \left( \frac{\partial \underline{V}}{\partial t} + \underline{\underline{\text{grad}}}(\underline{V}) \cdot \underline{V} \right) = \rho \underline{F}_m - \underline{\underline{\text{grad}}}(p) + \underline{\underline{\text{grad}}}(\eta \text{div}(\underline{V})) + \text{div} \left( \mu \underline{\underline{\text{grad}}}(\underline{V}) \right) + \text{div} \left( \mu \underline{\underline{\text{tgrad}}}(\underline{V}) \right) \quad (\text{II. 31})$$

La forme générale de Navier-stokes met en évidence les forces par unité de volume suivantes :

- $\rho \left( \frac{\partial \underline{V}}{\partial t} + \underline{\underline{\text{grad}}}(\underline{V}) \cdot \underline{V} \right)$  : Force d'inertie
- $\rho \underline{F}_m$  : Force de masse
- $-\underline{\underline{\text{grad}}}(p)$  : force de pression
- $\underline{\underline{\text{grad}}}(\eta \text{div}(\underline{V})) + \text{div}(\mu \underline{\underline{\text{grad}}}(\underline{V})) + \text{div}(\mu {}^t \underline{\underline{\text{grad}}}(\underline{V}))$  : Force de viscosité

Pour un fluide incompressible avec débit entrant égale au débit sortant, dans des conditions isothermes, la projection sur chaque axe de l'équation de Navier-stokes s'écrit :

Projection suivant  $\underline{e}_r$  :

$$-\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left( \mathcal{H}v_r - 2\frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{2}{r^2} v_\theta \cot \theta - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right) + \rho (F_m)_r \quad (\text{II. 32})$$

$$= \rho \left( \frac{dv_r}{dt} - \frac{v_\theta^2 + v_\varphi^2}{r} \right)$$

Projection suivant  $\underline{e}_\theta$  :

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left( \mathcal{H}v_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r^2 (\sin \theta)^2} - \frac{2 \cos \theta}{(r \sin \theta)^2} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right) + \rho (F_m)_\theta \quad (\text{II. 33})$$

$$= \rho \left( \frac{dv_\theta}{dt} + \frac{v_\theta v_r}{r} - \frac{v_\varphi \cot \theta}{r} \right)$$

Projection suivant  $\underline{e}_\varphi$  :

$$-\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \mu \left( \mathcal{H} v_\varphi - \frac{v_\varphi}{r^2 (\sin \theta)^2} + \frac{2}{r^2 (\sin \theta)^2} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} + \frac{2 \cos \theta}{(r \sin \theta)^2} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right) \quad (\text{II. 34})$$

$$+ \rho (F_m)_\varphi = \rho \left( \frac{dv_\varphi}{dt} + \frac{v_\varphi v_r}{r} - \frac{v_\theta v_\varphi \cot \theta}{r} \right)$$

Avec

$$\mathcal{H} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 (\sin \theta)^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (\text{II. 35})$$

### II.3.1.4 La Vorticité $\underline{\omega}$

$$2\underline{\Omega} = \underline{\omega} = \text{rot}(\underline{V}) \quad (\text{II. 36})$$

Or

$$\text{rot}(\underline{V}) = \text{rot}(\underline{V})_r \underline{e}_r + \text{rot}(\underline{V})_\theta \underline{e}_\theta + \text{rot}(\underline{V})_\varphi \underline{e}_\varphi \quad (\text{II. 37})$$

$$\text{rot}(\underline{V})_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left( \frac{\partial(r \sin \theta v_\varphi)}{\partial \theta} - \frac{\partial(rv_\theta)}{\partial \varphi} \right) \quad (\text{II. 38})$$

$$\text{rot}(\underline{V})_\theta = \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial(r \sin \theta v_\varphi)}{\partial r} \right) \quad (\text{II. 39})$$

$$\text{rot}(\underline{V})_\varphi = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(rv_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \quad (\text{II. 40})$$

## II.4 METHODES

### II.4.1 Méthode de résolution de l'écoulement autour d'une sphère

La méthode de résolution du second problème de Stokes sera de manière analytique suivant les étapes suivantes :

- Equations de conservation (masse, quantité de mouvement)
- Introduction de la fonction de courant
- Expression de la vorticité
- R crire les équations de mouvement en fonction de la fonction de courant
- R crire les conditions aux limites en fonction de la fonction de courant

L'écoulement est symétrique par rapport à l'angle  $\varphi$ . Il s'agit donc d'un écoulement bidimensionnel  $(r, \theta)$ .

#### II.4.1.1 Equations de conservation de masse

Le fluide considéré incompressible, isotherme avec débit entrant égal au débit sortant :

$$\text{div}(\underline{V}) = 0 \quad (\text{II. 41})$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial(v_\varphi)}{\partial \varphi} = 0 \quad (\text{II. 42})$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta v_\theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{II.43})$$

Cela nous amène à conclure que le champ de vitesse dérive d'un potentiel vecteur  $\underline{A}$ .

$$\underline{V} = \text{rot}(\underline{A}) \quad (\text{II.44})$$

Avec

$$\underline{A} = \psi \underline{e}_\varphi \quad (\text{II.45})$$

$$v_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (\text{II.46})$$

$$v_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (\text{II.47})$$

$$v_\varphi = 0 \quad (\text{II.48})$$

Alors

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = v_r r^2 \sin \theta \quad (\text{II.49})$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = -v_\theta r \sin \theta \quad (\text{II.50})$$

Dou

$$\psi = \psi(r, \theta) \quad (\text{II. 51})$$

On conclut également que  $\psi$  de classe supérieur ou égale un et que :

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \frac{\partial \psi}{\partial \theta}(r, \theta) \quad (\text{II. 52})$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{\partial \psi}{\partial r}(r, \theta) \quad (\text{II. 53})$$

#### II.4.1.2 Conditions aux limites du champ de vitesses

Les conditions aux limites pour le champ de vitesse sont celles correspondant à la condition d'adhérence sur la sphère et celle d'un écoulement uniforme à l'infini :

Sur la surface de la sphère :

$$v_r(R, \theta) = v_\theta(R, \theta) = v_\varphi(R, \theta) = 0 \quad (\text{II. 54})$$

Loin de la sphère :

$$\underline{V}(\infty, \theta) = v_\infty \underline{e}_z = v_\infty \cos \theta \underline{e}_r - v_\infty \sin \theta \underline{e}_\theta \quad (\text{II. 55})$$

$$v_r(\infty, \theta) = v_\infty \cos \theta \quad (\text{II. 56})$$

$$v_\theta(\infty, \theta) = -v_\infty \sin \theta \quad (\text{II. 57})$$

A une position comprise entre la surface de la sphère et la zone éloigné de la sphère on définit le champ de vitesse en coordonnées sphériques par la relation vectoriel suivante :

$$\underline{V}(r, \theta) = v_r(r, \theta)\underline{e}_r + v_\theta(r, \theta)\underline{e}_\theta \quad (\text{II. 58})$$

#### II.4.1.3 Conditions aux limites de la fonction de courant

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta}(R, \theta) = v_r(R, \theta)R^2 \sin \theta = 0 \quad (\text{II. 59})$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r}(R, \theta) = v_\theta(R, \theta)R \sin \theta = 0 \quad (\text{II. 60})$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta}(\infty, \theta) = v_r(\infty, \theta)r^2 \sin \theta \quad (\text{II. 61})$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r}(\infty, \theta) = v_\theta(\infty, \theta)r \sin \theta \quad (\text{II. 62})$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta}(\infty, \theta) = v_\infty r^2 \cos \theta \sin \theta \quad (\text{II. 63})$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r}(\infty, \theta) = -v_\infty r \sin \theta \sin \theta \quad (\text{II. 64})$$

#### II.4.1.4 Conditions aux limites du champ de pression

$$p(r = \infty, \theta) = p_0 = 0 \quad (\text{II. 65})$$

#### II.4.2 Simplification de l'Equation de Navier-stokes

$$\rho \left( \frac{\partial \underline{V}}{\partial t} + \underline{\text{grad}}(\underline{V}) \cdot \underline{V} \right) = \quad (\text{II. 66})$$

$$\rho \underline{F}_m - \underline{\text{grad}}(p) + \underline{\text{grad}}(\eta \text{div}(\underline{V})) + \text{div}(\underline{\mu \text{grad}}(\underline{V})) + \text{div}(\underline{\mu \text{grad}}(\underline{V}))$$

En tenant compte des Hypothèses H1, H2, H3, H4, H5, H6, l'équation devient :

$$-\underline{\text{grad}}(p) + \text{div}(\underline{\mu \text{grad}}(\underline{V})) = 0 \quad (\text{II. 67})$$

$$\text{div}(\underline{\mu \text{grad}}(\underline{V})) = \underline{\text{grad}}(p) \quad (\text{II. 68})$$

$$\underline{\text{grad}}(p) = \mu \Delta(\underline{V}) \quad (\text{II. 69})$$

### II.4.3 Les composantes de la vorticité en coordonnées sphériques :

La vorticité est nul pour l'écoulement et s'exprime par la relation :

$$2\Omega = \underline{\omega} = \text{rot}(\underline{V}) \quad (\text{II. 70})$$

Or

$$\text{rot}(\underline{V}) = \text{rot}(\underline{V})_r \underline{e}_r + \text{rot}(\underline{V})_\theta \underline{e}_\theta + \text{rot}(\underline{V})_\varphi \underline{e}_\varphi \quad (\text{II. 71})$$

$$\text{rot}(\underline{V})_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left( \frac{\partial(r \sin \theta v_\varphi)}{\partial \theta} - \frac{\partial(rv_\theta)}{\partial \varphi} \right) \quad (\text{II. 72})$$

C'est à dire que :

$$\text{rot}(\underline{V})_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left( \frac{\partial(r \sin \theta \cdot 0)}{\partial \theta} - \frac{\partial \left( r \left( -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) \right)}{\partial \varphi} \right) = 0 \quad (\text{II. 73})$$

$$\text{rot}(\underline{V})_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} (0 - 0) = 0 \quad (\text{II. 74})$$

De même

$$\text{rot}(\underline{V})_\theta = \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial(r \sin \theta v_\varphi)}{\partial r} \right) \quad (\text{II. 75})$$

$$\text{rot}(\underline{V})_{\theta} = \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial \left( \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)}{\partial \varphi} - \frac{\partial (r \sin \theta (0))}{\partial r} \right) \quad (\text{II. 76})$$

Dou

$$\text{rot}(\underline{V})_{\theta} = \frac{1}{r \sin \theta} (0 - 0) = 0 \quad (\text{II. 77})$$

En fin

$$\text{rot}(\underline{V})_{\varphi} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial (r v_{\theta})}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \quad (\text{II. 78})$$

$$\text{rot}(\underline{V})_{\varphi} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \left( r \left( -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \right)}{\partial r} - \frac{\partial \left( \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)}{\partial \theta} \right) \quad (\text{II. 79})$$

$$\text{rot}(\underline{V})_{\varphi} = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \quad (\text{II. 80})$$

Finalemment

$$\underline{\omega} = \text{rot}(\underline{V}) = \text{rot}(\underline{V})_{\varphi} \underline{e}_{\varphi} \quad (\text{II. 81})$$

$$\underline{\omega} = \text{rot}(\underline{V}) = \left[ -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \right] \underline{e}_{\varphi} \quad (\text{II. 82})$$

L'écoulement irrotationnel se traduit donc par la relation :

$$-\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (\text{II.83})$$

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \right] \psi = 0 \quad (\text{II.84})$$

#### II.4.4 Formulation en vorticité de l'equation de Navier stokes

La résolution du problème stationnaire sans inertie est facilitée si l'on transforme au préalable l'équation de Navier-stokes en introduisant la vorticité :

$$\underline{\omega} = \underline{\text{rot}}(\underline{V}) = \text{rot}(\underline{V})_{\varphi} \underline{e}_{\varphi} \quad (\text{II.85})$$

En appliquant l'opérateur rotationnel à la loi de la dynamique décrit par l'équation de Navier stokes on obtient :

$$\underline{\text{rot}}(\underline{\text{grad}}(p)) = \underline{\text{rot}}(\mu \Delta(\underline{V})) \quad (\text{II.86})$$

On élimine ainsi la pression p :

$$\underline{\text{rot}}(\underline{\text{grad}}(p)) = 0 \quad (\text{II.87})$$

L'équation de Navier-stokes devient :

$$\underline{\text{rot}}(\Delta(\underline{V})) = 0 \quad (\text{II. 88})$$

On utilise alors l'identité vectorielle suivante :

$$\underline{\text{rot}}(\Delta(\underline{V})) = \Delta(\underline{\text{rot}}(\underline{V})) = -\underline{\text{rot}}[\underline{\text{rot}}(\underline{\text{rot}}(\underline{V}))] \quad (\text{II. 89})$$

$$\underline{\text{rot}}(\Delta(\underline{V})) = -\Delta\underline{\omega} = 0 \quad (\text{II. 90})$$

Résoudre le problème de stokes autour de la sphère revient donc à résoudre le système :

$$\begin{cases} \text{div}(\underline{V}) = 0 \\ \Delta\underline{\omega} = 0 \end{cases} \quad (\text{II. 91})$$

Il s'agit donc de résoudre une équation de Laplace pour la vorticité de l'écoulement, munie des conditions aux limites sur la vitesse.

L'avantage de cette formulation est dû au fait que dans un écoulement bidimensionnel, la vorticité ne possède qu'une composante. Ici le champ de vitesse axisymétrique vérifie :

$$\underline{V}(r, \theta) = v_r(r, \theta)\underline{e}_r + v_\theta(r, \theta)\underline{e}_\theta \quad (\text{II. 92})$$

Compte tenu de l'expression de la vorticité en coordonnée sphérique :

$$\underline{\omega} = \underline{\text{rot}}(\underline{V}) = \left[ -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \right] \underline{e}_\varphi \quad (\text{II. 93})$$

En utilisant alors la relation :

$$\underline{\text{rot}}(\Delta(\underline{V})) = \Delta(\underline{\text{rot}}(\underline{V})) = -\underline{\text{rot}}[\underline{\text{rot}}(\underline{\text{rot}}(\underline{V}))] \quad (\text{II. 94})$$

Le calcul du laplacien sous la forme :

$$\Delta \underline{\omega} = -\underline{\text{rot}}[\underline{\text{rot}}(\underline{\omega})] \quad (\text{II. 95})$$

Nécessite tout d'abord celui du rotationnel de la vorticité :

$$\underline{\omega} = \underline{\text{rot}}(\underline{V}) = \omega_\varphi \underline{e}_\varphi \quad (\text{II. 96})$$

Dont l'expression en coordonnées sphériques est :

$$\underline{\text{rot}}(\underline{\omega}) = \text{rot}(\underline{\omega})_r \underline{e}_r + \text{rot}(\underline{\omega})_\theta \underline{e}_\theta + \text{rot}(\underline{\omega})_\varphi \underline{e}_\varphi \quad (\text{II. 97})$$

$$\text{rot}(\underline{\omega})_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left( \frac{\partial(r \sin \theta \omega_\varphi)}{\partial \theta} - \frac{\partial(r \omega_\theta)}{\partial \varphi} \right) \quad (\text{II. 98})$$

$$\text{rot}(\underline{\omega})_{\theta} = \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial \omega_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial (r \sin \theta \omega_{\varphi})}{\partial r} \right) \quad (\text{II. 99})$$

$$\text{rot}(\underline{\omega})_{\varphi} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial (r \omega_{\theta})}{\partial r} - \frac{\partial \omega_r}{\partial \theta} \right) \quad (\text{II. 100})$$

Alors

$$\underline{\text{rot}}(\underline{\omega}) = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left( \frac{\partial (r \sin \theta \omega_{\varphi})}{\partial \theta} \right) \underline{e}_r - \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial (r \sin \theta \omega_{\varphi})}{\partial r} \right) \underline{e}_{\theta} \quad (\text{II. 101})$$

$$\underline{\text{rot}}(\underline{\omega}) = \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial (\sin \theta \omega_{\varphi})}{\partial \theta} \right) \underline{e}_r - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial (r \omega_{\varphi})}{\partial r} \right) \underline{e}_{\theta} \quad (\text{II. 102})$$

Le rotationnel de ce vecteur vaut quant à lui :

$$\underline{\text{rot}}(\underline{\text{rot}}(\underline{\omega})) = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \left( r \left( \underline{\text{rot}}(\underline{\omega}) \right)_{\theta} \right)}{\partial r} - \frac{\partial \left( \underline{\text{rot}}(\underline{\omega}) \right)_r}{\partial \theta} \right) \underline{e}_{\varphi} \quad (\text{II. 103})$$

$$\underline{\text{rot}}(\underline{\text{rot}}(\underline{\omega})) = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \left( -r \frac{1}{r} \left( \frac{\partial (r \omega_{\varphi})}{\partial r} \right) \right)}{\partial r} - \frac{\partial \left( \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial (\sin \theta \omega_{\varphi})}{\partial \theta} \right) \right)}{\partial \theta} \right) \underline{e}_{\varphi} \quad (\text{II. 104})$$

$$\underline{\text{rot}}(\underline{\text{rot}}(\underline{\omega})) = \left( -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r \omega_{\varphi})}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \omega_{\varphi}) \right] \right) \underline{e}_{\varphi} \quad (\text{II. 105})$$

Avec

$$\omega_\varphi = \left[ -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \right] \quad (\text{II.106})$$

Finalement :

$$\Delta \underline{\omega} = \left[ \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \right] (r \sin \theta \omega_\varphi) \right] \underline{e}_\varphi \quad (\text{II.107})$$

### II.4.5 La fonction de courant

En remplaçant  $\omega_\varphi$  dans l'expression de  $\Delta \underline{\omega}$  le problème se ramène à la résolution d'une équation différentielle d'ordre quatre pour la fonction de courant :

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \right]^2 \psi = 0 \quad (\text{II.108})$$

Sachant que loin de la sphère on a :

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta}(\infty, \theta) = v_\infty r^2 \cos \theta \sin \theta \quad (\text{II.109})$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r}(\infty, \theta) = -v_\infty r \sin \theta \sin \theta \quad (\text{II.110})$$

On obtient par intégration :

$$\psi = \psi(r, \theta) = -\frac{1}{2} v_{\infty} r^2 \sin^2 \theta \quad (\text{II. 111})$$

La vérification des condition aux limites sur  $\psi$  nous donne :

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta}(R, \theta) = v_{\infty} R^2 \cos \theta \sin \theta \neq 0 \quad (\text{II. 112})$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r}(R, \theta) = -v_{\infty} R \sin \theta \sin \theta \neq 0 \quad (\text{II. 113})$$

Ce qui est en contradiction avec les conditions à la surface de la sphère, car  $\Psi$  change avec  $\theta$  au loin et en surface.

#### II.4.6 Méthode de séparation des Variables

Dans le but de trouver une fonction de courant solution de l'équation précédente (II. 108), on pose :

$$\psi(r, \theta) = f(r) \sin^2 \theta \quad (\text{II. 114})$$

Introduisons  $\psi$  dans l'équation du problème :

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \right]^2 (f(r) \sin^2 \theta) = 0 \quad (\text{II. 115})$$

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \right] \left[ \left( \sin^2 \theta f'' - 2 \frac{\sin^2 \theta}{r^2} f \right) \right] = 0 \quad (\text{II. 116})$$

$$\begin{aligned} & \sin^2 \theta \left[ f'''' - 2 \frac{\partial}{\partial r} \left( -2 \frac{f}{r^3} + \frac{f'}{r^2} \right) \right] + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ 2 \cos \theta f'' - 4 \cos \theta \frac{f}{r^2} \right] \quad (\text{II. 117}) \\ & = \sin^2 \theta \left[ f'''' - 4 \frac{f''}{r^2} + 8 \frac{f'}{r^3} - 8 \frac{f}{r^4} \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\sin^2 \theta \left[ f'''' - 4 \frac{f''}{r^2} + 8 \frac{f'}{r^3} - 8 \frac{f}{r^4} \right] = 0 \quad (\text{II. 118})$$

$$\sin^2 \theta \left[ \frac{d^4 f}{dr^4} - \frac{4}{r^2} \frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{8}{r^3} \frac{df}{dr} - \frac{8f}{r^4} \right] = 0 \quad \times r^4 \quad (\text{II. 119})$$

On obtient finalement :

$$r^4 \frac{d^4 f}{dr^4} - 4r^2 \frac{d^2 f}{dr^2} + 8r \frac{df}{dr} - 8f = 0 \quad (\text{II. 120})$$

On cherche la solution sous la forme :

$$f(r) = ar^n \quad (\text{II. 121})$$

En remplaçant (II. 83) dans (II. 82) on obtient :

$$r^4 \frac{d^4 ar^n}{dr^4} - 4r^2 \frac{d^2 ar^n}{dr^2} + 8r \frac{dar^n}{dr} - 8ar^n = 0 \quad (\text{II. 122})$$

$$r^4 (n)(n - 1)(n - 2)(n - 3)ar^{n-4} - 4r^2(n)(n - 1)ar^{n-2} + 8r(n)ar^{n-1} \text{ (II. 123)}$$

$$-8ar^n = 0$$

Divisons (II. 85) par  $ar^n$  on obtient :

$$(n)(n - 1)(n - 2)(n - 3) - 4(n)(n - 1) + 8n - 8 = 0 \quad \text{(II. 124)}$$

Il s'agit d'un polynôme d'ordre 4 qui peut également être écrit comme suit :

$$[n(n - 1) - 2][(n - 2)(n - 3) - 2] = 0 \quad \text{(II. 125)}$$

Il y'a 04 valeurs possibles pour n qui s'avèrent vérifier cette équation, à savoir : -1, 1, 2 et 4.

La solution est donc de la forme :

$$f(r) = \frac{A}{r} + Br + Cr^2 + Dr^4 \quad \text{(II. 126)}$$

Alors :

$$\psi(r, \theta) = \sin^2 \theta \left[ \frac{A}{r} + Br + Cr^2 + Dr^4 \right] \quad (\text{II. 127})$$

Les deux conditions d'adhérence sur la surface de l'objet donnant alors :

$$A = \frac{v_\infty R^3}{4} ; \quad B = \frac{-3v_\infty R}{4} \quad (\text{II. 128})$$

La condition d'écoulement uniforme à l'infini implique :

$$C = \frac{v_\infty}{2} ; \quad D = 0 \quad (\text{II. 129})$$

D'où :

$$f(r) = v_\infty \left( \frac{r^2}{2} - 3R \left( \frac{r}{4} \right) + \frac{R^3}{4} \left( \frac{1}{r} \right) \right) \quad (\text{II. 130})$$

La solution cherchée est donc :

$$\psi(r, \theta) = f(r) \sin^2 \theta = v_\infty \sin^2 \theta \left( \frac{r^2}{2} - 3R \left( \frac{r}{4} \right) + \frac{R^3}{4} \left( \frac{1}{r} \right) \right) \quad (\text{II. 131})$$

$$\psi(r, \theta) = v_\infty \sin^2 \theta \left( \frac{r^2}{2} - 3R \left( \frac{r}{4} \right) + \frac{R^3}{4} \left( \frac{1}{r} \right) \right) \quad (\text{II. 132})$$

Soit, sous forme adimensionnelle :

$$\bar{\psi} = \frac{\psi}{v_{\infty} R^2} = \sin^2 \theta \left( \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R} \right)^2 - \frac{3}{4} \left( \frac{r}{R} \right) + \frac{1}{4} \left( \frac{R}{r} \right) \right) \quad (\text{II.133})$$

#### II.4.7 Le champ de vitesses

La relation entre le champ de vitesses et la fonction de courant nous permet de déduire l'expression de ce champ :

$$v_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = v_{\infty} \cos \theta \left( 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{R}{r} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{R}{r} \right)^3 \right) \quad (\text{II.134})$$

$$v_{\theta} = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} = -v_{\infty} \sin \theta \left( 1 - \frac{3}{4} \left( \frac{R}{r} \right) - \frac{1}{4} \left( \frac{R}{r} \right)^3 \right) \quad (\text{II.135})$$

$$v_{\varphi} = 0 \quad (\text{II.136})$$

Soit, sous forme adimensionnelle :

$$\bar{v}_r = \frac{v_r}{v_{\infty}} = \cos \theta \left( 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{R}{r} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{R}{r} \right)^3 \right) \quad (\text{II.137})$$

$$\bar{v}_{\theta} = \frac{v_{\theta}}{v_{\infty}} = -\sin \theta \left( 1 - \frac{3}{4} \left( \frac{R}{r} \right) - \frac{1}{4} \left( \frac{R}{r} \right)^3 \right) \quad (\text{II.138})$$

$$\bar{v}_{\varphi} = 0 \quad (\text{II.139})$$

#### II.4.8 Le champ de pression : $p(r, \theta)$

L'écoulement étant supposé non-pesant, la pression est alors obtenue en intégrant l'équation de la dynamique qui s'écrit, moyennant l'utilisation de l'identité vectorielle :

$$\underline{\text{rot}}(\underline{\text{rot}}(\underline{V})) = \underline{\text{grad}}(\text{div}(\underline{V})) - \Delta \underline{V} \quad (\text{II. 140})$$

L'équation de Navier stokes s'écrit :

$$\underline{\text{grad}}(p) = \mu \Delta(\underline{V}) \quad (\text{II. 141})$$

$$\underline{\text{grad}}(p) = \mu \left[ \underline{\text{grad}}(\text{div}(\underline{V})) - \underline{\text{rot}}(\underline{\text{rot}}(\underline{V})) \right] \quad (\text{II. 142})$$

$$\underline{\text{grad}}(p) = \mu \left[ \underline{\text{grad}}(\text{div}(\underline{V})) - \underline{\text{rot}}(\underline{\omega}) \right] \quad (\text{II. 143})$$

Finalement on obtient l'équation de Navier stokes sous la forme :

$$\underline{\text{grad}}(p) = -\mu \left[ \underline{\text{rot}}(\underline{\omega}) \right] \quad (\text{II. 144})$$

$$\begin{aligned}
 -\mu \cdot \underline{\text{rot}}(\underline{\omega}) &= -\mu \left[ \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial(\sin \theta \omega_\varphi)}{\partial \theta} \right) \underline{e}_r - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(r \omega_\varphi)}{\partial r} \right) \right] \underline{e}_\theta \quad (\text{II. 145}) \\
 &= \underline{\text{grad}}(p)
 \end{aligned}$$

La projection suivant l'axe de  $\underline{e}_r$  :

$$\text{rot}(\underline{\omega})_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left( \frac{\partial(r \sin \theta \omega_\varphi)}{\partial \theta} - \frac{\partial(r \omega_\theta)}{\partial \varphi} \right) \quad (\text{II. 146})$$

$$\text{rot}(\underline{\omega})_r = \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial(\sin \theta \omega_\varphi)}{\partial \theta} \right) \quad (\text{II. 147})$$

$$\text{rot}(\underline{\omega})_r = \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial \left( \sin \theta \left[ \left[ -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \right] \right) \right)}{\partial \theta} \right) \quad (\text{II. 148})$$

$$\text{rot}(\underline{\omega})_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \right] (f(r) \sin^2 \theta) \right] \quad (\text{II. 149})$$

$$\text{rot}(\underline{\omega})_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \left( \sin^2 \theta f'' - 2 \frac{\sin^2 \theta}{r^2} f \right) \right) \quad (\text{II. 150})$$

$$\text{rot}(\underline{\omega})_r = -2 \left( \frac{f''}{r^2} - 2 \frac{f}{r^4} \right) \cos \theta \quad (\text{II. 151})$$

Donc

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\mu \cdot \text{rot}(\underline{\omega})_r = 2\mu \left( \frac{f''}{r^2} - 2 \frac{f}{r^4} \right) \cos \theta \quad (\text{II. 152})$$

En remplaçant f par son expression :

$$f(r) = v_\infty \left( \frac{r^2}{2} - 3R \left( \frac{r}{4} \right) + \frac{R^3}{4} \left( \frac{1}{r} \right) \right) \quad (\text{II. 153})$$

Puis en intégrant, on trouve :

$$p(r, \theta) = p_0 - \frac{3}{2} \left( \frac{\mu v_\infty}{R} \right) \left( \frac{R}{r} \right)^2 \cos \theta \quad (\text{II. 154})$$

Posons  $x = \frac{r}{R}$  et  $y = \theta$

$$\bar{p} = \frac{p - p_0}{\left( \frac{\mu v_\infty}{R} \right)} \quad (\text{II. 154})$$

Alors la forme adimensionnelle de la variation du champ de pression s'écrit :

$$\bar{p} = -\frac{3}{2} \left( \frac{1}{x} \right)^2 \cos y \quad (\text{II. 155})$$

### II.4.9 La force de traînée

Rappelons que **la force de traînée**, que l'on note  $D_F$  (pour Drag) correspond à la composante parallèle à la vitesse amont du fluide de la force résultante aérodynamique.

La force de contact résultante vaut :

$$\left(\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{e}}_r\right)_{r=R} = \left[ \left[ -(p - p_0) \underline{\underline{1}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}} \right] \cdot \underline{\underline{e}}_r \right]_{r=R} \quad (\text{II. 156})$$

Soit :

$$\left(\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{e}}_r\right)_{r=R} = \left[ \left[ -(p - p_0) + 2\mu d_{rr} \right] \cdot \underline{\underline{e}}_r + 2\mu d_{r\theta} \cdot \underline{\underline{e}}_\theta \right]_{r=R} \quad (\text{II. 157})$$

La projection de cette force dans la direction de l'écoulement incident définit la contribution locale à la force de traînée.

La situation est schématisée sur la figure ci-dessous :

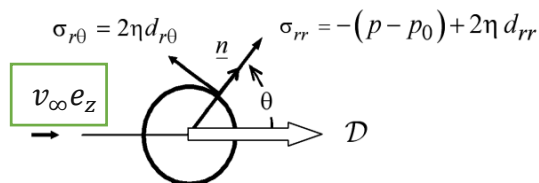


Figure II:3 Contraintes sur la sphère et force aérodynamique résultante (traînée)

Cette densité de force vaut :

$$\left(\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{e}_r\right)_{r=R} \cdot \underline{e}_z = \left[[-(p - p_0) + 2\mu d_{rr}] \cdot \cos \theta - 2\mu d_{r\theta} \cdot \sin \theta\right]_{r=R} \quad (\text{II. 158})$$

L'expression de la pression  $p$  et les deux composantes du tenseur des taux de déformation mises en jeu sont :

$$p(r, \theta) = p_0 - \frac{3}{2} \left(\frac{\mu v_\infty}{R}\right) \left(\frac{R}{r}\right)^2 \cos \theta \quad (\text{II. 159})$$

$$d_{rr} = \frac{\partial v_r}{\partial r} \quad (\text{II. 160})$$

$$d_{r\theta} = \frac{1}{2r} \left[ r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r}\right) + \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] \quad (\text{II. 161})$$

Or

$$v_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = v_\infty \cos \theta \left( 1 - \frac{3}{2} \left(\frac{R}{r}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{r}\right)^3 \right) \quad (\text{II. 162})$$

$$v_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} = -v_\infty \sin \theta \left( 1 - \frac{3}{4} \left(\frac{R}{r}\right) + \frac{1}{4} \left(\frac{R}{r}\right)^3 \right) \quad (\text{II. 163})$$

Tout calcul fait, on trouve :

$$d_{rr} = \cos \theta \frac{v_{\infty}}{R} \left( \frac{3}{2} \left( \frac{R}{r} \right)^2 - \frac{3}{2} \left( \frac{R}{r} \right)^4 \right) = \frac{3}{2} \left( \frac{R}{r} \right)^2 \left( 1 - \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right) \frac{v_{\infty}}{R} \cdot \cos \theta \quad (\text{II.164})$$

$$d_{r\theta} = -\frac{3}{4} \left( \frac{R}{r} \right)^4 \frac{v_{\infty}}{R} \sin \theta \quad (\text{II.165})$$

En remplaçant, on obtient :

$$\begin{aligned} & \left( \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{e_r}} \right)_{r=R} \cdot \underline{\underline{e_z}} \quad (\text{II.166}) \\ & = \left[ \left[ \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{\mu v_{\infty}}{R} \right) \left( \frac{R}{r} \right)^2 \cos \theta \right] + 2\mu \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{R}{r} \right)^2 \left( 1 - \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right) \frac{v_{\infty}}{R} \cdot \cos \theta \right] \right] \cdot \cos \theta \right. \\ & \quad \left. - 2\mu \left[ -\frac{3}{4} \left( \frac{R}{r} \right)^4 \frac{v_{\infty}}{R} \sin \theta \right] \cdot \sin \theta \right]_{r=R} \end{aligned}$$

Donc :

$$\left( \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{e_r}} \right)_{r=R} \cdot \underline{\underline{e_z}} = \frac{3}{2} \frac{\mu v_{\infty}}{R} \quad (\text{II.167})$$

On note alors, fait remarquable, que cette force par unité de surface est uniforme sur toute la surface de l'objet (elle ne dépend pas de  $\theta$ ).

La force traînée, est alors obtenue en intégrant sur la surface, donc ici en multipliant cette force unitaire par la surface de l'objet :

la surface de notre sphère est :

$$S_{\text{sphère}} = 4. \pi. R^2 \quad (\text{II. 168})$$

On obtient :

$$D_F = \iint_{\text{sphère}} \left[ \left( \underline{\sigma} \cdot \underline{e}_r \right)_{r=R} \cdot \underline{e}_z \right] dS = 4. \pi. R^2 \left( \frac{3}{2} \frac{\mu v_\infty}{R} \right) \quad (\text{II. 169})$$

Dou

$$D_F = 6. \pi. R. \mu. v_\infty \quad (\text{II. 170})$$

Ce résultat est connu sous le nom de *loi de résistance de Stokes*.

Dans un écoulement à très petit nombre de Reynolds, on trouve que la force de résistance à l'avancement d'un objet est linéairement proportionnelle à la vitesse.

### II.4.9.1 Coefficient de traînée

Le coefficient de traînée est obtenu en normalisant la force de traînée par la quantité  $\rho((v_\infty)^2/2)S_0$ . ou  $S_0$  est la surface issue de la projection de la sphère sur un plan :

$$S_0 = \pi \cdot R^2 \quad (\text{II. 171})$$

$$C_D = \frac{D_F}{\rho \left( \frac{v_\infty^2}{2} \right) \pi \cdot R^2} = \frac{24}{\frac{2 \cdot R \cdot v_\infty}{\nu}} = \frac{24}{Re} \quad (\text{II. 172})$$

### III. CHAPITRE III : RESULTATS

#### III.1 Présentation des résultats obtenus pour différents paramètres d'écoulement

##### III.1.1 Coefficient de Trainée

$$C_D = \frac{D_F}{\rho \left(\frac{v_\infty^2}{2}\right) \pi \cdot R^2} = \frac{24}{\frac{2 \cdot R \cdot v_\infty}{\nu}} = \frac{24}{Re} \quad (\text{III. 1})$$

##### III.1.1.1 Confrontation aux expériences

La figure ci-dessous montre des résultats d'expériences sur la mesure du coefficient de traînée  $C_D$  de la sphère en fonction du nombre de Reynolds.

La prévision théorique est correctement vérifiée tant que le nombre de Reynolds reste « suffisamment petit ». Cela est conforme à l'hypothèse  $Re \ll 1$  des écoulements rampants (hypothèse H6).

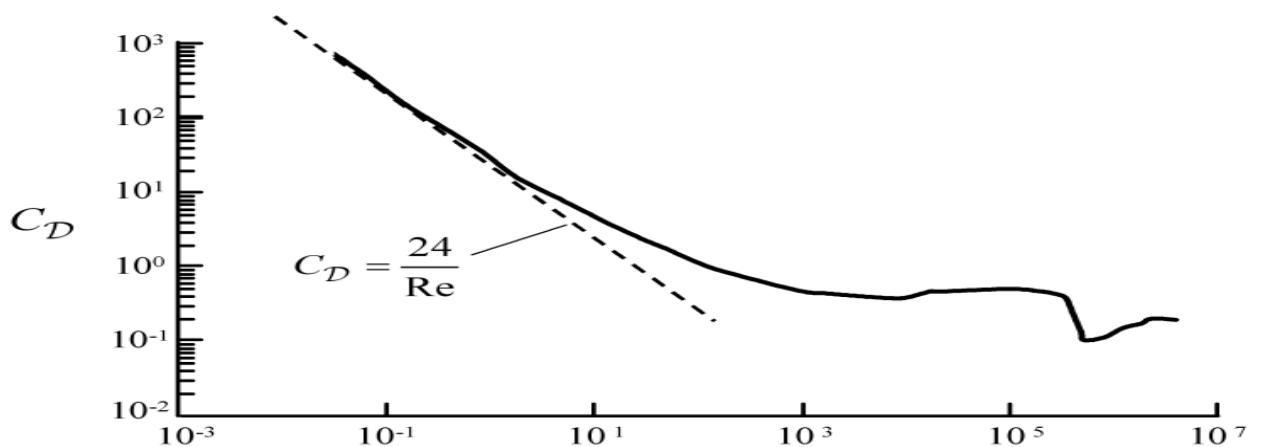


Figure III:1- Coefficient de traînée de la sphère en fonction du nombre de Reynolds (compilation) (source : laurent jacquin tome 2 modèle)

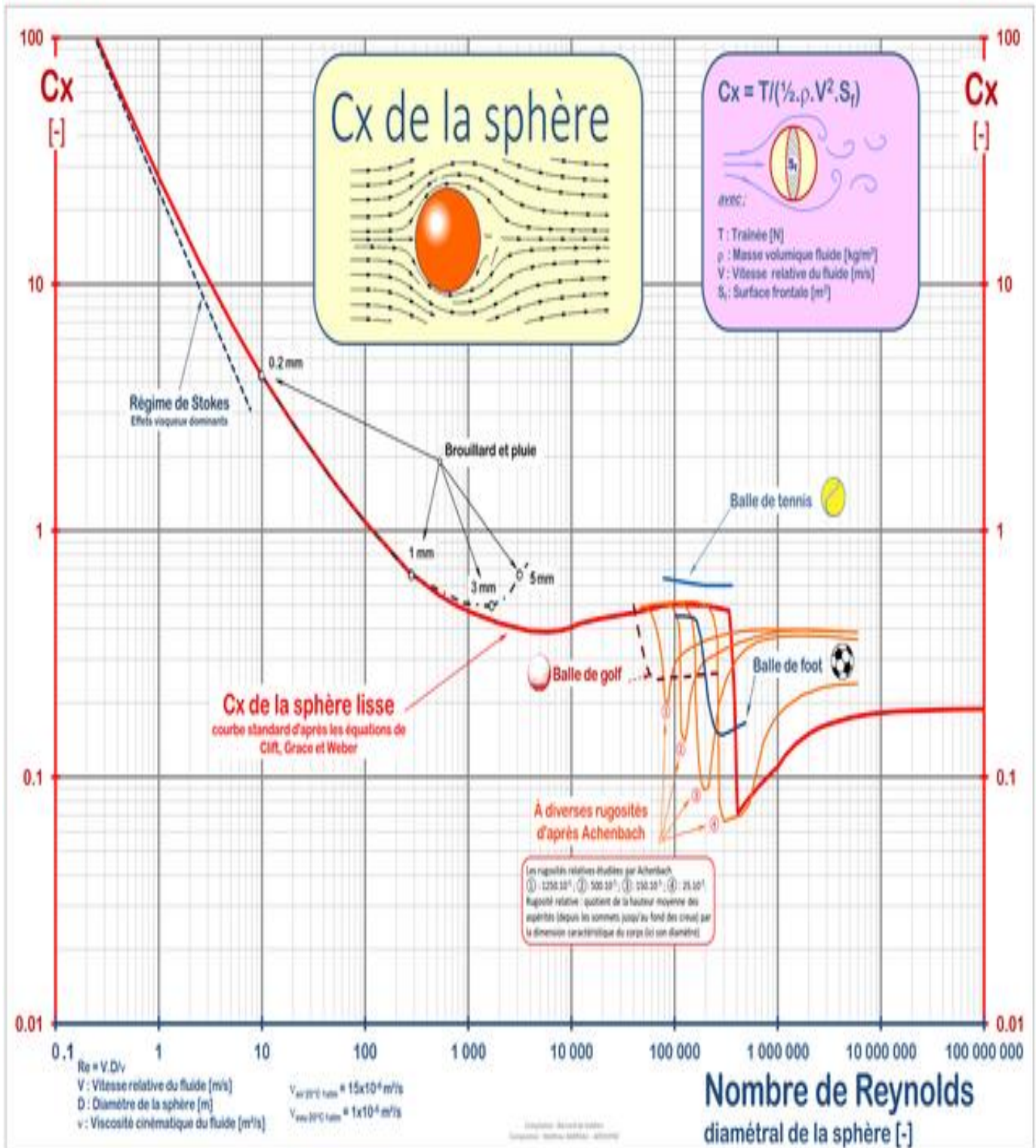


Figure III:2 Coefficient de traînée de la sphère en fonction du nombre de Reynolds

Au-delà d'une certaine valeur du nombre de Reynolds, qu'il est difficile à déterminer sur la figure ci-dessus, on voit que l'expérience s'écarte de la solution de Stokes.

Dans l'écoulement autour d'une sphère nous pouvons signaler l'existence d'un nombre de Reynolds critique  $R_{ec}$  séparant régimes stationnaire et instationnaire de cet écoulement.

Toutefois, le début de la déviation à la loi de Stokes que l'on observe ci-dessus lorsque le nombre de Reynolds  $R_e$  devient de l'ordre de 1 n'est pas attribuable à l'apparition d'une instationnarité. Il résulte de la violation progressive de la principale hypothèse de l'analyse de Stokes qui est que le Reynolds doit être très petit  $R_e \ll 1$  pour pouvoir négliger complètement l'inertie du fluide (hypothèse des écoulements rampants).

Cette première déviation à la loi de Stokes peut être capturée de manière analytique par la solution *d'Oseen*.

Il faut alors dépasser un nombre de Reynolds de l'ordre de quelques dizaines pour que l'écoulement devienne instationnaire, puis turbulent.

On observe aussi sur la figure ci-dessus que le coefficient de traînée  $C_D$  tend ensuite à devenir approximativement indépendant du nombre de Reynolds, mis à part un accident au-delà de  $R_e = 10^5$  appelée « crise de traînée » .

### III.1.2 Le champ de vitesses

$$v_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = v_\infty \cos \theta \left( 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{R}{r} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{R}{r} \right)^3 \right) \quad (\text{III. 2})$$

$$v_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} = -v_\infty \sin \theta \left( 1 - \frac{3}{4} \left( \frac{R}{r} \right) + \frac{1}{4} \left( \frac{R}{r} \right)^3 \right) \quad (\text{III. 3})$$

$$v_\varphi = 0 \quad (\text{III. 4})$$

Soit, sous forme adimensionnelle :

$$\bar{v}_r = \frac{v_r}{v_\infty} = \cos \theta \left( 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{R}{r} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{R}{r} \right)^3 \right) \quad (\text{III. 5})$$

$$\bar{v}_\theta = \frac{v_\theta}{v_\infty} = -\sin \theta \left( 1 - \frac{3}{4} \left( \frac{R}{r} \right) + \frac{1}{4} \left( \frac{R}{r} \right)^3 \right) \quad (\text{III. 6})$$

$$\bar{v}_\varphi = 0 \quad (\text{III. 7})$$

Posons  $x = \frac{r}{R}$  et  $y = \theta$  alors :

$$\bar{v}_r = \frac{v_r}{v_\infty} = \left( 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{1}{x} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} \right)^3 \right) \cos y \quad (\text{III. 8})$$

$$\overline{v_\theta} = \frac{v_\theta}{v_\infty} = - \left( 1 - \frac{3}{4} \left( \frac{1}{x} \right) - \frac{1}{4} \left( \frac{1}{x} \right)^3 \right) \sin y \quad (\text{III. 9})$$

### III.1.2.1 Code Matlab de modélisation du champ de vitesses

```

clear all; close all ; clc

%paramètres

R = 1;

Vinf = 1;

L = 10;

r = linspace(1,L,20);

theta = linspace(0,pi,20);

phi = linspace(0,2 * pi,20);

%grille de coordonnées

[r1,theta1,phi1] = meshgrid(r,theta,phi);

% conversion en coordonnées cartésiennes

X = r1.* sin(theta1).* cos(phi1);

Y = r1.* sin(theta1).* sin(phi1);

Z = r1.* cos(theta1);

```

*%champ de vitesses? Vr ,Vtheta et Vphi*

$$Vr = Vinf * (\cos(\theta_1)) * (1 - (3/2) * (R./r1) + (1/2) * ((R./r1).^3));$$

$$Vtheta = Vinf * (\sin(\theta_1)) * (-1 + (3/4) * (R./r1) + (1/4) * ((R./r1).^3));$$

$$Vphi = \text{zeros}(\text{size}(Vr));$$

*%champ de vitesse Vx, Vy et Vz*

$$Vx = (Vr) * (\cos(\theta_1)) * (\cos(\phi_1)) + (Vtheta) * (\cos(\theta_1)) * (\cos(\phi_1)) - (Vphi) * (\sin(\phi_1));$$

$$Vy = (Vr) * (\sin(\theta_1)) * (\sin(\phi_1)) + (Vtheta) * (\cos(\theta_1)) * (\sin(\phi_1)) + (Vphi) * (\cos(\phi_1));$$

$$Vz = (Vr) * (\cos(\theta_1)) - (Vtheta) * (\sin(\theta_1));$$

*%Tracé du champ de vitesses*

*quiver3(X, Y, Z, Vx, Vy, Vz, 'r')*

*xlabel('X\_cartesien'); ylabel('Y\_cartesien'); zlabel('Z\_cartesien')*

*title('champs de vitesses de l'écoulement autour de la sphère');*

*grid on*

*hold on*

*%sphère*

*[x, y, z] = sphere % coordonnées de base pour une sphère unitaire*

*%échelle de la sphère*

*scaling = R; % facteur d'échelle pour la sphère*

*%coordonnées finales de la sphère*

*x = x \* R;*

*y = y \* R;*

*z = z \* R*

*%représentation de la sphère*

*mesh(x, y, z, 'Facecolor', 'black', 'Edgecolor', 'none');*

*axis equal;*

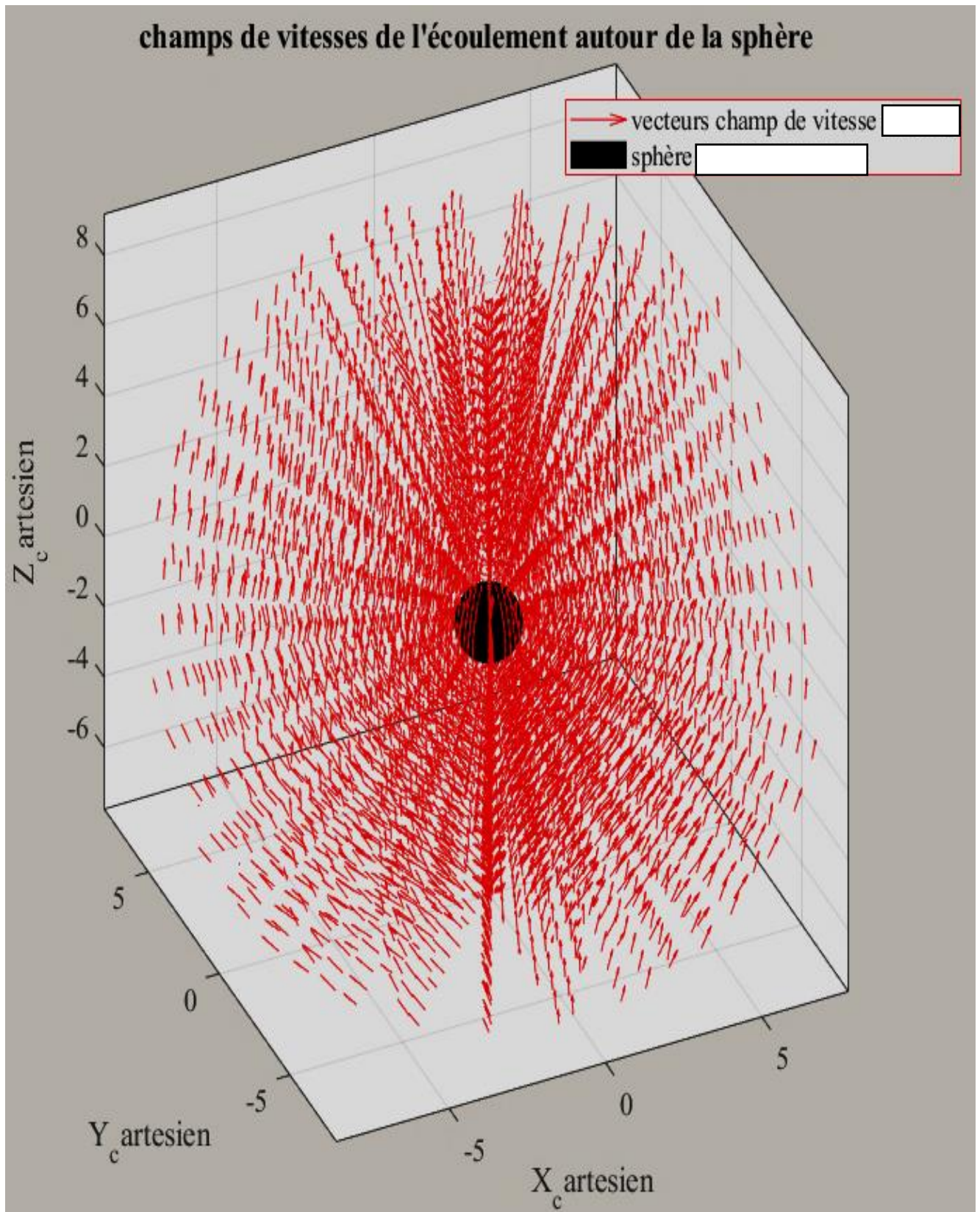


Figure III:3 champ de vitesses en 3D

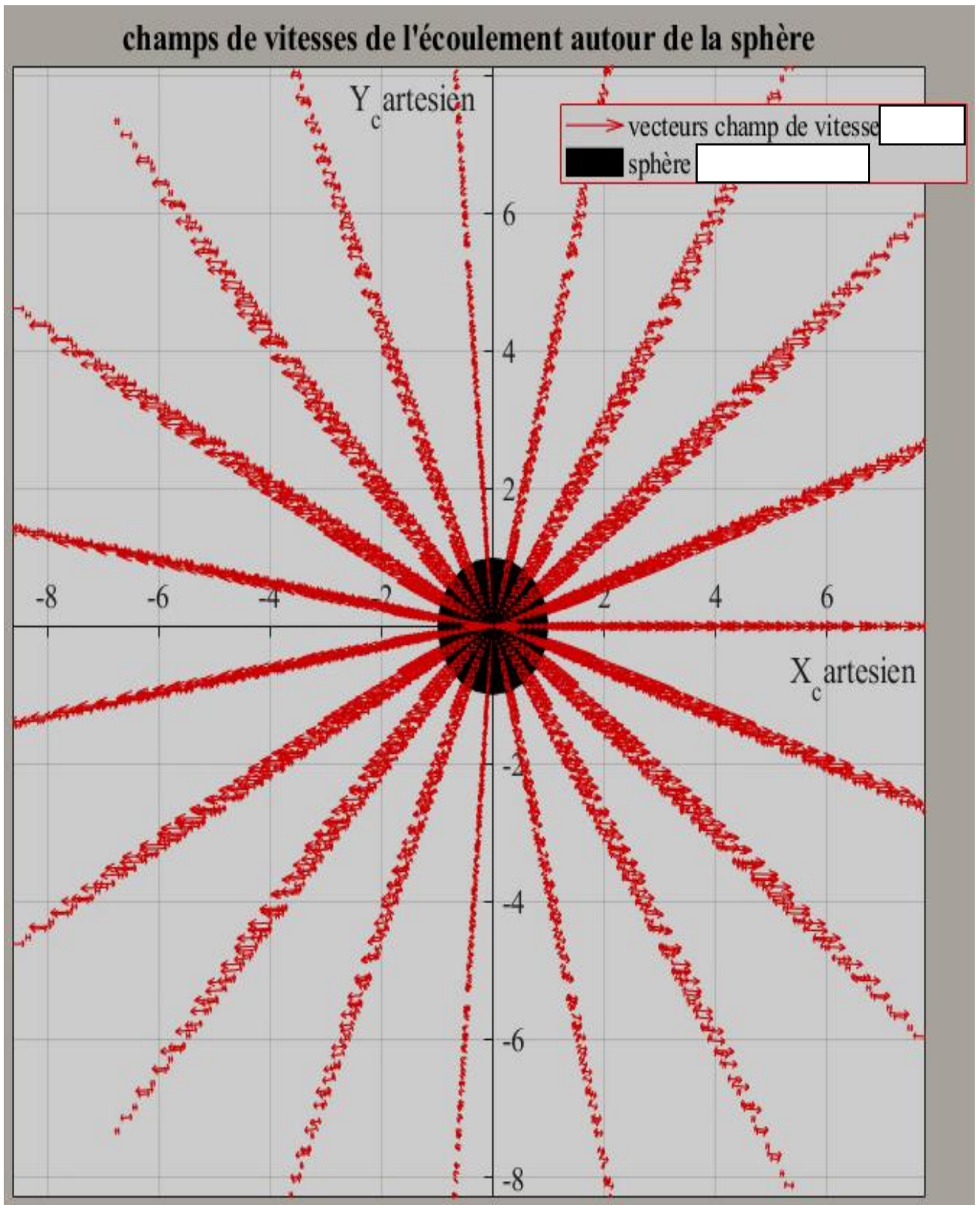


Figure III:4 champ de vitesses en 3D vue XY

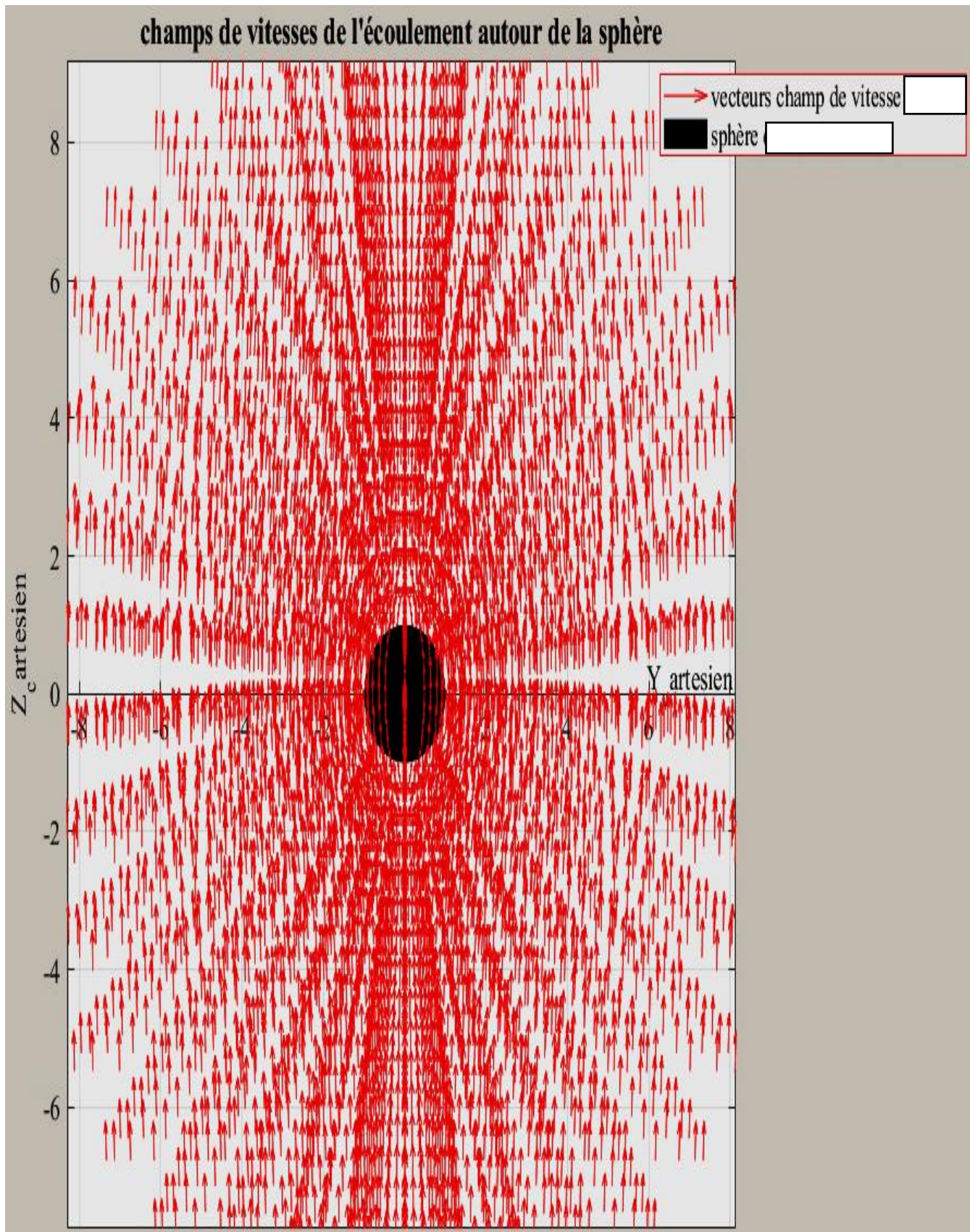


Figure III:5 champ de vitesses en 3D vue YZ

*clear all; close all ; clc*

*%paramètres*

*R = 1;*

*Vinf = 1;*

*L = 4 \* pi;*

*r = linspace(1, L, 20);*

*theta = linspace(-pi, pi, 20);*

*phi = 0;*

*%grille de coordonnées*

*[r1, theta1, phi1] = meshgrid(r, theta, phi);*

*% conversion en coordonnées cartésiennes*

*X = r1.\* sin(theta1).\* cos(phi1);*

*Y = r1.\* sin(theta1).\* sin(phi1);*

*Z = r1.\* cos(theta1);*

*%champ de vitesses? Vr ,Vtheta et Vphi*

*Vr = Vinf \* (cos(theta1)).\* (1 - (3/2) \* (R./r1) + (1/2).  
\* ((R./r1). ^3));*

*Vtheta = Vinf \* (sin(theta1)).\* (-1 + (3/4) \* (R./r1) + (1/4).  
\* ((R./r1). ^3));*

*Vphi = zeros(size(Vr));*

```

        %champ de vitesse Vx, Vy et Vz
Vx = (Vr).* (cos(theta1)).* (cos(phi1)) + (Vtheta).* (cos(theta1)).
    * (cos(phi1)) - (Vphi).* (sin(phi1));

Vy = (Vr).* (sin(theta1)).* (sin(phi1)) + (Vtheta).* (cos(theta1)).
    * (sin(phi1)) + (Vphi).* (cos(phi1));

Vz = (Vr).* (cos(theta1)) - (Vtheta).* (sin(theta1));

        %Tracé du champ de vitesses
        quiver(X,Z,Vx,Vz,'red')
        xlabel('X_cartesien'); ylabel('Z_cartesien');
        title('champs de vitesses de l\'écoulement autour de la sphère');

        grid on

        hold on

        %fonction de courant? f
f = Vinf.* ((1/2).* (r1.^2) - (3/4).* (R * r1) + (1/4).* ((R^3)./r1)).
    * ((sin(theta1)).^2);
        %contour(X,Z,f);

        %cercle
        ang = linspace(0,2 * pi, 100);
        centre = [0,0];
        Xc = centre(1) + R * cos(ang);
        Yc = centre(2) + R * sin(ang);
    
```

```

hold on
plot(Xc,Yc,'black - ','Linewidth',2);
axis equal;
    
```

Le profil de Vitesse est donc représenté sur la figure ci-dessous :

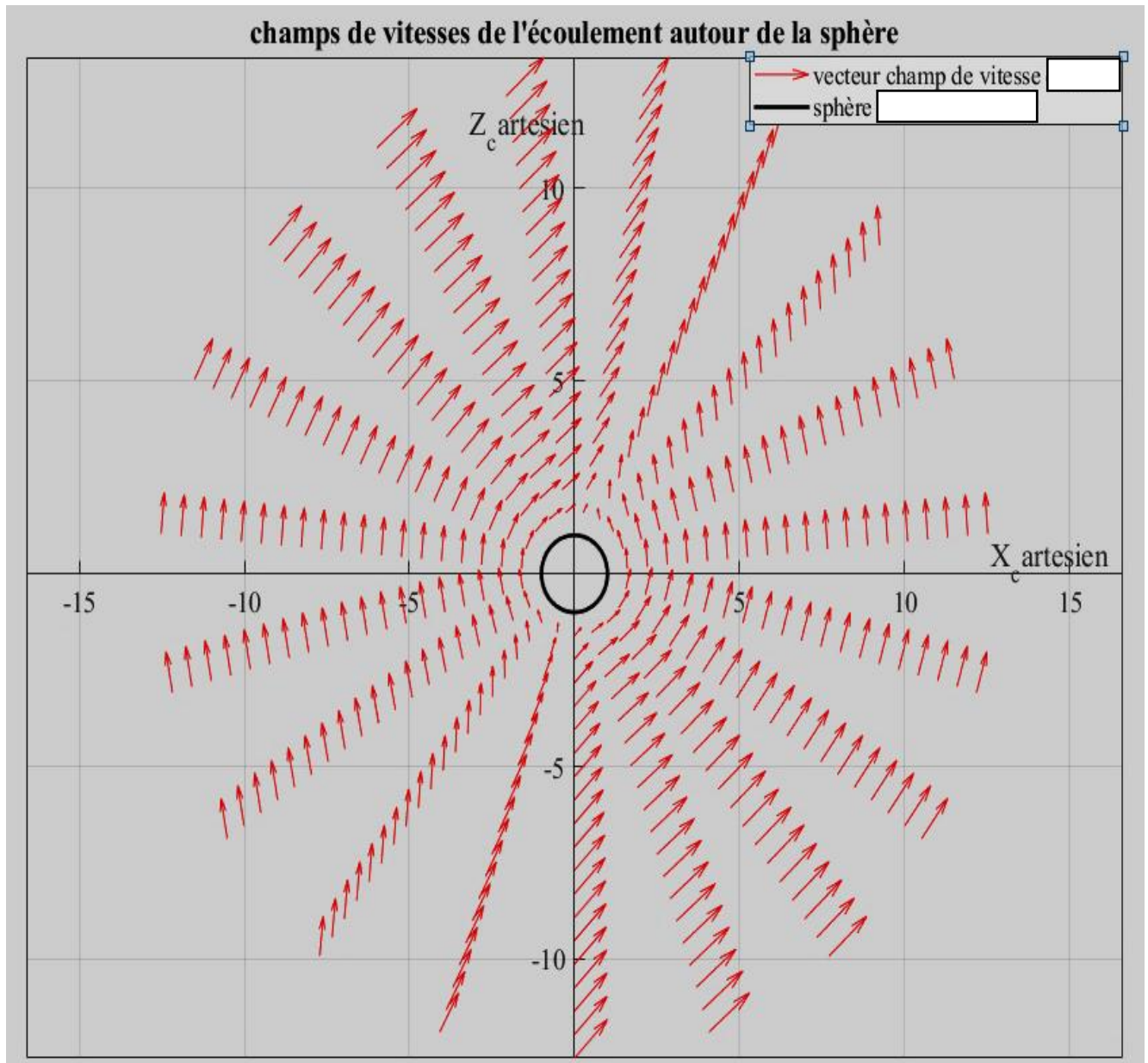


Figure III:6 champ de vitesse de l'écoulement rampant autour d'une sphère en 2D vue XZ.

*clear all; close all ; clc*

*%paramètres*

*R = 1;*

*Vinf = 1;*

*L = 4 \* pi;*

*r = linspace(1, L, 20);*

*theta = linspace(-pi, pi, 30);*

*phi = pi/2;*

*%grille de coordonnées*

*[r1, theta1, phi1] = meshgrid(r, theta, phi);*

*% conversion en coordonnées cartésiennes*

*X = r1.\* sin(theta1).\* cos(phi1);*

*Y = r1.\* sin(theta1).\* sin(phi1);*

*Z = r1.\* cos(theta1);*

*%champ de vitesses Vr , Vtheta et Vphi*

*Vr = Vinf \* (cos(theta1)).\* (1 - (3/2) \* (R./r1) + (1/2).  
\* ((R./r1). ^3));*

*Vtheta = Vinf \* (sin(theta1)).\* (-1 + (3/4) \* (R./r1) + (1/4)  
\* ((R./r1). ^3));*

*Vphi = zeros(size(Vr));*

*%champ de vitesse Vx, Vy et Vz*

$$V_x = (V_r) \cdot (\cos(\theta_1)) \cdot (\cos(\phi_1)) + (V_\theta) \cdot (\cos(\theta_1)) \cdot (\cos(\phi_1)) - (V_\phi) \cdot (\sin(\phi_1));$$

$$V_y = (V_r) \cdot (\sin(\theta_1)) \cdot (\sin(\phi_1)) + (V_\theta) \cdot (\cos(\theta_1)) \cdot (\sin(\phi_1)) + (V_\phi) \cdot (\cos(\phi_1));$$

$$V_z = (V_r) \cdot (\cos(\theta_1)) - (V_\theta) \cdot (\sin(\theta_1));$$

*%Tracé du champ de vitesses*

*quiver(Y,Z,Vy,Vz,'red')*

*xlabel('Y\_cartesien'); ylabel('Z\_cartesien');*

*title('champs de vitesses de l'écoulement autour de la sphère');*

*hold on;*

*%cercle*

*ang = linspace(0,2 \* pi, 100);*

*centre = [0,0];*

*Xc = centre(1) + R \* cos(ang);*

*Yc = centre(2) + R \* sin(ang);*

*hold on*

*plot(Xc,Yc,'black - ', 'Linewidth', 2);*

*axis equal;*

*grid on;*

*axis equal;*

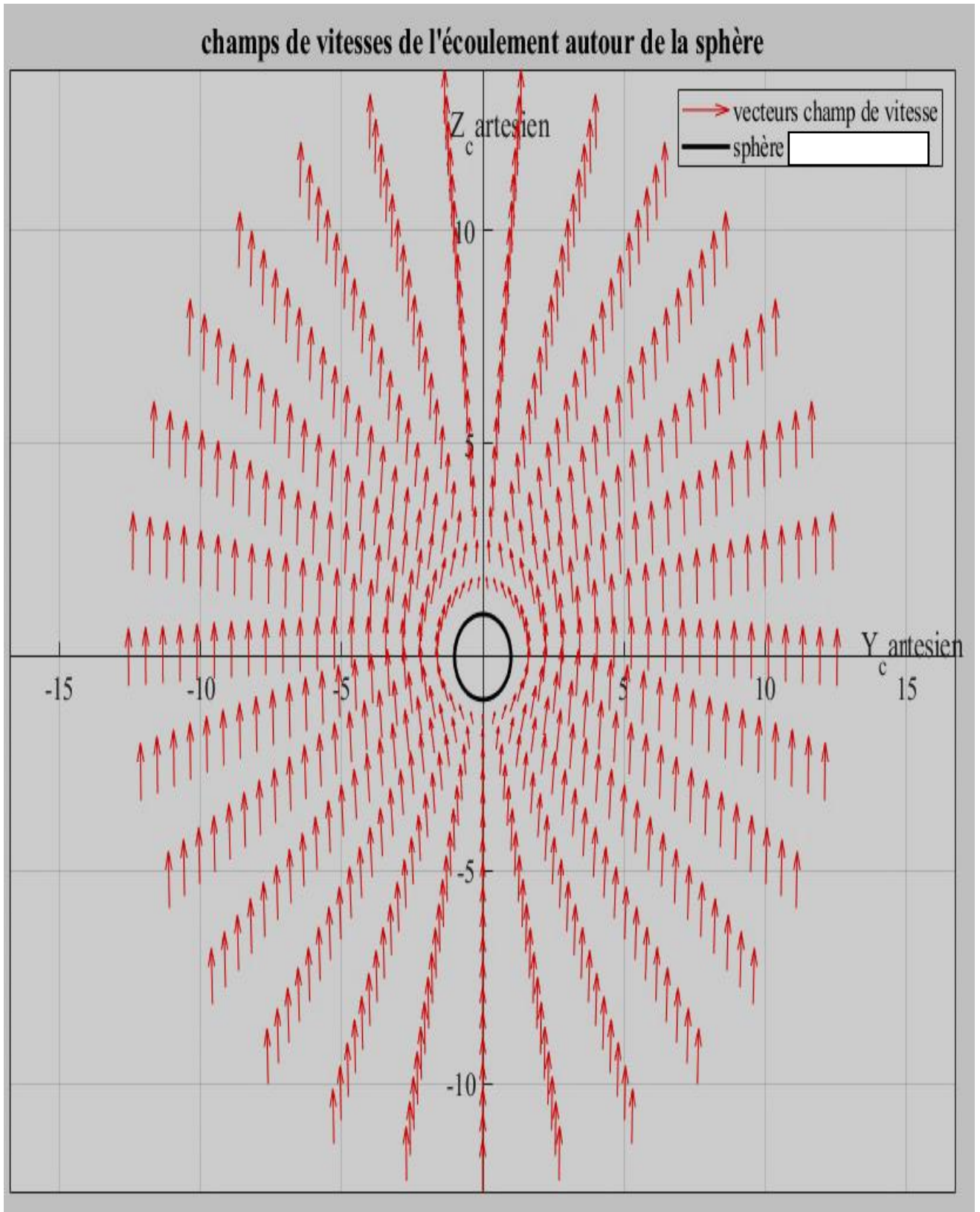


Figure III:7 champ de vitesse de l'écoulement rampant autour d'une sphère en 2D vue YZ

### III.1.2.2 Profil de vitesse suivant les axes cartésiens Code Matlab modélisant le profil de vitesse

```

clear all; close all; clc;

%paramètres
R = 1;
Vinf = 1;
r = 2 * R
theta = linspace(0, pi, 30);
Phi = 0;

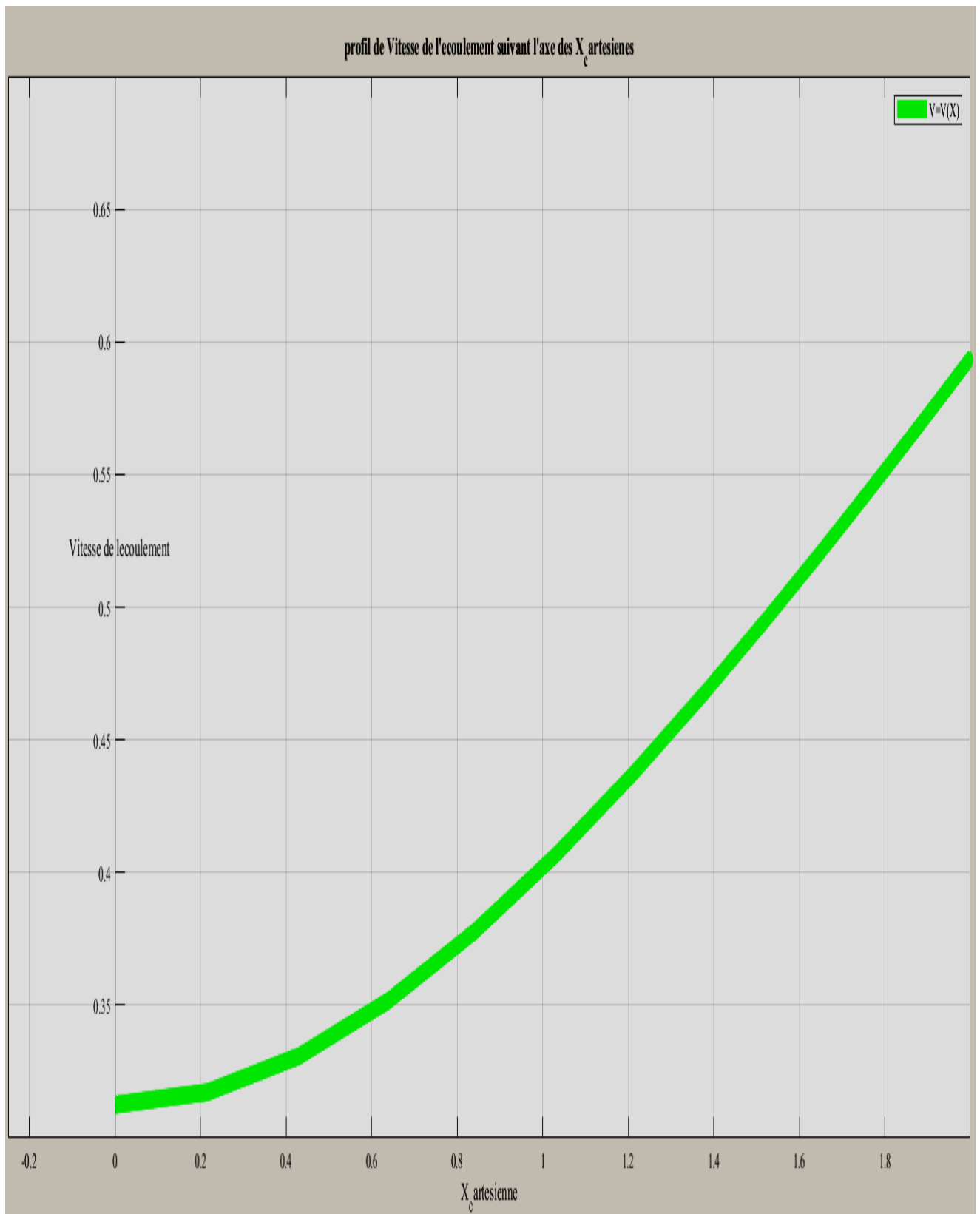
%grille de coordonnées
[r1, theta1, phi1] = meshgrid(r, theta, phi);

% conversion en coordonnées cartésiennes
X = r1.* sin(theta1).* cos(phi1);
Y = r1.* sin(theta1).* sin(phi1);
Z = r1.* cos(theta1);
r = sqrt(X.^2 + Y.^2 + Z.^2);

%champ de vitesses Vr , Vtheta et Vphi
Vr = Vinf * (cos(theta1)).* (1 - (3/2) * (R./r) + (1/2).* ((R./r).^3));
Vtheta = Vinf * (sin(theta1)).* (-1 + (3/4) * (R./r) + (1/4)
* ((R./r).^3));
Vphi = zeros(size(Vr));

% module de la vitesse
V = sqrt(Vr.^2 + Vtheta.^2 + Vphi.^2);
plot(X,V);

```



**Figure III:8** profil de vitesse de l'écoulement suivant l'axe des  $X_{Cartésiens}$

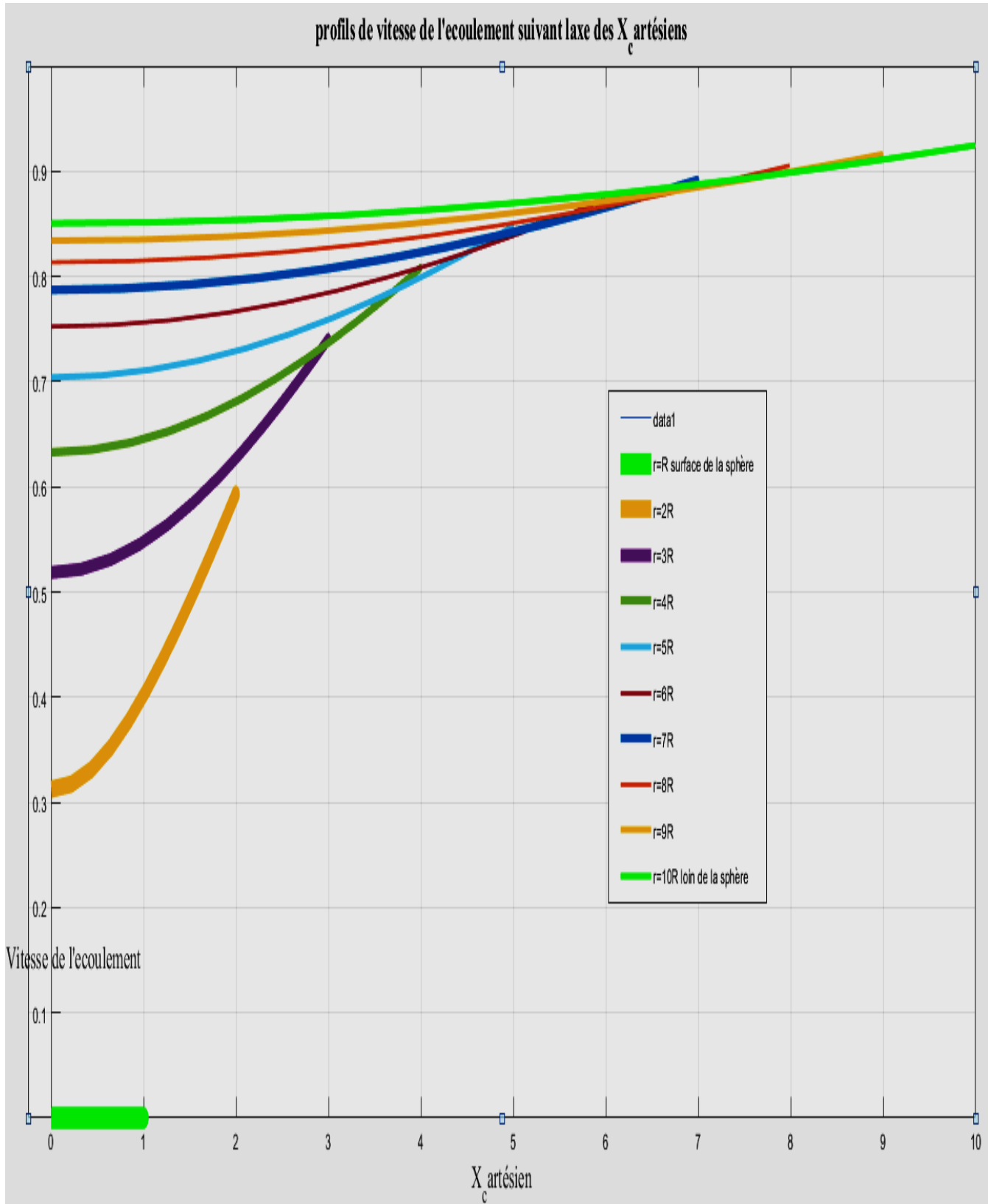


Figure III:9 profils de vitesse de l'écoulement suivant l'axe des  $X_{Cartésien}$

```

clear all; close all; clc;

%paramètres
R = 1;
Vinf = 1;
r = 2 * R;

%r = R:R:10 * R
theta = linspace(0,pi,30);
phi = pi/2;

%grille de coordonnées
[r1,theta1,phi1] = meshgrid(r,theta,phi);

% conversion en coordonnées cartésiennes
X = r1.* sin(theta1).* cos(phi1);
Y = r1.* sin(theta1).* sin(phi1);
Z = r1.* cos(theta1);
r = sqrt(X.^2 + Y.^2 + Z.^2);

%champ de vitesses Vr ,Vtheta et Vphi
Vr = Vinf * (cos(theta1)).* (1 - (3/2) * (R./r) + (1/2).* ((R./r).^3));
Vtheta = Vinf * (sin(theta1)).* (-1 + (3/4) * (R./r) + (1/4)
* ((R./r).^3));
Vphi = zeros(size(Vr));

% module de la vitesse
V = sqrt(Vr.^2 + Vtheta.^2 + Vphi.^2);
plot(Y,V);

```

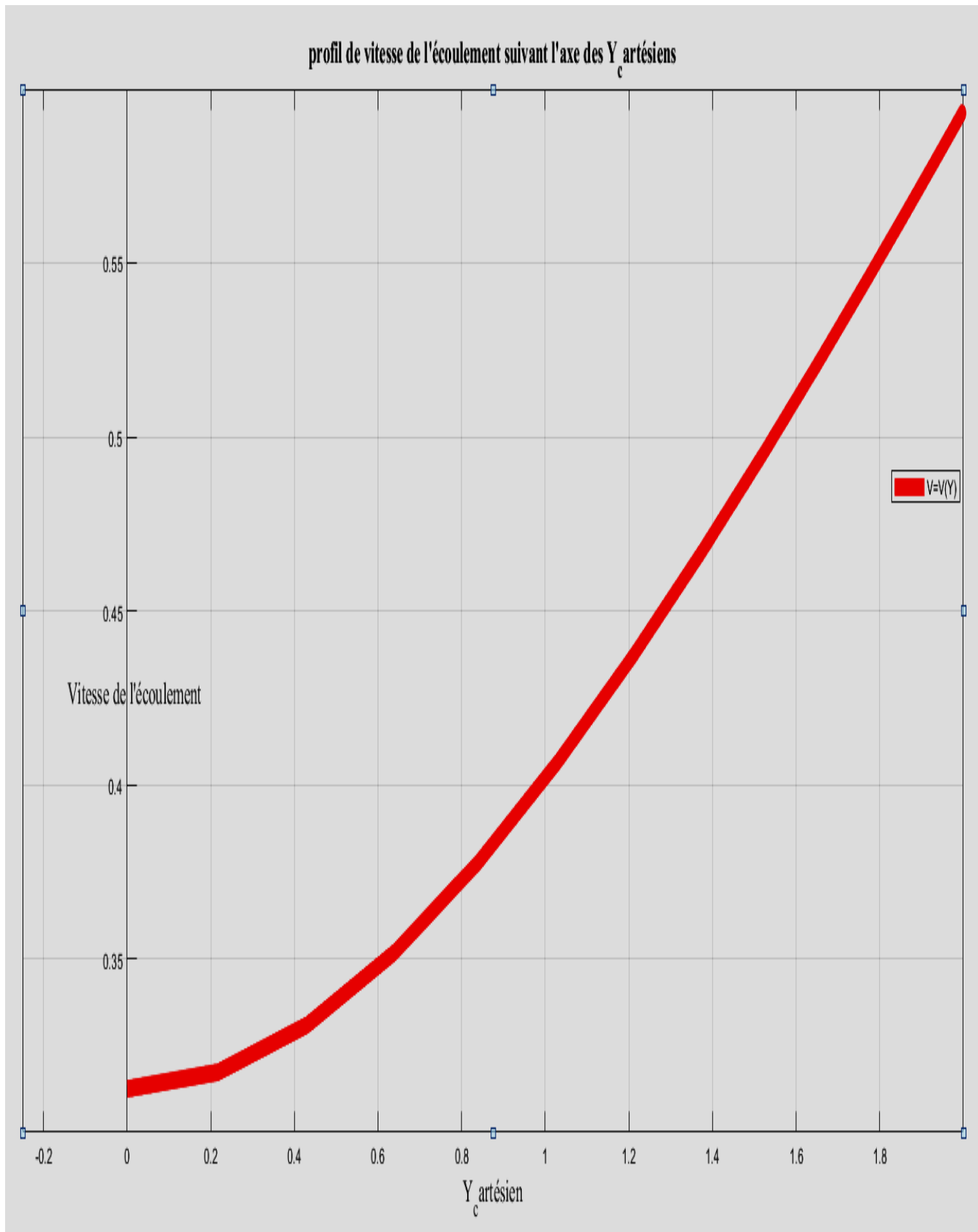


Figure III:10 profil de vitesse de l'écoulement suivant l'axe des  $Y_c$  Cartésiens

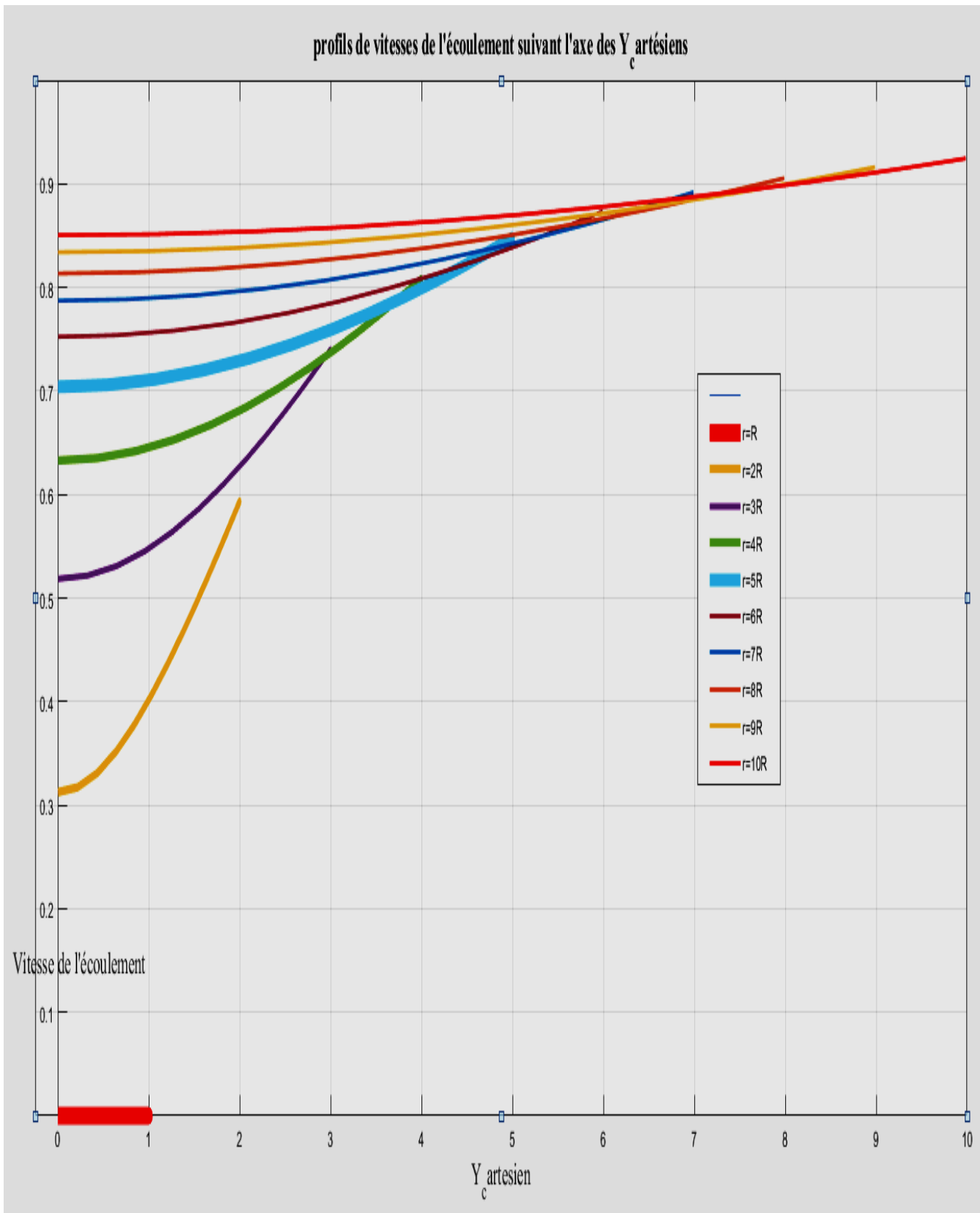


Figure III:11 profils de vitesse de l'écoulement suivant l'axe des  $Y_c$  Cartésiens

### III.1.2.3 Variation du champ de vitesses en fonction de la distance par rapport au centre de la sphère.

Le programme Matlab suivant met en évidence la variation de la vitesse  $V$  en fonction de la distance au centre de la sphère  $r$  :

```

clear all; close all; clc
%paramètres
R = 1;
Vinf = 1;
L = pi;
r = linspace(1, L, 20);
%theta = linspace(-pi, pi, 20);
%phi = 0;
%champ de vitesses : Vr et Vtheta
for k = -4:4
    theta = k * (pi/4)
    Vr = Vinf * (cos(theta)).* (1 - (3/2) * (R./r) + (1/2).* ((R./r).^3));
    Vtheta = Vinf * (sin(theta)).* (-1 + (3/4) * (R./r) + (1/4)
        * ((R./r).^3));
    Vphi = 0;
% module de la vitesse
V = sqrt(Vr.^2 + Vtheta.^2 + Vphi.^2);
plot(r, V)
hold on
end
Vmax = 1 * r - r + Vinf;
hold on
plot(r, Vmax)

```

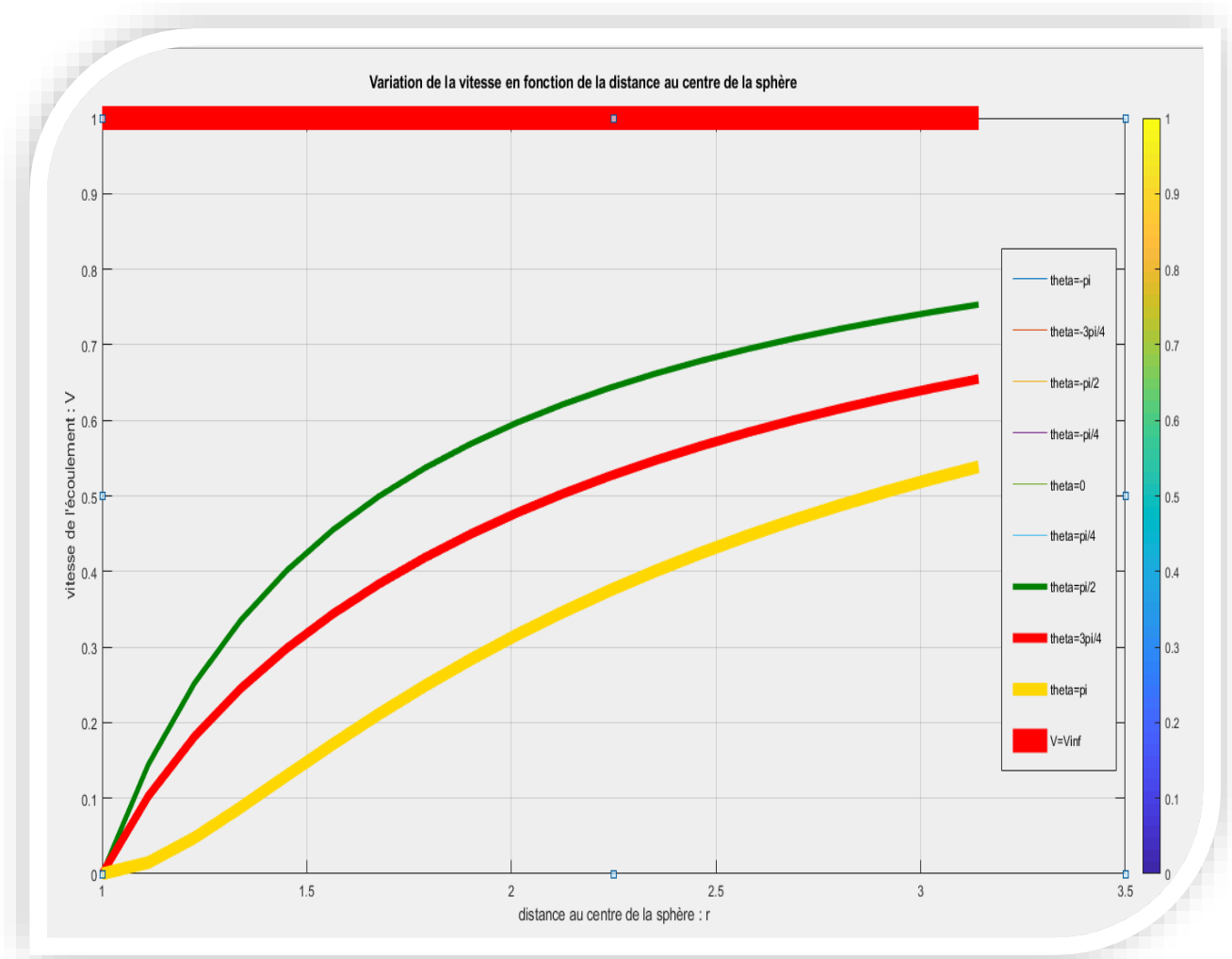


Figure III:12 Variation du champ de vitesses lorsqu'on s'éloigne de la sphère.

L'écoulement de Stokes est donc caractérisé par un profil de vitesse qui décroît rapidement lorsqu'on se rapproche de la surface de la sphère.

Le fait que toutes les courbes passent par l'origine du repère et se superposent justifie simplement l'isotropie du fluide vis-à-vis de sa vitesse et marque la présence des points de vitesses nulles qui ne sont autre que la surface de la sphère.

### III.1.2.4 Variation de la vitesse en fonction de l'angle $\theta$ pour différentes distances ( $r$ ) à la sphère

```

clear all; close all; clc

%paramètres
R = 1;
Vinf = 1;
L = pi;
%r = linspace(1, L, 20);
theta = linspace(0, pi, 40);
%theta = linspace(-pi, pi, 20);
%phi = 0;

%champ de vitesses : Vr et Vtheta
for k = 1:5
    r = k * (R)
    Vr = Vinf * (cos(theta)).* (1 - (3/2) * (R./r) + (1/2).* ((R./r).^3));
    Vtheta = Vinf * (sin(theta)).* (-1 + (3/4) * (R./r) + (1/4)
        * ((R./r).^3));

    Vphi = 0;

    % module de la vitesse
    V = sqrt(Vr.^2 + Vtheta.^2 + Vphi.^2);
    plot(theta, V)
    hold on
end

Vmax = 1 * theta - theta + Vinf;
hold on

plot(theta, Vmax)

```

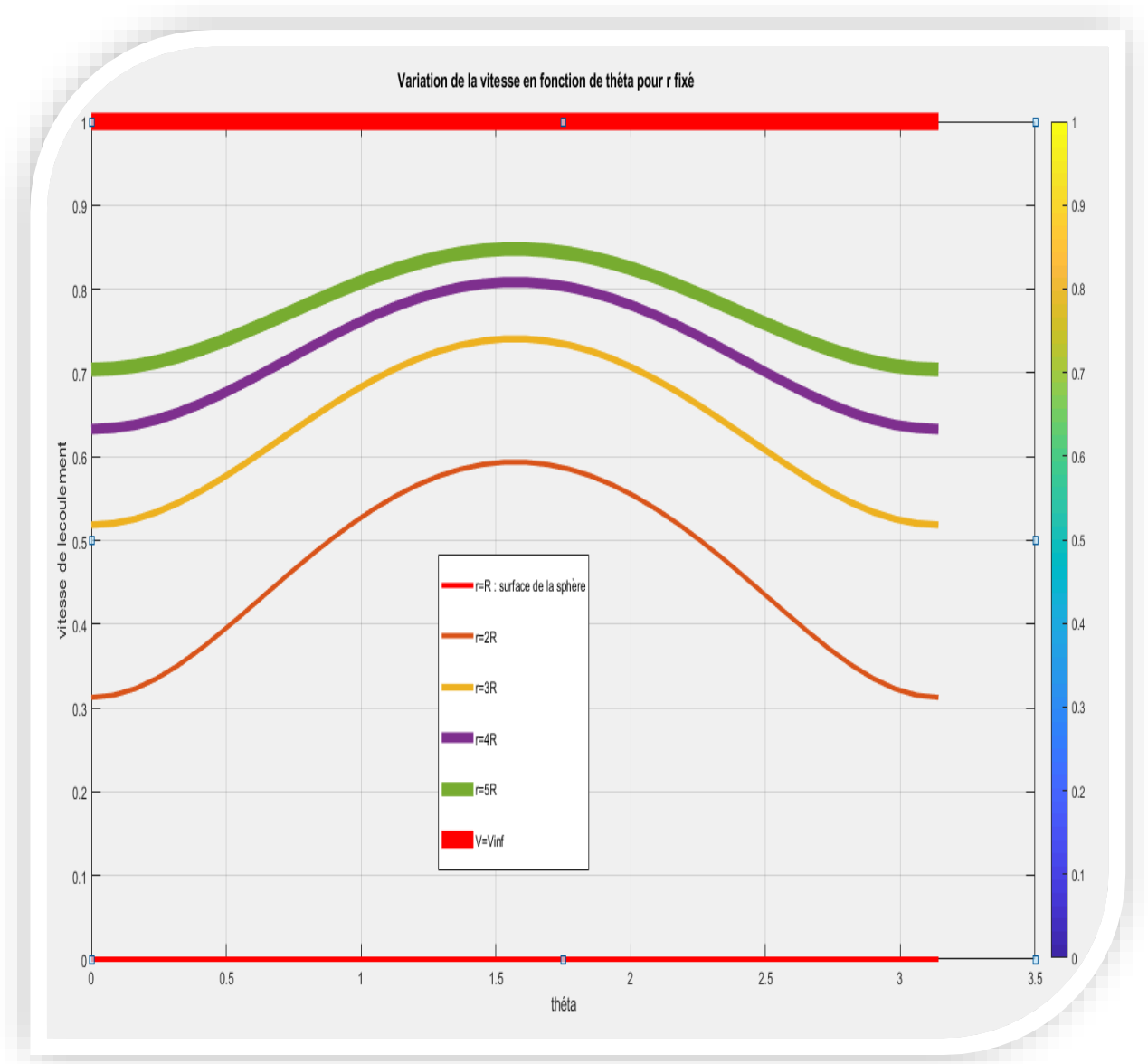


Figure III:13 Variation du champ de vitesses avec l'angle  $\theta$  pour  $r$  fixé.

Le champ de vitesses sur une sphère de rayon  $r$  différent de  $R$  n'est pas uniforme. On voit bien que la vitesse s'annule aux points de coordonnées  $(R, \theta)$ , ce sont les points de stagnations.

Le profil de vitesse nous montre également que l'écoulement est laminaire, car on observe un mouvement ordonné et colinéaire des vecteurs de ce champ.

### III.1.3 La fonction de courant

Elle est donnée par la relation :

$$\psi(r, \theta) = v_{\infty} \sin^2 \theta \left( \frac{r^2}{2} - 3R \left( \frac{r}{4} \right) + \frac{R^3}{4} \left( \frac{1}{r} \right) \right) \quad (\text{III. 10})$$

Soit, sous forme adimensionnelle :

$$\bar{\psi} = \frac{\psi}{v_{\infty} R^2} = \sin^2 \theta \left( \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R} \right)^2 - \frac{3}{4} \left( \frac{r}{R} \right) + \frac{1}{4} \left( \frac{R}{r} \right) \right) \quad (\text{III. 11})$$

Posons  $x = \frac{r}{R}$  et  $y = \theta$  alors :

$$\bar{\psi} = \left( \frac{1}{2} (x)^2 - \frac{3}{4} (x) + \frac{1}{4} \left( \frac{1}{x} \right) \right) \sin^2 y \quad (\text{III. 12})$$

Le cas de la figure ci-après illustre le principe de disposition des lignes de courant sur le cas d'un corps profilé et sphérique bidimensionnel.

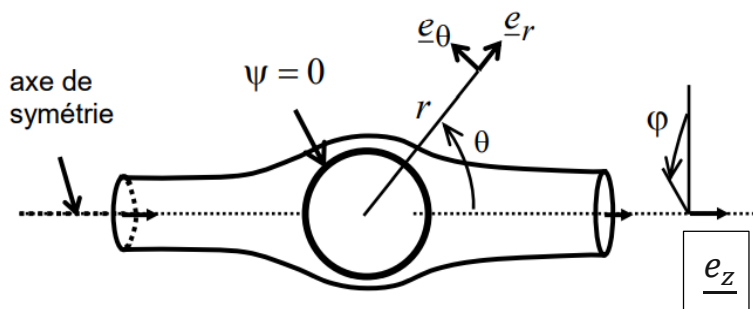


Figure III:14 ligne de champ

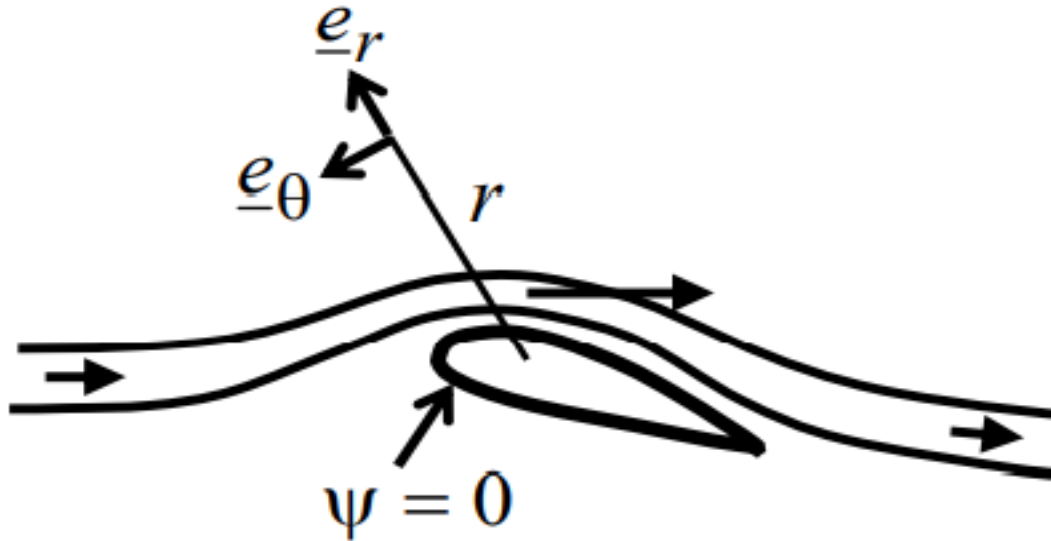


Figure III:15 lignes de courant qui se resserrent au contour de l'obstacle

### III.1.3.1 La programme Matlab suivant nous donne lalure des lignes de courant

```
clear all; close all ; clc

%paramètres
R = 1;
Vinf = 1;
L = 0.5 * pi;
r = linspace(1, L, 50)
theta = linspace(-pi, pi, 50);
phi = 0;
```

*%grille de coordonnées*

$[r1, theta1, phi1] = meshgrid(r, theta, phi);$

*% conversion en coordonnées cartésiennes*

$X = r1.* sin(theta1).* cos(phi1);$

$Y = r1.* sin(theta1).* sin(phi1);$

$Z = r1.* cos(theta1);$

*%champ de vitesses Vr ,Vtheta et Vphi*

$Vr = Vinf * (cos(theta1)).* (1 - (3/2) * (R./r1) + (1/2). * ((R./r1). ^3));$

$Vtheta = Vinf * (sin(theta1)).* (-1 + (3/4) * (R./r1) + (1/4) * ((R./r1). ^3));$

$Vphi = zeros(size(Vr));$

*%champ de vitesses Vx, Vy et Vz*

$Vx = (Vr).* (cos(theta1)).* (cos(phi1)) + (Vtheta).* (cos(theta1)). * (cos(phi1)) - (Vphi).* (sin(phi1));$

$Vy = (Vr).* (sin(theta1)).* (sin(phi1)) + (Vtheta).* (cos(theta1)). * (sin(phi1)) + (Vphi).* (cos(phi1));$

$Vz = (Vr).* (cos(theta1)) - (Vtheta).* (sin(theta1));$

*%Tracé du champ de vitesses*

$quiver(X, Z, Vy, Vz, 'red')$

$xlabel('X_cartesien'); ylabel('Z_cartesien');$

$title('ligne de courant de l'écoulement autour de la sphère');$

$grid on$

$hold on$

```
r2 = sqrt(X.^2 + Y.^2 + Z.^2);
theta2 = acos(Z./r2);
phi2 = atan2(Y,X);
```

*%fonction de courant? f*

```
f = Vinf.* ((1/2).*(r2.^2) - (3/4).*(R * r2) + (1/4).*((R^3)./r2)).
* ((sin(theta2)).^2);
contourf(X,Z,f);
```

*hold on*

*%cercle*

```
ang = linspace(0,2 * pi, 100);
centre = [0,0];
Xc = centre(1) + R * cos(ang);
Yc = centre(2) + R * sin(ang);
```

```
plot(Xc,Yc,'black -','Linewidth',2);
axis equal;
grid on;
axis equal;
```

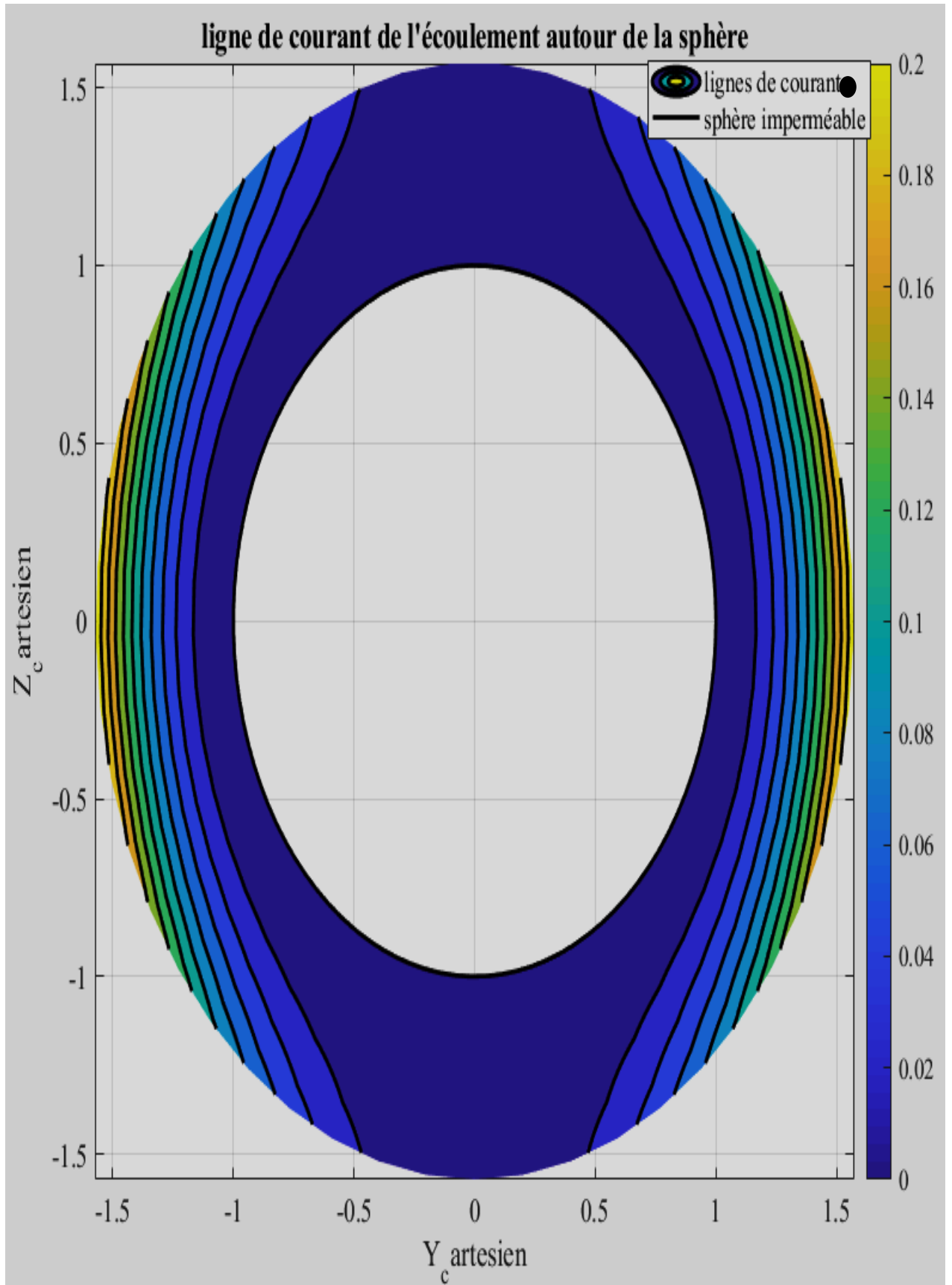


Figure III:16 ligne de courant autour de la sphère en vue YZ

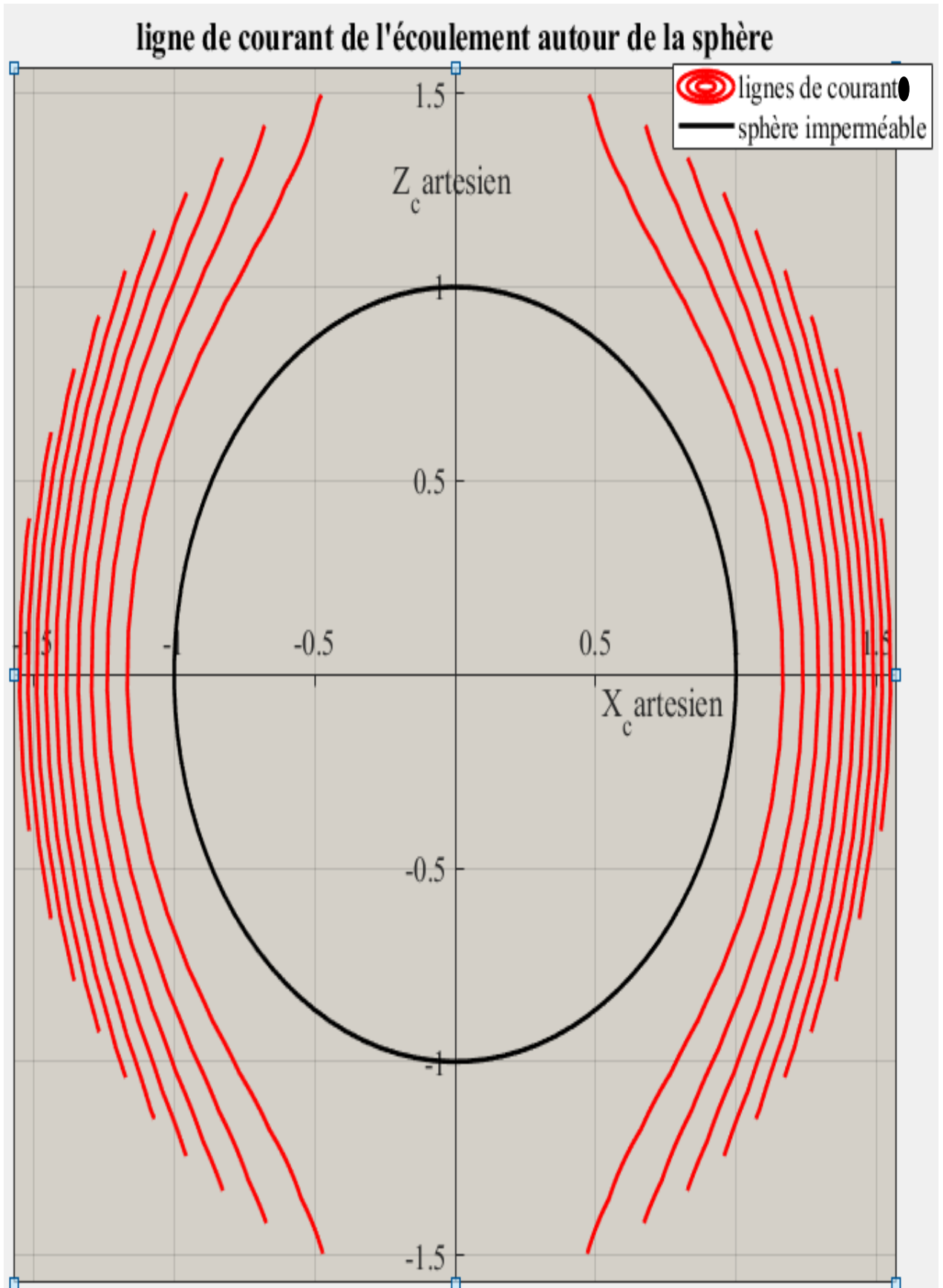


Figure III:17 lignes de courant autour de la sphère en vue XZ

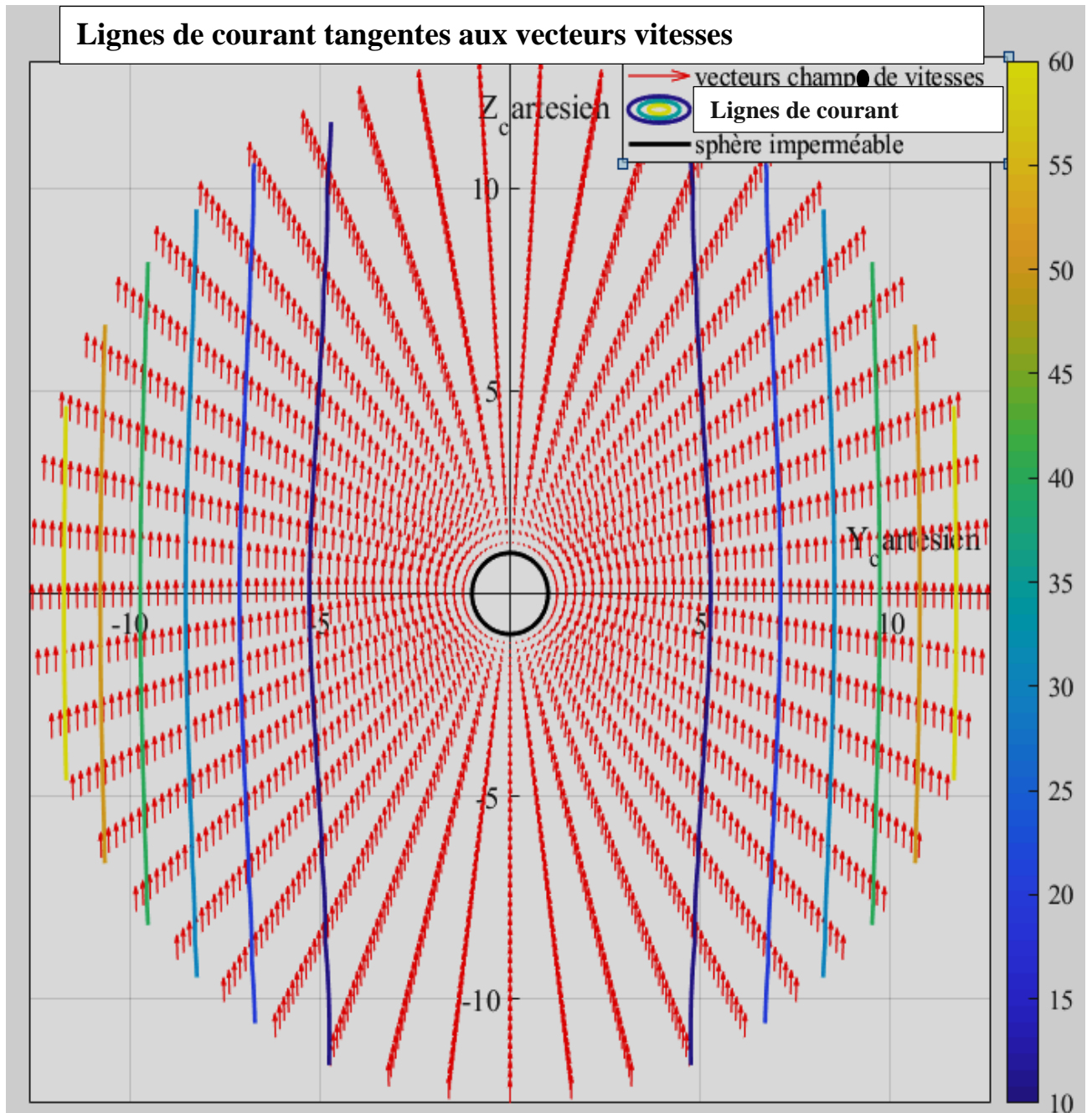


Figure III:18 lignes de courant tangente au vecteur vitesse

On constate que la variation de  $\varphi$  n'influence pas les lignes de champ observé. Ce résultat n'est pas une surprise car l'écoulement présente une symétrie vis-à-vis de cette variable spatiale.

### III.1.3.2 Simulation de l'écoulement autour de la sphère

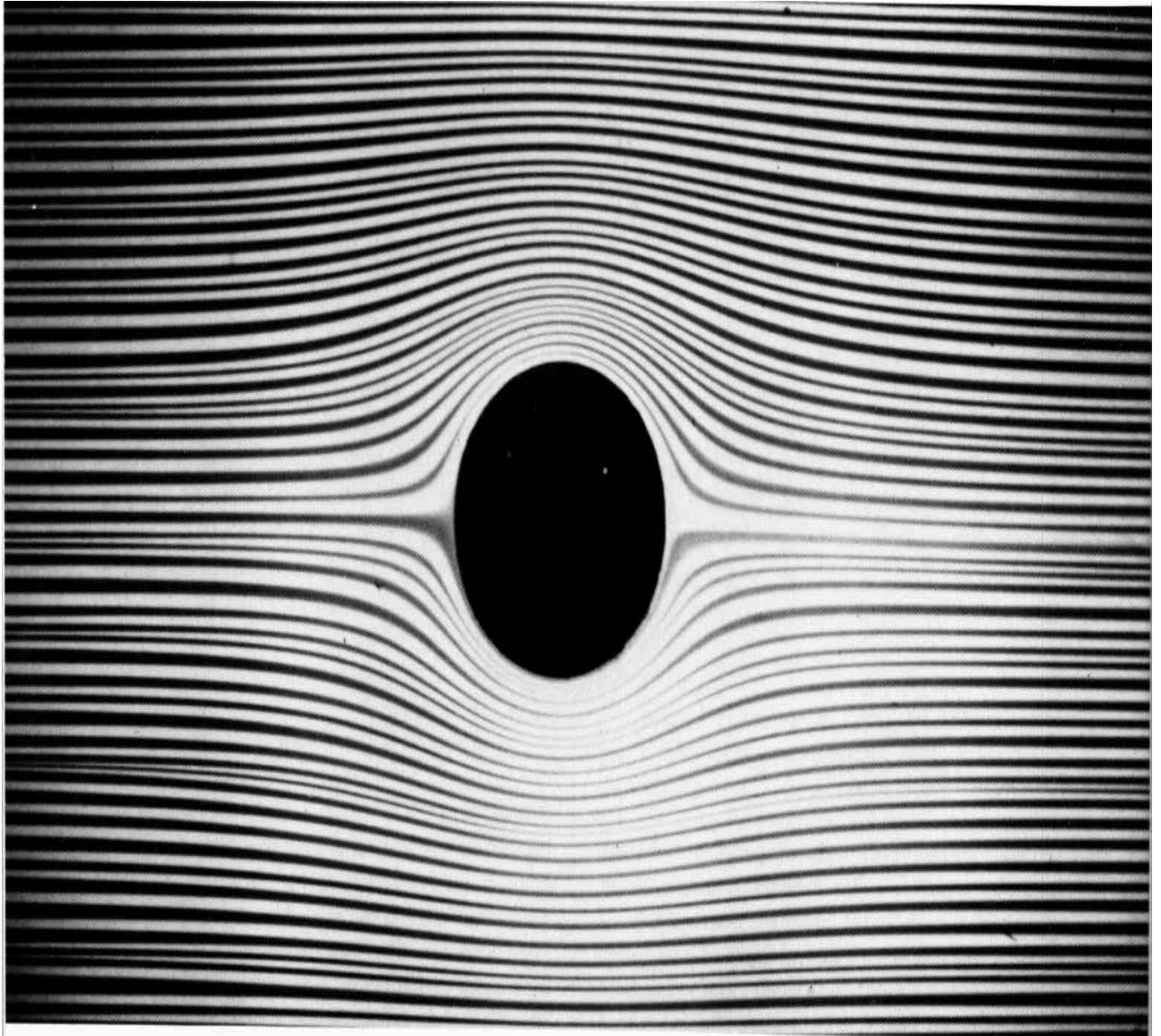


Figure III:19 visualisation des lignes de courant pour  $Re=0.16$  (source : Van Dyke)

L'examen attentif de cette figure révèle une légère dissymétrie amont-aval (un léger évasement du tube de courant) qui résulte d'une mise en défaut de l'hypothèse  $Re \ll 1$ .

La figure ci-dessus montre bien la courbure des lignes de courant ainsi qu'une accélération du fluide lors du contournement du bord d'attaque de cette sphère. Cette accélération se traduit par une contraction des lignes de courant.

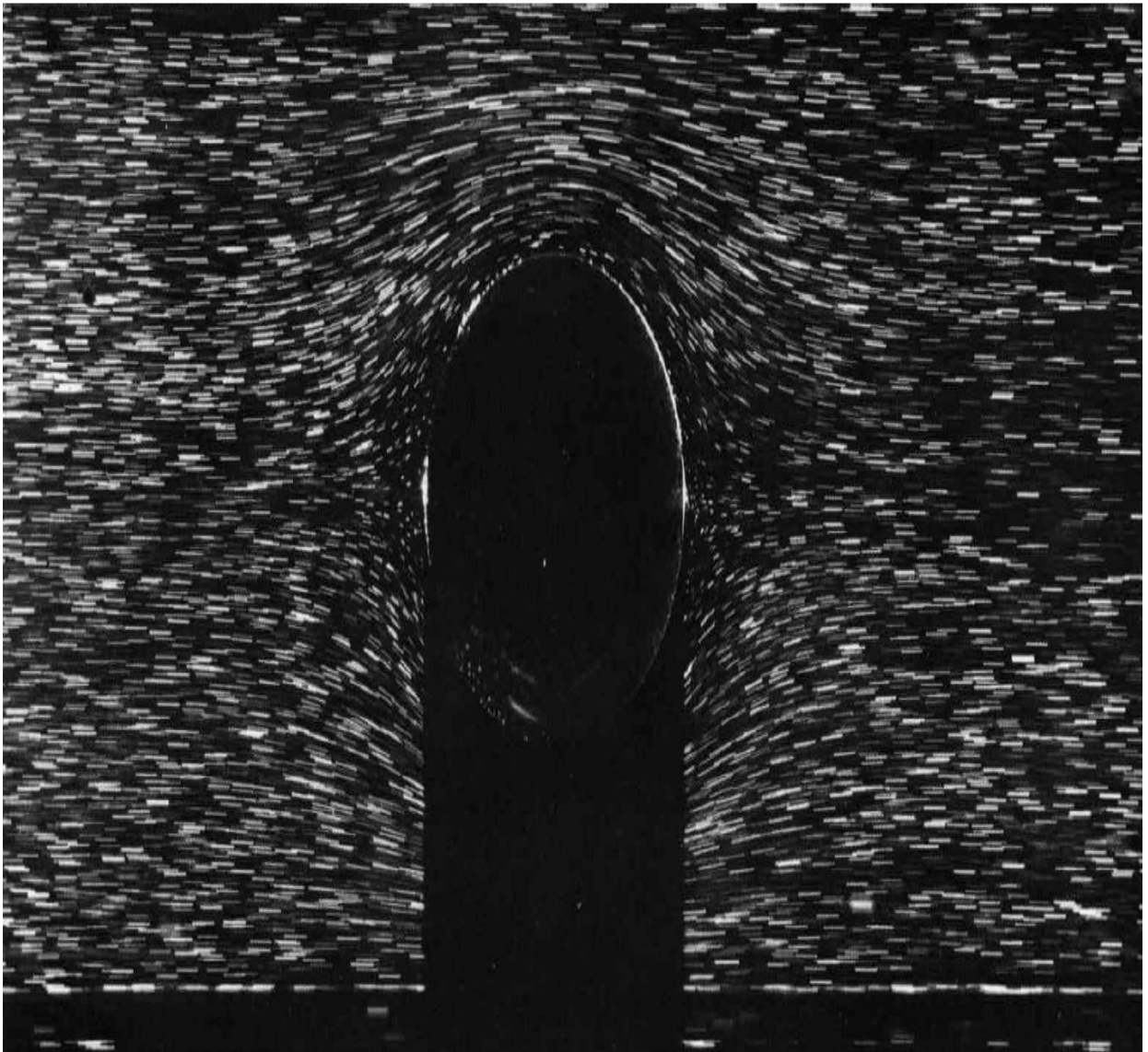


Figure III:20 sphère tombant librement dans l'axe d'un tube de deux fois son diamètre rempli de glycérine. avec un  $Re=0.10$  (source : Van Dyke)

### III.1.4 Le champ de pression $p(r, \theta)$

Nous avons établie l'expression de la pression:

$$p(r, \theta) = p_0 - \frac{3}{2} \left( \frac{\mu v_\infty}{R} \right) \left( \frac{R}{r} \right)^2 \cos \theta \quad (\text{III. 16})$$

Posons  $x = \frac{r}{R}$  et  $y = \theta$

$$\bar{p} = \frac{p - p_0}{\left( \frac{\mu v_\infty}{R} \right)} \quad (\text{III. 17})$$

Alors la forme adimensionnelle de la variation du champ de pression s'écrit :

$$\bar{p} = -\frac{3}{2} \left( \frac{1}{x} \right)^2 \cos y \quad (\text{III. 18})$$

La variation du champ de pression se présente graphiquement par exécution du programme Matlab suivant :

```
clear all; close all; clc

%paramètres
R = 1; %rayon de la sphère
Vinf = 1; %vitesse de l'écoulement infini
mu = 1; % viscosité dynamique du fluide
```

$p_0 = 0$ ; % pression de l'écoulement infini

$\rho = 1$ ; % densité du fluide

$L = 3 * \pi$ ;

$r = \text{linspace}(1, L, 200)$ ;

$\theta = \text{linspace}(-\pi, \pi, 200)$ ;

$\phi = 0$ ;

% grille de coordonnées

$[r_1, \theta_1, \phi_1] = \text{meshgrid}(r, \theta, \phi)$ ;

% conversion en coordonnées cartésiennes

$X = r_1 * \sin(\theta_1) * \cos(\phi_1)$ ;

$Y = r_1 * \sin(\theta_1) * \sin(\phi_1)$ ;

$Z = r_1 * \cos(\theta_1)$ ;

% transformation de la pression en coordonnée cartésienne

$r_2 = \sqrt{X.^2 + Y.^2 + Z.^2}$ ;

$\theta_2 = \arccos(Z./r_2)$ ;

$\phi_2 = \text{atan2}(Y, X)$ ;

% Expression du champ de pressions

$p = p_0 - (3/2) * ((\mu * V_{\infty})/R) * ((R./r_2).^2) * \cos(\theta_2)$ ;

% Tracé du champ de pressions

$\text{meshc}(X, Z, p)$

$\text{axis equal}$ ;

```

        grid on;

xlabel('X_cartesien'); ylabel('Z_cartesien'); title('champ de pression de l'ecoulement
= 0°, et phi = 90°)

        hold on

        %sphère
[x, y, z] = sphere % coordonnées de base pour une sphère unitaire

        %échelle de la sphère
scaling = R; % facteur d'échelle pour la sphère

        %coordonnées finales de la sphère
        x = x * R;
        y = y * R;
        z = z * R

        %représentation de la sphère
mesh(x, y, z, 'Facecolor', 'black', 'Edgecolor', 'none');
axis equal;
    
```

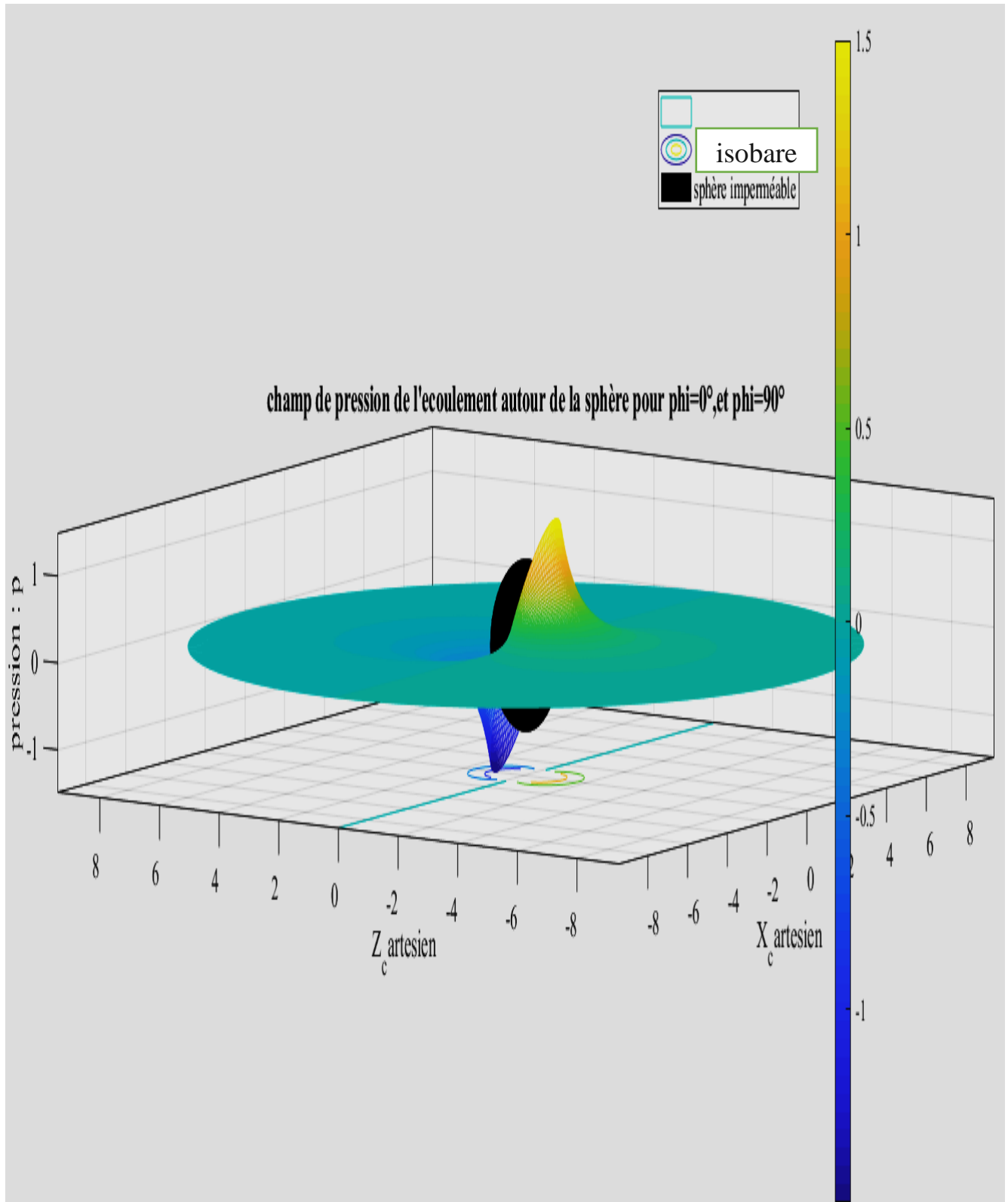


Figure III:21 Champ de pression en vue 3D

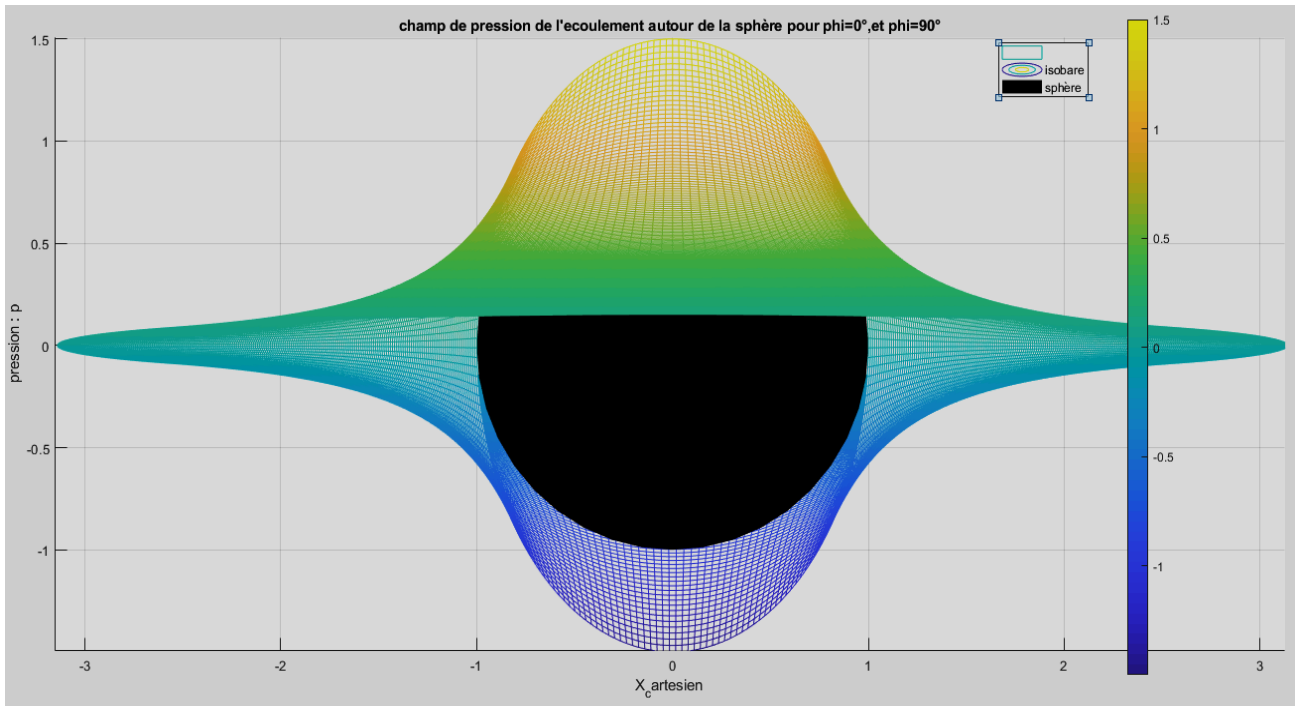


Figure III:22 champ de pression en vue XX

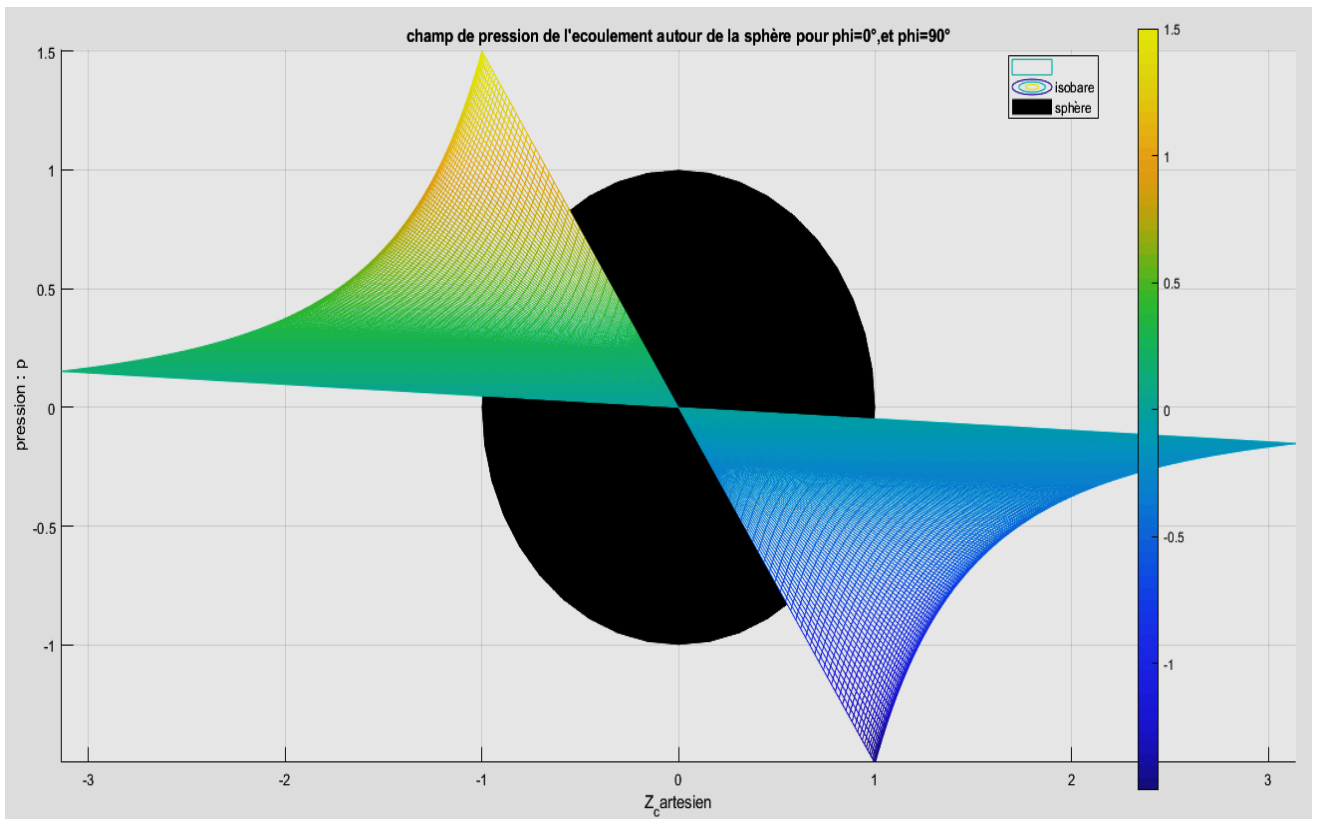


Figure III:23 champ de pression en vue ZZ

```
clear all; close all ; clc
```

```
%paramètres
```

```
R = 1; %rayon de la sphère
```

```
Vinf = 1; %vitesse de l'écoulement infini
```

```
mu = 1; % viscosité dynamique du fluide
```

```
po = 0; % pression de l'écoulement infini
```

```
rho = 1; % densité du fluide
```

```
L = pi;
```

```
r = linspace(1, L, 200);
```

```
theta = linspace(-pi, pi, 200);
```

```
phi = 0;
```

```
%grille de coordonnées
```

```
[r1, theta1, phi1] = meshgrid(r, theta, phi);
```

```
% conversion en coordonnées cartésiennes
```

```
X = r1.* sin(theta1).* cos(phi1);
```

```
Y = r1.* sin(theta1).* sin(phi1);
```

```
Z = r1.* cos(theta1);
```

```
%transformation de la pression en coordonnée cartésienne
```

```
r2 = sqrt(X.^2 + Y.^2 + Z.^2);
```

```
theta2 = acos(Z./r2);
```

```
phi2 = atan2(Y, X);
```

```
%Expression du champ de pressions
```

$$p = p_0 - (3/2) * ((\mu * V_{inf}) / R) * ((R / r^2)^2) * \cos(\theta^2);$$

```

%Tracé du champ de pressions
contourf(X,Z,p)
axis equal;
grid on;
xlabel('X_cartesien'); ylabel('Z_cartesien'); title('champ de pression de l''écoulement
= 0°, et phi = 90°')

hold on

%cercle
ang = linspace(0,2 * pi, 100);
centre = [0,0];
Xc = centre(1) + R * cos(ang);
Yc = centre(2) + R * sin(ang);

plot(Xc,Yc,'black -','Linewidth',2);
axis equal;
grid on;
axis equal;

```

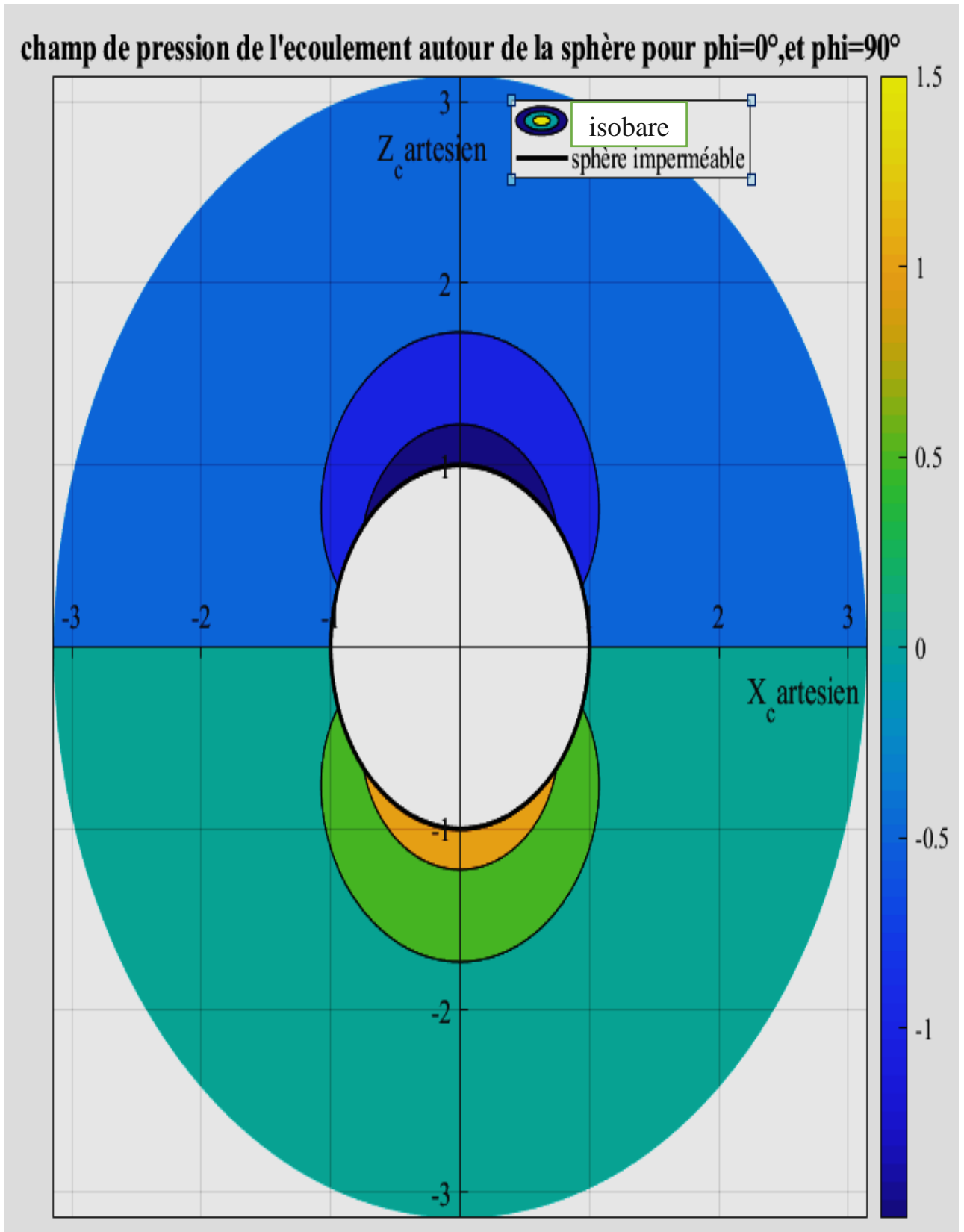


Figure III:24 champ de pression autour de la sphère pour  $\phi=0^\circ$  et  $\phi=90^\circ$

### III.1.4.1 Variation du champ de pression en fonction de r

```

clear all; close all ; clc

%paramètres
R = 1; %rayon de la sphère
Vinf = 1; %vitesse de l'écoulement infini
mu = 1; % viscosité dynamique du fluide
po = 0; % pression de l'écoulement infini
rho = 1; % densité du fluide

% coordonnées sphérique
L = pi;
r = linspace(1, L, 100);

phi = 0;

for k = -4:4
theta = k * (pi/4);

%Expression du champ de pressions
p = po - (3/2).* ((mu * Vinf)./R).* ((R./r).^2).* cos(theta);

plot(r, p);

hold on
end

```

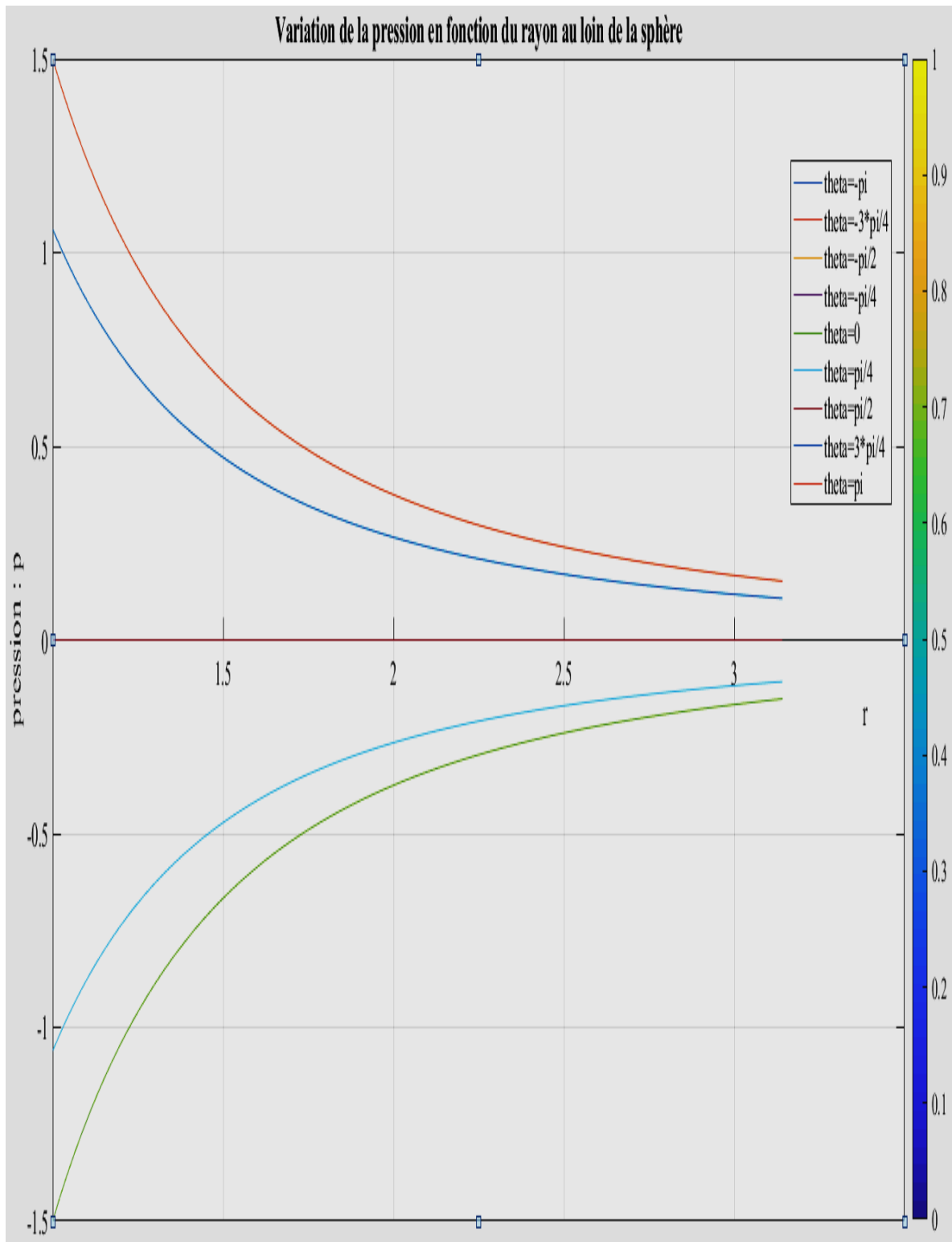


Figure III:25 variation du champ de pression avec  $r$  pour  $\theta$  fixé

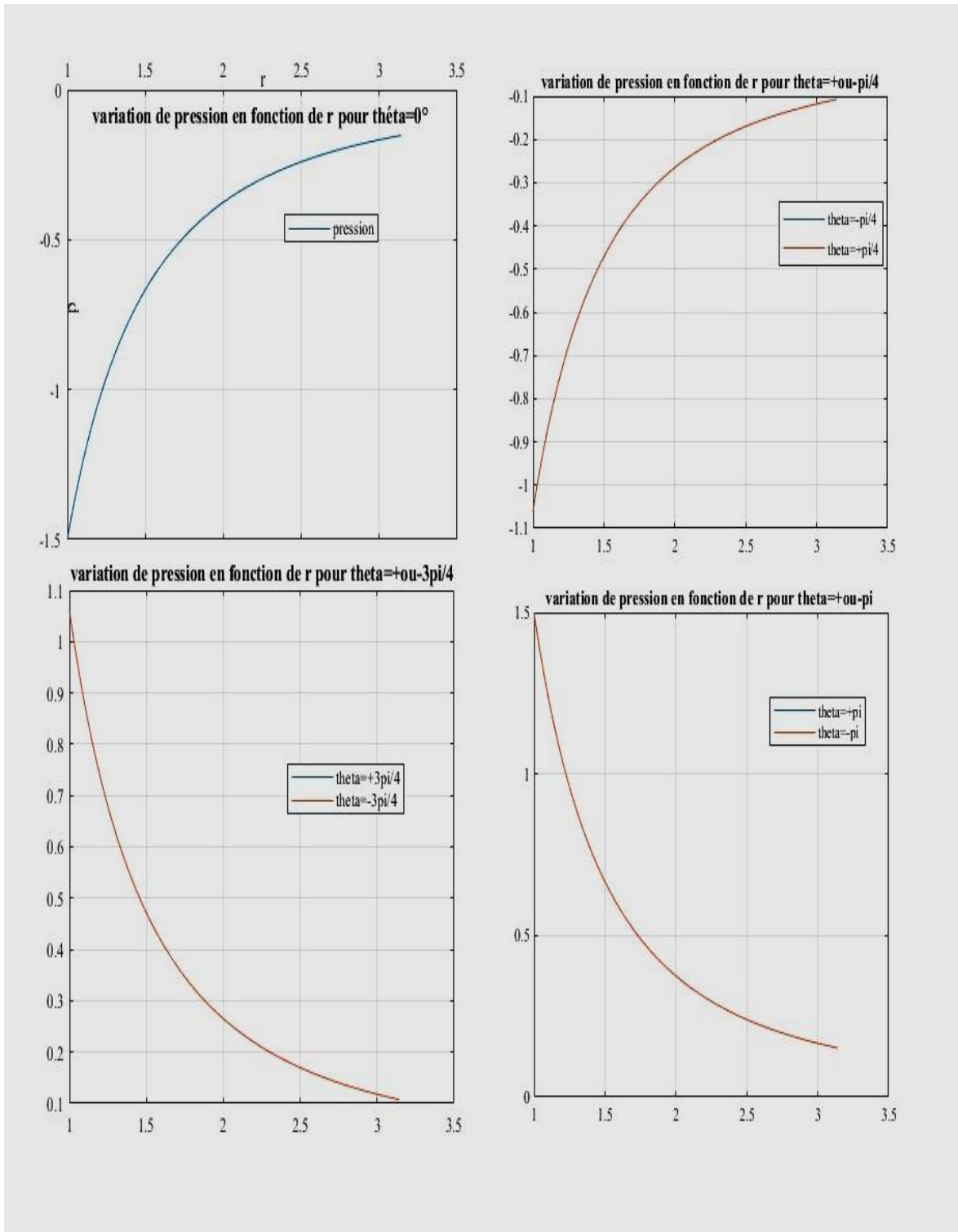


Figure III:26 variation du champ de pression avec  $r$  pour  $\theta$  fixé

On constate que la pression croit lorsqu'on s'éloigne de la sphère dans la partie aval de cette dernière ou dans le domaine situé au-dessus du plan

passant par le centre de la sphère et perpendiculaire à la direction de l'écoulement incidente.

### III.1.4.2 Variation de la pression en fonction de $\theta$ pour différentes valeurs de r

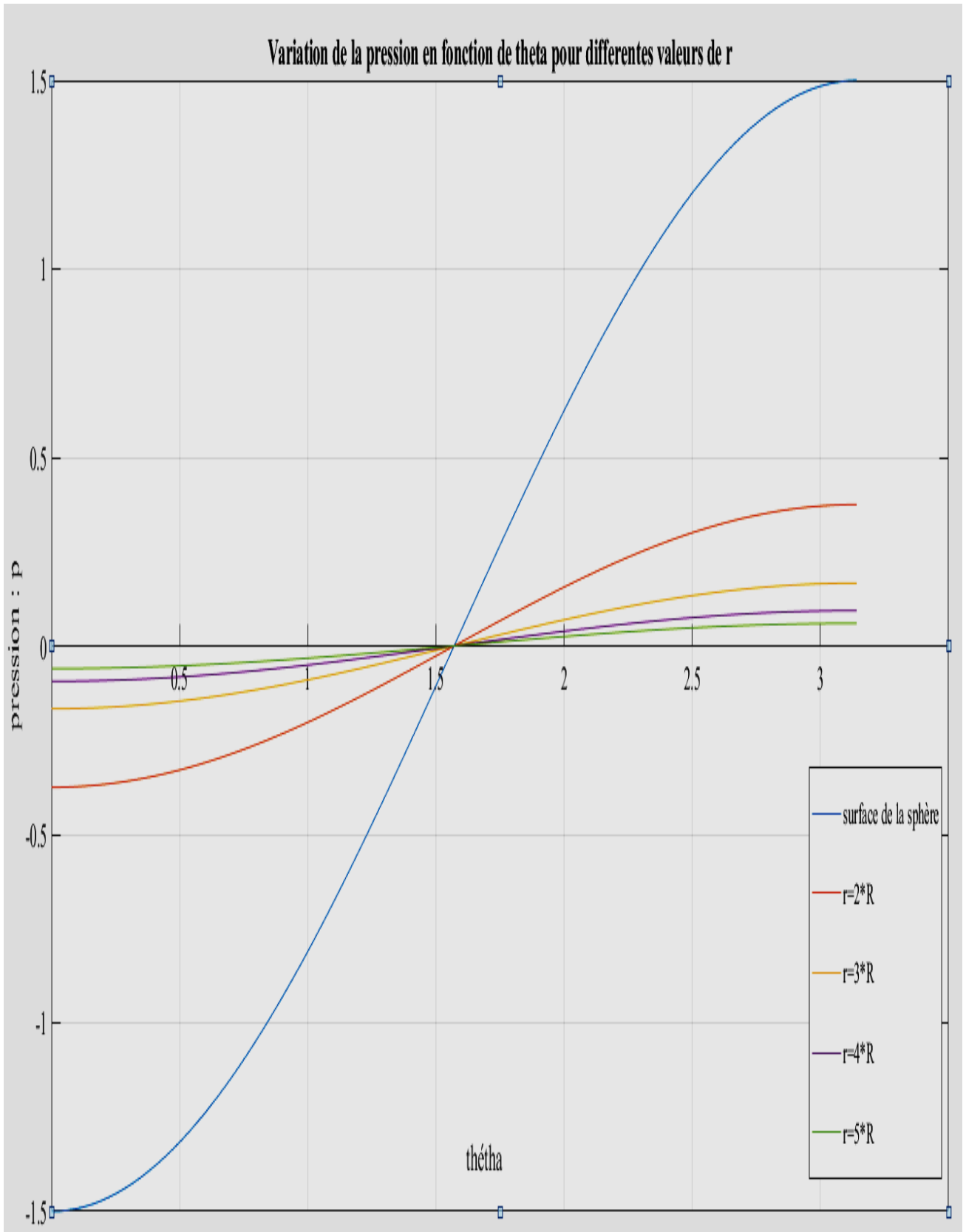
```

clear all; close all ; clc
    %paramètres
    R = 1; %rayon de la sphère
    Vinf = 1; %vitesse de l'écoulement infini
    mu = 1; % viscosité dynamique du fluide
    po = 0; % pression de l'écoulement infini
    rho = 1; % densité du fluide

    % coordonnées sphérique
    L = pi;
    %r = linspace(1,L,100);
    theta = linspace(0,pi,100);
    phi = 0;
    for k = 1:5
        r = k * R

        %Expression du champ de pressions
        p = po - (3/2).* ((mu * Vinf)./R).*((R./r).^2).* cos(theta);

        plot(theta,p);
        hold on
    end
    
```



**Figure III:27** Variation de la pression en fonction de  $\theta$  pour différentes valeurs de  $r$  fixé.

On remarque que pour une distance au centre de la sphère fixé, le champ de pression n'est pas uniforme sur la sphère de rayon égale à cette distance  $r$  et concentrique à la sphère autour de laquelle le fluide s'écoule.

On remarque que l'échelle  $\delta p$  qui caractérise la variation de la pression entre l'infini amont et le point d'arrêt frontal de la sphère  $\theta = \pm\pi$  vérifie :

$$\frac{\delta p}{\left(\frac{\mu v_\infty}{2R}\right)} = \frac{p(R, \pm\pi) - p_0}{\left(\frac{\mu v_\infty}{2R}\right)} = 3 \quad (\text{III. 19})$$

En l'absence d'inertie, l'échelle caractéristique de variation de la pression dans l'écoulement est donc fixée par la viscosité. Elle vérifie  $\delta p \propto \frac{\mu v_\infty}{R}$  et non pas  $\delta p \propto \rho(v_\infty)^2$  comme dans un écoulement inertiel où  $\rho \underline{\nabla}(\underline{V}) \cdot \underline{V}$  est un terme dominant.

On constate que la variation de la pression dépend de la zone du fluide autour de la sphère considérée. Elle croît lorsqu'on s'éloigne de la sphère dans la partie supérieure du plan passant par le centre de la sphère et perpendiculaire à la direction de l'écoulement incidente (partie aval). Et elle décroît lorsqu'on s'éloigne de la sphère dans l'autre domaine du fluide en dessous du plan passant par le centre de la sphère et perpendiculaire à la direction de l'écoulement incidente (partie amont).

Ainsi le comportement de la pression en amont de la sphère varie de manière inverse à celle de l'aval de la sphère.

### III.2 Discussion et Limite de validité

Les résultats annoncés précédemment se méritent. Mais malgré tous les efforts consentis pour obtenir ces résultats, cette dernière présente un défaut : elle n'est pas uniformément valable dans tout l'espace. En effet, toute l'analyse que nous avons effectuée repose sur le fait que les termes d'inertie de l'équation de Navier-Stokes sont négligeables du fait de la valeur du nombre de Reynolds. Il faut donc vérifier que tel est le cas.

#### III.2.1 Ordre dominant de validité

Compte tenu de la relation :

$$\sigma_{rr} = 2\mu d_{rr} = 2\mu v_\infty \cos \theta \left( \frac{3R}{2r^2} - \frac{3R^3}{2r^4} \right) \quad (\text{III. 20})$$

Ce qui signifie que dans l'équation du mouvement le terme visqueux  $\text{div}(\underline{\underline{\sigma}})$  décroît, à l'ordre dominant, comme  $\mu v_\infty R/r^3$  :

$$\|\text{div}(\underline{\underline{\sigma}})\| \sim \mu v_\infty R/r^3 \quad (\text{III. 21})$$

Le comportement du terme d'inertie  $\nabla \underline{\underline{V}} \cdot \underline{\underline{V}}$  s'obtient quant à lui à partir des composantes de vitesse :

$$v_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = v_\infty \cos \theta \left( 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{R}{r} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{R}{r} \right)^3 \right) \quad (\text{III. 22})$$

$$v_{\theta} = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} = -v_{\infty} \sin \theta \left( 1 - \frac{3}{4} \left( \frac{R}{r} \right) - \frac{1}{4} \left( \frac{R}{r} \right)^3 \right) \quad (\text{III. 23})$$

$$v_{\varphi} = 0 \quad (\text{III. 24})$$

Donc l'ordre dominant :

$$\|\nabla \underline{V} \cdot \underline{V}\| \sim \rho (v_{\infty})^2 R / r^2 \quad (\text{III. 25})$$

En conclusion :

$$\frac{\text{inertie}}{\text{frottement}} \sim \frac{\|\nabla \underline{V} \cdot \underline{V}\|}{\|\text{div}(\underline{\sigma})\|} \sim \frac{\rho (v_{\infty})^2 R / r^2}{\mu v_{\infty} R / r^3} = \frac{v_{\infty} R}{\nu} \frac{r}{R} = Re \frac{r}{R} \quad (\text{III. 26})$$

Il existe alors une distance, telle que

$$\frac{r}{R} \sim \frac{1}{Re} \quad (\text{III. 27})$$

Où l'approximation du fluide sans inertie est mise en défaut. On doit alors corriger la solution de Stokes pour la rendre compatible avec une solution inertielle loin de la sphère. Une solution connue est celle proposée par **Oseen** en 1910.

## Conclusion

Ce travail de recherche a permis d'analyser en profondeur le phénomène de l'écoulement de stokes autour d'une sphère imperméable, en mettant l'accent sur la détermination des champs de vitesses, des champs de pression, ainsi que des forces de trainée exercées sur la sphère. En appliquant les principes fondamentaux de la dynamique des fluides dans un régime à faible nombre de Reynolds, nous avons pu établir un modèle pertinent décrivant le comportement de la sphère. Les hypothèses d'étude, incluant l'adhérence à la surface de la sphère qui impose une vitesse nulle, ont été déterminantes pour la modélisation de l'écoulement. Ceci, associé à la condition d'un écoulement infini constant, nous a permis de résoudre les équations de Navier-stokes en régime de stokes avec précision. Les résultats obtenus révèlent que, près de la sphère, la vitesse du fluide décroît significativement, tandis que le champ de pression présente des gradients qui influencent directement la force de trainée. Nos analyses ont mis en évidence un champ de vitesse tridimensionnel complexe, mais avec une symétrie discernable qui permet de prédire le comportement du fluide autour de la sphère. Les calculs du champ de pression ont quant à eux démontré des variations significatives, soulignant l'influence de la sphère sur l'écoulement et illustrant l'interactions entre la vitesse du fluide et la dynamique de pression. Concernant les forces de trainée, nos résultats confirment les prédictions théoriques basées sur la loi de stokes, établissant ainsi une relation directe entre cette force, les propriétés visqueuses du fluide, et les dimensions de la sphère. Ce lien est crucial pour comprendre comment les particules se déplacent dans un fluide visqueux et se rapporte à de nombreuses applications pratiques, telles que le transport de particules en suspension dans des milieux variés. En résumé, ce mémoire a non seulement enrichi notre compréhension des principes physiques

sous-jacents à l'écoulement de Stokes autour d'une sphère imperméable, mais a également jeté les bases pour des études ultérieures dans des environnements plus complexes. Les résultats obtenus ouvrent des perspectives intéressantes pour des recherches futures, notamment dans l'analyse d'écoulements impliquant des objets de formes diverses ou dans l'étude des fluides non-Newtoniens, contribuant à une meilleure maîtrise des mouvements de particules dans les fluides à faible Reynolds. Ainsi, cette étude démontre que la compréhension des interactions entre les fluides et les obstacles solides est essentielle dans de nombreux domaines d'application, du génie des matériaux à la biophysique, en passant par la biomécanique.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. White F.M. "Viscous Fluid Flow", 3rd Edition, McGraw-Hill, 2006.
2. Batchelor G.K. "An Introduction to Fluid Dynamics", Cambridge University Press, 2000.
3. Brenner M.P., "Flow and Transport in Porous Media", Springer, 2010.
4. Hinze J.O. "Fundamentals of Fluid Spray Technology", PennWell Books, 2003.
5. Strykowski P.J., "Vortex Shedding and Flow-Induced Vibrations", Annual Review of Fluid Mechanics, 2012.
6. Tchoufag J., "Numerical Simulation of Flow around Bluff Bodies", Journal of Fluids Engineering, 2015.
7. Moin P., "Fundamentals of Turbulence for CFD", Annual Review of Fluid Mechanics, 2010.
8. Zdravkovich M.M. "Flow Around Circular Cylinders", Vol. 1 & 2, Oxford University Press, 1997.
9. Roshko A., "On the Vortex Shedding from Structures", Journal of Fluid Mechanics, 1954.
10. Williamson C.H., "Vortex Dynamics in the Wake of Bluff Bodies", Journal of Fluid Mechanics, 1996.
11. Faucher V., "Modélisation Numérique des Écoulements Turbulents", Presses Universitaires de France, 2003.
12. Rung T., "Large Eddy Simulation of Turbulent Flow around Cylinders", Computers & Fluids, 2014.
13. Chorin A.J., "Vorticity and Turbulence", Springer-Verlag, 1973.
14. Bourguet R., "Étude des Effets de la Vorticité dans les Écoulements Turbulents", Revue d'Hydraulique, 2011.

15. Leweke T., "Simulation Numérique et Analyse des Écoulements Stationnaires", *Journal of Computational Physics*, 2017.
16. Mukhopadhyay R., "Modeling of Flow-induced Vibrations", Springer, 2007.
17. Saffman P.G., "Vortex Dynamics", Cambridge University Press, 1992.
18. Farge M., "Wavelet transforms and their application to turbulence analysis", *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1999.
19. Gabbana A., "Flow Past Bluff Bodies: Experimental and Numerical Approaches", Elsevier, 2013.
20. Ghia K.N., "Numerical Simulation of Vortex Shedding", *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, 2015.
21. Vierendeels J., "Hydrodynamique et Modélisation des Écoulements", Éditions Hermès, 2012.
22. Dargush G.F., "Hydrodynamic Forces and Flow Control around Bluff Bodies", *Advances in Engineering Software*, 2014.
23. Jeong J., "Flow Separation and Reattachment in Turbulent Flows", *Journal of Fluid Mechanics*, 2004.
24. Schlichting H., "Boundary Layer Theory", McGraw-Hill, 2000.
25. Ewing K., "Computational Fluid Dynamics and its Applications", Springer, 2008.
26. Madsen J., "Flow and Vortex Dynamics around Cylinders", *Journal of Fluid Mechanics*, 2013.
27. Oki D., "Numerical Modeling of Turbulence using RANS and LES", *Fluid Dynamics Research*, 2018.
28. Liu H., "Experimental Studies of Flow Around Bluff Bodies", *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2011.
29. Menter F., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models", *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1994.



## DÉDICACE

À

*Ma mère bien aimée,*

***METUEAM***

## REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je rends grâce à DIEU de m'avoir couvert de sa grâce, m'accordant la patience et l'énergie nécessaires pour mener à bien ce travail. C'est avec une profonde gratitude que je saisis ces mots pour exprimer mes plus sincères remerciements à tous ceux qui ont contribué à la réalisation de ce mémoire. Je reconnais l'appui inestimable qui m'a été offert tout au long de cette expérience. Il s'agit particulièrement :

- Du **Pr MBESSA Michel**, mon encadreur et Chef de Département de Génie civil à L'ENSTP, pour sa disponibilité et ses conseils visant à rendre ce travail parfait ;
- Du président du jury pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider ce jury ;
- De l'examineur pour l'intérêt qu'il porte à ce travail, son temps et ses multiples remarques visant l'amélioration de ce travail ;
- Du **Dr POH'SIE Guillaume Hervé**, mon encadreur, pour son aide et ses conseils ayant permis l'aboutissement de ce travail ;
- Du **Pr NKENG George ELAMBO**, Directeur de l'ENSTP, pour tout le travail qu'il effectue au quotidien pour rendre possible notre formation ;
- De **tout le corps enseignant** de l'ENSTP et de l'Université de Padoue pour la qualité de son enseignement ;
- De **tout le personnel administratif de l'ENSTP**, pour leur contribution administrative dans la formation des ingénieurs à l'ENSTP ;
- De mes parents **Mr TEFANG ROGER** et Mme **METUEAM Elisabeth**, mes frères et sœurs **Simo, Mepewou, Tekam, Messa, Modjom** et mes tantes **Moko Helene** et **Ndom Anne**, pour leur soutien financier, moral et spirituel permanent tout au long de cette formation ;
- De mes amis **TCHAKOUNTE** et **DJE Julio** pour l'assistance et pour tous les encouragements reçus d'eux pendant la rédaction de ce mémoire ;
- De tous mes camarades de la 9e promotion du cycle d'ingénieur de l'ENSTP pour la convivialité ;
- De toute personne ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

## LISTE DES ABRÉVIATIONS

<b>ACI</b>	American Concrete Institute
<b>CRFP</b>	Fibre de polymère de carbone
<b>EC</b>	Eurocode
<b>E/C</b>	Rapport Eau-Ciment
<b>ELS</b>	Etat Limite de Service
<b>ELU</b>	Etat Limite Ultime
<b>EN</b>	European Norm
<b>SAP</b>	Structural Analysis Program
<b>SRSS</b>	Square Root of the Sum- of the Squares
<b>USGS</b>	United States Geological Survey

## LISTE DES SYMBOLES

<b>A</b>	Surface de la section d'acier
<b>a<sub>g</sub></b>	Accélération de calcul au niveau du sol pour la période de retour de référence
<b>A<sub>net</sub></b>	Surface nette de la section transversale
<b>A<sub>s</sub></b>	Surface de la section de renforcement en acier
<b>A<sub>s1</sub></b>	Surface de l'acier au sommet de la section de la poutre
<b>A<sub>s2</sub></b>	Surface de la section d'acier au bas de la section de la poutre
<b>A<sub>sw</sub></b>	Surface de la section transversale de l'armature de cisaillement
<b>C<sub>min</sub></b>	Couverture minimale en béton
<b>C<sub>min,b</sub></b>	Couverture minimale due à l'exigence de liaison
<b>C<sub>min,dur</sub></b>	Couverture minimale due aux conditions environnementales
<b>c<sub>nom</sub></b>	Enrobage nominal
<b>d</b>	Profondeur effective de la section
<b>dr</b>	Dérive inter-étages
<b>E</b>	Module de Young
<b>E<sub>s</sub></b>	Excentricité structurelle
<b>F<sub>b</sub></b>	Force du séisme à la base
<b>f<sub>cd</sub></b>	Résistance de calcul en compression du béton
<b>f<sub>ck</sub></b>	Résistance caractéristique en compression du béton
<b>f<sub>ctm</sub></b>	La résistance à la traction du béton
<b>f<sub>yk</sub></b>	La résistance caractéristique à la traction de l'acier
<b>f<sub>vd</sub></b>	La limite élastique en traction de l'acier
<b>G</b>	Module de cisaillement
<b>G<sub>1k</sub></b>	Charges structurelles

<b>G<sub>2k</sub></b>	Charges non structurales
<b>H</b>	Hauteur de l'étage
<b>I</b>	Moment d'inertie
<b>m<sub>j</sub></b>	Masse de l'étage j
<b>M<sub>s</sub></b>	Magnitude des ondes sismiques
<b>M<sub>w</sub></b>	Amplitude du moment
<b>N<sub>ed</sub></b>	Force de compression axiale de calcul
<b>Q</b>	Facteur de comportement
<b>q<sub>0</sub></b>	Valeur de base du facteur de comportement
<b>S</b>	Facteur du sol
<b>S<sub>cl,max</sub></b>	Espacement minimal des armatures transversales
<b>S<sub>e(T)</sub></b>	L'accélération spectrale à la période T ;
<b>S<sub>l,max</sub></b>	Espacement longitudinal maximal
<b>S<sub>t,max</sub></b>	Espacement transversal maximal
<b>T</b>	la période de vibration d'un système linéaire à un seul degré de liberté ;
<b>T<sub>B</sub></b>	Limites supérieure du palier de l'accélération spectrale
<b>T<sub>C</sub></b>	Limites inférieure du palier de l'accélération spectrale
<b>T<sub>D</sub></b>	La valeur définissant le début de la branche à déplacement spectral constant
<b>V<sub>Ed</sub></b>	Cisaillement agissant
<b>V<sub>Rd,c</sub></b>	Résistance au cisaillement de l'élément sans armature de cisaillement
<b>X</b>	Position de l'axe neutre
<b>γ</b>	Poids spécifique
<b>γ<sub>c</sub></b>	Facteur partiel pour le béton
<b>γ<sub>s</sub></b>	Facteur de sécurité partiel pour l'acier
<b>Φ<sub>l,min</sub></b>	Diamètre minimal des barres longitudinales

$\Psi$	Coefficient de combinaison pour les actions variables
$A_{min}$	Surface minimale de la section
$A_c$	Surface de la section transversale de béton
$\eta$	Coefficient de correction de l'amortissement
$\lambda$	Élancement
$\lambda_{lim}$	Valeur limite d'élancement
$\varphi_{ef}$	Taux de fluage effectif
$\alpha_w$	Coefficient tenant compte de l'état de contrainte dans la corde de compression
$\sigma_c$	Contrainte dans le béton
$\sigma_s$	Contrainte dans l'acier
$\Delta C_{dur}$	Élément de sécurité additif
$\Delta C_{dur,d}$	Réduction de la couverture minimale pour l'utilisation d'une protection supplémentaire
$\Delta C_{dur,st}$	Réduction de la couverture minimale pour l'utilisation d'acier inoxydable

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1. Erosion d'un bâtiment (Plastzer et al., 2017) .....	10
Figure 1.2. Parties d'un bâtiment (Plastzer et al., 2017) .....	12
Figure 1.3. Semelle isolée (travauxbeton.fr). .....	13
Figure 1.4. Semelle filante (maconnerie.blip.fr) .....	13
Figure 1.5. Radier (pavex.be) .....	14
Figure 1.6. Puits supportant un bâtiment (apte-asso.org) .....	14
Figure 1.7. Pieux supportant un bâtiment (apte-asso.org) .....	15
Figure 1.8. Désordre observé à la suite d'un séisme en Turquie (hialanja.blogspot.com, consulté le 10 avril 2024) .....	27
Figure 1.9. Illustration des différentes ondes sismique (séisme ondes.joueb.com, consulté le 25 Mars 2024).....	29
Figure 1.10. Spectre de réponse élastique (EN 1998-1 :2004).....	32
Figure 1.11. Constituants de base d'un matériau composite .....	37
Figure 1.12. Constituants de base d'un matériau composite .....	38
Figure 1.13. Les structures géométriques des renforts de composites à fibres longues, à fibres courtes et à particules .....	39
Figure 1.14. Les principales fibres: (a) fibres de verre, (b) fibres de carbone, (c) fibres d'aramide .....	40
Figure 1.15. Réparation de structure par injection de fissures. ....	42
Figure 1.16. Chemisage en béton pour augmenter la section de poteau (Fardis 2009).....	42
Figure 1.17. Chemisage en acier appliqué aux poteaux. ....	43
Figure 1.18. Exemple de contreventement métallique (University of Tokyo buildings) (Fardis 2009) .....	44
Figure 1.19. Chemisage en fibre d'un poteau.....	45
Figure 1.20. Technique de Chemisage .....	46
Figure 2.1. Enrobage du béton (Guiameugne, 2020) .....	53
Figure 2.2. Poutre reposant sur des appuis .....	53
Figure 2.3. Section transversale de la poutre avec armatures.....	54
Figure 2.4. Position de l'axe neutre .....	55
Figure 2.5. Armatures transversales dans la poutre (Djeukoua Nathou, 2019).....	56
Figure 2.6. Section transversale de la poutre avec différentes caractéristiques .....	59

Figure 2.7. Section rectangulaire illustrant le diagramme d'interaction pour différentes positions de l'axe neutre .....	62
Figure 2.8. Exemple de diagramme d'interaction M-N.....	65
Figure 3.1. Plan de localisation du cas d'étude .....	74
Figure 3.2. Diagramme ombrothermique de la ville de Yaoundé (Climate-date.org, consulté le 15 Mai 2024) .....	75
Figure 3.3. Nouveau bâtiment administratif de l'ENSTP .....	76
Figure 3.4. Vue en plan du premier étage du bâtiment.....	78
Figure 3.5. Plan de coupe A-A du bloc B.....	79
Figure 3.6. Plan de coupe B-B du bloc B .....	79
Figure 3.7. Le plan de coffrage du bâtiment .....	80
Figure 3.8. Plan de coffrage de l'ensemble des planchers haut du rez-de-chaussée à l'étage 5 du bloc B.....	80
Figure 3.9. Modèle numérique 3D de la structure du bâtiment du bloc B .....	85
Figure 3.10. Localisation de la poutre choisie pour le dimensionnement .....	85
Figure 3.11. Section transversale de la poutre.....	86
Figure 3.12. Combinaison de charges pour le dimensionnement de la poutre.....	86
Figure 3.13. Modélisation de la poutre dans SAP 2000 V23 .....	87
Figure 3.14. Courbe des moments de flexion.....	88
Figure 3.15. Courbe des efforts tranchants.....	88
Figure 3.16. Courbe enveloppe des moments de flexion à l'ELU .....	89
Figure 3.17. Courbe enveloppe des efforts tranchants à l'ELU .....	89
Figure 3.18. Courbe récapitulative de vérification du moment de flexion.....	90
Figure 3.19. Récapitulatif des résistances aux efforts tranchants sur la poutre.....	91
Figure 3.20. Courbe enveloppe des moments de flexion à L'ELS .....	91
Figure 3.21. Poteau sélectionné pour le dimensionnement .....	92
Figure 3.22. Poteaux les plus sollicités en termes de moment de flexion .....	93
Figure 3.23. Courbe de sollicitations du moment de flexion dans la direction X .....	93
Figure 3.24. Courbe de sollicitations du moment de flexion dans la direction Y .....	94
Figure 3.25. Diagramme des différentes combinaisons pour efforts axiaux .....	94
Figure 3.26. Courbe enveloppe moment fléchissant suivant l'axe X.....	95
Figure 3.27. Courbe enveloppe moment de flexion suivant l'axe Y.....	95
Figure 3.28. Courbe enveloppe des efforts axiaux .....	96
Figure 3.29. Diagramme d'interaction du poteau suivant l'axe .....	97

Figure 3.30. Diagramme d'interaction du poteau suivant l'axe Y .....	97
Figure 3.31. Diagramme des efforts tranchants suivant l'axe X .....	98
Figure 3.32. Diagramme des efforts tranchants suivant l'axe Y .....	98
Figure 3.33. Courbe enveloppe des efforts tranchants suivant l'axe X.....	99
Figure 3.34. Courbe enveloppe des efforts tranchants suivant l'axe Y.....	99
Figure 3.35. Spectre de réponse dans les deux directions .....	103
Figure 3.36. Modèle de la structure .....	104
Figure 3.37. Vue en 3D et en plan du mode 2 de vibration (translation suivant Y).....	107
Figure 3.38. Vue en 3D et en plan du mode 2 de vibration (translation suivant X).....	107
Figure 3.39. Vue en 3D et en plan du mode 3 de vibration (Torsion suivant Z).....	107
Figure 3.40. Enveloppe des combinaisons de l'action sismique .....	108
Figure 3.41. Déplacement actuel du centre de masse (ds) dans les deux directions .....	109
Figure 3.42. a) Enveloppe des moments b) Enveloppe de l'effort tranchant .....	111
Figure 3.43. Assemblage de la poutre renforcée par les aciers et supportée par les poteaux .....	115
Figure 3.44. Assemblage de la poutre renforcée par les FRP et supportée par les poteaux .....	116
Figure 3.45. Modèle d'interactions .....	116
Figure 3.46. Restriction du modèle structurel et configuration du chargement .....	117
Figure 3.47. Détails de maillage des éléments .....	117
Figure 3.48. Distribution maximale des contraintes dans l'élément béton (contrainte de Von Mises) .....	118
Figure 3.49. Distribution maximale des contraintes dans les armatures d'aciers (contrainte S11).....	118
Figure 3.50. Déformation plastique de la poutre non renforcée .....	119
Figure 3.51. Variation des dommages en compression dans le modèle numérique.....	119
Figure 3.52. Variation des dommages en tension dans le modèle numérique.....	120
Figure 3.53. Analyse de la déflexion du portique dans la direction U2 .....	120
Figure 3.54. Distribution maximale des contraintes dans l'élément béton (contrainte de Von Mises) .....	121
Figure 3.55. Distribution maximale des contraintes dans le C-FRP (contrainte de Von Mises) .....	121
Figure 3.56. Distribution maximale des contraintes dans les armatures en acier (contrainte S11).....	122

Figure 3.57. Déformation plastique de la poutre renforcée avec C-RFP ..... 122

Figure 3.58. Variation des dommages en compression et en tension de la poutre renforcée  
..... 123

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1. Caractéristiques des barres d'acier (Bungey et al., 2006) .....	6
Tableau 1.2. Caractéristiques des treillis soudés (Bungey et al., 2006) .....	6
Tableau 1.3. Différentes Classes de sol (EN 1998-1 : 2004) .....	29
Tableau 1.4. Valeurs des paramètres décrivant le spectre de réponse élastique type 1 (EN 1998-1 : 2004) .....	32
Tableau 1.5. Valeurs des paramètres décrivant le spectre de réponse élastique type.....	32
Tableau 1.6. Valeurs des Paramètres décrivant le spectre de réponse élastique vertical (EN 1998-1 :2004) .....	33
Tableau 1.7. Les caractéristiques mécaniques de quelques renforts de composites.....	40
Tableau 2.1. Normes européennes utilisées.....	49
Tableau 2.2. Prédimensionnement de la poutre.....	53
Tableau 2.3. Valeurs recommandées de $W_{max}$ .....	60
Tableau 2.4. Valeurs de base du rapport portée/ hauteur utile pour les éléments en béton armé .....	61
Tableau 3.1. Caractéristiques du béton.....	81
Tableau 3.2. Caractéristiques des armatures longitudinales.....	81
Tableau 3.3. Charges permanentes structurelle .....	82
Tableau 3.4. Charges permanentes non-structurelle.....	82
Tableau 3.5. Charges permanentes non-structurelle des murs extérieurs.....	83
Tableau 3.6. Charges permanentes non structurelles au niveau de la toiture .....	83
Tableau 3.7. Paramètres du séisme.....	84
Tableau 3.8. Tableau récapitulatif des moments résistants, des moments de flexion et des sections des barres d'acier .....	90
Tableau 3.9. Contraintes dans le béton et l'acier.....	92
Tableau 3.10. Sections d'armatures de conceptions.....	96
Tableau 3.11. Détermination du renforcement transversal.....	100
Tableau 3.12. Vérification de l'élancement.....	100
Tableau 3.13. Paramètres du calcul du spectre de réponse .....	101
Tableau 3.14. Poids des éléments structurels .....	101
Tableau 3.15. Poids sismique du bâtiment .....	102
Tableau 3.16. Distribution des forces sur le plancher dans la direction x.....	102
Tableau 3.17. Distribution des forces sur le plancher dans la direction y.....	103

Tableau 3.18. Modal participating mass ratios.....	106
Tableau 3.19. Forces de cisaillement à la base.....	108
Tableau 3.20. Déplacements inter-étages .....	109
Tableau 3.21. Dérive inter étage.....	110
Tableau 3.22. Le moment fléchissant et l'effort tranchant supplémentaire .....	111
Tableau 3.23. Paramètres du polymère en cisaillement .....	112
Tableau 3.24. Paramètres du polymère en flexion .....	112
Tableau 3.25. Les paramètres pour béton dans Abaqus .....	113
Tableau 3.26. Les propriétés du béton.....	113
Tableau 3.27. Paramètres de dommage du béton sous compression.....	114
Tableau 3.28. Paramètres de dommage du béton sous tension .....	114
Tableau 3.29. Propriétés du C-PRF .....	115
Tableau 3.30. Etude comparative entre la poutre non renforcée et la poutre renforcée ....	123

## RÉSUMÉ

L'objectif général de ce travail était d'améliorer la résistance d'un bâtiment soumis à une action sismique par la méthode des polymères renforcés de fibres de carbone. Le cas d'étude est un bâtiment à usage de bureau de type R+5 dans la ville de Yaoundé. Ce bâtiment est constitué de trois blocs séparés par des joints de rupture. Le choix s'est porté sur le bloc principal, celui qui contient les bureaux et les salles de réunion. La reconnaissance générale du site et la collecte des données ont précédé les quatre principales étapes de la méthodologie à savoir l'analyse statique linéaire, l'analyse modale, l'analyse spectrale et le dimensionnement des fibres de carbone. Une étude comparative entre la poutre renforcée et de celle non renforcée a par ailleurs été faite dans le but de vérifier l'apport des polymères dans la résistance à l'action sismique. En effet, le comportement sous charges verticales de la structure a été obtenu par une analyse statique linéaire et le dimensionnement des poutres et des poteaux a été effectué selon l'Eurocode 2. L'analyse modale de la structure a permis d'obtenir les propriétés vibratoires intrinsèques de la structure et l'analyse spectrale a permis d'obtenir les sollicitations produites par l'action sismique. Ces analyses ont été effectuées dans le logiciel SAP2000. Le dimensionnement des polymères a été effectué suivant l'Eurocode 8 afin d'avoir la section, l'épaisseur et l'espacement du polymère. Vis-à-vis du cisaillement, la section de polymère qui a été obtenue est de  $400 \times 325 \text{ mm}^2$ , avec une épaisseur de 2 mm et un espacement de 325 mm. Vis-à-vis de la flexion, la section qui a été obtenue est de  $100 \times 200 \text{ mm}^2$ , avec une épaisseur de 3.06 mm et un espacement de 100 mm. Après renforcement de la poutre par les polymères, son comportement a été analysé dans le logiciel ABAQUS/CAE permettant ainsi de mener l'étude comparative. Il en est ressorti que les polymères renforcés de fibres de carbone réduisaient les efforts puisque la contrainte a été réduite de 21.2% dans le béton et de 67.3% dans l'acier. Ce qui a permis de confirmer l'apport des polymères renforcés de fibres dans la résistance à l'action sismique.

**Mots-clés :** Polymères de fibres de carbone, dérive inter-étages, réponse sismique, analyse modale, analyse spectrale.

## ABSTRACT

The general objective of this work was to improve the resistance of a building subjected to seismic action using the fiber-reinforced polymer method. The case study is an R+5 office building in the city of Yaoundé. The building consists of three blocks separated by joints. The main block, containing offices and meeting rooms, was chosen. General site reconnaissance and data collection preceded the four main stages of the methodology, namely linear static analysis, modal analysis, spectral analysis and carbon fiber sizing. A comparative study of the reinforced and non-reinforced beams was also carried out to verify the contribution of polymers to seismic resistance. The behavior of the structure under vertical loads was obtained by means of a linear static analysis, and the dimensioning of the beams and columns was carried out in accordance with Eurocode 2. The modal analysis of the structure was used to obtain the intrinsic vibratory properties of the structure, and the spectral analysis was used to obtain the stresses produced by the seismic action. These analyses were carried out using SAP2000 software. Polymer dimensioning was carried out in accordance with Eurocode 8 to obtain the cross-section, thickness and spacing of the polymer. With regard to shear, the polymer cross-section obtained is 400 x 325 mm<sup>2</sup>, with a thickness of 2 mm and a spacing of 325 mm. For bending, the cross-section obtained is 100 x 200 mm<sup>2</sup>, with a thickness of 3.06 mm and a spacing of 100 mm. Once the beam had been reinforced with polymers, its behavior was analyzed using ABAQUS/CAE software, enabling a comparative study to be carried out. The results showed that the carbon fiber-reinforced polymers reduced stresses, since the stress in the concrete dropped from 33 MPa to 26 MPa and in the steel from 456 MPa to 153 MPa. This confirmed the contribution of fiber-reinforced polymers to seismic resistance.

**Key words:** Carbon fiber polymers, interstage drift, seismic response, modal analysis, spectral analysis.

## SOMMAIRE

DÉDICACE.....	i
REMERCIEMENTS .....	ii
LISTE DES ABRÉVIATIONS .....	iii
LISTE DES SYMBOLES .....	iv
LISTE DES FIGURES .....	vii
LISTE DES TABLEAUX .....	xi
RÉSUMÉ.....	xiii
ABSTRACT.....	xiv
SOMMAIRE.....	xv
INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	1
CHAPITRE 1: REVUE DE LA LITTÉRATURE.....	2
Introduction.....	2
1.1. Béton armé.....	2
1.1.1. Constituants du béton armé .....	2
1.1.2. Propriétés du béton armé .....	6
1.1.3. Pathologies du béton armé.....	8
1.1.4. Domaines d'utilisation du béton armé.....	10
1.2. Bâtiment.....	11
1.2.1. Différentes parties d'un bâtiment .....	11
1.2.2. Caractéristiques du bâtiment .....	17
1.2.3. Typologie des bâtiments.....	18
1.3. Séismes .....	21
1.3.1. Caractéristiques d'un séisme .....	22
1.3.2. Typologie des séismes .....	24
1.3.3. Causes et effets du séisme .....	26
1.3.4. Ondes sismiques .....	28

1.4.	Calcul sismique.....	29
1.4.1.	Classification des sols.....	29
1.4.2.	Paramètres clés du calcul sismique .....	30
1.4.3.	Méthodes d'analyse .....	34
1.5.	Les matériaux composites.....	37
1.5.1.	Définition d'un matériau composite.....	37
1.5.2.	Constituants d'un composite .....	37
1.5.3.	Les principales fibres .....	39
1.5.4.	Caractéristiques mécaniques de quelques renforts de composites .....	40
1.5.5.	Avantages des matériaux composites .....	40
1.5.6.	Domaines d'application des matériaux composites.....	40
1.6.	Techniques antisismiques .....	41
1.6.1.	Injection de fissures .....	41
1.6.2.	Chemisage en béton.....	42
1.6.3.	Chemisage en acier.....	43
1.6.4.	Ajout de murs de remplissage .....	43
1.6.5.	Ajout des contreventements métalliques .....	43
1.6.6.	Renforcement par PRF vis-à-vis de l'effort tranchant.....	44
1.6.7.	Confinement par PRF .....	45
1.6.8.	Renforcement à la flexion des poteaux par PRF collés .....	45
	Conclusion .....	46
	CHAPITRE 2: METHODOLOGIE.....	47
	Introduction.....	47
2.1.	Reconnaissance générale du site.....	47
2.2.	Visite du site .....	47
2.2.1.	Observation générale .....	47
2.2.2.	Enquête .....	48
2.3.	Collecte des données.....	48

2.3.1.	Données géotechniques .....	48
2.3.2.	Données architecturales .....	48
2.3.3.	Données structurales .....	48
2.4.	Méthode d'analyse globale et de dimensionnement de la superstructure .....	48
2.4.1.	Modélisation .....	49
2.4.2.	Normes .....	49
2.4.3.	Evaluation des charges .....	49
2.4.4.	Combinaisons de charges .....	51
2.4.5.	Méthode de dimensionnement .....	52
2.5.	Méthode d'analyse modale .....	66
2.5.1.	Détermination de la période fondamentale de vibration .....	66
2.5.2.	Détermination des modes de vibrations .....	66
2.5.3.	Détermination du coefficient de comportement .....	67
2.5.4.	Méthode d'analyse statique équivalente .....	67
2.5.5.	Méthode d'analyse spectrale .....	68
2.5.6.	Modélisation de l'action du séisme .....	68
2.5.7.	Détermination des périodes de vibrations .....	69
2.5.8.	Détermination du déplacement maximal .....	69
2.5.9.	Détermination de la dérive inter-étages .....	69
2.6.	Méthode de renforcement par Polymères Renforcés de Fibres (PRF) .....	69
2.6.1.	Résistance à l'effort tranchant .....	70
2.6.2.	Renforts des poutres en flexion .....	71
	Conclusion .....	71
CHAPITRE 3: RESULTATS ET INTERPRETATION .....		73
	Introduction .....	73
3.1.	Présentation générale du site .....	73
3.1.1.	Localisation géographique du site .....	73
3.1.2.	Géologie .....	74

3.1.3.	Relief .....	74
3.1.4.	Climat .....	75
3.1.5.	Hydrologie .....	75
3.1.6.	Population et activités économiques .....	75
3.2.	Description physique du site .....	76
3.3.	Présentation du projet .....	76
3.3.1.	Description du bâtiment .....	76
3.3.2.	Plans architecturaux .....	77
3.3.3.	Plans de structure .....	79
3.3.4.	Caractéristiques des matériaux .....	80
3.3.5.	Données géotechniques .....	82
3.4.	Dimensionnement .....	82
3.4.1.	Actions sur la structure .....	82
3.4.2.	Enrobage .....	84
3.4.3.	Modèle numérique du bâtiment .....	84
3.4.4.	Résultats du dimensionnement des éléments structuraux horizontaux .....	85
3.4.5.	Dimensionnement du poteau .....	92
3.5.	Méthode d'Analyse linéaire .....	100
3.5.1.	Méthode statique linéaire .....	101
3.6.	Analyse modale utilisant le spectre de réponse .....	103
3.6.1.	Spectre de réponse .....	103
3.6.2.	Limitation des déplacements relatifs entre étages et dérives entre étages .....	109
3.7.	Sollicitations dues à l'action sismique (force de cisaillement et moment fléchissant) .....	110
3.7.1.	Renforcement d'une poutre par TRF en cisaillement .....	111
3.8.	Présentation du model matériel .....	112
3.8.1.	Béton .....	112
3.8.2.	Aciers .....	114

3.8.3. C-FRP model .....	114
3.9. Les types d'éléments .....	115
3.9.1. Analyse du modèle de la poutre non renforcée .....	117
3.9.2. Analyse des déflexions du modèle de la poutre Renforcée .....	120
Conclusion .....	124
CONCLUSION GÉNÉRALE .....	126
REFERENCES BIBLIORAGPHIQUES .....	127
ANNEXES .....	130
TABLE DES MATIERES .....	140

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'ingénierie civile est un domaine qui a toujours été confronté à des défis majeurs dont l'un des plus importants est la protection des structures contre les catastrophes naturelles. Les séismes en particulier représentent une menace significative pour les infrastructures dans le monde entier en général et dans les zones vulnérables en particulier. Les bâtiments en béton armé constituent une part importante du paysage urbain dans de nombreux pays et, bien que robustes et durables, peuvent être vulnérables aux forces dynamiques produites par les séismes.

Des séismes comme celui de Kobe en 1995, de Haïti en 2010 et de Turquie en 2023 ont causé la mort d'environ 230 000 personnes et la dégradation de plus de 120 000 structures. De nombreux chercheurs et ingénieurs ont mené des recherches pour l'élaboration des méthodes pour évaluer et améliorer la résistance des structures face aux séismes. Ces travaux ont conduit à l'élaboration de diverses méthodes d'analyse sismique, allant des approches linéaires simplifiées aux modèles non linéaires complexes. De plus, des efforts considérables ont été consacrés à l'amélioration de la conception sismique des structures, avec l'introduction de concepts tels que l'isolation sismique et le renforcement par PRF (Polymères Renforcés de Fibres). Malgré ces concepts et avancés, l'action du séisme n'est pas toujours prise en compte dans la conception des structures. Par ailleurs, le séisme de Monatélé au Cameroun en 2005 (4.7 sur l'échelle de Richter), a mis en évidence le risque sismique dans la région. Malgré sa faible intensité, cet événement a souligné l'importance de la prise en compte du séisme dans la conception des structures au Cameroun. Il devient nécessaire et important de savoir comment améliorer la performance sismique des bâtiments existants.

Ce mémoire se propose d'analyser et d'améliorer la résistance au séisme d'un bâtiment en béton armé existant ayant été conçu sans la prise en compte de l'action sismique. Pour atteindre cet objectif des analyses de types statique linéaire, modale et spectrale seront effectuées. Par la suite, le dimensionnement des fibres de carbone sera fait pour renforcer les éléments structuraux du bâtiment existant afin d'augmenter sa performance sismique.

Ce mémoire sera structuré en trois chapitres. Le premier chapitre présentera une revue de littérature approfondie sur les bâtiments en béton armé, le séisme, le calcul sismique et les différentes techniques utilisées pour améliorer la résistance sismique des bâtiments. Le deuxième chapitre présentera la méthodologie adoptée pour atteindre l'objectif fixé. Et le troisième chapitre présentera les résultats obtenus et leurs interprétations.

## CHAPITRE 1: REVUE DE LA LITTÉRATURE

### Introduction

L'activité sismique ou tremblement de terre est le résultat d'une libération soudaine d'énergie dans la croûte de la terre qui génère des trains d'ondes sismiques. Un tremblement de terre peut induire des conséquences catastrophiques sur les structures. Au cours des dernières années, des tremblements de terre dévastateurs ont révélé les faiblesses des bâtiments existants et mis à l'honneur la nécessité de prendre des mesures pour la protection sismique des bâtiments existants. Les observations de terrain, l'enregistrement in situ des différents types de dégâts, ainsi que l'étude des différents mécanismes de comportement, ont largement contribué à l'évolution des codes de conception parasismique. Le but de la conception du renforcement sismique est d'améliorer les capacités structurales (résistance, rigidité, ductilité, stabilité et intégrité), de sorte que la performance du bâtiment puisse être augmentée jusqu'au niveau souhaité. Le renforcement sismique peut se faire de différentes manières et à différents niveaux, en fonction de plusieurs facteurs. Différents obstacles doivent être franchis : convaincre les locataires ou utilisateurs de la nécessité du renforcement sismique ; prendre la décision ; trouver un financement et la société de conseil. L'objectif premier de ce chapitre sera donc de faire une synthèse des connaissances actuelles sur notre sujet.

### 1.1. Béton armé

Il possède d'incroyable propriétés mécaniques comme une bonne résistance à la compression assurée par le béton et une bonne résistance à la traction assurée par les armatures en acier et propriétés physiques (une bonne résistance au feu) ce qui fait de lui l'un des matériaux de construction le plus utilisé dans le monde.

#### 1.1.1. Constituants du béton armé

Le béton armé est un matériau composite constitué de béton et d'acier. Cependant, sa masse volumique d'environ 2500 Kg /m<sup>3</sup> le rend beaucoup plus lourd ce qui réduit son utilisation dans la construction des bâtiments de grandes hauteurs.

### **1.1.1.1. Le béton**

Le béton est généralement défini comme un mélange dans les proportions bien définies de liant hydraulique, d'eau, de granulats et éventuellement d'adjuvants. Il possède une faible résistance à la traction mais une bonne résistance en compression. Dans la suite nous présenterons de façon succincte les différents éléments qui constituent le béton.

#### **a) Constituants**

##### **i. Le ciment**

Dans le béton, le ciment joue principalement le rôle de liant hydraulique. Lorsqu'il est hydraté, la pâte de ciment remplit les vides entre les particules d'agrégats, de gravier et de sable, puis les lie ensemble. Le ciment le plus utilisé est le ciment Portland, principalement fabriqué à partir de matériaux calcaires tels que la craie, ainsi que d'alumine et de silice présentes sous forme d'argile. Le processus de fabrication du ciment consiste à broyer les matières premières, à les mélanger dans des proportions spécifiques, puis à les brûler dans un grand four rotatif à une température pouvant atteindre environ 1450°C. Lorsque le matériau se fusionne partiellement en boules appelées clinker, celui-ci est refroidi et broyé en une fine poudre, à laquelle on ajoute un peu de gypse. Le produit obtenu est le ciment Portland commercial (Kosmatka et al, 2002).

##### **ii. Les granulats**

Les granulats, tels que le sable, le gravier ou la pierre concassée, sont des matériaux inertes utilisés comme charges dans la fabrication du béton, occupant environ 70 à 80 % de son volume total (Neville, 2011). Ces matériaux renforcent la structure et influencent directement la résistance et la durabilité du béton en fonction de leur qualité. La configuration et la texture des granulats impactent l'adhérence à la pâte de ciment et la quantité d'eau requise pour le mélange (Kosmatka et al, 2002). Le processus d'obtention des granulats inclut le concassage primaire des roches, le criblage pour éliminer les particules indésirables et le lavage pour éliminer les impuretés comme la poussière et l'argile, avant leur stockage (ACI Committee 221, 1996).

##### **iii. L'eau**

L'eau joue un rôle crucial dans la constitution du béton en intervenant dans l'hydratation du ciment et en définissant le rapport eau/ciment (E/C). L'hydratation du

ciment se déroule en trois étapes, la prise, le durcissement et le développement de la résistance, toutes dépendant du taux de réaction entre le ciment et l'eau (Neville, 2011). Ce taux doit être soigneusement contrôlé pour permettre le transport, la mise en place et la finition du béton. Un rapport E/C d'environ 0,25 est nécessaire pour une hydratation complète, mais en pratique, des rapports plus élevés sont utilisés pour obtenir un béton malléable. Bien que ces rapports plus élevés puissent entraîner des problèmes de ségrégation et de formation de vides, affaiblissant ainsi le béton (Mehta et Monteiro, 2006). La maniabilité, influencée principalement par la teneur en eau, détermine la facilité avec laquelle le béton peut être mélangé, placé et fini, et est souvent évaluée à l'aide d'un cône d'Abrams pour mesurer la consistance du mélange (Neville, 2011).

#### **iv. Les adjuvants**

Les adjuvants sont des produits chimiques incorporés au béton en faibles quantités (en général moins de 3 % de la masse de ciment) afin d'en améliorer certaines propriétés ou qualités souhaitées soit sur le béton frais, soit sur le béton durci. Ils sont classés selon leur mode d'action pouvant être mécanique, physique ou chimique. Nous distinguons quatre principaux groupes notamment les adjuvants agissant sur l'ouvrabilité (les plastifiants, les superplastifiants), sur la vitesse de prise (les accélérateurs et retardateurs de prise), les adjuvants empêchant l'eau de gâchage de geler (les antigels) et les adjuvants rendant les mortiers et bétons plus ou moins étanche (les hydrofuges).

#### **b) Propriétés**

##### **i. Propriété à l'état frais**

La propriété première du béton à l'état frais est son ouvrabilité. Elle caractérise la facilité avec laquelle le béton peut être mis en œuvre, c'est-à-dire la plasticité du mélange (Mehta et Monteiro, 2006). Plus un béton est plastique, mieux il remplira le moule ou le coffrage. La maniabilité du béton ne dépend pas seulement de la quantité d'eau de gâchage, mais également de la quantité de liant, de la nature du liant, de la granulométrie et de la forme des granulats (roulés ou concassés). L'ouvrabilité d'un béton peut être définie à l'aide de plusieurs essais dont le plus utilisé est le Slump test ou affaissement au cône d'Abrams.

## ii. Propriété à l'état durci

Quelques propriétés essentielles du béton à l'état durci sont entre autres les résistances mécaniques, la durabilité et la porosité.

*Les résistances mécaniques* du béton sont obtenues par destruction des éprouvettes de béton. On distingue la résistance à la compression et celle à la traction. La détermination de la résistance à la compression du béton se fait par des essais d'écrasement des éprouvettes de béton au bout de 28 jours (Neville, 2011). La valeur obtenue est appelée résistance caractéristique du béton et est noté  $f_{c28}$ . La résistance à la traction du béton s'obtient au travers de plusieurs essais notamment la traction directe, la traction par fendage, la traction par flexion. L'essai le plus courant est la traction par fendage ou essai brésilien sur éprouvette cylindrique. Toutefois, le béton est très peu résistant à la traction et sa contribution à cette sollicitation est supposée négligeable lors de la conception d'une structure.

*La durabilité* se définit comme étant le pouvoir qu'a un matériau en service de résister à l'action commune des facteurs atmosphériques et autres tels que la variation d'humidité et de température, l'action des gaz et des solutions salines, l'action commune de l'eau et des rayons solaires (Mbessa, 2005). La durabilité du béton peut s'expliquer par la difficulté qu'ont les agents agressifs à pénétrer dans le réseau poreux du béton. Un béton durable est un béton compact (faible porosité et fissuration) dont les constituants sont de qualité et choisis conformément aux normes.

*La porosité* est le rapport du volume des vides sur le volume total d'un matériau. La porosité intervient par le biais de la taille, l'espacement entre les pores et l'interconnectivité entre eux. L'importance de cette caractéristique sur la résistance du béton aux agents agressifs, sur la carbonatation et sur la tenue au gel a été démontrée. C'est donc un facteur déterminant de la durabilité du béton. Un béton en contact avec un milieu agressif (eau pure, eaux séléniteuses, eau contenant des acides organiques) subira une attaque beaucoup plus lente si les capillaires du béton sont moins nombreux et plus fins.

### 1.1.1.2. Barres d'armature

Les aciers de renforcement sont utilisés pour améliorer la résistance à la traction et à la flexion du béton. Ce sont des aciers à faible teneur en carbone, avec un pourcentage de carbone inférieur à 0,3 %. Leur résistance en traction varie entre 400 et 600 MPa et le module de Young de ces aciers est d'environ 200 000 MPa.

On distingue trois principaux types d'aciers de renforcement notamment les aciers ronds lisses qui sont utilisés comme cadres d'armature, les aciers à haute adhérence utilisés comme armatures longitudinales et les treillis soudés. Les tableaux 1.1 et 1.2 présentent respectivement les caractéristiques des barres d'acier et celles des treillis soudés.

**Tableau 1.1.** Caractéristiques des barres d'acier (Bungey et al., 2006)

	<i>rond lisse</i> ( $\Phi$ )		Haute adhérence (HA)	
	Fe E 215	Fe E 235	Fe E 400	Fe E 500
Limite élastique $f_e$ (MPa)	215	235	400	500
Résistance à la rupture $\sigma_r$ (MPa)	$\geq 330$	$\geq 410$	$\geq 480$	$\geq 550$
Allongement à la rupture $\varepsilon_r$	22 %	22 %	14 %	12 %
Coefficient de scellement $\psi_s$	1		1,5	
Coefficient de fissuration $\eta$	1		1,6	
Diamètres courants (mm)	6 - 8 - 10 - 12		6 - 8 - 10 - 12 - 14 - 16 - 20 - 25 - 32 - 40	

**Tableau 1.2.** Caractéristiques des treillis soudés (Bungey et al., 2006)

	Treillis soudés lisse	Treillis soudés haute adhérence
Limite élastique $f_e$ (MPa)	500	500
Résistance à la rupture $\sigma_r$ (MPa)	550	550
Allongement à la rupture $\varepsilon_r$	8 %	8 %
Coefficient de scellement $\psi_s$	1	
Coefficient de fissuration $\eta$	1	1.3 pour $\Phi < 6$ mm et 1.6 pour $\Phi \geq 6$ mm
Diamètres courants (mm)	3,5 mm à 9 mm avec un pas de 0,5 mm	3.5 mm à 12 mm avec un pas de 0,5 mm ; 14 mm à 16 mm sur commande

### 1.1.2. Propriétés du béton armé

Le béton armé, constitué de béton et d'acier va additionner les propriétés de l'un et de l'autre. Ce mariage va permettre de palier aux faiblesses de ces deux matériaux pris

individuellement pour n'en retenir que les points forts à savoir la résistance à la compression, la résistance à la traction, la durabilité et la résistance au feu.

#### **1.1.2.1. Résistances à la compression**

La résistance à la compression du béton armé est une propriété octroyée par le béton et l'acier. Elle varie entre 20 MPa et 60MPa selon la qualité du béton et des aciers de renforcement utilisés (ACI 318-14).

#### **1.1.2.2. Résistance à la traction**

La résistance à la traction est majoritairement due à la présence des aciers avec une valeur pouvant varier de 400 à 600MPa. En combinant les deux matériaux, le béton armé est capable de résister aux grandes forces de traction (ACI 318-14).

#### **1.1.2.3. Durabilité**

La durabilité d'un matériau renvoie à sa capacité à maintenir sa qualité et sa fonctionnalité sur une longue période, tout en minimisant son impact environnemental (upcyclea.com). Elle traduit le pouvoir de ce matériau en service de résister à l'action commune des facteurs atmosphériques et autres tels que la variation d'humidité et de température, l'action des gaz et des solutions salines, l'action commune de l'eau et des rayons solaires. Une structure en béton armé par exemple, n'est durable que par rapport à un environnement donné et une durée d'utilisation précise. La norme NF EN 206 relative à la spécification, aux performances, à la production et à la conformité du béton, établit des classes d'exposition, en fonction desquelles certains paramètres comme l'enrobage seront définis lors du dimensionnement des éléments structuraux, afin que l'ouvrage obtenu, puisse servir et garder sa qualité tout au long de sa durée de vie nominale.

#### **1.1.2.4. Résistance au feu**

La résistance au feu est la capacité d'un matériau à continuer de remplir sa fonction sous l'action de hautes températures. La résistance du béton armé est liée à la résistance du béton et de l'acier en termes de haute température. L'acier est un matériau incombustible qui perd tout ou une partie de sa résistance quand la température augmente au-delà de 550°C. C'est un matériau qui présente une mauvaise stabilité au feu tandis que le béton est un matériau non combustible, qui ne contribue pas à la charge calorifique, et dispose d'une

bonne résistance au feu. De plus, grâce à son inertie thermique, le béton peut bien protéger les armatures à une profondeur d'enrobage suffisamment grande (Khouri, 2000).

### **1.1.3. Pathologies du béton armé**

On distingue trois grandes familles des Pathologies du béton armé à savoir, les pathologies d'origine chimique, physique et mécanique.

#### **1.1.3.1. Pathologies chimiques**

Ce sont les réactions chimiques dans lesquelles peuvent être engagé le béton armé en service. Elles sont diverses mais les plus fréquentes sont la réaction alcali-granulat, la réaction sulfatique et la corrosion des armatures.

##### **a) Réaction Alcalis-Granulats du béton**

Ce sont des réactions chimiques entre les ions alcalins contenus dans les pores de la pâte cimentaire et certaines formes de silice ou silicates présents dans les granulats (Christian, 2016). Les mécanismes des réactions Alcali - Granulat sont complexe et se déclenche lorsque plusieurs conditions sont réunies simultanément notamment un environnement fortement humide, une teneur élevée en alcalins solubles et une présence suffisante de silice réactive dans le béton. Les principales conséquences de cette réaction consistent en la formation d'un gel expansif, provoquant des déformations et des microfissures au cœur du béton.

##### **b) Attaque sulfatique du béton**

Les réactions sulfatiques sont provoquées par l'action des sulfates provenant du milieu extérieur (eaux souterraines, remblais contenant des sulfates, pluies acides), avec les aluminates du ciment. Elles entraînent la formation d'ettringite qui présente des propriétés expansives, ce qui entraîne la fissuration et l'éclatement du béton (Christian, 2016)

##### **c) Corrosion des armatures**

La corrosion est un ensemble de réactions chimiques et électrochimiques qui entraînent la détérioration des matériaux métalliques, sous l'action de l'environnement. Elle est due au phénomène de carbonatation (réaction du  $\text{CO}_2$  de l'air avec le  $\text{Ca(OH)}_2$  du béton, formant du  $\text{CaCO}_3$  et réduisant le PH), et de chloruration (pénétration des ions

chlorures dans le béton armé). La corrosion de l'acier dans le béton peut entraîner des fissures voire son éclatement (STRRES, 2008).

### **1.1.3.2. Pathologies mécaniques**

Les désordres mécaniques se manifestent fréquemment par l'apparition de fissures, d'épaufrure, d'éclatements de béton éventuellement aggravées par une déformation inacceptable de la structure. Lorsque des contraintes brusques, comme un impact ou une explosion, provoquent une dislocation plus ou moins importante du béton, le lien entre les dégâts et leur cause est généralement important. Toutefois, avant d'effectuer des réparations, il faut s'assurer que d'autres mécanismes de dégradation actifs ne doivent pas être traités au cours des travaux.

### **1.1.3.3. Pathologies physiques**

Une pathologie physique est un problème structurel ou une dégradation qui affecte la résistance, la durabilité ou l'apparence du béton découlant de l'influence de paramètres physiques notamment le cycle de gel-dégel, les actions thermiques, le retrait et l'érosion

#### **a) Cycle de gel-dégel sur le béton**

Lorsque la température extérieure descend en dessous de 0°C, l'eau contenue dans les pores du béton peut geler. Le gel entraîne une augmentation du volume d'environ 9% de l'eau mettant le béton sous pression. Cette pression peut provoquer des fissures dans le matériau. La succession des cycles gel-dégel élargit peu à peu ces fissures qui amèneront à la destruction en surface du béton, sous la forme de plaquettes. La norme béton NF EN206/CN tient compte des environnements agressifs auxquels le béton peut être confronté et différentes classes d'exposition y sont spécifiées adaptant le choix du béton en fonction de son type d'exposition.

#### **b) Le retrait du béton**

Le retrait se produit lorsque l'eau contenue dans le béton s'évapore vers l'air ambiant, entraînant une diminution du volume de béton. On distingue trois types de retrait notamment le retrait au jeune âge (il se produit avant la prise du béton), le retrait différé dû généralement à la mise en contact de deux bétons d'âge différent et le retrait gêné dû aux contraintes développées à l'intérieur de deux parties en béton, liées mécaniquement l'une à l'autre mais d'inertie très différente (Christian, 2016). Les principales

conséquences du retrait sont la formation de fissures, la déformation des éléments structuraux et la perte d'adhérence entre le béton et les armatures métalliques.

**c) Actions thermiques sur béton**

Le béton peut être le siège d'écart de température induits par la chaleur d'hydratation du béton frais, un décoffrage prématuré, un réchauffement différentiel des surfaces du béton durci. La dilatation thermique différentielle engendre des contraintes de traction auxquelles le béton oppose une résistance très limitée, et qui entraînent une fissuration (Caluwe, 2007).

**d) Erosion sur béton**

L'érosion est une altération physique générée par les agents atmosphériques. Ce phénomène croît proportionnellement à la vitesse des particules abrasives, à leur rugosité, leur dureté et leur taille. Un mécanisme d'érosion appelé cavitation est lié à l'écoulement de l'eau sur une surface plane. La moindre aspérité sur une paroi perturbe l'écoulement laminaire de l'eau, qui s'écarte de la surface, créant localement des pressions moindres. Si celles-ci sont inférieures à la pression de la vapeur d'eau, des bulles d'air se forment et en se déplaçant vers une zone de pression plus élevée. Cette implosion provoque des ondes d'impact et de pression qui endommagent la paroi du béton si le processus a lieu à la proximité de cette dernière. La figure 1.1. est une illustration de béton ayant subi l'érosion



**Figure 1.1.** Erosion d'un bâtiment (Plastzer et al., 2017)

**1.1.4. Domaines d'utilisation du béton armé**

Le béton armé est un matériau de construction polyvalent utilisé dans de nombreux domaines, tels que la construction des bâtiments, des ouvrages d'arts et d'infrastructures en raison de sa robustesse et de sa durabilité.

#### **1.1.4.1. Dans la construction des bâtiments**

Le béton armé est utilisé pour la construction de petits bâtiments, de villas et même d'immeubles de grandes hauteurs. Son utilisation dans les bâtiments commerciaux le rend plus sûr que la plupart des autres matériaux de construction. Il est souvent plus économique que les bâtiments en acier et nécessite moins d'entretien. Il est plus facile de contrôler le transfert de chaleur de l'intérieur vers l'extérieur et vice versa, ce qui permet de réduire l'énergie consommée.

#### **1.1.4.2. Dans la construction d'ouvrages d'art et d'infrastructures**

Le béton armé est utilisé pour la construction de ponts, de tunnels, de barrages, de routes, etc. Sa solidité, sa durabilité et sa résistance aux intempéries en font la meilleure solution pour construire les ponts. Pour la construction des barrages, ses propriétés telles que sa résistance et son poids élevés en font un matériau plus approprié. Les charges imposées au barrage par la pression de l'eau sont très intenses, ce qui fait du béton un matériau adapté pour ce type de construction.

#### **1.1.4.3. Autres utilisations**

Le béton armé est largement utilisé comme matériau de construction pour les digues, jetées, brise-lames et autres structures exposées à l'eau de mer. Les travaux d'assainissement et les constructions souterraines (canalisations d'eau, égouts) nécessitent des matériaux de construction solides et durables, et le béton est idéal pour cela.

### **1.2. Bâtiment**

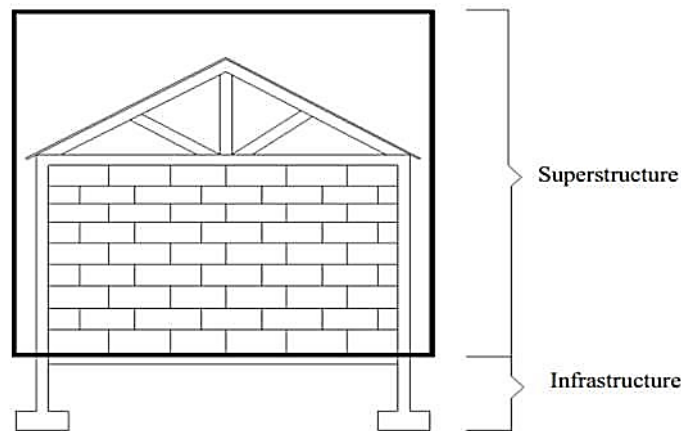
Un bâtiment est une construction immobilière construite principalement pour fournir un espace habitable, de travail ou de stockage. Ainsi il est important d'effectuer une exploration exhaustive des différentes parties constitutives d'un bâtiment, mettant en lumière ses caractéristiques et sa typologie.

#### **1.2.1. Différentes parties d'un bâtiment**

Un bâtiment comporte deux principales parties notamment la superstructure et l'infrastructure.

### 1.2.1.1. Représentation schématique des parties d'un bâtiment

La figure 1.2. présente la disposition des principales parties du bâtiment.



**Figure 1.2.** Parties d'un bâtiment (Plastzer et al., 2017)

### 1.2.1.2. Infrastructure

L'infrastructure d'un bâtiment est la partie fondamentale de la construction qui se trouve sous le niveau du sol. Elle est composée des fondations qui assurent la stabilité de l'édifice en répartissant les charges sur le sol. Cette structure souterraine peut également inclure des niveaux de sous-sol, tels que des parkings et des caves (Plastzer et al., 2017). Selon leur configuration on distingue plusieurs types de fondations notamment les fondations superficielles et les fondations profondes.

#### a) Fondations superficielles

La fondation superficielle est par définition une fondation qui repose sur le sol ou qui n'y est que faiblement encastree (Roger, 1995). La profondeur de ce type de fondation n'excède pas trois mètres. Dans ce type de fondation on retrouve notamment les semelles filantes, les semelles isolées et le radier.

##### i. Semelles isolées

La semelle isolée permet de reprendre des descentes de charges concentrées de poteaux. Ses dimensions de surface sont homothétiques à celles du poteau que la fondation supporte. De forme carrée, rectangulaire, circulaire ou pyramidale, elle est utilisée pour réaliser des ouvrages à structure poteaux poutres. Les critères du choix des formes des semelles isolées sont d'ordres techniques, économiques et relatifs à la charge et à l'emplacement de la semelle, au terrassement et à la nature du terrain, à la réalisation ou non

d'un coffrage, au façonnage facile des aciers, à la quantité et à la facilité de mise en place du béton. La figure 1.3. illustre une semelle isolée.

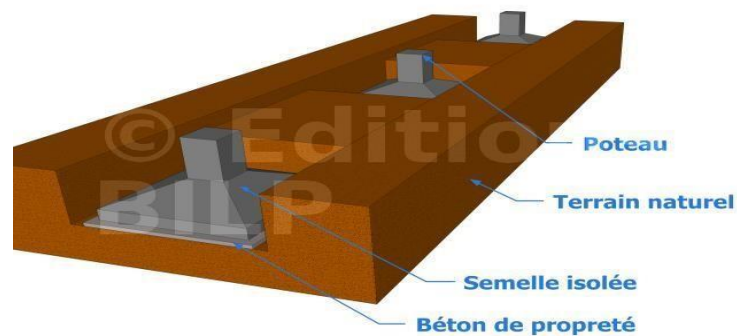


Figure 1.3. Semelle isolée (travauxbeton.fr).

## ii. Semelles filantes

Ce sont des semelles continues rectilignes portant un mur ou une rangée de piliers. Le rôle d'une semelle filante est de répartir les charges qui lui sont appliquées sur une plus grande surface que ne le ferait le mur qu'elle soutient, afin de ne pas s'enfoncer dans le sol (Roger, 1995). La figure 1.4. présente une illustration des différentes configurations de semelles filantes.

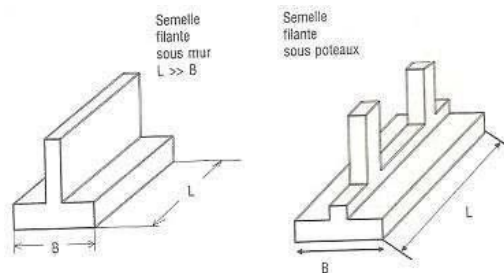
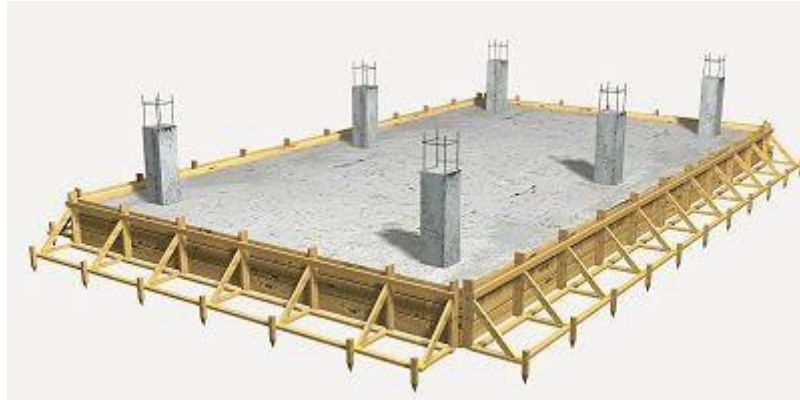


Figure 1.4. Semelle filante (maconnerie.blip.fr)

## iii. Radier

Ce sont des dalles continues de béton armé coulé à même le sol. Elles sont porteuses et servent d'assise stable à l'ensemble de la construction et également de plancher bas. Un radier répartit les charges sur une grande surface comparativement à la semelle filante. Le radier est justifié si la surface calculée des semelles isolées est supérieure ou égale à 50 % de l'emprise du bâtiment. Ce qui est le cas lorsque : le sol a une faible capacité portante mais

est relativement homogène, les charges du bâtiment sont élevées, les poteaux sont rapprochés, la profondeur à atteindre un sol résistant est importante et s'il existe des charges excentrées en rive de bâtiment. La figure 1.13 est une illustration de radiers



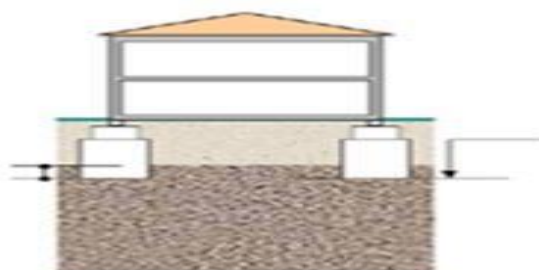
**Figure 1.5.** Radier (pavex.be)

## **b) Fondations profondes**

Les fondations profondes sont utilisées lorsque le terrain superficiel est très compressible ou lorsqu'il n'a pas la portance suffisante pour reprendre les charges de la structure. Ce sont des fondations dont le rapport de la largeur à la hauteur est inférieur à un sixième et que la hauteur est supérieure à 3m. Il existe deux types de fondations profondes notamment les puits et les pieux

### **i. Puits**

Le creusement des puits est en général effectué par des moyens manuels ou de petits matériels d'excavation. Les parois sont soutenues au fur et à mesure du creusement par des blindages. Après creusement, la fondation est bétonnée à sec (Plastzer et al., 2017).



**Figure 1.6.** Puits supportant un bâtiment (apte-asso.org)

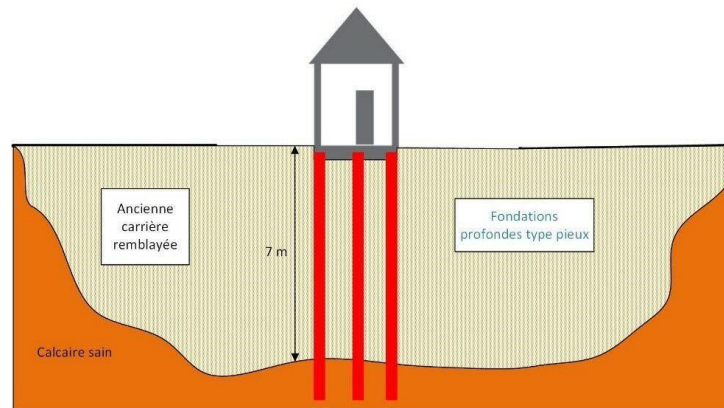
## ii. Pieux

Un pieu est un élément de fondation utilisé pour transférer les charges d'une structure, vers des couches de sol plus résistantes ou plus stables situées en profondeur sous la surface du sol (Roger, 1995). La typologie des pieux varie selon la nature du matériau et selon leur méthode d'installation.

Selon la nature du matériau on distingue les pieux en béton armé et les pieux en acier.

Selon leur méthode d'installation on distingue les pieux battus, vissés et forés.

*Les pieux battus* sont installés dans le sol grâce à des méthodes de battage telles que l'utilisation d'un marteau-pilon ou d'une machine de battage. La figure 1.5 présente les étapes de mise en place d'un pieu battu.



**Figure 1.7.** Pieux supportant un bâtiment (apte-asso.org)

### 1.2.1.3. La superstructure

La superstructure décrit toute la partie d'un bâtiment qui se trouve au-dessus du sol ou de la fondation. La superstructure est généralement plus étendue que la sous-structure selon le type et la taille du bâtiment. Certaines parties de la superstructure peuvent inclure le plancher, les poutres, poteaux, etc.

#### a) Planchers

Le plancher est une aire plane horizontale en bois, béton armé, en acier ou en matériau composite séparant deux niveaux d'une construction et capable de supporter des charges. Selon les fonctions architecturales ou techniques, plusieurs types de planchers peuvent être exécutés sur les bâtiments à savoir les planchers à corps creux, les planchers en

béton armé, les planchers à prédalle, les planchers collaborant, les planchers mixtes et les planchers à caisson (Khadri, 2015).

**b) Poutres**

Les poutres sont des éléments porteurs horizontaux chargés de reprendre les charges et les surcharges se trouvant sur les planchers pour les transmettre aux poteaux. Le chargement ou encore les charges agissant sur les poutres de plancher sont essentiellement des charges verticales (poids propre, et surcharges d'exploitation, ou de neige). Ainsi, les planchers recevant les charges (permanentes, et d'exploitation), en s'appuyant sur les poutres transmettent à ces dernières par réaction d'appui ces mêmes charges, qui seront transmises aux éléments porteurs verticaux toujours par le même principe d'action réaction (*ibid.*).

**c) Poteaux**

Les poteaux sont des éléments porteurs chargés de reprendre les charges et surcharges issues des différents niveaux d'un bâtiment pour les transmettre au sol par l'intermédiaire des fondations. Aussi, le rôle des poteaux, ne se limite pas d'assurer la reprise des charges verticales, mais également contribuent largement lorsqu'ils sont associés à des poutres pour former des cadres ou des portiques destinés à reprendre les actions horizontales dues aux séismes et aux vents et peuvent aussi être dénommés piles ou piliers pour le cas des ponts, colonnes pour le cas de la construction métallique (*ibid.*).

**d) Voiles**

Les voiles sont des éléments de structure verticaux sans ouverture dans les zones où la ductilité est exigée, supportant d'autres éléments, et ayant une section transversale allongée, avec un rapport longueur épaisseur  $l_w/b_w$  supérieur à 4 (Eurocode 8, 2004).

**e) Charpente**

La charpente est la structure sur laquelle repose le toit d'un bâtiment. Elle peut être constituée de divers matériaux, notamment le bois, l'acier ou le béton armé. Sa fonction principale est de recevoir et transférer le poids de la toiture ainsi que les charges climatiques.

## **f) Toit**

Le toit est la couverture d'un bâtiment qui le protège des intempéries. Il est fait de matériaux comme les tuiles ou les ardoises, et comprend des éléments comme les lucarnes et les gouttières.

### **1.2.2. Caractéristiques du bâtiment**

Un bâtiment peut avoir différentes caractéristiques notamment l'usage, la hauteur, la nature du matériau utilisé, la portée, le type de structure en place et la forme.

#### **1.2.2.1. Usage**

L'usage d'un bâtiment détermine sa fonction. Chaque type de bâtiment a des exigences spécifiques en termes d'espace, de circulation, d'équipements, etc., et est soumis à des normes spécifiques en fonction de leur usage (Ching, 2014).

#### **1.2.2.2. Hauteur**

La hauteur d'un bâtiment détermine son nombre d'étages. Elle peut influencer son aspect visuel, sa capacité d'accueil, sa fonctionnalité, ses effets environnementaux et sa conformité aux réglementations urbaines (Bungale, 2017).

#### **1.2.2.3. Nature du Matériau**

L'un des éléments permettant de caractériser un bâtiment est le type de matériaux utilisé pour sa réalisation (béton, bois, acier, verre, matériaux composite). Les normes et principes de construction varient en fonction du matériau utilisé.

#### **1.2.2.4. Portée**

La portée d'un bâtiment se réfère à la distance entre deux supports (soit entre deux poteaux, soit entre deux murs ou poutres) qui maintiennent la structure. Elle est une caractéristique importante du bâtiment qui peut influencer sa conception, sa fonctionnalité, sa stabilité, sa résistance et son esthétique et son coût (Bungale, 2017).

#### **1.2.2.5. Type de structure**

Le type de structure détermine la stabilité et la résistance du bâtiment face aux charges, aux forces sismiques et aux conditions environnementales. Il influence le mode de

répartition des charges. Ainsi Les choix de structure dépendent de la fonction du bâtiment, des contraintes du site et des préférences esthétiques.

#### **1.2.2.6. Forme**

Elle peut influencer de nombreux aspects du bâtiment, notamment son esthétique, sa fonctionnalité, son efficacité énergétique et son intégration environnementale. Ainsi, la forme est une caractéristique fondamentale du bâtiment qui contribue à définir son identité et à lui conférer une présence architecturale distincte. Par exemple, un bâtiment en forme de dôme est approprié pour un musée.

#### **1.2.3. Typologie des bâtiments**

La typologie des bâtiments varie en fonction de plusieurs critères spécifique notamment selon son usage, selon son type de structure, selon la forme, selon la nature des matériaux, selon la hauteur et selon la portée.

##### **1.2.3.1. Selon l'usage**

Selon l'usage on distingue plusieurs types de bâtiment à savoir, les bâtiments à usage d'habitation, commercial, industriel, institutionnel, religieux et sanitaire.

##### **a) Bâtiments à usage d'habitation**

Ils sont destinés au logement des particuliers et comprend les appartements, les maisons individuelles, ou les maisons de retraite.

##### **b) Bâtiments à usage commercial**

Ils sont conçus pour répondre aux besoins spécifiques des activités commerciales à travers notamment des centres commerciaux, des magasins de vente individuels, des restaurant, des hôtels et bien d'autres.

##### **c) Bâtiments à usage industriel**

Ils sont utilisés pour la fabrication, le stockage ou la distribution de produits. Ils peuvent inclure des usines, des entrepôts, des ateliers ou des centres de distributions.

**d) Bâtiments à usage institutionnel**

Ils sont destinés à abriter des organisations à but non lucratif ou des organismes publics. Cela peut inclure des écoles, des bibliothèques, ou des immeubles de bureau.

**e) Bâtiments à usage religieux**

Cette catégorie comprend des bâtiments tels que les églises, les mosquées, les temples, les monastères, etc. Ces bâtiments sont utilisés pour des activités religieuses et spirituelles. Ils peuvent également servir à des fins culturelles ou charitables.

**f) Bâtiments à usage sanitaire**

Ils sont destinés aux soins de santé et à l'hébergement médical. Cela peut inclure les hôpitaux, les cliniques ou les centres de réadaptation.

**1.2.3.2. Selon le type de structure**

Les bâtiments se déclinent en diverses catégories en fonction de leur structure et de leur conception. On distingue les structures en portiques, les structures en voile-dalle pleine, les structures à noyau central et les structures mixtes.

**a) Structures en portiques**

Un bâtiment à structure en portiques est un type de construction dont la structure est composée de poutres et de poteaux disposés de manière à former un cadre solide (Alain Billard, 2016).

**b) Structures en voile-dalle pleine**

Dans une structure voile-dalle pleine, les voiles et les dalles travaillent ensemble pour supporter les charges. Les voiles relient les dalles entre elles et assurent la stabilité latérale du bâtiment. La combinaison voile dalle pleine offre une bonne résistance aux charges gravitationnelles et aux charges horizontales (Bungale, 2017).

**c) Structures à noyau central**

Une structure à noyau central est un type de structure où un noyau central, généralement constitué généralement de béton armé, fournit la rigidité et la stabilité du

bâtiment. Il agit comme le principal support de charge de l'édifice. Ce noyau central peut contenir des ascenseurs, des escaliers et d'autres services. (Sullivan, 1986).

#### **d) Structures mixtes**

Un bâtiment à structure mixte est un bâtiment qui combine différents systèmes pour sa structure. Cela peut inclure l'utilisation du système portique combiné aux systèmes murs porteurs ou noyau central. Ces bâtiments combinent les avantages de différents systèmes pour offrir une construction solide, durable et esthétiquement intéressante (Sarkisian, 2012).

##### **1.2.3.3. Selon la forme**

Selon la forme on distingue les bâtiments réguliers et les bâtiments irréguliers. Les bâtiments de forme régulière ont une forme géométrique simple et des dimensions équilibrées. Ils sont souvent plus faciles à concevoir, et possèdent une meilleure rigidité. Les bâtiments de forme non régulière quant à eux ont une forme complexe. Ils peuvent être plus esthétiques, mais leur conception tant structurelle qu'architecturale reste délicate.

##### **1.2.3.4. Selon la portée**

On distingue les bâtiments à petite portée, à moyenne portée et à grande portée. Les bâtiments à petite portée ont une portée maximale de 6 mètres. Les bâtiments à moyenne portée ont des portées comprises entre 6 mètres et 15 mètres. Les bâtiments à grande portée ont une portée maximale supérieure à 15 mètres. Pour ce type de bâtiment il est nécessaire d'utiliser des joints de dilations (généralement tous les 20 mètres) divisant le bâtiment en bloc indépendant et permettant à la structure de se dilater et de se contracter en toute sécurité sans causer de dommages (Bungale, 2017).

##### **1.2.3.5. Selon la nature du matériau**

Selon la nature du matériau, on distingue les bâtiments en acier, en bois, en verre, en pierre, en terre ou en matériau composite.

##### **1.2.3.6. Selon la hauteur**

Les bâtiments se déclinent en diverses catégories en fonction de leur hauteur. On distingue les bâtiments à faible hauteur, à moyenne hauteur, à grande hauteur et à très grande hauteur.

**a) Bâtiments de faible hauteur**

Un bâtiment de faible hauteur est généralement constitué d'un ou trois niveaux. Ces bâtiments sont souvent associés à des structures modestes et à des utilisations variées. On distingue notamment les maisons individuelles, les petits commerces, et les entrepôts bas.

**b) Bâtiments de moyenne hauteur**

Il s'agit des bâtiments constitués de plusieurs étages et dont la hauteur est comprise en 16 et 28 mètres (Bungale, 2017). On les trouve couramment dans les zones urbaines, où la disponibilité des terres est limitée. La conception structurelle des bâtiments de hauteur moyenne nécessite un examen attentif des charges verticales, de la stabilité latérale et de l'interaction entre les différents composants structurels.

**c) Bâtiments de grande hauteur**

Il s'agit ici de tout bâtiment de plus 50 mètres de hauteur pour ceux à usage d'habitation et de plus de 28 mètres pour les autres types d'usage (Bungale, 2017). Ils se trouvent généralement dans les zones urbaines densément peuplées et constituent des monuments emblématiques. Les immeubles de grande hauteur nécessitent des techniques d'ingénierie et de construction spécialisées pour relever des défis tels que la prise en compte de la charge du vent lors de leur conception.

**d) Bâtiments de très grande hauteur**

Cette catégorie rassemble les bâtiments dont le plancher bas du dernier niveau (niveau du sol le plus haut utilisable pour les engins des services publics de secours et de lutte contre l'incendie) est situé à plus de 200 mètres (Mehmet et al., 2014). Il s'agit des grattes ciel et des très hautes tours.

### **1.3. Séismes**

Un séisme ou tremblement de terre est un mouvement brusque de l'écorce terrestre résultant de la libération soudaine de l'énergie accumulée le long des failles géologiques (Brace, 1993). Afin de mieux comprendre le phénomène sismique, il est important d'évoquer les caractéristiques, la typologie, les causes et les effets des séismes, mais également de présenter les différentes ondes sismiques.

### **1.3.1. Caractéristiques d'un séisme**

Un Séisme ou tremblement de terre se caractérise par différents paramètres, notamment le foyer, l'épicentre, la magnitude, l'intensité, l'accélération maximale, le déplacement maximal, la durée, l'accélérogramme et le spectre de réponse.

#### **1.3.1.1. Intensité**

L'intensité est basée sur les effets observés des secousses du sol due au séisme sur les personnes, les bâtiments et les éléments naturels. Elle varie d'un endroit à l'autre au sein de la région perturbée en fonction de la localisation de l'observateur par rapport à l'épicentre du séisme. L'échelle utilisée pour mesurer l'intensité d'un séisme est l'échelle de Mercalli. Elle a été créée par le volcanologue italien Giuseppe Mercalli et elle attribue un nombre pour quantifier l'intensité du séisme allant de 1 (pour des secousses non ressenties) à 12 (en cas de destruction totale).

#### **1.3.1.2. Magnitude**

La magnitude est liée à la quantité d'énergie sismique libérée à l'hypocentre du séisme et est basée sur l'amplitude des ondes sismiques enregistrées. La magnitude d'un séisme est ainsi représentée par une valeur unique déterminée instrumentalement. Deux différentes échelles sont utilisées pour déterminer la magnitude d'un séisme notamment, l'échelle de Richter et l'échelle de magnitude de moment.

##### **a) Echelle de Richter**

L'échelle de Richter est développée par le sismologue américain Charles F. Richter en 1935. Cette échelle mesure la quantité d'énergie libérée par un séisme en se basant sur les enregistrements des sismographes. Elle est logarithmique, ce qui signifie qu'une augmentation d'une unité de magnitude correspond à une augmentation de 10 fois de l'amplitude du mouvement du sol et à environ 31,6 fois l'énergie libérée. L'échelle de Richter va généralement de 1 à 10.

L'échelle de Richter locale (ML) qui est une version simplifiée de l'échelle de Richter utilise le logarithme de base de l'amplitude maximale du séisme mesuré à l'aide d'un sismographe Wood-Anderson et le corrige à une distance de 100 km (Clough et Pienzen, 2003). La formule pour la magnitude des ondes de surface est donnée par la relation 1.1.

$$M_s = \text{Log}A + 1,66\text{Log}\Delta e + 2,0 \quad (1.1)$$

où :

$M_s$  Magnitude des ondes de surface ;

$A$  est l'amplitude maximale des ondes de surface enregistrées en micromètres ;

$\Delta e$  est la distance épacentrale en degrés entre l'épicentre du séisme et la station sismique où les données sont enregistrées.

#### **b) L'échelle de moment**

Cette échelle est basée sur le moment sismique plutôt que sur les secousses du sol et est appropriée pour décrire de très grand séisme. L'amplitude du moment  $M$  est donnée par la relation 1.2.

$$M_w = \log M_0 - 10,7 \quad (1.2)$$

où :

$$M_0 = DA\mu$$

$M_0$  est le moment sismique

$D$  est le déplacement moyen sur toute la surface de la faille

$\mu$  est la rigidité moyenne au cisaillement des roches faillées.

$A$  est l'aire de la zone de faille.

#### **1.3.1.3. Epicentre**

L'épicentre est le point à la surface de la terre, directement au-dessus de l'hypocentre. C'est là où les ondes sismiques sont ressenties en premier et où les dommages sont souvent les plus importants. L'épicentre est également défini par ses coordonnées géographiques en termes de latitude et de longitude (Bruce, 1993).

#### **1.3.1.4. Hypocentre**

L'hypocentre d'un séisme, également appelé le foyer, est le point situé à l'intérieur de la terre où le séisme se produit initialement. C'est là que l'énergie accumulée est libérée déclenchant les vibrations qui se propagent à travers la croûte terrestre sous forme d'ondes

sismiques. L'hypocentre est caractérisé par ses coordonnées géographiques en termes de latitude, longitude et profondeur sous la surface de la terre (Bruce, 1993).

#### **1.3.1.5. Profondeur**

La profondeur d'un séisme fait référence à la distance verticale entre la surface de la terre et l'hypocentre ou le foyer du séisme. Cette mesure est importante car elle fournit des informations sur la localisation exacte du séisme par rapport à la surface de la terre, ce qui peut avoir des implications sur les effets ressentis à la surface (Wallace et al., 1995).

#### **1.3.1.6. Durée**

La durée d'un séisme fait référence à la période de temps pendant laquelle les vibrations sismiques sont ressenties ou enregistrées. Cette période peut varier en fonction de la magnitude du séisme, de la distance par rapport à l'épicentre et d'autres facteurs géologiques et environnementaux. Il peut aller de quelques secondes à quelques minutes (Bruce, 1993).

### **1.3.2. Typologie des séismes**

La typologie des séismes varie en fonction de deux principaux critères à savoir leur origine et leurs effets sur la surface terrestre.

#### **1.3.2.1. Selon son origine**

Selon son origine on distingue plusieurs types de séisme notamment les séismes tectoniques, les séismes volcaniques et les séismes induits.

##### **a) Séismes tectoniques**

Un séisme tectonique est un tremblement de terre provoqué par des forces tectoniques qui résultent des mouvements des plaques lithosphériques de la terre. Les séismes tectoniques sont les plus courants et les plus dévastateurs (Wallace et al., 1995). Du fait de la grande diversité des mouvements tectoniques on distingue plusieurs types de séisme tectonique notamment les séismes de subduction (où une plaque tectonique plonge sous une autre plaque), les séismes de collision (où deux plaques convergent l'une contre l'autre) et les séismes de divergence (où deux plaques s'éloignent l'une de l'autre).

**b) Séismes volcaniques**

Les séismes volcaniques sont des tremblements de terre qui se produisent dans les régions volcaniques en raison de l'activité magmatique sous la surface de la terre. Ces séismes sont généralement associés à des mouvements de magma dans les conduits volcaniques, à des éruptions volcaniques ou d'autres processus géologiques liés à l'activité volcanique. Les séismes volcaniques peuvent être précurseurs d'éruptions volcaniques imminentes ou être déclenchés par l'éruption elle-même (Stover, 1977).

**c) Séismes induits**

Il s'agit ici de séismes déclenchés par l'activité humaine, telle que l'extraction de pétrole et de gaz, l'injection de fluides dans le sol, la construction de barrages ou encore la circulation sous des tunnels. Ces activités peuvent modifier les contraintes dans la croûte terrestre et déclencher des séismes dans les zones qui seraient autrement stables (USGS, 1979).

**1.3.2.2. Selon leurs effets sur la surface terrestre**

Selon leurs effets sur la surface terrestre on distingue plusieurs types de séisme notamment, les séismes destructeurs, les séismes modérés, les séismes légers et les séismes imperceptibles.

**a) Séismes destructeurs**

Ces séismes ont une magnitude élevée, généralement supérieure à 7 sur l'échelle de Richter. Ils provoquent des dommages significatifs aux structures et à l'environnement, pouvant entraîner des effondrements de bâtiments, des glissements de terrain, des ruptures de routes et des dégâts importants aux biens matériels (Amira, 2017).

**b) Séismes modérés**

Les séismes modérés ont une magnitude allant généralement de 4 à 6 sur l'échelle de Richter. Ils peuvent causer des dommages mineurs aux bâtiments et aux infrastructures dans les zones proches de l'épicentre, mais les dommages graves sont rares (Amira, 2017).

**c) Séismes légers**

Ces séismes ont une magnitude faible, généralement inférieure à 4 sur l'échelle de Richter. Ils peuvent être à peine perceptibles ou légèrement ressentis par les personnes à proximité de l'épicentre, mais ils ne causent généralement pas de dommages significatifs (Amira, 2017).

**d) Séismes imperceptibles**

Ces séismes sont si faibles qu'ils ne sont pas ressentis par la plupart des gens et ne causent généralement aucun dommage significatif. Ils peuvent être détectés uniquement par des instruments sismiques sensibles (Amira, 2017).

**1.3.3. Causes et effets du séisme**

**1.3.3.1. Causes du séisme**

On distingue plusieurs causes à l'origine du séisme notamment, les mouvements des plaques tectoniques, l'activité volcanique et l'activité humaine (Edmund, 1909). Les séismes sont souvent associés aux mouvements des plaques tectoniques de la terre. Lorsque ces plaques se déplacent les unes par rapport aux autres, elles peuvent se frotter, se chevaucher ou se séparer le long des failles géologiques, générant des contraintes qui finissent par se libérer sous formes de séismes (Edmund, 1909). Les séismes peuvent également être déclenchés par l'activité volcanique, notamment les éruptions volcaniques, les mouvements de magma sous la surface de la terre et les ajustements de la lithosphère associés à l'activité volcanique (Edmund, 1909). Certaines activités humaines, telles que l'extraction de pétrole et de gaz, l'injection de fluides dans le sol et la construction des barrages peuvent induire des séismes (Edmund, 1909).

**1.3.3.2. Effets du séisme**

Ses effets sont considérables sur divers aspects de la société notamment sur le plan économique, matériel et social.

**a) Plan économique**

Les séismes ont des répercussions économiques importantes en raison des dommages aux infrastructures, aux bâtiments, aux entreprises et aux réseaux de transport. Les coûts de

reconstruction peuvent être énormes, et l'impact sur l'activité économique locale peut être significatif, entraînant une perturbation des marchés, une diminution du tourisme et une augmentation du chômage (Edmund, 1909).

**b) Plan matériel**

Les dommages matériels causés par les séismes peuvent être considérables, allant des dommages mineurs aux à la destruction totale des bâtiments et des infrastructures. Les forces sismiques peuvent entraîner l'effondrement partiel ou total des bâtiments qui ne sont pas conçus pour résister aux charges sismiques. Cela peut mettre en danger la vie des occupants et des personnes à proximité, ainsi que causer des pertes matérielles importantes. La destruction des biens matériels peut également avoir un impact sur le patrimoine culturel si les biens endommagés sont des sites historiques, des monuments ou encore des temples (Edmund, 1909). La figure 1.13 présente un désordre observé à la suite d'un séisme en Turquie.



**Figure 1.8.** Désordre observé à la suite d'un séisme en Turquie (hialanja.blogspot.com, consulté le 10 avril 2024)

**c) Plan social**

Les séismes ont un effet dévastateur sur le plan social entraînant des pertes en vies humaines et des traumatismes émotionnels profonds. Ils causent la destruction des habitations, la séparation des familles et la perturbation des services essentiels. Les séismes peuvent également exacerber les inégalités sociales en touchant de manière disproportionnée les populations les plus vulnérables telles que les personnes pauvres, les personnes âgées et les personnes handicapés (Edmund, 1909).

### 1.3.4. Ondes sismiques

Lorsque les secousses dues au séisme se produisent, de violentes ondes sismiques sont émises depuis l'hypocentre du séisme, à savoir l'onde P et l'onde S. Ces ondes se propagent dans toutes les directions en s'éloignant du foyer à différentes vitesses et leurs interactions avec la surface terrestre produisent des ondes de surface.

#### 1.3.4.1. Onde P

L'onde P étant la plus rapide, il se propage par compression et expansion du matériau dans la direction de propagation de l'onde. L'expression de la vitesse de propagation est donnée par la formule 1.3 (Britannica, 2008).

$$V_p = \sqrt{\frac{k + \frac{4\mu}{3}}{\rho}} \quad (1.3)$$

où :

K est le module d'incompressibilité (module de masse) ;

$\mu$  : est le module de rigidité ;

$\rho$  est la densité.

#### 1.3.4.2. Onde S

Les ondes S ou ondes de cisaillement, sont des ondes sismiques secondaires qui se propagent lors d'un séisme. Elles se déplacent perpendiculairement à la direction de propagation, causant des mouvements de cisaillement et sont responsables de nombreux dommages structurels. L'expression de la vitesse de propagation de l'onde est donnée par l'équation 1.4 (Britannica, 2008).

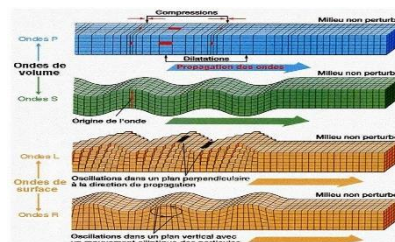
$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (1.4)$$

#### 1.3.4.3. Onde de Surface

Les ondes de surface sont celles qui se propagent le long de la surface de la terre et sont responsables de la plupart des dommages observés lors des séismes. On distingue deux principaux types d'onde de surface notamment les ondes de Love et les ondes de Rayleigh.

Les ondes de Rayleigh provoquent un mouvement elliptique du sol dans un plan vertical, similaire à une vague qui se déplace sur la surface de l'eau. Elles sont responsables de la plupart des dommages causés aux structures et aux infrastructures pendant un séisme en raison de leur mouvement de bas en haut et de va et vient (Britannica, 2008).

Les ondes de Love provoquent un mouvement horizontal du sol, perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. Ils ne provoquent pas de mouvement vertical du sol et sont moins destructeurs que les ondes de Rayleigh (Britannica, 2008). La figure 1.14 donne une illustration des différentes ondes sismiques.



**Figure 1.9.** Illustration des différentes ondes sismique (séisme ondes.joueb.com, consulté le 25 Mars 2024).

## 1.4. Calcul sismique

Le calcul sismique est une méthode de dimensionnement qui prend en compte les forces sismiques. Pour effectuer ce calcul, il est nécessaire de définir la classe du sol, de déterminer les paramètres clés intervenant dans le calcul et de sélectionner la méthode d'analyse appropriée (Eurocode 8, 2004).

### 1.4.1. Classification des sols

L'Eurocode classe les sols en fonction de leur capacité portante et de leur comportement face aux séismes. Cette classification guide la conception des structures en prenant en compte les propriétés géotechniques spécifiques de chaque classe de sol et leur impact sur la réponse sismique des bâtiments. Le tableau 1.3 présente les différentes classes de sol.

**Tableau 1.3.** Différentes Classes de sol (EN 1998-1 : 2004)

		Paramètres		
Classe de sol	Description du profil stratigraphique	$V_{s,30}$ (m/s)	NSPT (bl/30cm)	$C_u$ (Kpa)

		Paramètres		
A	Roche ou tout autre formation géologique de ce type comportant une couche superficielle d'au plus 5 de matériau résistant	> 800	–	–
B	Dépôts raides de sable, de gravier ou d'argile sur-consolidée, d'au moins plusieurs dizaines de mètre d'épaisseur, caractérisés par une augmentation progressive des propriétés mécaniques avec la profondeur	360-800	> 50	> 250
C	Dépôts profonds de sable de densité moyenne, de gravier ou d'argile moyennement raide, ayant des épaisseurs de quelques dizaines à plusieurs centaines de mètres	180-360	15-50	70-250
D	Dépôts de sol sans cohésion de densité faible à moyenne (avec ou sans couches cohérentes molles) ou comprenant une majorité des sols cohérents mous à fermes	> 180	< 15	<70
E	Profil de sol comprenant une couche superficielle d'alluvions avec des valeurs de Vs de classes C ou D et une épaisseur comprise entre 5 m environ et 20 m reposant sur un matériau plus raide avec Vs > 800 m/s			
S <sub>1</sub>	Dépôts composés, ou contenant, une couche d'au moins 10 m d'épaisseur d'argiles molles/vases avec un indice de plasticité élevé (PI > 40) et une teneur en eau importante	< 100 (indicative)		10-20
S <sub>2</sub>	Dépôts de sols liquéfiables d'argiles sensibles ou tout autre profil de sol non compris dans les classes A à E ou S <sub>1</sub>			

#### 1.4.2. Paramètres clés du calcul sismique

Parmi ces paramètres figurent le spectre de réponse élastique horizontal et vertical, le déplacement maximal au niveau du sol, le coefficient de comportement et le spectre de calcul.

### 1.4.2.1. Spectre de réponse élastique horizontal

Il permet de déterminer les composantes horizontales des forces sismiques maximales que la structure devrait subir à différentes fréquences de vibration. Le spectre de réponse élastique pour la période de retour de référence est défini par les expressions 1.5 à 1.8 (EN 1998-1 : 2004). La figure 1.15 présente l'allure de la courbe du spectre de réponse élastique horizontal.

$$0 \ll T \ll T_B : \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \left(1 + \frac{T}{T_B}\right) \quad (1.5)$$

$$T_B \ll T \ll T_C : \quad S_e(T) = 2,5 \cdot a_g \cdot S \cdot \eta \quad (1.6)$$

$$T_C \ll T \ll T_D : \quad S_e(T) = 2,5 \cdot a_g \cdot S \cdot \eta \left(\frac{T_C}{T}\right) \quad (1.7)$$

$$T_D \ll T \ll 4S : \quad S_e(T) = 2,5 \cdot a_g \cdot S \cdot \eta \left(\frac{T_C \cdot T_D}{T^2}\right) \quad (1.8)$$

avec :

$S_e(T)$  l'ordonnée du spectre de réponse élastique ;

$T$  la période de vibration d'un système linéaire à un seul degré de liberté ;

$a_g$  l'accélération de calcul au niveau du sol pour la période de retour de référence ;

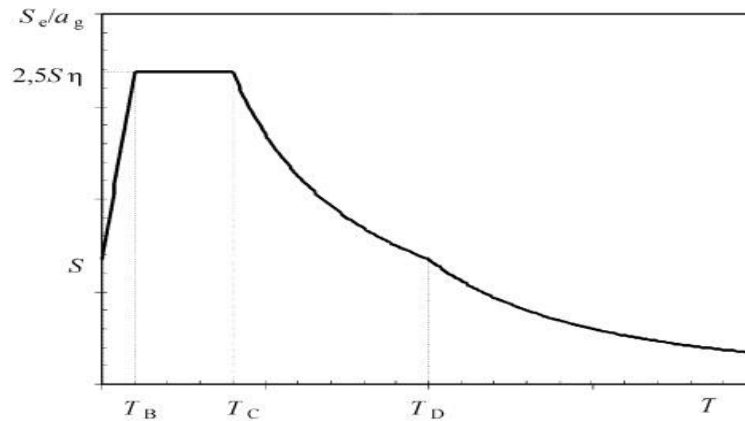
$T_B, T_C$  limites du palier de l'accélération spectrale ;

$T_D$  la valeur définissant le début de la branche à déplacement spectral constant ;

$S$  le paramètre du sol ;

$\eta$  Coefficient de correction de l'amortissement.

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{(5+\xi)}} \geq 0,55$$



**Figure 1.10.** Spectre de réponse élastique (EN 1998-1 :2004)

Pour les différentes classes de sol de fondation, la valeur des paramètres  $T_B$ ,  $T_C$ ,  $T_D$ , et  $S$  est donnée dans les tableaux 1.4 et 1.5. L'utilisation du tableau 1.4 est recommandée pour des séismes dont la magnitude est inférieure à 5.5 tandis que pour le tableau 1.5 la magnitude est supérieure ou égale 5.5 (EN 1998-1 : 2004).

**Tableau 1.4.** Valeurs des paramètres décrivant le spectre de réponse élastique type 1 (EN 1998-1 : 2004)

Classe du sol de fondation	S	$T_B(S)$	$T_C(S)$	$T_D(S)$
A	1,0	0,1	0,4	2,0
B	1,2	0,15	0,5	2,0
C	1,15	0,2	0,6	2,0
D	1,35	0,2	0,8	2,0
E	1,4	0,15	0,5	2,0

**Tableau 1.5.** Valeurs des paramètres décrivant le spectre de réponse élastique type

Classe de sol de fondation	S	$T_B(S)$	$T_C(S)$	$T_D(S)$
A	1,0	0,05	0,25	1,2
B	1,35	0,05	0,25	1,2
C	1,5	0,1	0,25	1,2
D	1,8	0,1	0,3	1,2
E	1,6	0,05	0,25	1,2

### 1.4.2.2. Spectre de réponse élastique vertical

Il permet de déterminer la composante verticale des forces sismiques maximales que la structure devrait subir à différentes fréquences de vibration. Le spectre de réponse élastique vertical est déterminée à l'aide des expressions 1.9 à 1.12 (EN 1998-1 : 2004).

$$0 \ll T \ll T_B : \quad S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot S \cdot \left( 1 + \frac{T}{T_B} (3.0\eta - 1) \right) \quad (1.9)$$

$$T_B \ll T \ll T_C : \quad S_{ve}(T) = 3.0 a_{vg} \cdot S \cdot \eta \quad (1.10)$$

$$T_C \ll T \ll T_D : \quad S_{ve}(T) = 3.0 a_{vg} \cdot S \cdot \eta \left( \frac{T_C}{T} \right) \quad (1.11)$$

$$T_D \ll T \ll 4S : \quad S_{ve}(T) = 3.0 \cdot a_{vg} \cdot S \cdot \eta \left( \frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \right) \quad (1.12)$$

**Tableau 1.6.** Valeurs des Paramètres décrivant le spectre de réponse élastique vertical (EN 1998-1 :2004)

Spectre	avg/ag	TB	TC	TD
Type1	0,09	0,05	0,15	1,00
Type 2	0,45	0,05	0,15	1,00

### 1.4.2.3. Déplacement maximale au sol

Sauf si des études spéciales fondées sur les informations disponibles indiquent le contraire, le déplacement de conception du sol ( $d_g$ ), correspondant à l'accélération de conception du sol, peut être estimé au moyen de l'expression 1.13 (EN1998-1 : 2004).

$$d_g = 0,025 \cdot S \cdot T_C \cdot T_D \quad (1.13)$$

### 1.4.2.4. Coefficient de comportement

Pour prendre en compte la réponse non linéaire d'une structure, on a défini un coefficient de comportement  $q$  qui réduit les forces obtenues par une analyse linéaire. Ce coefficient dépend de la nature des matériaux, du type de la structure, de la méthode de dimensionnement et de la capacité de déformation des éléments (EN1998-1 : 2004). On distingue trois niveaux de ductilité à savoir, Limité, Moyen, et Élevé. Les niveaux de ductilité moyenne et élevée permettent la dissipation d'énergie sans provoquer de ruptures fragiles. La valeur du coefficient de comportement est donnée l'expression 1.14.

$$q = q_0 \cdot k_w \geq 1.5 \quad (1.14)$$

avec :

$k_w$  Un coefficient qui correspond au mode de rupture ;

$q_0$  Une valeur de base du coefficient de comportement.

#### 1.4.2.5. Spectre de calcul pour l'analyse élastique

Pour prendre en compte la dissipation d'énergie des éléments de la structure et pour éviter d'effectuer une analyse non élastique, on réalise une analyse basée sur un spectre de réponse réduit par rapport au spectre élastique, appelé spectre de calcul en introduisant le coefficient de comportement  $q$  (EN 1998-1 : 2004). Pour les composantes horizontales de l'action sismique, le spectre de calcul est défini par les expressions 1.15 à 1.18.

$$0 \ll T \ll T_B: \quad S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left( \frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \left( \frac{2.5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right) \quad (1.15)$$

$$T_B \ll T \ll T_C: \quad S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \quad (1.16)$$

$$T_C \ll T \ll T_D: \quad \begin{cases} S_d(T) = \{ a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \left( \frac{T_C}{T} \right) \\ S_d(T) \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \quad (1.17)$$

$$T_D \ll T \ll 4S: \quad \begin{cases} S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \left( \frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \right) \\ S_d(T) \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \quad (1.18)$$

La valeur recommandée de  $\beta$  est égale à 0,2 avec  $\beta$  un coefficient correspondant à la limite inférieure du spectre de calcul horizontal.

#### 1.4.3. Méthodes d'analyse

Les effets du séisme sont déterminés en se basant sur un comportement élastique linéaire de la structure. On distingue quatre méthodes d'analyse sismique notamment, l'analyse linéaire par force latérale, l'analyse modale utilisant un spectre de réponse, l'analyse statique non linéaire et l'analyse chronologique non linéaire (EN 1998-1 : 2004).

##### 1.4.3.1. Analyse linéaire par force latérale

Ce type d'analyse est utilisé sur des structures régulières en élévation dont la réponse sismique n'est pas significativement affectée par les contributions des différents modes de

vibration supérieures au mode fondamentale pour chacune des directions principales. L'expression 1.20 définit les conditions d'application de cette méthode.

$$T_1 \leq 4 T_c \text{ et } T_1 \leq 2 \quad (1.20)$$

Les charges sismiques sont réparties le long de la hauteur de la structure en fonction de la distribution de masse et de rigidité de la structure. Cette méthode d'analyse consiste à répartir les charges sismiques le long de la hauteur de la structure comme des forces concentrées à différents étages. La force sismique horizontal repris par chaque étage est donné par l'expression 1.21 (EN 1998-1 : 2004).

$$F_i = F_b \cdot \frac{Z_i \cdot m_i}{\sum Z_j m_j} \quad (1.21)$$

avec :

$Z_j$  et  $Z_i$  sont les hauteurs respectives de chaque niveau avec le sol ;

$m_i$  et  $m_j$  sont les masses pour chaque niveau ;

$F_b$  est l'effort tranchant à la base ;

$F_i$  est la force horizontale repris par chaque plancher.

#### 1.4.3.2. Analyse modale utilisant le spectre de réponse

Dans cette approche, les modes de vibration de la structure sont déterminés en analysant sa matrice de rigidité et sa matrice de masse. Ensuite, les réponses modales de la structure à différents niveaux d'excitation sismique sont calculées en utilisant les spectres de réponse sismique, qui décrivent l'accélération maximale attendue de la structure en fonction de sa période de vibration. En combinant les contributions modales, l'analyse fournit une estimation précise des déformations, des contraintes et des déplacements de la structure sous l'effet des charges sismiques (Chopra, 1981). Si une des deux conditions 1.22 et 1.23 est satisfaite alors on peut appliquer cette analyse (EN 1998-1 : 2004).

$$\text{La somme des masses modales} \leq 90\% \text{ de la masse totale} \quad (1.22)$$

$$\text{La masse d'un mode} \geq 5\% \text{ de la masse totale} \quad (1.23)$$

Dans le cas d'une analyse spatiale et si aucune des conditions 1.22 et 1.23 ne peut être vérifiée, alors le nombre minimum de mode et la période de vibration du mode sont donnés par les expressions 1.24 et 1.25 (EN 1998-1 : 2004).

$$K \geq 3\sqrt{n} \quad (1.24)$$

$$T_K \geq 0.2s \quad (1.25)$$

avec :

K : Nombre de modes à calculer ;

n : Nombre d'étages ;

$T_K$  : Période de vibration au mode  $K^{\text{ième}}$  mode.

#### 1.4.3.3. Analyse statique non linéaire

L'analyse statique non linéaire est une méthode avancée qui évalue la réponse sismique des structures en tenant compte des comportements non linéaires. Contrairement à l'analyse linéaire, cette méthode permet de modéliser les comportements post-élastiques, tels que la plastification et les déformations importantes.

Cette méthode est réalisée par une application d'une série d'analyse inélastique statique sur le bâtiment au moyen d'un modèle de charge latérale présélectionné et basé sur le premier mode de vibration de la structure (Boumkik, 2006). Le modèle de charge reste constant au cours de l'analyse mais son amplitude est augmentée progressivement jusqu'à ce que le bâtiment atteigne un déplacement cible spécifique. En appliquant des charges sismiques progressives, la méthode permet de simuler la réponse dynamique de la structure tout au long du séisme, en identifiant les zones de déformation excessive, les points de concentration de contrainte et les mécanismes de défaillance potentiels (Mouzzoum et al, 2013). L'analyse statique non linéaire est particulièrement utile pour évaluer la performance des structures en cas de séismes majeurs et pour concevoir des systèmes de renforcement appropriés afin d'améliorer leur résilience sismique.

#### 1.4.3.4. Analyse chronologique non linéaire

L'analyse sismique chronologique non linéaire est une technique avancée qui évalue la réaction des structures aux séismes en considérant les comportements non linéaires. À la différence de l'analyse statique non linéaire, cette méthode simule la réponse dynamique de la structure pendant toute la durée du séisme.

Cette méthode consiste à diviser le séisme en intervalles de temps courts et à appliquer des charges sismiques progressives à chaque intervalle, en prenant en compte

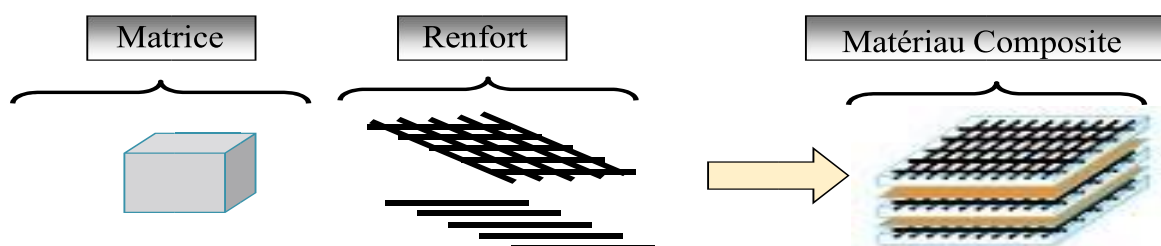
l'interaction sol structure. Les déformations, les contraintes et les déplacements de la structure sont calculés de manière itérative à chaque intervalle de temps, en prenant en compte les non-linéarités matérielles et géométriques (Haresh, 2011). L'analyse sismique chronologique non linéaire permet une représentation précise du comportement dynamique de la structure et peut être utilisée pour évaluer les effets cumulatifs des séismes sur les structures, identifier les points de faiblesse et concevoir des stratégies de renforcement appropriées pour améliorer leur résilience sismique.

## 1.5. Les matériaux composites

Un matériau composite est constitué d'un renfort (ossature du matériau) qui assure la tenue mécanique et d'une matrice (enveloppe ou peau du matériau) qui est généralement polymérique (résine thermoplastique ou thermodurcissable) ou métallique, qui assure la cohésion de la structure et la retransmission des efforts vers le renfort.

### 1.5.1. Définition d'un matériau composite

Un composite est l'assemblage de plusieurs matériaux non miscibles de nature différente et dont les qualités se complètent afin d'obtenir un matériau hétérogène dont les performances sont supérieures à celles de ses composants.



**Figure 1.11.** Constituants de base d'un matériau composite

### 1.5.2. Constituants d'un composite

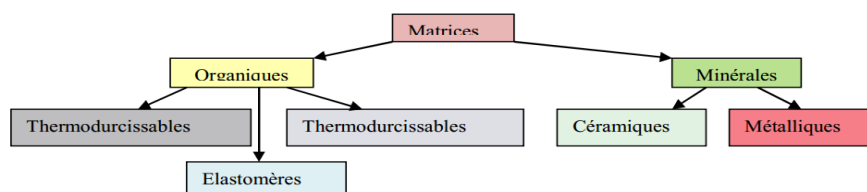
Il est composé de la matrice et des renforts dans la suite nous parlerons de la matrice et des renforts.

### 1.5.2.1. Matrice

La matrice est l'un des deux principaux constituants de base des matériaux composites. Le rôle principal de la matrice est de maintenir les renforts en place et de leur assurer la cohésion et la protection. Elle permet également la transmission des efforts mécaniques vers les renforts. Elle est généralement homogène et isotrope. On distingue les matrices céramiques, les matrices métalliques, les matrices minérales et les matrices organiques. On utilise actuellement surtout des résines thermodurcissables (TD) que l'on associe à des fibres longues, mais l'emploi de polymères thermoplastiques (TP) renforcés de fibres courtes se développe fortement. Les principales résines thermodurcissables sont les polyesters très largement utilisés, les résines époxy (ou époxydes) qui constituent la résine type pour les composites HP et les résines phénoliques. Les principales résines thermoplastiques utilisées dans les composites sont le polypropylène (PP), les polyamides (PA).

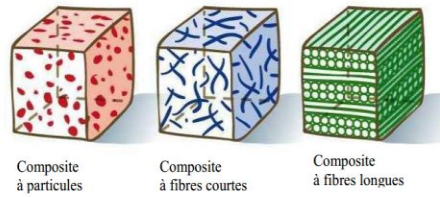
### 1.5.2.2. Renforts

Le renfort est généralement composé de matériau plus dur que la résine, son rôle principal est d'assurer au matériau une grande résistance surtout à la traction, et qui se présente généralement sous forme de fibres (diamètres de 5 à 20  $\mu\text{m}$ ) (figure 1.9) : à savoir les fibres longues unidirectionnelles (carbone, verre), les fibres longues tissées (tissus 3D et 2D) et les fibres courtes réparties aléatoirement sans directions privilégiées (mat).



**Figure 1.12.** Constituants de base d'un matériau composite

Les fibres sont de type organique (fibres en polyamide, polyester, polypropylène ...) et inorganiques (fibres de verre, de carbone, ...) ou encore naturelles (cellulose). En général, elles présentent d'excellentes caractéristiques mécaniques. En fonction de la forme des renforts, on distingue deux types de composites notamment les composites à fibres constitués de fibres continues ou discontinues (fibres coupées ou courtes), leur orientation permet de moduler les propriétés mécaniques du matériau et d'obtenir des matériaux isotropes ou anisotropes et les composites à particules, les particules sont généralement utilisées pour améliorer certaines propriétés des matériaux.



**Figure 1.13.** Les structures géométriques des renforts de composites à fibres longues, à fibres courtes et à particules

### 1.5.3. Les principales fibres

Une fibre est un solide à une dimension dont la structure est fortement orientée. On définit une fibre par sa section moyenne dans la direction transversale. Elle est caractérisée par un diamètre moyen très faible, de l'ordre de 5 à 30  $\mu\text{m}$ , sa longueur totale peut varier de 2 cm à plusieurs kilomètres. Différents types de fibres sont utilisés comme renforts notamment les fibres de verre, les fibres de carbone et les fibres d'aramide.

#### 1.5.3.1. Les fibres de verre

Sous forme massive, le verre est caractérisé par une grande fragilité et une forte sensibilité à la fissuration. Au contraire, le verre employé sous forme de fibres de faibles diamètres présente de très bonnes caractéristiques mécaniques. Ces fibres de verre sont obtenues par extrusion du verre à travers une filière percée de trous de 1 à 2 mm de diamètre. Les fibres de verre sont ensuite étirées jusqu'à obtenir des diamètres de 5 à 15  $\mu\text{m}$  à la fin du processus elles sont enduites et bobinées (roving).

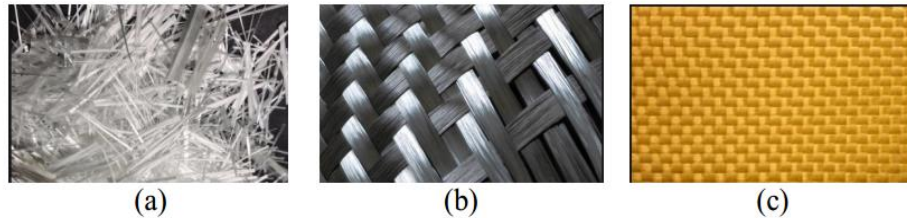
#### 1.5.3.2. Les fibres de carbone

Elles sont fabriquées à partir de fibres de polymère de base appelé précurseur qui se présente lui-même sous forme de fibres orientées préalablement tissées, et carbonisées sous tension en plusieurs étapes, oxydation (100 à 200  $^{\circ}\text{C}$ ), puis pyrolyse (1500-2500  $^{\circ}\text{C}$ ). Selon la température et le temps de cuisson, les fibres présentent une "haute résistance" (HR) ou un "haut module" (HM). Généralement on utilise comme précurseur des fibres acryliques élaborées à partir du poly acrylonitrile (PAN) (figure 1.19.b).

#### 1.5.3.3. Les fibres d'aramide (Kevlar)

Le poly-para-phénylène téréphtalamide connu est commercialisée depuis les années 1970 sous le nom de Kevlar est constitué de noyaux de benzène séparés par des groupements amides. La fibre d'aramide Le Kevlar possède des propriétés très intéressantes pour

l'industrie. Elle est caractérisée par une excellente résistance à la traction, aux chocs et à l'usure. Ce type de fibres est surtout utilisé dans la fabrication de gilets pare-balles et dans l'industrie aéronautique (figure 1.12.c).



**Figure 1.14.** Les principales fibres: (a) fibres de verre, (b) fibres de carbone, (c) fibres d'aramide

#### 1.5.4. Caractéristiques mécaniques de quelques renforts de composites

Les caractéristiques mécaniques de quelques renforts de composites est donné dans le tableau 1.7 ci-dessous.

**Tableau 1.7.** Les caractéristiques mécaniques de quelques renforts de composites

Fibres	$\phi$ ( $\mu\text{m}$ )	$\rho$	E (MPa)	G (MPa)	$\nu$	$\sigma_{tr}$ (MPa)
Verre E	16	2.54	74 000	30 000	0,25	2 500
Verre R	10	2.48	86 000		0.2	3 200
Carbone HM	6.5	1.80	390 000	20 000	0,35	2 500
Carbone HR	7	1.75	230 000	50 000	0,3	3 200
Kevlar	12	1.45	130 000	12 000	0,4	2 900

#### 1.5.5. Avantages des matériaux composites

Les matériaux composites disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels. Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels : la légèreté, la résistance mécanique et chimique, la maintenance réduite et liberté de formes, la tenue aux chocs et au feu, l'isolation thermique et/ou phonique.

#### 1.5.6. Domaines d'application des matériaux composites

Le développement des composites modernes est dû essentiellement aux besoins de plus en plus poussés de l'industrie, surtout dans les secteurs tel que : l'aérospatial,

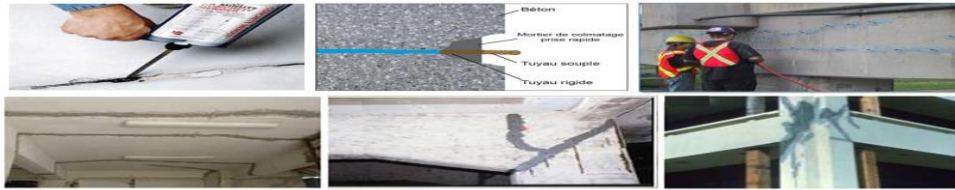
l'aéronautique et le Génie civil. Dans le génie Civil ils sont plus utilisés comme techniques de protection antisismique.

## **1.6. Techniques antisismiques**

Divers désordres attaquent la structure. Ils sont plus ou moins importants et changent la capacité portante des matériaux utilisés comme le béton, les armatures... Parfois, la solution de démolition puis reconstruction peut s'imposer en tenant compte des problèmes économiques, architecturaux, archéologiques..., mais notre but dans ce qui suit est de trouver des solutions de renforcement de l'existant. Donc, la connaissance du niveau de vulnérabilité des éléments est indispensable pour détecter les points faibles de notre ossature et par suite pour choisir le type de renforcement approprié. Notons que les éléments porteurs doivent supporter de nouvelles charges permanentes et d'exploitations. Or, le renforcement augmente le rang de service donc augmente la ductilité et la résistance des matériaux pour qu'ils deviennent conformes aux nouveaux cas étudiés. Dans ce qui suit, nous présenterons les types de renforcement les plus répandus : l'injection des fissures, chemisage en béton armé, chemisage par des matériaux composites, chemisage en acier, confinement par matériaux composites.

### **1.6.1. Injection de fissures**

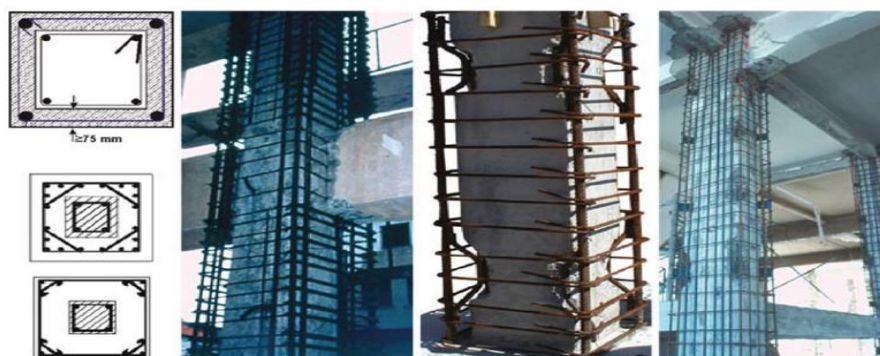
L'injection de fissures est une méthode souple et économique de réparation des structures en béton armé. L'efficacité du processus de réparation dépend de la capacité de la matière adhésive (généralement des résines époxydes) à pénétrer, sous la pression appropriée, dans les fines fissures du béton endommagé. Des fissures de flexion et de cisaillement sont essentiellement continues et fournissent des passages pour la résine époxy non obstruées. D'autre part, les fissures longitudinales, qui se développent le long des barres de renforcement à la suite d'une rupture de liaison, sont généralement discontinues et étroites. Des difficultés peuvent se produire dans la réparation de la liaison acier-béton par injection de résine époxyde. Cette méthode de réparation peut être utilisée pour des fissures ayant une ouverture mineure ( $< 0.1$  mm), une ouverture moyenne ( $< 3$  mm), et une ouverture grande (jusqu'à 5 - 6 mm). En cas de grandes fissures, jusqu'à 20 mm de large, des coulis de ciment sont appropriés pour l'injection.



**Figure 1.15.** Réparation de structure par injection de fissures.

### 1.6.2. Chemisage en béton

Le chemisage en béton implique l'addition d'une couche de béton, de barres longitudinales et d'armatures de recouvrement. L'enveloppe en béton augmente à la fois la résistance en flexion et la résistance au cisaillement du poteau ou de la poutre. Le chemisage en béton est la technique la plus appropriée pour le renforcement des éléments de structure endommagés. Avec cette procédure de réparation, le béton écrasé est remplacé et les armatures endommagées n'ont pas besoin d'être entièrement restaurées en cas de remplacement par un nouveau chemisage. De plus, la construction en béton est polyvalente et peut s'adapter à presque n'importe quelle forme d'éléments et d'articulations existantes pour assurer la continuité structurelle entre les différentes composantes. La rigidité et la résistance à la flexion sont améliorées par l'augmentation de la section transversale et le renfort longitudinal supplémentaire. L'ajout des armatures transversales contribue à augmenter la résistance au cisaillement, la capacité de déformation et la résistance de l'ancrage. Le béton ajouté permet d'augmenter les dimensions de la section chemisée et de fournir plus une zone de liaison plus longue. Il améliore donc la résistance au cisaillement.



**Figure 1.16.** Chemisage en béton pour augmenter la section de poteau (Fardis 2009)

L'inconvénient de cette technique dans le cas des poteaux est qu'elle augmente le poids propre de la structure, réduit l'espace et compromet l'esthétique. Elle nécessite également des coffrages et provoque des perturbations pour les habitants sur une longue période.

### 1.6.3. Chemisage en acier

Le chemisage en acier est plus cher que celui en béton. Cependant, cette technologie est simple, familière à l'industrie de la construction et elle est presque partout plus facile à mettre en œuvre. C'est donc la technique de choix pour les cas d'urgences après un tremblement de terre, pour éviter l'effondrement de bâtiments fortement endommagés ou redonner à utiliser des structures modérément endommagées pendant la période d'attente de la décision de renforcement par une autre méthode. Les chemisages en acier peuvent être incorporés dans un chemisage en béton. En général, on utilise cette technique pour la réhabilitation des colonnes et des joints poutre-poteau (Ghobarah et al. 1996, 1997).



Figure 1.17. Chemisage en acier appliqué aux poteaux.

### 1.6.4. Ajout de murs de remplissage

Il s'agit de remplir des ouvertures existantes dans les portiques par de simples ou multiples panneaux préfabriqués de façade en béton, ou par des murs de maçonnerie (en maçonnerie ou blocs de béton). Les connections sont réalisées par le soudage des nouveaux ancrages en acier dans la construction d'origine. Les murs de remplissage ajoutés agissent principalement comme des murs de contreventement et ils réduisent donc la demande de cisaillement sur le cadre existant.

### 1.6.5. Ajout des contreventements métalliques

Le contreventement métallique est une des méthodes très efficace pour le renforcement global des bâtiments. Il présente l'avantage de permettre des ouvertures et de n'ajouter qu'un poids faible à la structure. Dans la phase de mise en œuvre, ce système ne perturbe pas le fonctionnement de l'immeuble et les occupants. Pour un étage ouvert au sol, les entretoises peuvent être placées dans des compartiments tout en conservant la fonctionnalité et l'utilisation du bâtiment. La connexion entre les entretoises et les cadres existants est un élément important de cette stratégie (FIB 2003). Les entretoises sont reliées principalement

aux cadres aux niveaux des joints poutre-poteau. Les forces dans les entretoises sont transférées aux joints sous la forme de forces axiales, à la fois en compression et en traction. Ce système de contreventement fourni une augmentation significative de la capacité de la structure horizontale. Il est étudié pour la réhabilitation des bâtiments non-ductiles par de nombreux chercheurs (Badoux and Jirsa 1990, Masri and Goel 1996, Pincheira and Jirsa 1995, Youssef et al. 2007). L'utilisation de cette méthode pour la réhabilitation des structures en béton armé est de plus en plus adoptée. Les contreventements métalliques peuvent être utilisés sous différentes formes en V, en X ou en K.



**Figure 1.18.** Exemple de contreventement métallique (University of Tokyo buildings) (Fardis 2009)

#### 1.6.6. Renforcement par PRF vis-à-vis de l'effort tranchant

Faute d'une insuffisance d'armatures transversales, une rupture se réalise sur les éléments soumis à un séisme. Pour compenser cette insuffisance, on utilise des PRF sur la partie extérieure de l'élément. Donc le composite travaille comme des cadres externes et ainsi on aurait dû augmenter la section des armatures transversales. Pour le dimensionnement, on suppose que le béton, l'acier et le composite reprennent l'effort tranchant. Connaissant la section du béton armé, on peut ainsi calculer le nombre de bandes, les largeurs et les espacements du composite à ajouter. Quelques expériences menées à Colomb nous permettent de savoir que le renforcement discontinu par bande induit à une bonne résistance couplée d'une ductilité. Et que le renforcement continu augmente la résistance.



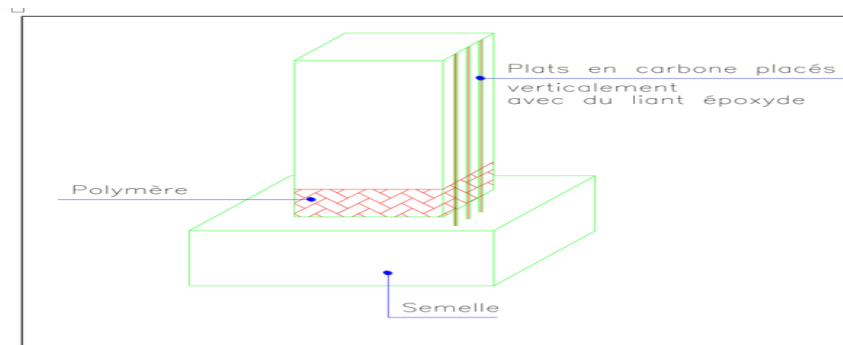
**Figure 1.19.** Chemisage en fibre d'un poteau.

### **1.6.7. Confinement par PRF**

Lorsque la charge axiale est appliquée sur le poteau, ce dernier se dilate latéralement (effet Poisson). L'enveloppe de PRF confine les colonnes et augmente sa capacité portante et sa ductilité. Cette enveloppe conserve son comportement élastique jusqu'à la rupture. Lors du dimensionnement, il est plus sécuritaire d'utiliser la méthode de performance en déplacement. Tant de recherches et des essais sont menés sur le renforcement parasismique par PRF des poteaux de différentes sections avec ou sans zone de recouvrement d'armatures sur pied. Ce qu'on peut conclure est que le confinement du poteau est réalisé de façon à ce qu'il résiste mieux aux charges gravitaires et qu'il ait un comportement plus ductile.

### **1.6.8. Renforcement à la flexion des poteaux par PRF collés**

Pour assurer un tel renforcement, on procède par coller des plaques ou feuilles PRF sur la face tendue de l'élément. Le sens des fibres est parallèle à cet axe. D'après plusieurs tests, il a été observé que ce renforcement permet d'améliorer la ductilité et de retarder le glissement des aciers en zone de recouvrement. La meilleure solution est celle dite hybride : il s'agit d'utiliser des bandes de tissus PRFC et les plats PRFC posés dans des rainures précreusées sur l'élément. Les lamelles seront ancrées dans la semelle (12 à 15 cm de profondeur). On remarque ainsi une augmentation de la capacité portante, de la capacité à dissiper l'énergie, et une augmentation de la résistance à la flexion.



**Figure 1.20.** Technique de Chemisage

## Conclusion

Parvenu au terme de ce chapitre, il était question de présenter de manière générale les notions clés de notre thème à savoir : le béton, l'acier, le séisme et les matériaux composites il ressort de ce chapitre que le séisme est à l'origine des dégâts énormes sur les bâtiments et peut causer la perte en vie humaine. Le renforcement des structures en béton armé est souvent nécessaire en raison de charges excessives, de la mise à jour des codes de conception, d'un mauvais entretien ou de l'exposition aux effets environnementaux. Diverses techniques de renforcement ont été développées et mises en œuvre au cours des dernières années avec un certain succès. Parmi ces techniques, la technique de renforcement par fibres à polymères renforcées (FRP) est la plus populaire en raison de son poids léger, sa mise en œuvre facile et sa grande résistance à la corrosion.

## CHAPITRE 2: METHODOLOGIE

### Introduction

La revue de littérature présentée au chapitre précédent a permis d'avoir une meilleure compréhension de la structure des bâtiments en béton armé, des matériaux composites ainsi que l'effet sismique sur ses structures en béton armé. Dans ce chapitre, il sera présenté la description de la méthodologie de travail (la démarche à adopter pour parvenir aux résultats). L'approche sur le plan pratique est une combinaison d'une reconnaissance du site faite par une recherche documentaire suivie d'une visite du site qui facilite l'observation du site. Ensuite, elle sera suivie d'une collecte de données qui facilitera la modélisation et l'analyse de l'étude de cas. Enfin il sera présenté la procédure d'analyse statique et de dimensionnement d'un bâtiment en béton armé suivi d'une analyse dynamique (sismique) et d'un renforcement par les fibres en fibres de polymères en conformité avec l'Eurocode et en utilisant le logiciel SAP2000 pour la modélisation et l'analyse et le logiciel Excel pour le dimensionnement.

### 2.1. Reconnaissance générale du site

La reconnaissance générale du site est une phase qui consiste à faire des recherches documentaires sur le site d'étude. Elle permet la connaissance des paramètres physiques tels que la localisation géographique, le climat, le relief, la géologie et l'hydrologie d'une part et les paramètres socio-économiques d'autre part.

### 2.2. Visite du site

La visite du site consiste à faire le tour de la zone d'emprise de la structure pour faire le repérage des lieux où la structure est susceptible d'être sollicitée le plus par le séisme. Cette dernière va permettre d'effectuer des observations ainsi que d'interviewer la population aux environs sur le comportement du séisme dans cette région.

#### 2.2.1. Observation générale

L'observation générale consiste à décrire l'état dans lequel se trouve le bâtiment, observer minutieusement chaque recoin afin d'avoir tous les détails nécessaires qui peuvent être utiles.

### **2.2.2. Enquête**

Il sera question d'approcher les populations sur le site et de leur poser une série de questions sur la régularité du séisme et de savoir les mesures prises pour contrer l'effet du séisme face au bâtiment. Les questions seront d'ordre circonstanciel avec pour objectif d'obtenir les témoignages du voisinage sur ce qu'ils ont vécu.

### **2.3. Collecte des données**

La collecte des données se fera par le recueil de tous les données nécessaires qui permettront l'évaluation d'une structure qui résiste à l'action du séisme dans la ville de Yaoundé précisément au nouveau bâtiment administratif de l'École Nationale Supérieure des Travaux publics. Les données à collecter sont les données architecturales, les données, les données géométriques et les données structurales.

#### **2.3.1. Données géotechniques**

L'étude étant basée sur la conception, le dimensionnement et le renforcement d'un bâtiment, en béton armé, il sera important de connaître la nature, la contrainte admissible et les caractéristiques du sol sur lequel le bâtiment a été construit ainsi que la zone de sismicité.

#### **2.3.2. Données architecturales**

Elles sont collectées auprès du maître d'ouvrage du bâtiment. Ces données sont composées de détails architecturaux et contiennent les dimensions des différents éléments utilisés dans la construction du bâtiment. Ce sont notamment les plans de toiture, de chaque niveau.

#### **2.3.3. Données structurales**

Les données structurales à collecter seront les caractéristiques des matériaux utilisés, notamment pour l'armature en acier, pour le béton de la superstructure et pour le béton de fondation.

### **2.4. Méthode d'analyse globale et de dimensionnement de la superstructure**

L'analyse globale consistera à déterminer les sollicitations sur chaque élément de la structure, puis à dimensionner et vérifier leurs sections.

### 2.4.1. Modélisation

La modélisation du bâtiment H de l'école Nationale Supérieure de l'Ecole des Travaux Publics dans le logiciel SAP 2000 consistera en quatre grandes étapes. Premièrement, les différents éléments constitutifs de la structure seront créés à partir d'une grille tridimensionnelle et à l'aide des outils mis à disposition par le logiciel, principalement l'outil « frame ». Deuxièmement, les sections et les propriétés d'aciers et de béton seront créées et attribuées à chaque élément. Troisièmement, les conditions aux limites seront définies sur les différents éléments. Les poteaux seront encastrés tandis que les poutres seront rotulés à leurs appuis. Quatrièmement, les cas les charges et combinaisons de charge à l'état limite ultime et à l'état limite de service seront définies puis attribués aux différents éléments. Les sollicitations seront calculées et fournies par le logiciel en fonction de ces charges.

### 2.4.2. Normes

Le dimensionnement et l'analyse dynamique que nous exécuterons à notre travail doit suivre une logique régie par des normes. Les normes utilisées sont celles établies par le Comité européen de normalisation et sont contenues dans le tableau 2.1.

**Tableau 2.1.** Normes européennes utilisées

Référence des normes Européennes	Titre
EN 1990	Eurocode 0 : Base de calculs de structures
EN 1991	Eurocode 1 : Actions sur les structures
EN 1992	Eurocode 2 : Calcul des structures en béton
EN 1997	Eurocode 7 : Calcul géotechnique
EN 1998	Eurocode 8 : Calcul des structures pour leurs résistances aux séismes

### 2.4.3. Evaluation des charges

Les deux types de charges qui seront appliquées à la structure sont les charges permanentes, les charges variables, pour l'analyse statique et dans la suite les charges accidentelles pour l'analyse dynamique.

#### **2.4.3.1. Actions permanentes (G)**

Les actions permanentes sont constituées du poids propre des éléments structuraux et non structuraux. Le poids des éléments structuraux est obtenu en multipliant le poids spécifique du béton par la section des éléments. Le poids propre des éléments non structuraux est extrait de l'Eurocode 1.

#### **2.4.3.2. Actions variables**

Ce sont des actions dont l'intensité varie fréquemment et d'une façon importante dans le temps. Leurs durées d'application sont très faibles par rapport à la durée de vie du bâtiment. Elles comprennent les charges d'exploitation et les charges climatiques.

##### **a) Les charges d'exploitation (Q)**

Les charges d'exploitation se réfèrent aux charges engendrées par l'occupation de chaque pièce du bâtiment. Elles sont évaluées conformément aux directives de l'Eurocode 1, en prenant en compte les différentes catégories d'usage du bâtiment. Les tableaux A.1 et A.2 en annexe détaillent respectivement la classification des bâtiments et les charges applicables à diverses structures.

##### **b) Les charges climatiques**

Ce sont des sollicitations dues à l'action du vent (W), la neige(S) et l'action de la température (T), calculés à partir des réglementations en vigueur.

#### **2.4.3.3. Les actions accidentelles (F)**

Elles proviennent des phénomènes rares et ont des brèves durées d'application entres autres les séismes, les chocs de véhicules et les explosions. Pour le calcul sismique, l'Eurocode 8 nous donne les règles de calcul sismiques, l'analyse et la vérification des ossatures des bâtiments. La Classe d'importance définit le niveau d'importance d'une structure en fonction de son usage prévue et de son impact sur la sécurité publique. Le tableau A.3 en annexe donne la valeur du facteur d'importance ( $\gamma_1$ ) en fonction de la classe d'importance du bâtiment.

#### 2.4.4. Combinaisons de charges

Une combinaison d'actions consiste en un ensemble de valeurs de charges appliquées simultanément à la structure afin de vérifier sa fiabilité structurelle pour un état limite donné. Pour le cas d'étude, les combinaisons de charges à utiliser, telles que prescrites par la norme EN 1990, sont notamment la combinaison à l'ELU et la combinaison à l'ELS.

##### 2.4.4.1. Combinaisons de charges à l'Etat Limite Ultime (ELU)

La combinaison de charges à l'ELU est donnée par la formule 2.1.

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \Psi_{Q,i} Q_{k,i} \quad (2.1)$$

où  $\gamma_G$ , et  $\gamma_Q$ , représentent respectivement les facteurs partiels des charges permanentes et variables. Les valeurs recommandées par l'Eurocode 0 sont présentées dans le tableau A.4 en annexe

##### 2.4.4.2. Combinaisons de charges à l'Etat Limite de Service (ELS)

Les combinaisons de charges à l'ELS englobent la combinaison caractéristique (rare) et la combinaison quasi-permanentes. Elles sont données par les formules 2.2 et 2.3, respectivement.

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (2.2)$$

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i > 1} \Psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (2.3)$$

où  $\psi$  est le coefficient définissant les valeurs représentatives des actions variables. Les valeurs recommandées par l'Eurocode 0 se trouvent dans l'annexe 3. Les combinaisons des charges seront faites avec le logiciel SAP2000.

##### 2.4.4.3. Combinaisons sismiques

La combinaison sismique aux états limite ultime et de service liée à l'action sismique est donnée par l'expression 2.4.

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + E + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \Psi_{Q,i} Q_{k,i} \quad (2.4)$$

avec E la combinaison des effets de la composante horizontale de l'action sismique.

## 2.4.5. Méthode de dimensionnement

Le dimensionnement consiste à déterminer l'enrobage les sections d'aciers longitudinal et transversale nous détaillons la suite dans les paragraphes suivants.

### 2.4.5.1. Durabilité et enrobage des armatures

Selon l'Eurocode 2, une structure durable doit satisfaire aux exigences d'aptitude au service, de résistance et de stabilité pendant toute la durée d'utilisation du projet, sans perte significative de fonctionnalité ni maintenance imprévue excessive (voir tableau A.5 en annexe). La protection du ferrailage contre la corrosion dépend de la compacité, de la qualité et de l'épaisseur de l'enrobage d'une part, de la fissuration d'autre part ; l'enrobage se définit comme la distance entre la surface de l'armature (épingles, étriers et cadres compris, ainsi que les armatures de peau, le cas échéant) la plus proche de la surface du béton et cette dernière. Un enrobage minimal doit être assuré afin de garantir la bonne transmission des forces d'adhérence, la protection de l'acier contre la corrosion et le feu. L'enrobage nominal est défini comme l'enrobage minimal  $C_{min}$  plus la marge de calcul pour tolérances d'exécution  $\Delta C_{dev}$  et donné par la relation (2.5).

$$C_{nom} = C_{min} + \Delta C_{dev} \quad (2.5)$$

où :

$\Delta C_{dev}$  est la tolérance d'exécution avec une valeur recommandée de 10 mm ;

$C_{min}$  est l'enrobage minimal qui est donné par la formule 2.6.

$$C_{min} = \max \{ C_{min, b} ; C_{min, dur} + \Delta C_{dur, \gamma} - \Delta C_{dur, st} ; 10mm \} \quad (2.6)$$

avec :

$C_{min, b}$  : l'enrobage minimal dû à l'exigence d'adhérence, égale au diamètre des barres ou au diamètre équivalent dans le cas de barres en faisceau ;

$C_{min, dur}$  : l'enrobage minimal dû aux conditions environnementales obtenues en fonction de la classe d'exposition et de la classe structurelle du bâtiment (voir tableau A.6 en annexe) ;

$\Delta C_{dur, \gamma}$  : l'élément de marge de sécurité avec une valeur recommandée de 0 mm ;

$\Delta C_{dur, st}$  : la réduction de l'enrobage minimale pour l'utilisation de l'acier inoxydable ;

$\Delta C_{dur, add}$  : la réduction de l'enrobage minimale en cas d'utilisation d'une protection supplémentaire.

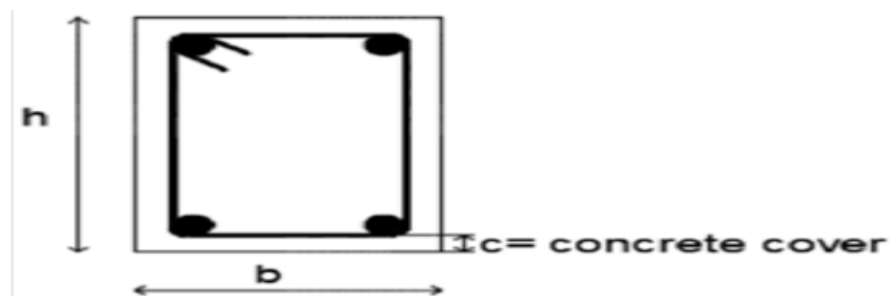


Figure 2.1. Enrobage du béton (Guiameugne, 2020)

#### 2.4.5.2. Prédimensionnement et dimensionnement de la poutre

Les dimensions d'une poutre rectangulaire de base (b) et de hauteur (h) dépendent de la longueur de la portée (L). La hauteur de la poutre est fonction de la longueur de portée tandis que la base de la poutre dépend de sa hauteur comme indiqué dans le tableau 2.2.

Tableau 2.2. Prédimensionnement de la poutre

Descriptions	Hauteur h (cm)	Base b (cm)
Poutre sur deux appuis	$h \geq \frac{L}{14}$	$b \geq 0,5h$
Poutres continues	$\frac{L_{max}}{15} \leq h \leq \frac{L_{max}}{10}$	$0,3h \leq b \leq 0,6h$

Le dimensionnement de la poutre à l'état limite ultime sera fait pour le moment de flexion et pour l'effort tranchant car il n'existe pas d'effort axial pour cet élément.



Figure 2.2. Poutre reposant sur des appuis

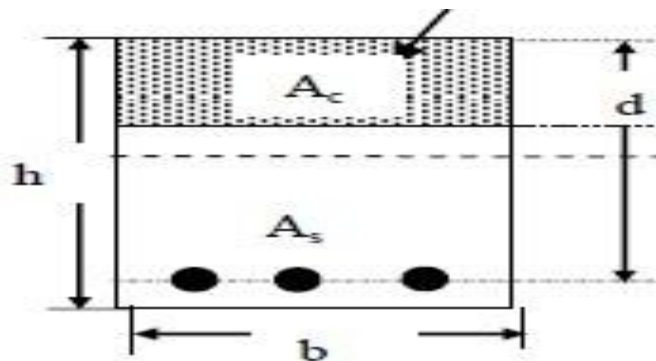
##### a) Moment fléchissant

À l'aide des courbes des moments fléchissant correspondant aux différentes combinaisons de charges, la courbe enveloppe est obtenue. L'Eurocode 2 prévoit une

réduction du moment fléchissant aux appuis et dans le cas des poutres continues, la valeur de réduction est fonction du type de liaison entre la poutre et l'appui. Connaissant la courbe enveloppe, le calcul et la vérification des armatures peuvent être effectués.

### i. Calcul des armatures

La courbe enveloppe étant déjà connue, la section d'armatures en acier est calculée pour une section rectangulaire de hauteur  $h$ , largeur  $b$  et hauteur utile  $d$  illustrée à la figure 2.3.



**Figure 2.3.** Section transversale de la poutre avec armatures

La section des aciers ( $A_s$ ) est donnée par l'expression 2.7.

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0,9 d f_{yd}} \quad (2.7)$$

où :

$M_{Ed}$  : Moment maximal sur chaque travée de la poutre

Les sections d'acier obtenues doivent vérifier les prescriptions de l'Eurocode 2 qui donnent les sections d'armatures minimales et maximales définies par les expressions 2.8 et 2.9.

$$A_{s,min} = \max \left( 0,26 \frac{f_{ctm}}{0,9 f_{yk}} b_t d ; 0,0013 b_t d \right) \quad (2.8)$$

$$A_s, \max = 0,04 A_c \quad (2.9)$$

$b_t$  la largeur moyenne de la zone tendue ;

$f_{ctm}$  la valeur moyenne de la résistance en traction directe du béton ;

$A_c$  la section de béton.

## ii. Vérification des armatures

La section d'armatures étant déterminée, il suffit de convertir cette section en nombres de barres d'armatures longitudinales. La vérification de la section d'armatures se fait en calculant le moment de flexion résistant de la section en utilisant la position de l'axe neutre à l'intérieur de la section. La position de l'axe neutre est illustrée à la figure 2.4.

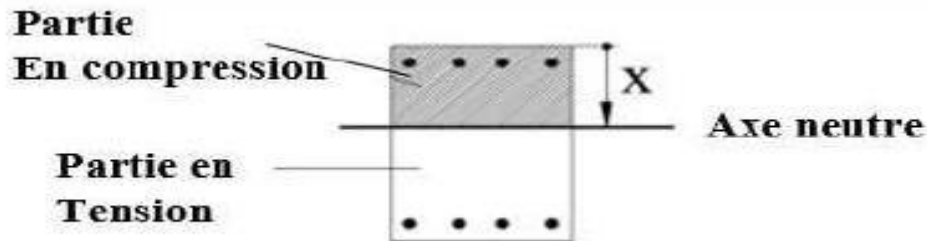


Figure 2.4. Position de l'axe neutre

L'axe neutre est obtenu par l'expression 2.10.

$$x = \frac{d}{2\beta_2} - \sqrt{\left(\frac{d}{2\beta_2}\right)^2 - \frac{M_{Ed}}{\beta_1\beta_2f_{cd}b}} \quad (2.10)$$

où :

$\beta_1$  et  $\beta_2$  sont les facteurs de correction et respectivement égaux à 0,81 et 0,42 ;

$b$  est la base de la section.

Le moment résistant de la section est donné par l'expression 2.10.

$$M_{Rd} = A_{s,réel} f_{yd} (d - \beta_2 x) \quad (2.11)$$

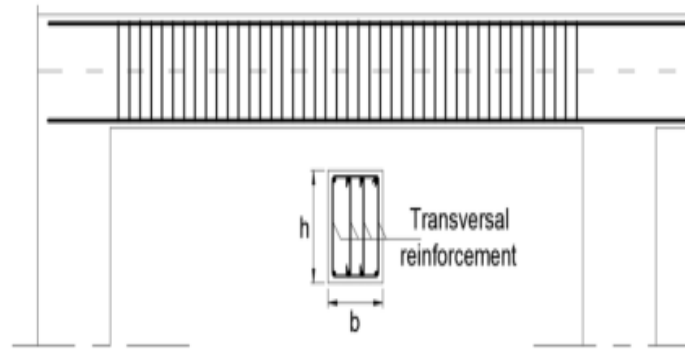
où :

$A_{s,réel}$  surface effective de l'acier ;

$f_{yd}$  est la limite d'élasticité de calcul de l'acier de béton armé.

## b) Efforts tranchants

Après avoir trouvé la section d'armatures longitudinales, il faut déterminer la section d'armatures transversales à insérer dans la poutre. A l'aide de la courbe enveloppe de l'effort tranchant, il est possible de savoir s'il est nécessaire d'insérer des armatures transversales en comparant la force de cisaillement  $V_{Ed}$  agissant sur la poutre à la résistance au cisaillement  $V_{Rd,c}$  à travers l'expression 2.12.



**Figure 2.5.** Armatures transversales dans la poutre (Djeukoua Nathou, 2019)

$$V_{Rd,c} = \max \left\{ \left[ C_{Rd,c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d ; (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \right\} \quad (2.12)$$

où :

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} ;$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 ; (d \text{ en mm}) ;$$

$$\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0,02 ;$$

$A_{sl}$  : Aire de la section des armatures tendues ;

$b_w$  : plus petite largeur de la section droite dans la zone tendue, en mm ;

$d$  : Hauteur de la section utile ;

$f_{ck}$  : Résistance caractéristique en compression du béton, mesurée sur cylindre à 28 jours ;

$$k_1 = 0,15 ;$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0,2 f_{cd} ;$$

$N_{Ed}$  : Effort normal agissant dans la section droite dû aux charges extérieures appliquées ;

$A_c$  : Aire de la section droite du béton ;

$$v_{min} = 0,035 k^{1/2} f_{ck}^{1/2} ;$$

Si  $V_{Rd,c} > V_{Ed}$ , alors aucune armature de cisaillement n'est requise, l'armature de cisaillement minimale est appliquée en fonction des caractéristiques de la section de poutre. Dans le cas contraire, l'armature de cisaillement est requise.

Pour les éléments où l'armature de cisaillement est requise, la résistance au cisaillement est le minimum de  $V_{Rd,s}$  et  $V_{Rd,max}$  définis par les expressions 2.13 et 2.14.

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta \quad (2.13)$$

$$V_{Rd,s} = \frac{\alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} \quad (2.14)$$

$s$  : Espacement des cadres ou étriers ;

$$z = 0,9 d ;$$

$f_{ywd}$  : Limite d'élasticité de calcul des armatures d'effort tranchant

$\alpha_{cw}$  : Coefficient tenant compte de l'état de contrainte dans la membrure comprimée

$v_1$  : Coefficient de réduction de la résistance du béton fissuré à l'effort tranchant

$$(v_1 = 0,6 \text{ pour } f_{ck} \leq 60 \text{MPa})$$

$A_{sw}$  : Aire de la section des armatures d'effort tranchant donnée par la relation 2.15.

$$\frac{A_{sw,max} f_{ywd}}{b_w s} \leq \frac{1}{2} \alpha_{cw} v_1 f_{cd} \quad (2.15)$$

L'espacement maximal entre les armatures transversales est donné par la relation 2.16.

$$s_{max} = \min\{0,75 d ; 600 \text{ mm}\} \quad (2.16)$$

### c) Vérification à l'état limite de service

Les vérifications à l'état limite de service comprennent la limitation des contraintes, le contrôle des fissurations et le contrôle des déflexions.

#### i. Limitation des contraintes

Les contraintes de traction et de compression doivent être vérifiées afin d'éviter des déformations inélastiques des armatures et des fissures longitudinales dans le béton. La vérification de la contrainte admissible sur la poutre se fait à la combinaison rare et à la

combinaison quasi-permanente. Les contraintes dans le béton ( $\sigma_c$ ) et dans les armatures ( $\sigma_s$ ) doivent être inférieures aux valeurs maximales définies par l'Eurocode 2 et données par les conditions 2.17, 2.18 et 2.19.

$$\sigma_c < 0,6 f_{ck} \quad \text{Pour la combinaison caractéristique} \quad (2.17)$$

$$\sigma_c < 0,45 f_{ck} \quad \text{Pour la combinaison quasi permanente} \quad (2.18)$$

$$\sigma_s < 0,8 f_{ck} \quad \text{Pour la combinaison caractéristique} \quad (2.19)$$

L'évaluation des contraintes dans le béton et l'acier nécessite la détermination du rapport modulaire ( $n$ ), de la position de l'axe neutre et du moment d'inertie de la section. Les rapports modulaires à court terme ( $n_0$ ) et à long terme ( $n_\infty$ ), sont respectivement calculés à l'aide des expressions 2.20 et 2.21.

$$n_0 = \frac{E_s}{E_c} \quad (2.20)$$

où :

$E_s$  : Module d'élasticité de l'acier à béton ;

$E_c$  : Module d'élasticité du béton ;

$$n_\infty = n_0(1 + \varphi_L \times \rho_\infty) \quad (2.21)$$

où :

$\varphi_L = 0,55$  Pour le rétrécissement du béton ;

$\rho_\infty = 2/2,5$  ;

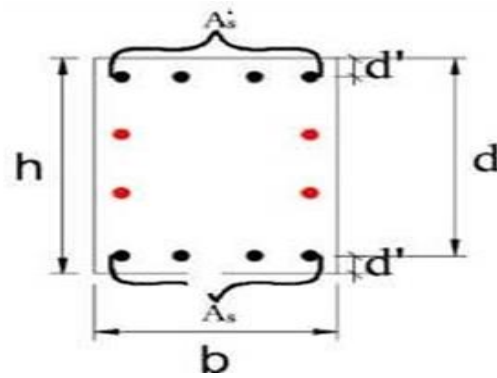
La position de l'axe neutre ( $x$ ) déterminée pour un béton non fissuré et donnée par l'expression 2.24.

$$x = \frac{-n(A'_s + A_s) + \sqrt{n(A'_s + A_s) + 2bn(A'_s d' + A_s d)}}{b} \quad (2.22)$$

où :

$A'_s$  et  $A_s$  sont respectivement les sections des armatures supérieures et inférieures ;

$b$ ,  $d$  et  $d'$  sont les caractéristiques géométriques définies par la figure 2.6.



**Figure 2.6.** Section transversale de la poutre avec différentes caractéristiques

Le moment d'inertie ( $J$ ) de la section non fissurée est donné par l'expression 2.23.

$$J = \frac{bh^3}{3} + nA_s(d - x)^2 + nA'_s(x - c)^2 \quad (2.23)$$

Les contraintes dans le béton ( $\sigma_c$ ) et dans les armatures ( $\sigma_s$ ) sont respectivement données par les expressions 2.24 et 2.25.

$$\sigma_c = \frac{M}{J} x \quad (2.24)$$

$$\sigma_s = \frac{nM}{J} (d - x) \quad (2.25)$$

avec  $M$  le moment à l'état limite de service.

## ii. Contrôle des fissurations

À l'aide de la classe d'exposition de l'élément structurel, la largeur maximale admissible d'une fissure ( $W_{\max}$ ) pour la combinaison quasi permanente est déterminée à partir du tableau 2.1.

**Tableau 2.3.** Valeurs recommandées de  $W_{max}$

Classe d'exposition	Éléments en béton armé et éléments en béton précontraint à armatures non adhérentes	Éléments en béton précontraint à armatures adhérentes
	Combinaison quasi-permanente des charges	Combinaison fréquente des charges
X0, XC1	0,4 <sup>1</sup>	0,2
XC2, XC3, XC4	0,3	0,2 <sup>2</sup>
XD1, XD2, XS1, XS2, XS3		Décompression

NOTE 1 Pour les classes d'exposition X0 et XC1, l'ouverture des fissures n'a pas d'incidence sur la durabilité et cette limite est fixée pour garantir un aspect acceptable. En l'absence de conditions sur l'aspect, cette limite peut être traitée de manière moins stricte.

NOTE 2 Pour ces classes d'exposition, en outre, il convient de vérifier la décompression sous la combinaison quasi-permanente des charges.

En fonction de la contrainte dans les barres d'acier, la fissuration peut être contrôlée en limitant soit le diamètre maximal des barres, soit l'espacement maximal des barres d'armatures en suivant les exigences fournies par les tableaux 1 et 2 de l'annexe B.

### iii. Contrôle des déflexions

Le contrôle de la déflexion se fait en calculant le rapport portée ( $l$ ) sur hauteur utile ( $h$ ). Pour une poutre continue ou sur deux appuis, la limitation de la déflexion doit vérifier la condition 2.26.

$$\frac{l}{d} \leq \frac{l}{250} \quad (2.26)$$

Le rapport ( $l/d$ ) se calcule à l'aide des expressions 2.27 et 2.28 multiplié par un facteur de correction donné par l'expression 2.29.

$$\frac{l}{d} = k \left[ 11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2\sqrt{f_{ck}} \left( \frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{3/2} \right] \quad \text{si} \quad \rho \leq \rho_0 \quad (2.27)$$

$$\frac{l}{d} = k \left[ 11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \quad \text{si} \quad \rho \geq \rho_0 \quad (2.28)$$

$$\frac{310}{\sigma_s} = \frac{500}{\frac{A_{s,req}}{A_{s,prov}} f_{yk}} \quad (2.29)$$

où :

$k$  : Coefficient qui tient compte des différents systèmes structuraux et donné par le tableau 2.2 ;

$\rho_0$  : Pourcentage d'armatures de valeur  $= 10^{-3} \sqrt{f_{ck}}$  ;

$\rho = \frac{A_s}{bd}$  : Pourcentage d'armatures de traction nécessaire à mi- portée ;

$\rho' = \frac{A'_s}{bd}$  : Pourcentage d'armatures de compression nécessaire à mi- portée ;

$A_{s,prov}$  : Section d'acier prévue dans la section considérée ;

$A_{s,req}$  : Section d'acier nécessaire dans la section aux ELU.

**Tableau 2.4.** Valeurs de base du rapport portée/ hauteur utile pour les éléments en béton armé

Système structural	K	Béton fortement sollicité $\rho = 1,5 \%$	Béton faiblement sollicité $\rho = 0,5 \%$
Poutre sur appuis simples, dalle sur appuis simples portant dans une ou deux directions	1,0	14	20
Travée de rive d'une poutre continue, d'une dalle continue portant dans une direction ou d'une dalle continue le long d'un grand côté et portant dans deux directions	1,3	18	26
Travée intermédiaire d'une poutre ou d'une dalle portant dans une ou deux directions	1,5	20	30
Dalle sans nervures sur poteaux, (plancher-dalle) — pour la portée la plus longue	1,2	17	24
Console	0,4	6	8

NOTE 1 Les valeurs indiquées ont été choisies de manière à placer généralement du côté de la sécurité et le calcul est susceptible de montrer fréquemment que des éléments plus minces peuvent convenir.

NOTE 2 Dans le cas des dalles portant dans deux directions, il convient d'effectuer la vérification pour la plus petite portée. Dans le cas des planchers-dalles, il convient de prendre la plus grande portée.

NOTE 3 Les limites indiquées pour les planchers-dalles correspondent à une limite moins sévère que la limite portée/250 pour la flèche à mi-portée. L'expérience a montré que ceci était satisfaisant.

### 2.4.5.3. Dimensionnement des poteaux

Le dimensionnement des poteaux commencera par un pré dimensionnement qui sera suivi d'une modélisation 3D de la structure dans le logiciel SAP 2000. Ensuite, différentes combinaisons de charges seront considérées afin d'obtenir les courbes enveloppes, une analyse modale. Enfin, à partir de ces courbes, un dimensionnement sera effectué ainsi que les vérifications avec le logiciel Microsoft Excel.

**a) Prédimensionnement des poteaux**

Le prédimensionnement du poteau se fait par l'estimation de la descente de charge sur le poteau le plus sollicité. Éventuellement on pourra utiliser différentes sections de poteaux à des fins d'optimisation. L'effort axial résistant d'un poteau ( $N_{Rd}$ ) est donné par la relation 2.30, ce qui permet de trouver la section minimale du béton ( $A_c$ ) à l'aide de la condition 2.31.

$$N_{Rd} = 0,6 f_{cd} A_c \tag{2.30}$$

$$A_c \geq \frac{N_{sd}}{0,6 f_{cd}} \tag{2.31}$$

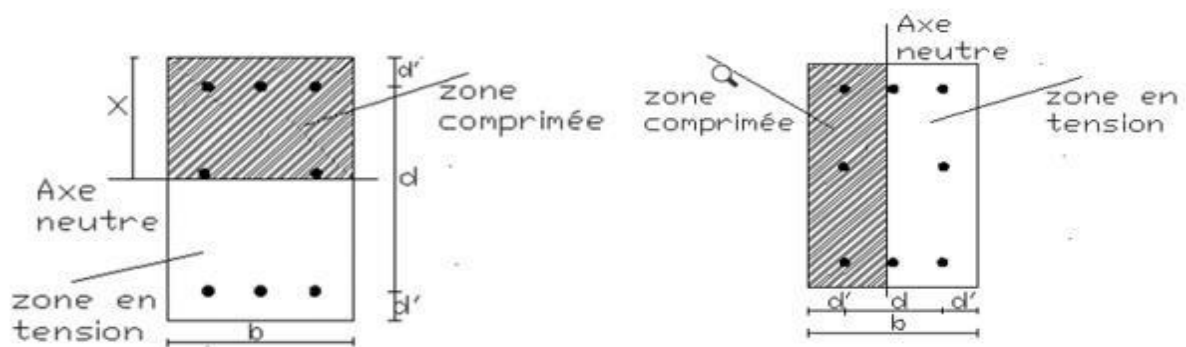
où :

$N_{sd}$  : Valeur de calcul de l'effort axial ;

$f_{cd}$  : Résistance de calcul du béton.

**b) Vérification du moment fléchissant-effort normal des poteaux**

Le dimensionnement se fait à travers le diagramme d'interaction moment fléchissant-effort normal (M-N). Pour chaque niveau, il faut s'assurer que la sollicitation maximale M-N appartient au diagramme d'interaction M-N de la section considérée. Les points qui se trouvent sur le diagramme représentent la configuration limite. Au-delà d'eux, la rupture se produit. Ce diagramme est obtenu en déterminant quelques points significatifs. La section rectangulaire servant à déterminer les différents points du diagramme est présentée à la figure 2.7.



**Figure 2.7.** Section rectangulaire illustrant le diagramme d'interaction pour différentes positions de l'axe neutre

Le diagramme d'interaction est donné à travers six points ayant chacun pour abscisse l'effort normal et pour ordonnée le moment fléchissant.

### Premier point

La section est entièrement soumise à la traction, par conséquent, le béton ne réagit pas. Ici,  $\varepsilon_s = \varepsilon_{ud} = 6.75\%$  ;  $\varepsilon'_s = \varepsilon_{yd}$  et la contrainte à l'intérieur de l'élément correspond à la limite élastique de calcul de l'armature en acier. La force axiale résistante ( $N_{Rd}$ ) et le moment de flexion résistant ( $M_{Rd}$ ) sont obtenus à partir des expressions 2.32 et 2.33 respectivement.

$$N_{Rd} = -f_{yd}A_s - f_{yd}A'_s \quad (2.32)$$

$$M_{Rd} = f_{yd}A_s \left(\frac{h}{2} - d'\right) - f_{yd}A'_s \left(\frac{h}{2} - d'\right) \quad (2.33)$$

Où  $f_{yd}$  est la limite d'élasticité de calcul des armatures.

### Deuxième point

La section est complètement soumise à la traction. On impose  $\varepsilon_s = \varepsilon_{ud}$  et  $\varepsilon_c = 0$ . Il faut vérifier si l'acier supérieur a cédé ou non en déterminant la déformation  $\varepsilon'_s$ . L'effort axial et le moment de flexion résistants sont respectivement obtenus à partir des expressions 2.32 et 2.33 du paragraphe précédent.

### Troisième point

Ici, nous imposons que la rupture soit due au béton et que l'armature inférieure ait cédée. En supposant  $\varepsilon_s = 10\% \geq \varepsilon_{yd}$ ,  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} = 0.35\%$ , la position de l'axe neutre est déterminée par l'expression 2.34.

$$x = d \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{cu2} + \varepsilon_s} \quad (2.34)$$

Ensuite, il faut vérifier si l'acier supérieur a cédé ou non en déterminant la déformation  $\varepsilon'_s$  afin d'obtenir la contrainte correspondante. La déformation  $\varepsilon'_s$  est donnée par l'expression 2.35.

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cu2} \frac{x-d'}{x} \quad (2.35)$$

L'effort axial et le moment de flexion résistants sont obtenus à partir des expressions 2.36 et 2.37 respectivement.

$$N_{Rd} = \beta_1 f_{cd} b x - f_{yd} A_s + f_{yd} A'_s \quad (2.36)$$

$$M_{Rd} = f_{yd} A_s \left( \frac{h}{2} - d' \right) + f_{yd} A'_s \left( \frac{h}{2} - d' \right) + \beta_1 f_{cd} b x \left( \frac{h}{2} - \beta_2 x \right) \quad (2.37)$$

#### Quatrième point

On impose que la rupture soit due au béton et que l'armature inférieure atteigne exactement  $\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$ . Comme pour le point précédent, la position de l'axe neutre et la déformation  $\varepsilon'_s$  seront déterminées. Les valeurs de l'effort axial et du moment fléchissant résistants sont déterminées respectivement à l'aide des expressions 2.36 et 2.37 du paragraphe précédent.

#### Cinquième point

Il est imposé que la rupture soit due au béton et l'armature inférieure atteint exactement  $\varepsilon_s = 0$ , alors la position de l'axe neutre est égale à la hauteur utile de la section. L'effort axial et le moment de flexion résistants sont respectivement obtenus à partir des expressions 2.38 et 2.39.

$$N_{Rd} = \beta_1 f_{cd} b x + f_{yd} A'_s \quad (2.38)$$

$$M_{Rd} = f_{yd} A'_s \left( \frac{h}{2} - d' \right) + \beta_1 f_{cd} b x \left( \frac{h}{2} - \beta_2 x \right) \quad (2.40)$$

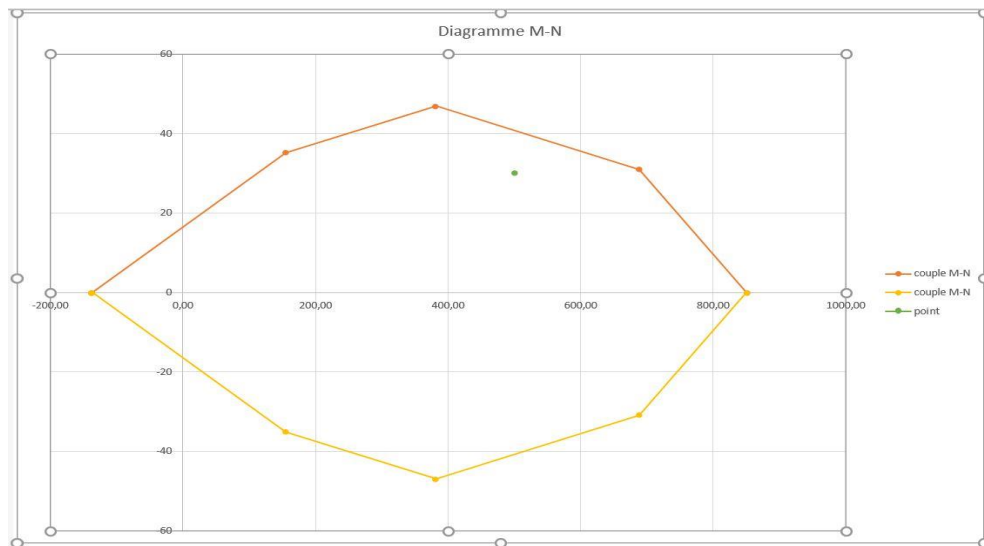
#### Sixième point

La section uniformément comprimée est imposée. En supposant  $\varepsilon_s = \varepsilon'_s = 0.2$ , l'effort axial et le moment fléchissant résistants sont respectivement obtenus par les expressions 2.40 et 2.41.

$$N_{Rd} = f_{cd} b h + f_{yd} A_s + f_{yd} A'_s \quad (2.40)$$

$$M_{Rd} = f_{yd} A_s \left( \frac{h}{2} - d' \right) + f_{yd} A'_s \left( \frac{h}{2} - d' \right) \quad (2.41)$$

La figure 2.8 représente un exemple de diagramme M-N où, le point bleu représente un couple de sollicitation  $M_{Ed}$  et  $N_{Ed}$  qui se trouve à l'intérieur du diagramme, la section est donc considérée comme satisfaisante pour lesdites actions.



**Figure 2.8.** Exemple de diagramme d'interaction M-N

**c) Vérification de l'effort tranchant**

L'Eurocode 2 impose un diamètre minimum de  $6mm$  ou  $1/4$  du diamètre maximal des barres longitudinales. Il définit également un espacement maximum des armatures transversales ( $s_{cl,max}$ ) donné par l'expression 2.42.

$$s_{cl,max} = \min(20\phi_{l,min}; b; 400mm) \quad (2.42)$$

où  $\phi_{l,min}$  est le diamètre minimal des barres longitudinales.

**d) Vérification de l'élancement**

Il convient de vérifier que l'élancement ( $\lambda$ ) de l'élément est en dessous de la valeur limite ( $\lambda_{lim}$ ) définie par l'Eurocode 2 et donnée par l'expression 2.43.

$$\lambda_{lim} = \frac{20ABC}{\sqrt{n}} \quad (2.43)$$

où :

$$A = \frac{1}{1+0,2\varphi_{eff}} \quad (\varphi_{eff} : \text{Coefficient de fluage effectif ; } A = 0,7 \text{ si } \varphi_{eff} \text{ est inconnu) ;}$$

$$B = \sqrt{1 + 2w} \quad (w = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} : \text{Ratio mécanique des armatures ; } B = 1,1 \text{ si } w \text{ est inconnu) ;}$$

$C = 1,7 - r_m$  ( $r_m = \frac{M_{01}}{M_{02}}$  : Ratio des moments ;  $r_m = 1$  pour les systèmes non contreventés).

L'élancement d'un poteau est déterminé à l'aide de la relation 2.44.

$$\lambda = \frac{l_0}{i} \quad (2.44)$$

où :

$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$  : Rayon de giration de la section de béton non fissuré ;

$l_0$  : Longueur effective du poteau ;

$I$  : Moment d'inertie de la section ;

$A$  : Aire de la section.

## 2.5. Méthode d'analyse modale

Cette analyse vise à déterminer les périodes de vibration et les modes de déformation du bâtiment.

### 2.5.1. Détermination de la période fondamentale de vibration

La période fondamentale d'un bâtiment ( $T_1$ ) est une caractéristique intrinsèque qui dépend des propriétés de la structure elle-même. Sa détermination fait appel à des expressions basées sur des formules empiriques, telles que celle proposée par l'Eurocode 8 pour les bâtiments d'une hauteur allant jusqu'à 40 m, comme présenté dans l'expression 2.47.

$$T_1 = C_t * H^{\frac{3}{4}} \quad (2.47)$$

où :

$C_t$  est un coefficient qui dépend du type de moment résistant de la structure ;

$H$  est la hauteur totale du bâtiment au-dessus des fondations en mètre.

### 2.5.2. Détermination des modes de vibrations

Les modes de vibration de la structure sont déterminés à l'aide du logiciel suite à une simulation utilisant les sections calculées obtenues à partir de l'analyse statique linéaire. Les

trois premiers modes sont considérés comme les plus significatifs, représentant généralement au moins 80 % de la participation totale de la masse de la structure.

### 2.5.3. Détermination du coefficient de comportement

Le coefficient de comportement est introduit dans les relations définissant le spectre de réponse élastique afin de prendre en compte la capacité de la structure à dissiper l'énergie. La valeur du coefficient de comportement est donnée par l'expression 2.48.

$$q = q_0 \cdot k_w \quad (2.48)$$

avec :

$k_w$  est un coefficient qui correspond au mode de rupture ;

$q_0$  Une valeur de base du coefficient de comportement.

La valeur du coefficient de comportement ( $q_0$ ) pour un système dans une classe de ductilité moyenne est donnée par la relation 2.49.

$$q_0 = 3.0 \alpha_u / \alpha_1 \quad (2.49)$$

où :

$\alpha_u / \alpha_1$  est un facteur de multiplication dépendant de la forme de la structure ;

$\alpha_1$  est le coefficient multiplicateur au moment de formation de la première rotule ;

$\alpha_u$  le coefficient multiplicateur après la formation du mécanisme plastique global.

### 2.5.4. Méthode d'analyse statique équivalente

L'évaluation des charges sismiques agissant à chaque niveau de la structure peut être effectuée manuellement grâce à la méthode des forces latérales. Cette méthode consiste à déterminer l'effort tranchant à la base de la structure connaissant la masse totale et à la redistribuer à chaque niveau. La force du séisme à la base ( $F_b$ ) est calculée par l'expression 2.50.

$$F_b = S_d(T_1) \cdot M_t \cdot \lambda \quad (2.50)$$

où :

$S_d(T_1)$  est l'accélération spectrale correspondant à la période de vibration fondamentale;

$M_t$  est la masse totale du bâtiment ;

$\lambda$  est le facteur de correction.

La redistribution de la force horizontale  $F_i$  est calculée par la formule 2.51

$$F_i = \frac{W_i \cdot h_i}{\sum_{j=1}^n h_j w_j} F_b \quad (2.51)$$

où :

$i$  le niveau considéré du bâtiment ;

$W_i$  le poids correspondant au niveau  $i$  du bâtiment ;

$h_i$  la hauteur du niveau ou de l'étage  $i$  ;

$n$  le nombre total de niveau.

### 2.5.5. Méthode d'analyse spectrale

L'analyse spectrale est une méthode d'analyse dynamique utilisée pour évaluer la réponse d'une structure à des charges sismiques extrêmes. Dans cette étude elle est utilisée afin d'améliorer la résistance au séisme d'un bâtiment, et pour ce faire cette analyse sera effectuée sur le bâtiment existant. L'analyse spectrale permet d'obtenir les périodes de vibrations de la structure face à l'excitation sismique, le déplacement maximal de la structure et les déplacements relatifs entre chaque niveau de la structure. Une fois déterminés, ces paramètres serviront de renforcer notre structure en fonction des dommages causés par l'action sismique.

### 2.5.6. Modélisation de l'action du séisme

Elle consiste à appliquer un spectre de réponse sismique représentatif à la structure, pour évaluer sa réponse dynamique en fonction de la distribution spectrale des fréquences de l'excitation sismique. Le spectre de réponse élastique du séisme est inséré dans le logiciel comme une fonction et son application à la structure se fait à travers la définition des cas de charges qui utilisent la fonction spectre de réponse et la direction de l'action. Le logiciel permet de prendre en compte l'excentricité de la force sismique puis l'effet de torsion accidentel est pris en compte, comme préconisé dans l'Eurocode 8, en définissant trois cas de charges sismiques dans chaque direction et la force sismique considérée est l'enveloppe de ces trois cas de charges.

### **2.5.7. Détermination des périodes de vibrations**

Elles varient en fonctions des divers modes de vibration et sont obtenues lors de l'analyse spectrale.

### **2.5.8. Détermination du déplacement maximal**

Le déplacement maximal se réfère à la plus grande amplitude de mouvement subie par la structure lorsqu'elle est soumise à une force sismique. Ce déplacement est une mesure importante pour évaluer la réponse sismique d'un bâtiment et déterminer sa capacité à résister à un séisme. La valeur du déplacement maximale sera déterminée par le logiciel lors de l'analyse spectrale. Dans la conception sismique, ce déplacement peut affecter à la fois les éléments structurels qui font partie du système de résistance à la force latérale et les éléments non structurels.

### **2.5.9. Détermination de la dérive inter-étages**

La dérive inter-étages représente le paramètre le plus important à analyser car il est strictement lié aux dommages subis par les éléments structurels et non structurels. Ce rapport est utilisé comme indice afin d'évaluer la capacité de déformation d'un bâtiment et de déterminer davantage ses performances. Ce paramètre est évalué comme le rapport des déplacements latéraux moyens en haut et en bas d'un étage. La limitation du déplacement relatif entre les étages par l'Eurocode 8 pour les bâtiments est donnée par l'expression 2.52.

$$d_r v = 0.005. h \quad (2.52)$$

où :

$d_r$  est le déplacement relatif entre les étages ;

$h$  est la hauteur de l'étage ;

$v$  est un facteur de réduction qui dépend de la classe d'importance du bâtiment.

## **2.6. Méthode de renforcement par Polymères Renforcés de Fibres (PRF)**

Après avoir soumis notre bâtiment au charge sismique nous allons vérifier les déformations, les fissurations (les dégâts) sur les éléments structuraux de notre bâtiment et renforcer ces éléments ayant subis des dommages dû à l'action sismique. L'irruption de ce matériau, le PRF, a été la plus marquée dans le domaine du renforcement et de la

réhabilitation. Pour le dimensionnement, on suppose que le béton, l'acier et le composite reprennent l'effort tranchant. Connaissant la section du béton armé, on peut ainsi calculer le nombre de bandes, les largeurs et les espacements du composite à ajouter.

### 2.6.1. Résistance à l'effort tranchant

Pour les éléments à section rectangulaire, la contribution du PRF à la capacité de la résistance est, s'il s'agit d'un enrobage total par PRF, ou de bandes ou des feuilles de PRF en forme de U la résistance à l'effort tranchant est donnée par l'expression 2.53 :

$$V_{Rd,f} = 0.9d \cdot f_{fdd,e} \cdot 2 \cdot t_f \cdot \left( \frac{w_f}{s_f} \right)^2 \cdot (\cot \theta + \cot \beta) \cdot \sin \beta \quad (2.53)$$

S'il s'agit des bandes ou des feuilles de PRF collées sur les côtés est réduit à l'expression 2.54.

$$V_{Rd,f} = 0.9d \cdot f_{fdd,e} \cdot 2 \cdot t_f \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \theta} \frac{w_f}{s_f} \quad (2.54)$$

avec :

$$f_{dd} = \frac{1}{\gamma_{fd}} \sqrt{\frac{0.6E_f f_{ctm} k_b}{t_f}} \quad (2.55)$$

Résistance de calcul vis-à-vis du décollement

$$f_{ddee,s=fdd} \frac{z_{rid,eq}}{z} \left( 1 - \sqrt{k \frac{L_{eq}}{z_{rid,eq}}} \right)^2 \quad (2.56)$$

$$k = 1 - \frac{2}{\pi};$$

$d$  : Hauteur utile ;

$\theta$  : Angle d'inclinaison des bielles ;

$f_{fdd,e}$  : Résistance efficace de calcul vis-à-vis du décollement du polymère renforcé de fibres, qui dépend de la configuration du renforcement ;

$t_f$  : Epaisseur de la bande, de la feuille ou de la toile de polymère renforcé de fibres ;

$\beta$  : Angle compris entre la direction (résistante) des fibres (d'une bande, d'une feuille ou d'une toile de polymère renforcé de fibres et l'axe de l'élément ;

$w_f$ : est la largeur de la bande ou de la feuille de polymère renforcé de fibres, mesurée dans le sens orthogonal à la direction (résistante) des fibres.

$s_f$ : Espacement des bandes de polymère renforcé de fibres ( $w_f = s_f$  pour les feuilles), mesuré dans le sens orthogonal à la direction (résistante) des fibres.

### 2.6.2. Renforts des poutres en flexion

Les matériaux composites peuvent augmenter la résistance des poutres à la flexion comme à l'effort tranchant. La méthode de renfort consiste à placer des plaques de fibres en dessous de la poutre existante. Pour la reprise de l'effort tranchant, les renforts sont disposés transversalement à l'axe de la poutre. Par conséquent, la méthode la plus efficace de mise en place des renforts est la couverture des 4 faces de la poutre par des tissus de fibres. La section de plaques de fibres pour reprendre le moment fléchissant est donnée par les expressions 2.57 ou l'expression 2.58.

$$A_f = \frac{M_{add}}{f_{fd} \times z} \quad (2.57)$$

où :

$M_{add}$  est moment supplémentaire à reprendre ;

$f_{fd}$  est la contrainte dans les plaques de fibre de carbone (selon le fournisseur) ;

Z est le bras de levier.

$$M_{nf} = A_f \cdot f_{fe} \cdot \left(d_f - \frac{\beta_1 x}{2}\right) \quad (2.58)$$

### Conclusion

Ce chapitre avait pour objectif de présenter les différentes procédures qui seront utilisées dans ce travail. L'analyse statique linéaire sera réalisée à l'aide du logiciel d'analyse structurelle SAP 2000 afin d'obtenir les différentes sollicitations. Ces sollicitations seront exportées dans le logiciel Excel afin d'effectuer le dimensionnement proprement dit des éléments structurels préalablement sélectionnés. Une fois la méthode de dimensionnement présenté, la méthode d'analyse modale permettant d'obtenir la période fondamentale de vibration et les différents modes de vibration du bâtiment a été présentée. Enfin la méthode d'analyse spectrale prenant en compte l'action sismique a été présentée. Cette analyse permet de déterminer les paramètres devant servir de critère pour le renforcement ou non de

la structure, les périodes de vibrations du bâtiment, le déplacement maximal et le taux de déplacement entre les étages. Une fois la méthode de travail bien défini nous présenterons par la suite les résultats obtenus à la suite de chacune des méthodes développées dans ce chapitre.

## CHAPITRE 3: RESULTATS ET INTERPRETATION

### Introduction

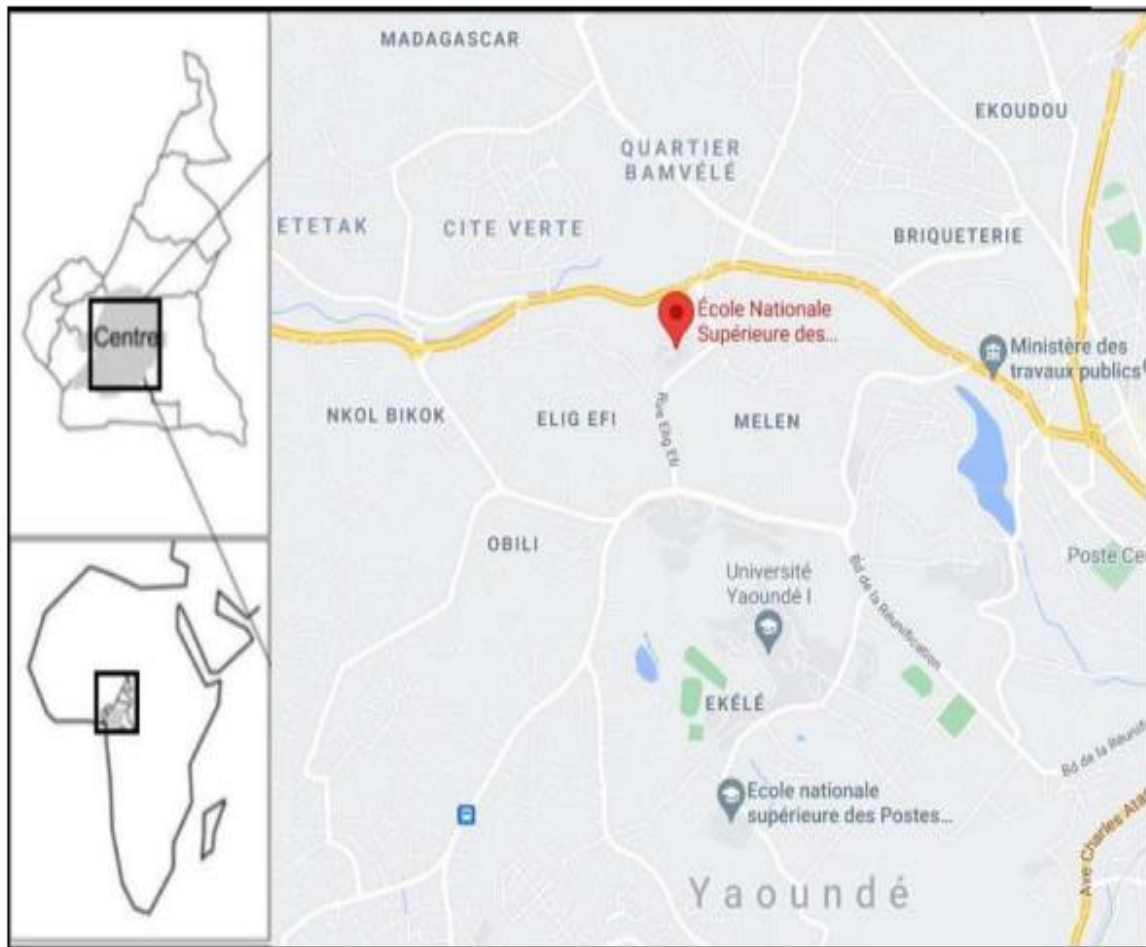
Dans ce chapitre, il est question de présenter les différents résultats obtenus en appliquant les étapes issues de l'approche méthodologique présentée au chapitre précédent. Ces résultats incluent notamment la présentation générale du site, la description physique de celui-ci, la présentation du projet et les résultats obtenus lors de la visite de diagnostic. Ensuite, les résultats de conception préliminaire, le dimensionnement des éléments structuraux sont fournis, l'analyse spectrale et le renforcement des éléments qui auront subi un déplacement important, puis une vérification de la poutre renforcée dans le logiciel Abaqus.

### 3.1. Présentation générale du site

Elle consiste à la présentation de la localisation géographique du site, la géologie, le relief, le climat, l'hydrologie, la population et les activités économiques.

#### 3.1.1. Localisation géographique du site

Le bâtiment étudié dans le cadre de ce travail est situé à Yaoundé, plus précisément au sein de l'Ecole Nationale Supérieure des Travaux Publics. Yaoundé est la capitale politique du Cameroun et chef-lieu de la région du centre. Elle est située à  $3,87^\circ$  latitude Nord et  $11,52^\circ$  longitude Est, et à une élévation de 760 mètres au-dessus de la mer située à 300Km de l'Océan atlantique. Yaoundé appartient au département du Mfoundi dans la région du centre et a une superficie totale de  $183 \text{ Km}^2$ . Le plan de la zone présentant la localisation du cas d'étude est illustré dans la figure 3.1.



**Figure 3.1.** Plan de localisation du cas d'étude

### 3.1.2. Géologie

Le lit rocheux de Yaoundé est constitué principalement de gneiss qui est une roche métamorphique. Cette roche a une structure grossièrement grenue, une composition minéralogique très variée, de grain moyen à grossier et se caractérise par une alternance de bandes claires et obscures.

### 3.1.3. Relief

Entouré de hautes collines, Yaoundé est surnommée la ville aux 7 collines. Elle est dominée par la colline Mbam Minkom avec une altitude de 1295 m et la colline Nkolodom avec une altitude de 1221 m dans le secteur Nord-Ouest ou le mont Eloumden au Sud-Ouest.

### 3.1.4. Climat

Le climat de Yaoundé est de type tropical, caractérisé par l'alternance de deux saisons sèches et deux saisons de pluie. Une longue saison de pluie de mars à novembre, et une longue saison sèche de décembre à février. Cependant, il y'a une diminution des précipitations pendant la saison des pluies et un changement de climat pendant la saison sèche également, qui donne l'apparence d'avoir deux saisons de pluie et deux saisons sèches. La température moyenne enregistrée est de 23.5°C contrasté entre 16°C et 31°C selon les saisons avec une précipitation de 1650mm en moyenne par an.

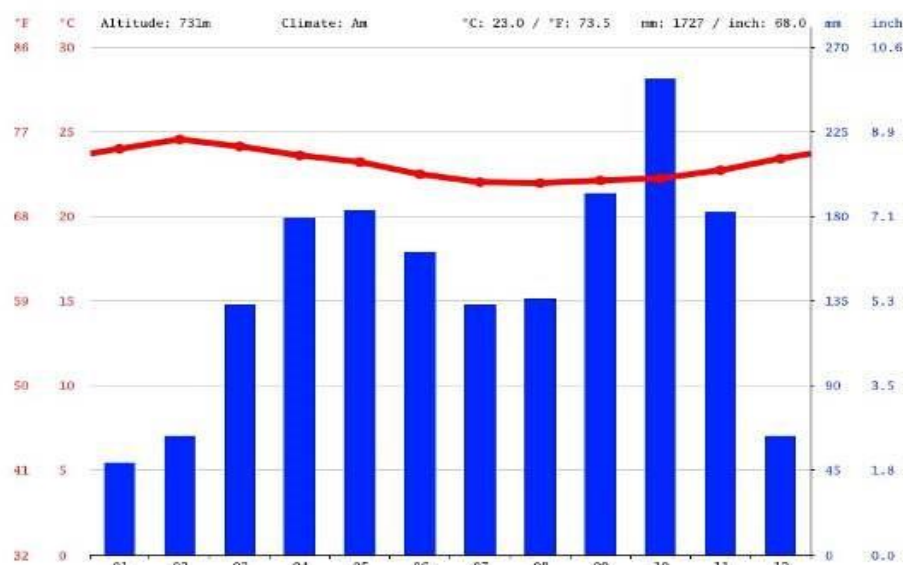


Figure 3.2. Diagramme ombrothermique de la ville de Yaoundé (Climate-date.org, consulté le 15 Mai 2024)

### 3.1.5. Hydrologie

Le réseau hydrographique de Yaoundé est très dense et composé de rivières telles que la rivière de Mfoundi et quelques lacs. Yaoundé fait partie du secteur sud-camerounais et est caractérisé par de douces chaînes de collines ondulantes et de nombreuses vallées et zones humides.

### 3.1.6. Population et activités économiques

Yaoundé a une population estimée à 4509287 habitants en 2024. Yaoundé étant une ville cosmopolite, il y a une part considérable de la région venant de plusieurs autres régions du pays. La majeure partie de Yaoundé est centrée autour de la structure administrative des services publics et des services diplomatiques. De ce fait, Yaoundé a un niveau de vie et une

sécurité assez élevée. Cependant, Yaoundé est une ville tertiaire et il existe quelques industries telles que brasseries, scieries, menuiserie, papeteries, etc.

### 3.2. Description physique du site

Le cas d'étude se trouve au quartier Elig-Effa dans l'arrondissement de Yaoundé VI précisément à l'Ecole Nationale Supérieure des Travaux publics (ENSTP) et concerne le bâtiment public à usage administratif. Sur le campus de l'école, il est entouré d'autres infrastructures telles que des salles de classe, des bâtiments administratifs, des laboratoires, d'une bibliothèque et d'un gymnase. En dehors du campus, la circulation est caractérisée par un trafic dense, principalement en raison de la présence d'un marché et d'un hôpital à proximité. La figure 3.3 illustre notre étude de cas.



**Figure 3.3.** Nouveau bâtiment administratif de l'ENSTP

### 3.3. Présentation du projet

La présentation du projet rend compte des données collectées. Elles sont divisées en quatre groupes notamment les données architecturales, les données structurelles, les données géotechniques et les caractéristiques des matériaux.

#### 3.3.1. Description du bâtiment

Le cas d'étude est un bâtiment existant en béton armé, dont la hauteur totale est de 22,40 mètres. Destiné principalement à accueillir des bureaux et des salles de réunion, il présente une longueur totale de 35,50 mètres et une largeur de 24 mètres. Le bâtiment se compose de trois cadres de blocs de construction en béton armé (bloc A, bloc B et bloc C), séparés par des joints de rupture. Les blocs A et B comprennent chacun cinq étages à usage de bureaux, tandis que le bloc C, constitué de cinq étages, abrite un escalier de secours. En

raison de la séparation des différents blocs par des joints de rupture, ils peuvent être étudiés indépendamment les uns des autres. Ce travail se focalise sur le bloc B. Le bloc B présente un plan rectangulaire, d'une longueur de 32,18 mètres et d'une largeur de 9,99 mètres. La hauteur de chaque étage est de 3,20 mètres, ce qui donne une hauteur totale de 22,40 mètres. La structure présente un plan d'étage identique du premier au cinquième niveau, mais un plan différent pour le septième niveau.

### **3.3.2. Plans architecturaux**

Les figures 3.4 à 3.6 présentent respectivement le plan de distribution du rez-de-chaussée et les plans des différentes coupes du bâtiment.

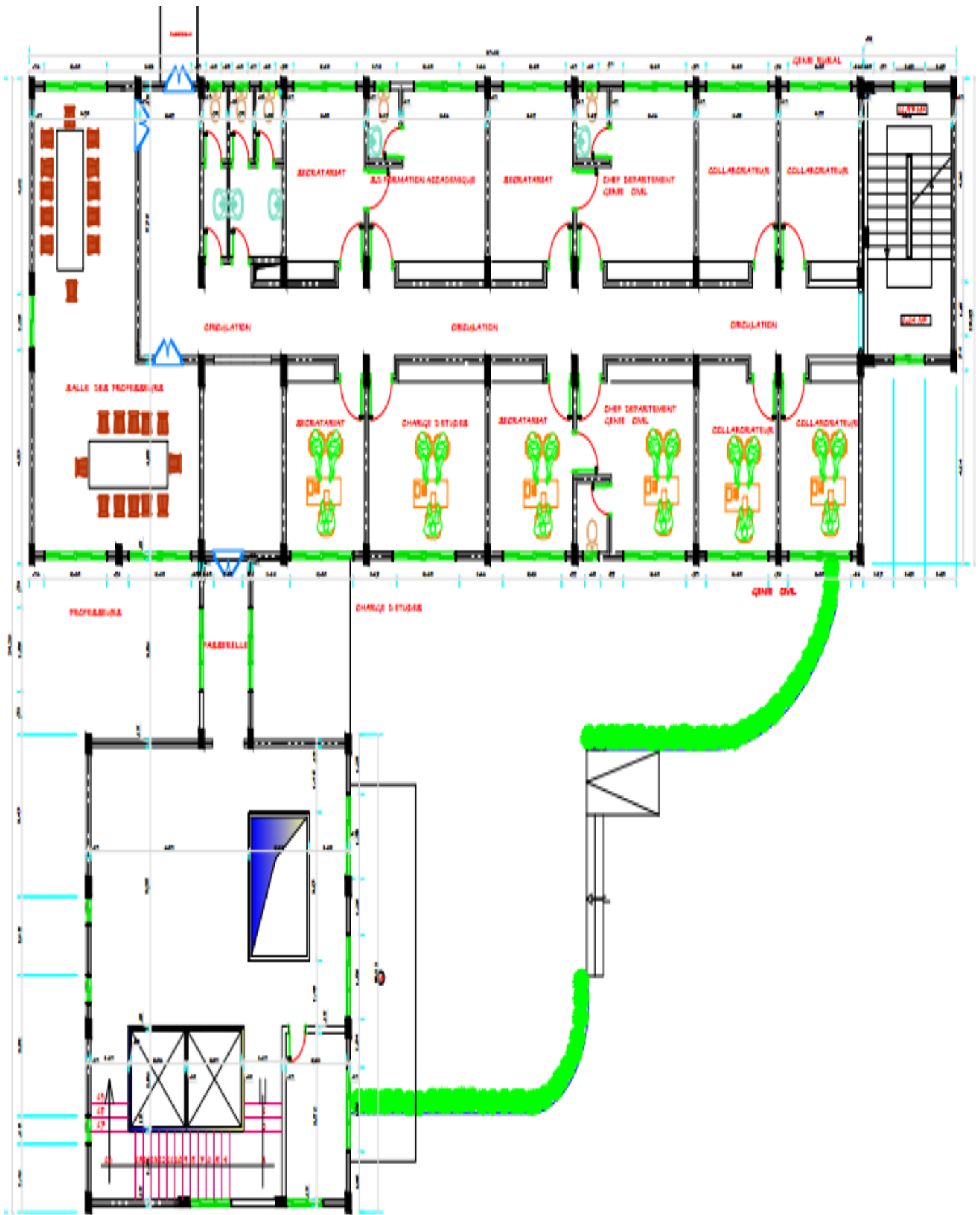


Figure 3.4. Vue en plan du premier étage du bâtiment.

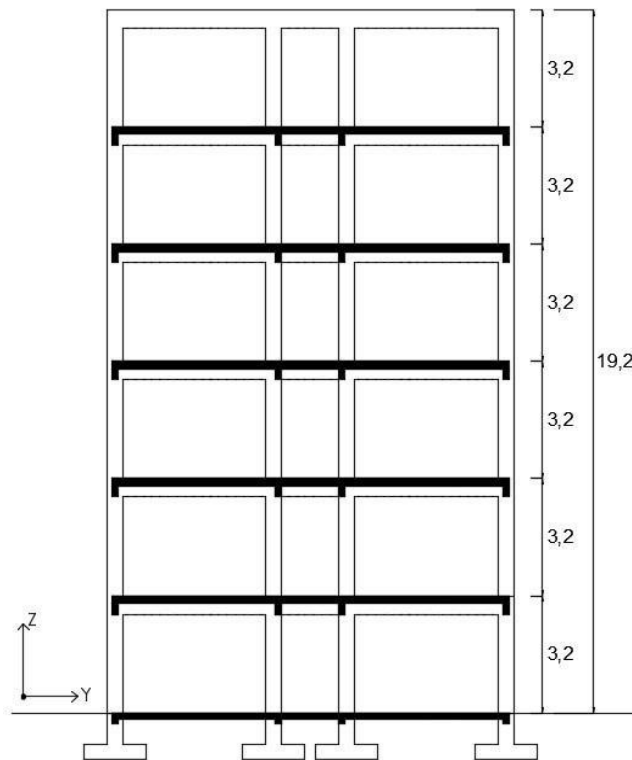


Figure 3.5. Plan de coupe A-A du bloc B

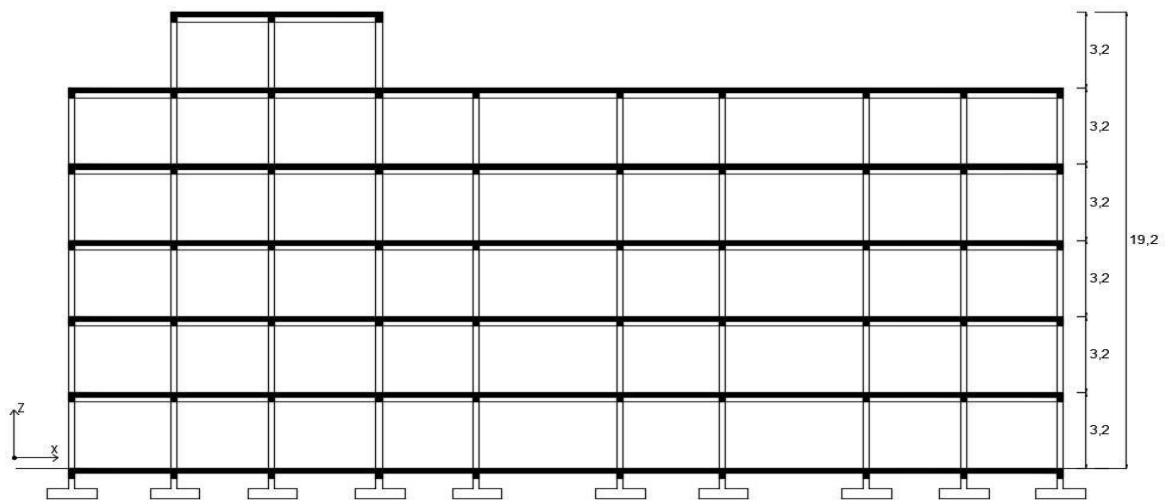


Figure 3.6. Plan de coupe B-B du bloc B

### 3.3.3. Plans de structure

Les figures 3.7 et 3.8 présentent les plans de coffrage du plancher haut du rez-de-chaussée du bâtiment.

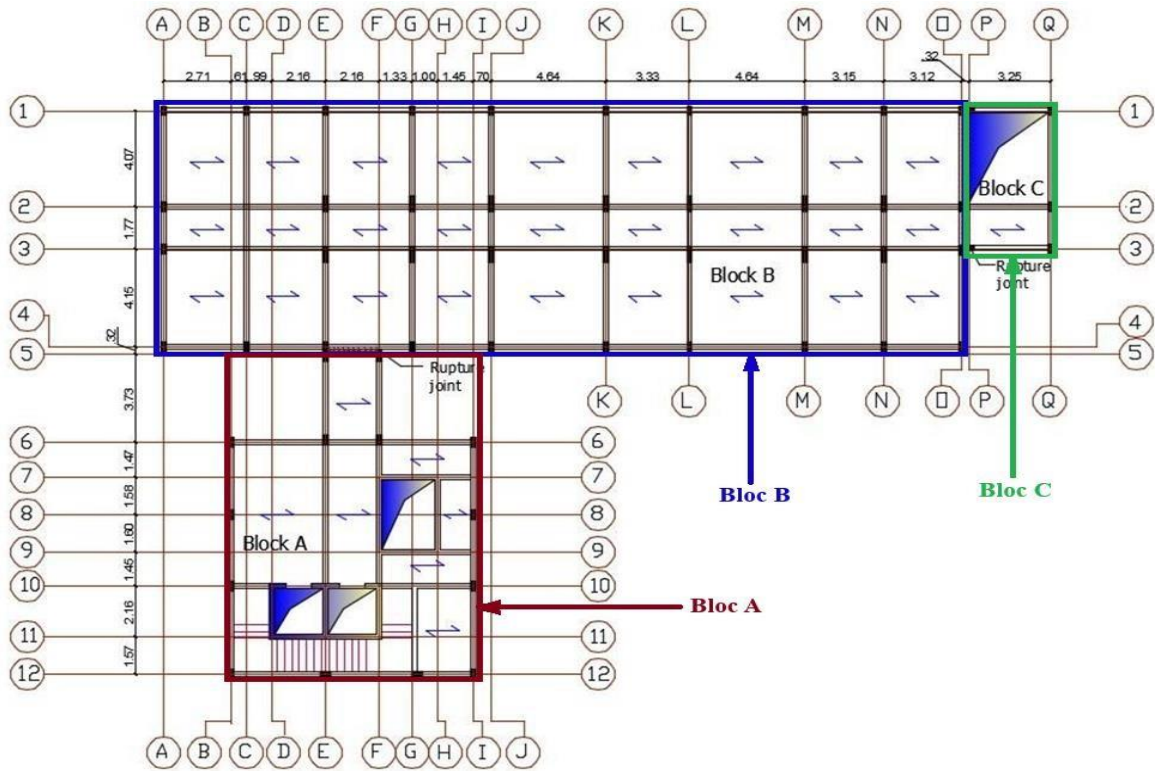


Figure 3.7. Le plan de coffrage du bâtiment

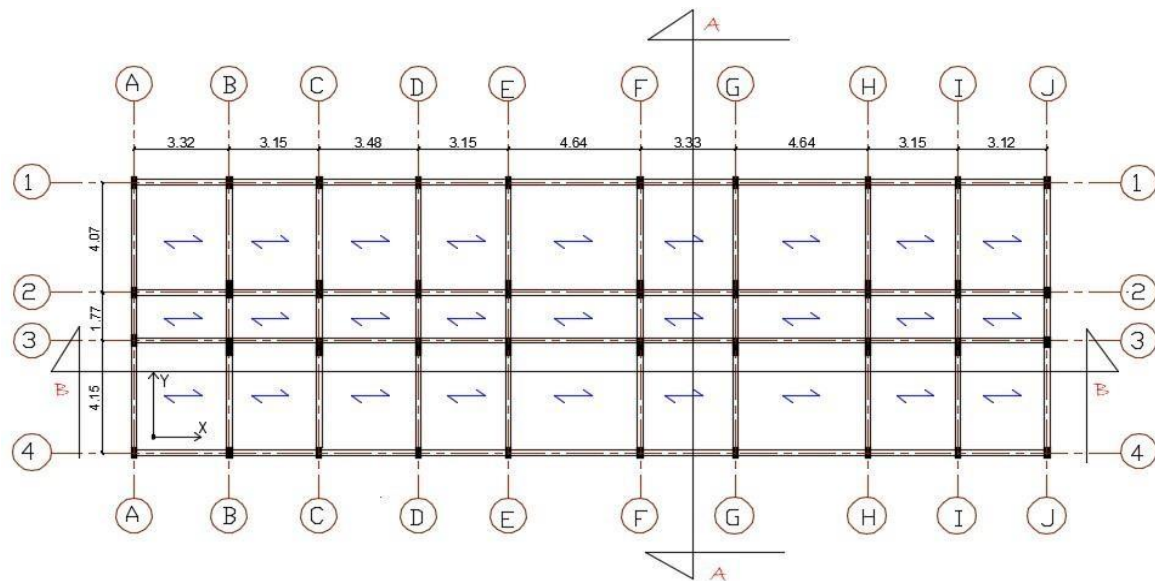


Figure 3.8. Plan de coffrage de l'ensemble des planchers haut du rez-de-chaussée à l'étage 5 du bloc B

### 3.3.4. Caractéristiques des matériaux

Pour l'analyse et le dimensionnement, la classe de béton adoptée est le C25/30 pour la superstructure. Pour l'armature longitudinale, le FE450 est considéré et pour l'armature transversale, une limite d'élasticité caractéristique de 235N/mm<sup>2</sup> (rond lisse) est adoptée. Les

principales caractéristiques des matériaux utilisés sont données dans les tableaux 3.1 pour le béton et 3.2 pour l'acier.

**Tableau 3.1.** Caractéristiques du béton

Propriétés	Valeur	Unité	Définition
Classe	C25/30	-	Classe du béton
$f_{ck}$	25	N/mm <sup>2</sup>	Résistance caractéristique à la compression à 28 jours béton cylindrique
$R_{ck}$	30	N/mm <sup>2</sup>	Résistance caractéristique à la compression à 28 jours béton cubique
$f_{ctm} = f_{ck} + 8$	33	N/mm <sup>2</sup>	Valeur moyenne de la résistance à la compression du béton cylindrique
$\gamma_c$	1,5	-	Coefficient partiel de sécurité pour le béton
$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} f_{ck}}{\gamma_c}$	14,16	N/mm <sup>2</sup>	Valeur moyenne de la résistance à la traction axiale du béton
$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$	2,56	N/mm <sup>2</sup>	Valeur moyenne à la résistance à la traction axiale de béton
$f_{ctd} = \frac{0,7 f_{ctm}}{\gamma_c}$	1,2	N/mm <sup>2</sup>	Résistance de calcul en traction
$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3}$	2,56	N/mm <sup>2</sup>	Module d'élasticité sécant
N	0,2	-	Coefficient de poisson
G	13115	N/mm <sup>2</sup>	Module de cisaillement
$\Gamma$	25	kN/m <sup>3</sup>	Poids spécifique du béton

**Tableau 3.2.** Caractéristiques des armatures longitudinales

Propriétés	Valeur	Unité	Définition
Classe	B450C	-	Classe d'acier
$F_{yk}$	450	N/mm <sup>2</sup>	Limite d'élasticité caractéristique
$\Gamma_s$	1,15	-	Coefficient partiel de sécurité pour l'acier
$\Gamma$	78,5	kN/m <sup>3</sup>	Poids spécifique de l'acier
N	0,3	-	Coefficient de poisson
$E_s$	210000	N/mm <sup>2</sup>	Module d'élasticité

### 3.3.5. Données géotechniques

Le sol est de type compact, composé de sable, d'humus et parsemé de quelques cailloux. La contrainte admissible considérée est de  $0,3 \text{ N/mm}^2$ .

### 3.4. Dimensionnement

Le dimensionnement sera fait, notamment par une évaluation et combinaisons des charges, par la détermination de la durabilité et l'enrobage du béton, par la détermination des dimensions des éléments porteurs et par le dimensionnement éléments structuraux.

#### 3.4.1. Actions sur la structure

Les charges permanentes et d'exploitations appliquées sur la structure ainsi que les combinaisons de charges se feront selon la norme Eurocode 1.

##### 3.4.1.1. Charges permanentes

Les charges permanentes sont divisées en charges structurelles et charges non-structurelles. Les tableaux 3.3 à 3.6 présentes les valeurs de ces charges.

**Tableau 3.3.** Charges permanentes structurelle

Nature	Description	Valeur	Unité
$G_{1k}$	Poids propre du plancher à corps creux (16+4 cm)	2,85	$\text{kN/m}^2$
Total		2,85	$\text{kN/m}^2$

**Tableau 3.4.** Charges permanentes non-structurelle

Au niveau des planchers			
Nature	Description	Valeur	Unité
$G_{2k}$	Carrelage	0,44	$\text{kN/m}^2$
$G_{2k}$	Chape + mortier de pose (4 cm)	0,36	$\text{kN/m}^2$
$G_{2k}$	Enduit au mortier de ciment (1.5 cm)	0,2	$\text{kN/m}^2$
Total		1	$\text{kN/m}^2$

**Tableau 3.5.** Charges permanentes non-structurelle des murs extérieurs

Nature	Description	Hauteur	Valeur	Unité
$G_{2k}$	Enduit au mortier de ciment (1.5 cm)	3m	0,45	kN/m
$G_{2k}$	Mur (15 cm) étages 1 à 5	3 m	6,08	kN/m
$G_{2k}$	Alucobond	3m	0,024	kN/m
<b>TOTAL</b>			<b>6,554</b>	<b>kN/m</b>

**Tableau 3.6.** Charges permanentes non structurelles au niveau de la toiture

Au niveau du toit		
Type	Élément	Charge (kN/m <sup>2</sup> )
G2k	Toiture métallique en zinc, incluant le revêtement et les tasseaux	0,25
G2k	Étanchéité	0,12
G2k	Charpente	0,13
G2k	Faux plafond	0,5
<b>Total</b>		<b>1</b>

#### 3.4.1.2. Charges d'exploitation

Les charges d'exploitation à définir sur le toit, les planchers et l'escalier sont déterminées par l'Eurocode 1. La charge d'exploitation sur le toit est de 1 kN/m<sup>2</sup>. Le bâtiment est de catégorie B donc la charge imposée sur les planchers est de 2,5kN/m<sup>2</sup>.

#### 3.4.1.3. Charge sismique

Pour ce travail, le spectre de réponse élastique sera sélectionné parmi les spectres de référence du logiciel SAP 2000. Le spectre de réponse utilisé est Eurocode8 2004. Ce spectre sera appliqué en direction x et en direction y. Les paramètres permettant de tracer ce spectre de réponse sont extraits du logiciel SAP 2000 et redessiné à l'aide du logiciel EXCEL. Le tableau 3.7 présente la valeur des paramètres définissant le spectre de réponse élastique. Le spectre de réponse élastique et le spectre de réponse de calcul sont présentés à la figure A.3 de l'Annexe. La charge sismique est la force totale que le séisme exerce sur une structure donnée et ses paramètres sont donnés dans le tableau 3.7.

**Tableau 3.7.** Paramètres du séisme

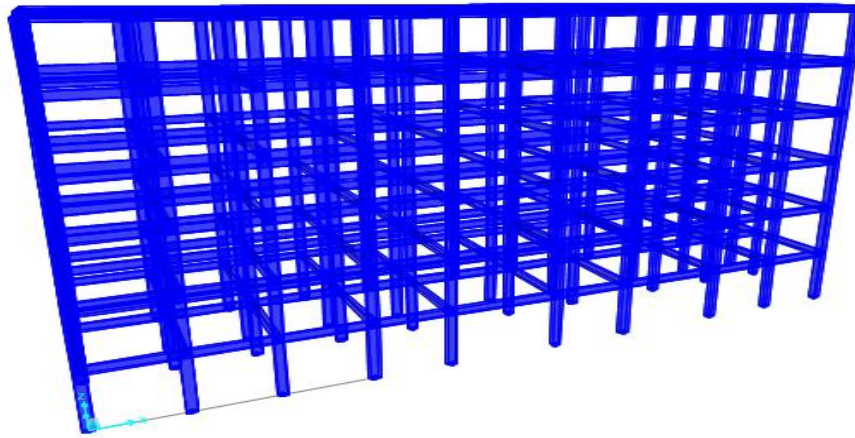
Classe de sol	Type B
Spectre de réponse horizontal	Type 1
Catégories d'importance	Bureaux
Classe du bâtiment	Classe II
Classe de ductilité	DCM (classe de ductilité moyenne)
Paramètre du sol (S)	1,2
Accélération maximale de référence au niveau d'un sol de classe B ( $a_{gr}$ )	$0,25 * g$
Coefficient d'importance ( $\gamma_1$ )	1
Accélération nominale ( $a_g$ )	$\gamma_1 * a_{gr}$
Coefficient de comportement (q)	3
Taux d'amortissement ( $\zeta$ )	5%

### 3.4.2. Enrobage

La durée de vie nominale du bâtiment est fixée à 50 ans, ce qui classe le bâtiment en S4 conformément à la norme EN 1990. La classe d'exposition est présumée être XC1 pour l'ensemble de la superstructure du bâtiment et XC2 pour les fondations. Selon la procédure de calcul décrite dans la partie 2.4.5, l'enrobage nominal obtenu est de 25 mm.

### 3.4.3. Modèle numérique du bâtiment

La modélisation a été faite par le logiciel SAP2000 V 23. Les charges des planchers et des murs sont appliquées directement aux poutres en tant que charges réparties. Pour assurer la rigidité de chaque étage au-dessus du niveau du sol, une contrainte de diaphragme est assignée à chaque nœud de la structure, du premier au dernier étage. La figure 3.9 montre le modèle numérique 3D de la structure du bâtiment du bloc B.



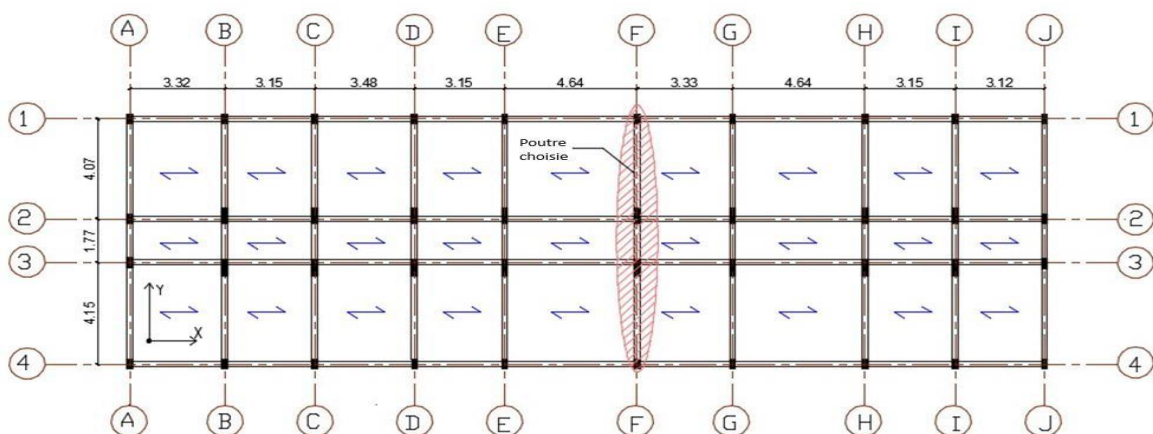
**Figure 3.9.** Modèle numérique 3D de la structure du bâtiment du bloc B

### 3.4.4. Résultats du dimensionnement des éléments structuraux horizontaux

Les poutres principales et secondaires constituent les éléments structuraux horizontaux. Les poutres principales sont celles qui supportent la dalle et transfèrent les charges aux colonnes.

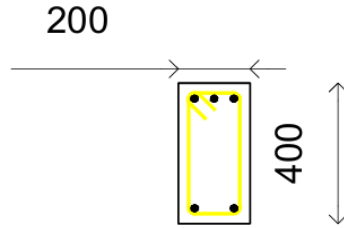
#### 3.4.4.1. Poutre sélectionnée pour le dimensionnement

La figure 3.10 présente la poutre sélectionnée pour faire l'objet de dimensionnement. La poutre sélectionnée est fonction de sa surface d'influence.



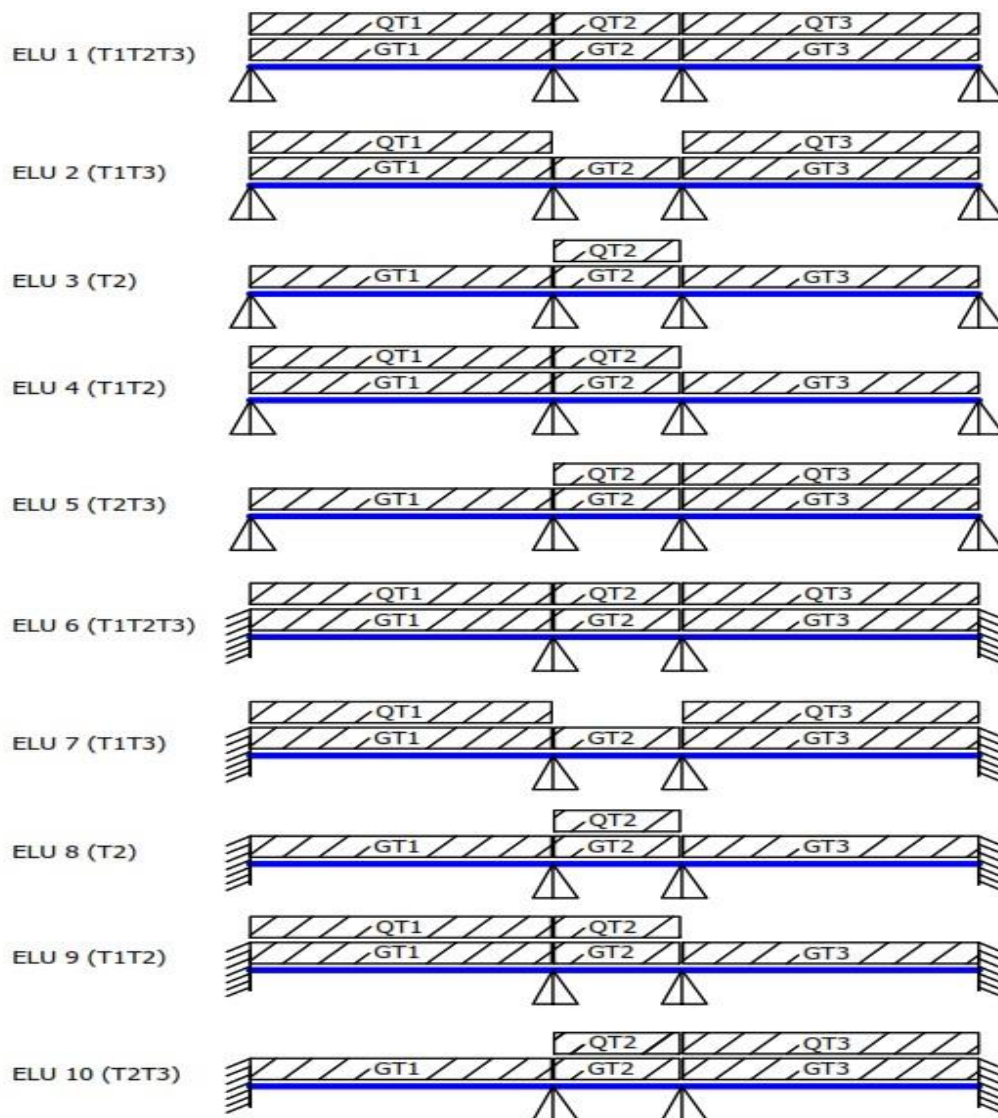
**Figure 3.10.** Localisation de la poutre choisie pour le dimensionnement

Les caractéristiques géométriques des poutres notamment la base  $b$  et la hauteur  $h$  obtenues valent respectivement 200 mm et 400 mm. La figure 3.11 illustre la section transversale de la poutre.



**Figure 3.11.** Section transversale de la poutre

Pour avoir les sollicitations maximales sur cette poutre, 10 combinaisons seront considérées et présenter à la figure 3.12.

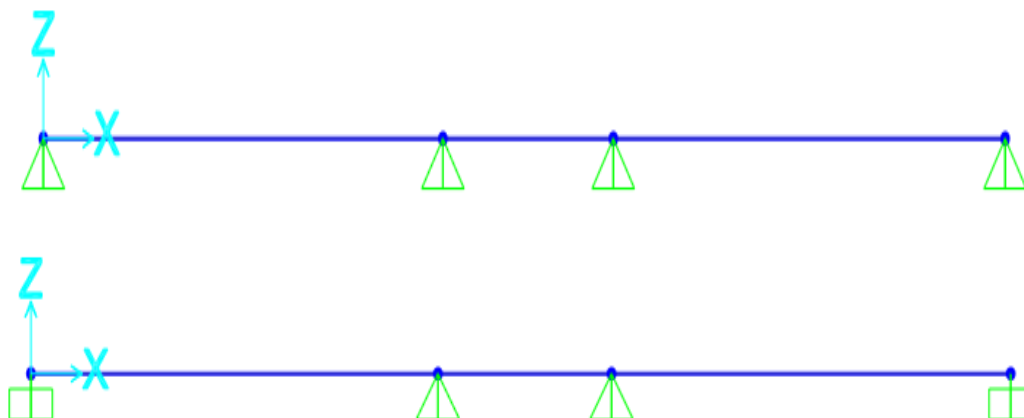


**Figure 3.12.** Combinaison de charges pour le dimensionnement de la poutre

De ces différentes combinaisons de charges, les sollicitations sont extraites pour un dimensionnement à l'ELU et des vérifications à l'ELS.

### 3.4.4.2. Dimensionnement à l'état limite ultime

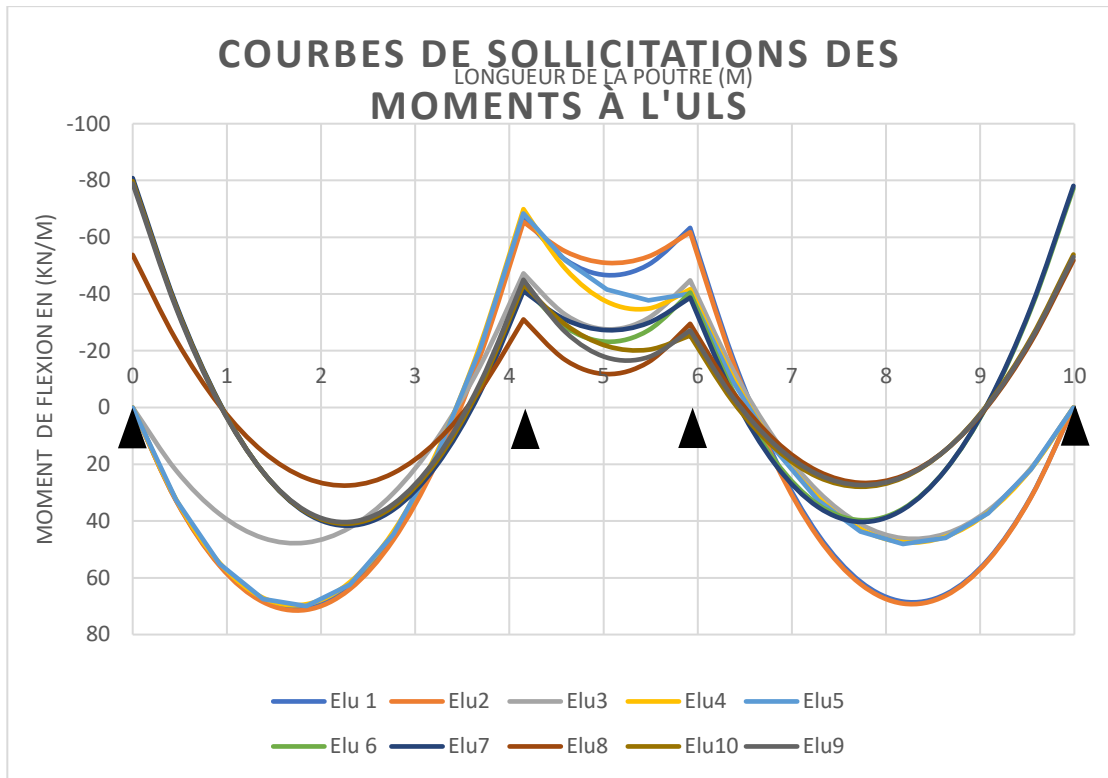
La modèle de la poutre issu du logiciel SAP 2000 version 23 est présentée à la figure 3.13.



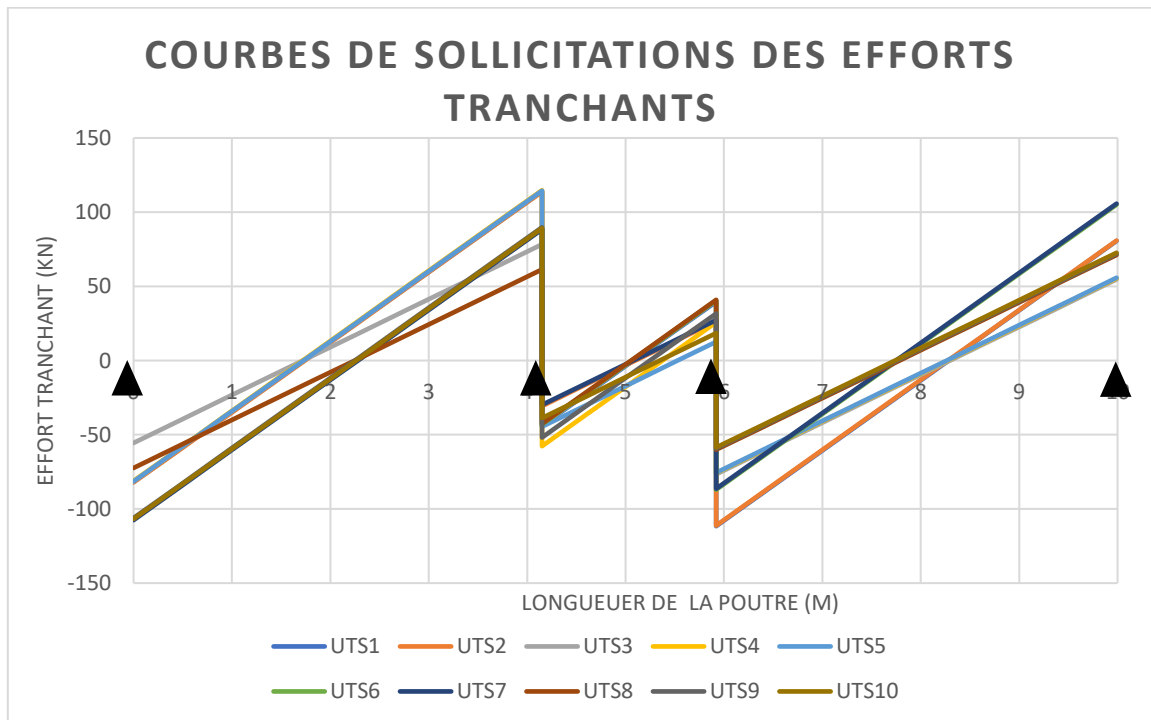
**Figure 3.13.** Modélisation de la poutre dans SAP 2000 V23

### 3.4.4.3. Dimensionnement de la poutre à l'ELU

Les figures 3.14 et 3.15 présentent respectivement les courbes de moment de flexion et d'efforts tranchants obtenues pour les 10 combinaisons de charge.

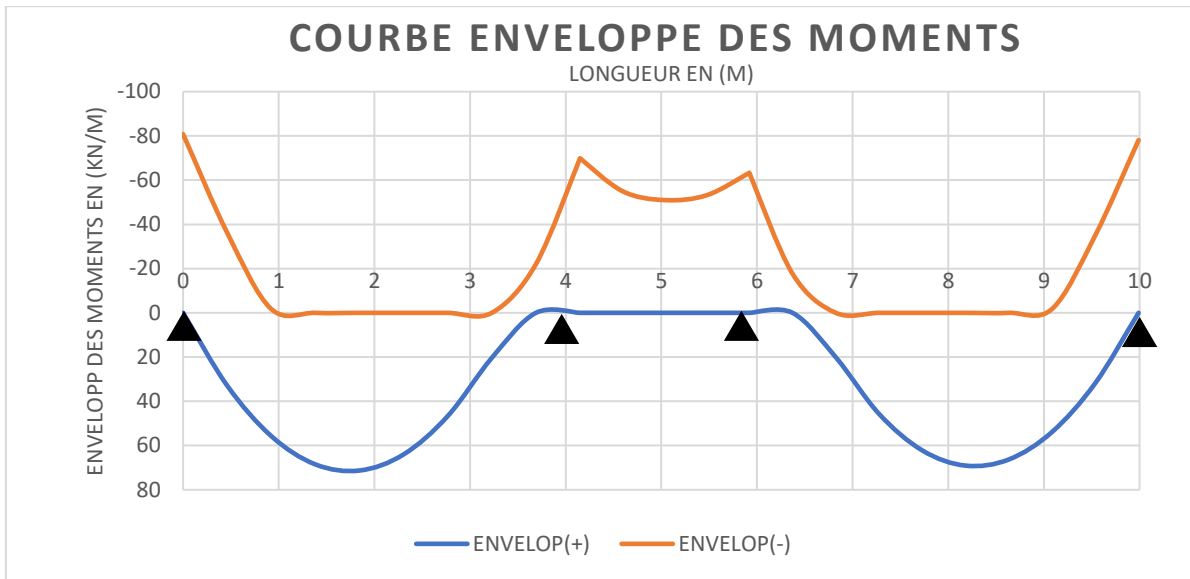


**Figure 3.14.** Courbe des moments de flexion

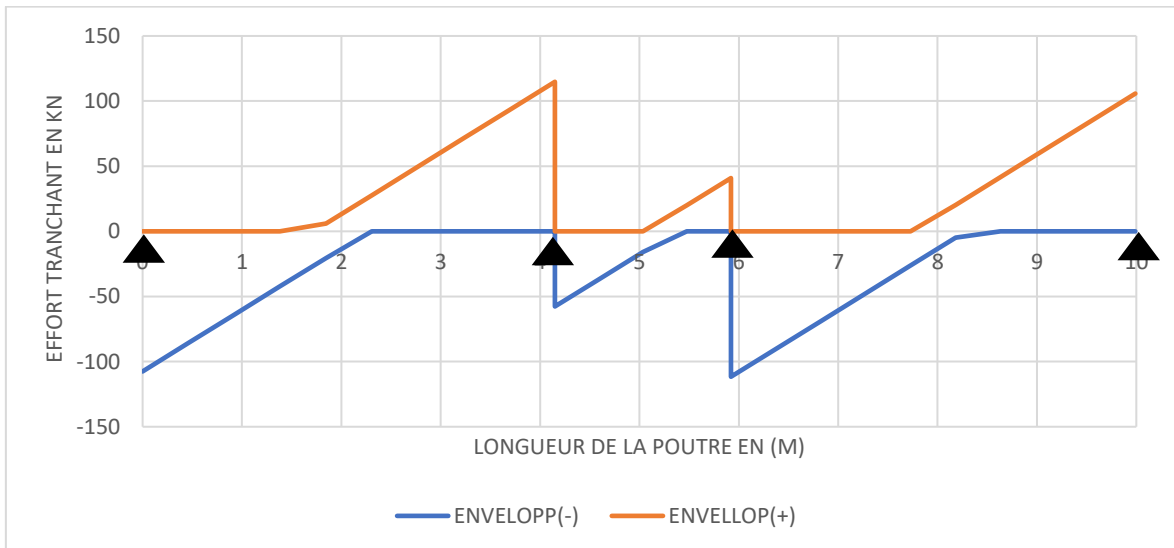


**Figure 3.15.** Courbe des efforts tranchants

A partir des courbes des figures 3.14 et 3.15, les valeurs maximales de moments et d'efforts tranchants ont été extraites afin d'obtenir respectivement les courbes enveloppes du moment de flexion (figure 3.16) et de l'effort tranchant (figure 3.17).

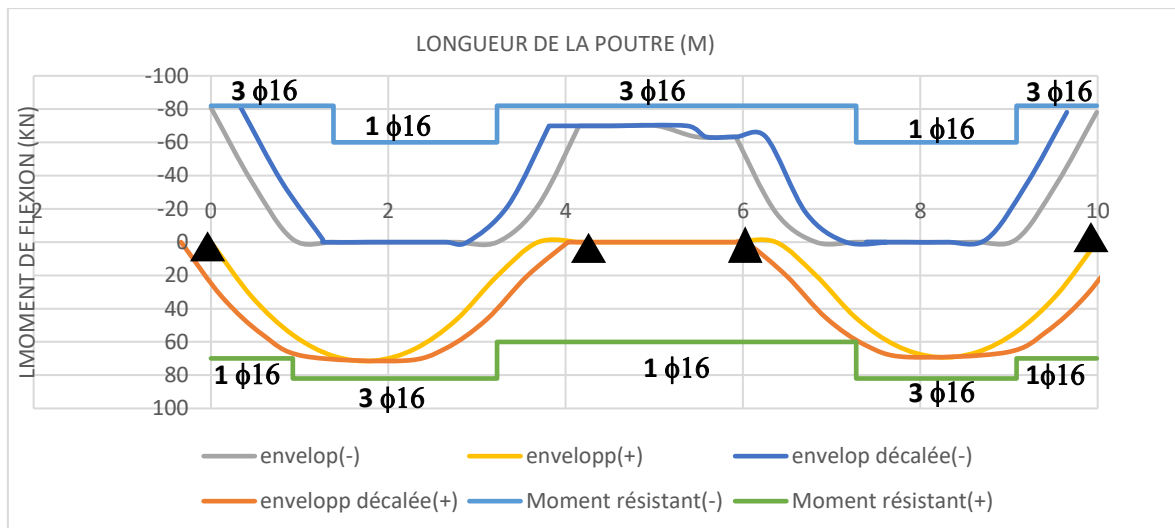


**Figure 3.16.** Courbe enveloppe des moments de flexion à l'ELU



**Figure 3.17.** Courbe enveloppe des efforts tranchants à l'ELU

Le renforcement en armatures longitudinales est déterminé à l'aide de la formule 2.7, puis vérifié à l'aide des formules 2.8 et 2.9. Les différentes sections d'aciers sont représentées à la figure 3.18.



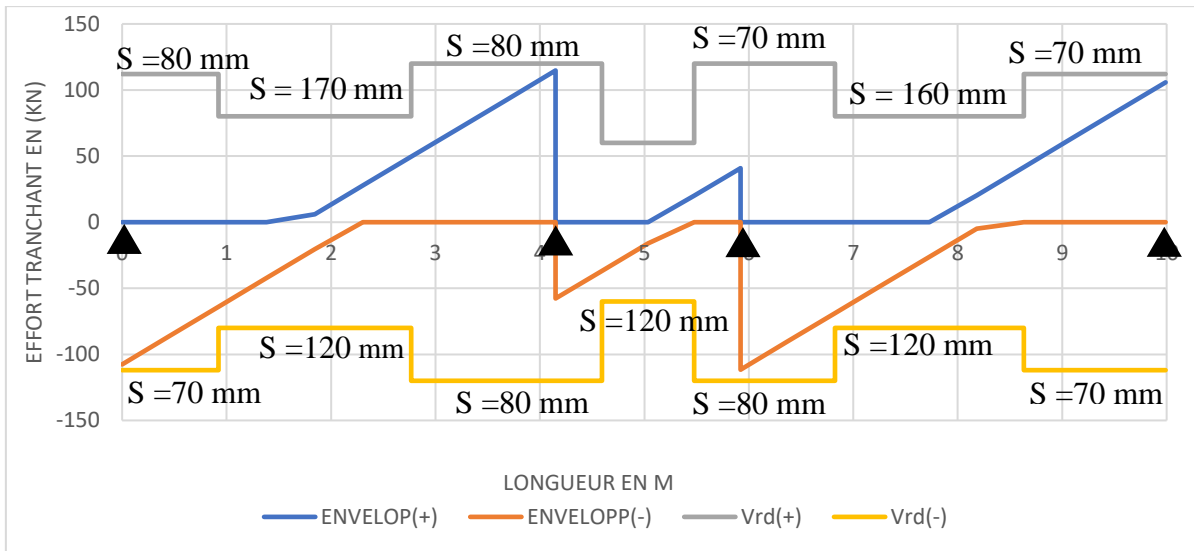
**Figure 3.18.** Courbe récapitulative de vérification du moment de flexion

Les moments résistants, de flexion ainsi que les sections des barres d'acier sont représentées dans le tableau 3.8.

**Tableau 3.8.** Tableau récapitulatif des moments résistants, des moments de flexion et des sections des barres d'acier

Longueur de la poutre	Ass (mm <sup>2</sup> )	Aseff (mm <sup>2</sup> )	Nombre de barres	Med (kN.m)	MRd (kN.m)	
0	600	603	3φ16	-80.8	82	Ok
1.844	539.75	603	3φ16	71.284	82	Ok
4.15	529.3	603	3φ16	-69.895	82	Ok
5.92	485	603	3φ16	-64	82	Ok
8.2	539.279	603	3φ16	71.284	82	Ok
9.99	598,186	603	3φ16	-79	82	Ok

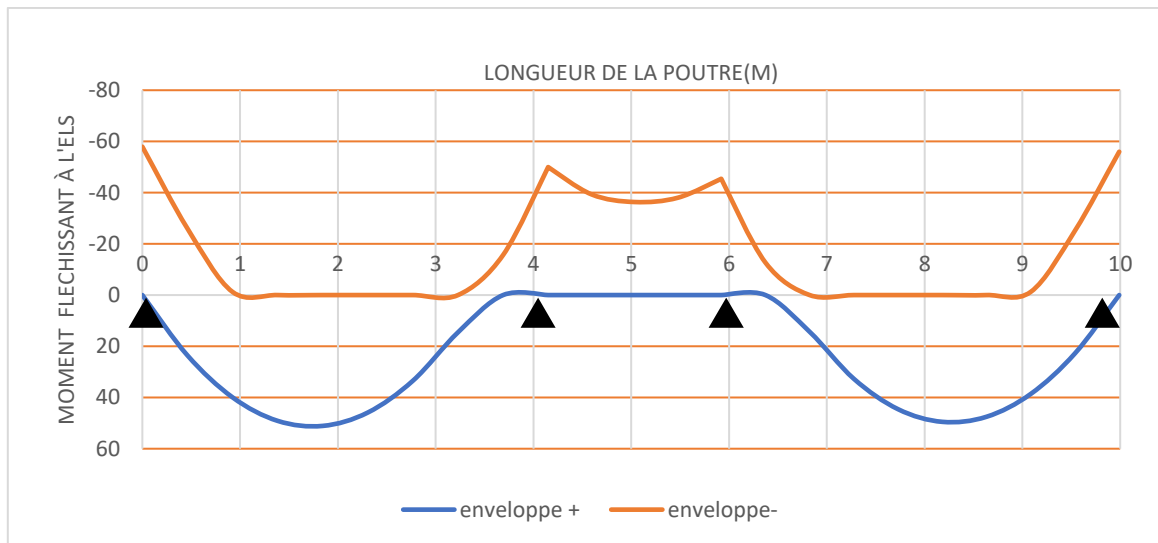
Pour les armatures transversales, les cadres de diamètre 6 mm ont été adoptés. Les différents espacements des cadres permettent de résister à l'effort tranchant sont obtenus par l'expression 2.13 qui consiste à se fixer une section d'armatures transversales et déterminer l'espacement en fonction de l'effort tranchant. Ses espacements sont illustrés par la figure 3.19.



**Figure 3.19.** Récapitulatif des résistances aux efforts tranchants sur la poutre

#### 3.4.4.4. Vérification à l'état limite de service

La courbe enveloppe qui regroupe les moments maximums positifs et les moments minimums négatifs est illustrée par la figure 3.20.



**Figure 3.20.** Courbe enveloppe des moments de flexion à L'ELS

A partir de La courbe enveloppe des moments fléchissant à l'ELS présentée à la figure 3.20, les contraintes dans le béton et dans l'acier sont évaluées en utilisant respectivement les équations 2.24 et 2.25. La valeur limite de ces contraintes est évaluée à partir des équations 2.17 et 2.19. Les moments ainsi utilisés pour le calcul des contraintes dans l'acier et dans le béton sont ceux obtenus par le diagramme enveloppe des moments fléchissant à l'ELS. Le tableau 3.9 résume les contraintes dans le béton et l'acier.

**Tableau 3.9.** Contraintes dans le béton et l'acier

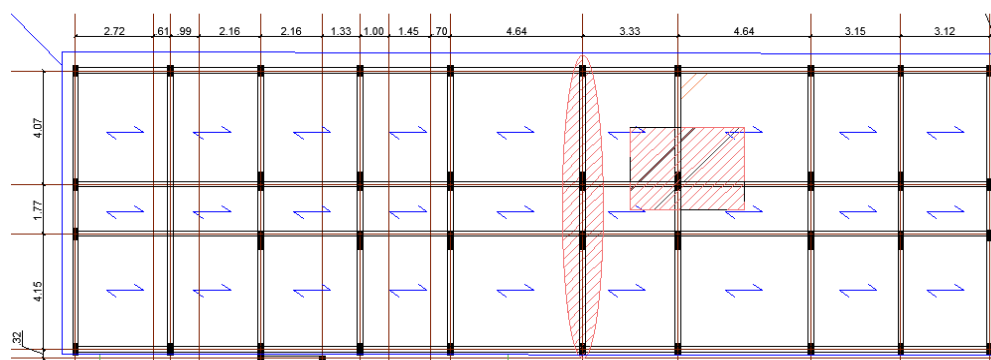
Position (m) sur la poutre	Med (kN.m)	$\sigma_c$ (Mpa)	$\sigma_c$ (max) (Mpa)	$\sigma_s$ (Mpa)	$\sigma_s$ (max) (Mpa)	$\sigma_c < \sigma_c$ $\sigma_s < \sigma_s$
0	57.94	9.2	15	298.6	360	Ok
1.84	51.1	8.1		263.3		Ok
4.15	49.98	8		257.6		Ok
5.92	45.41	7.2		234		Ok
8.18	49.52	7.9		255.2		Ok
9.99	55.98	8.9		288.5		Ok

### 3.4.5. Dimensionnement du poteau

Cette partie a porté sur le dimensionnement du poteau, la vérification du diagramme d'interaction M-N, de l'effort tranchant et l'élancement du poteau.

#### 3.4.5.1. Vérification de l'interaction moment fléchissant-effort axial

Le poteau choisi est illustré à la figure 3.21. Il a été choisi en fonction de sa surface d'influence et également pour les poutres qu'il supporte depuis le rez de chaussée. C'est aussi un des poteaux qui a été testé avec le détecteur d'armatures. Cinq combinaisons de charges sont obtenues pour le dimensionnement. Ces combinaisons ont permis d'avoir les diagrammes des moments de flexion suivant l'axe X et suivant l'axe Y. Ces diagrammes sont présentés par les figures 3.23 et 3.24.



**Figure 3.21.** Poteau sélectionné pour le dimensionnement

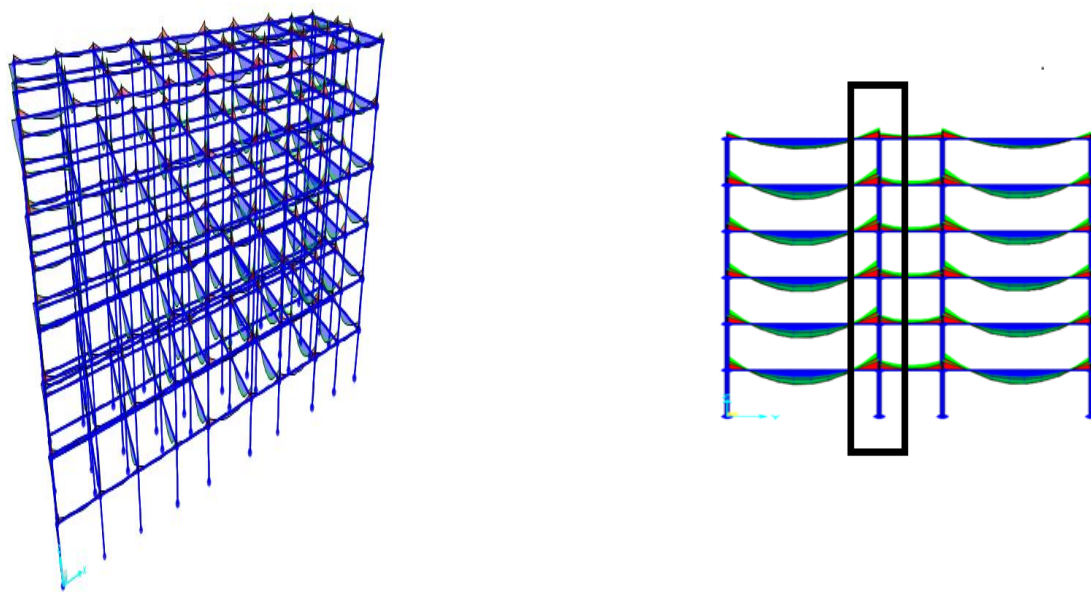


Figure 3.22. Poteaux les plus sollicités en termes de moment de flexion

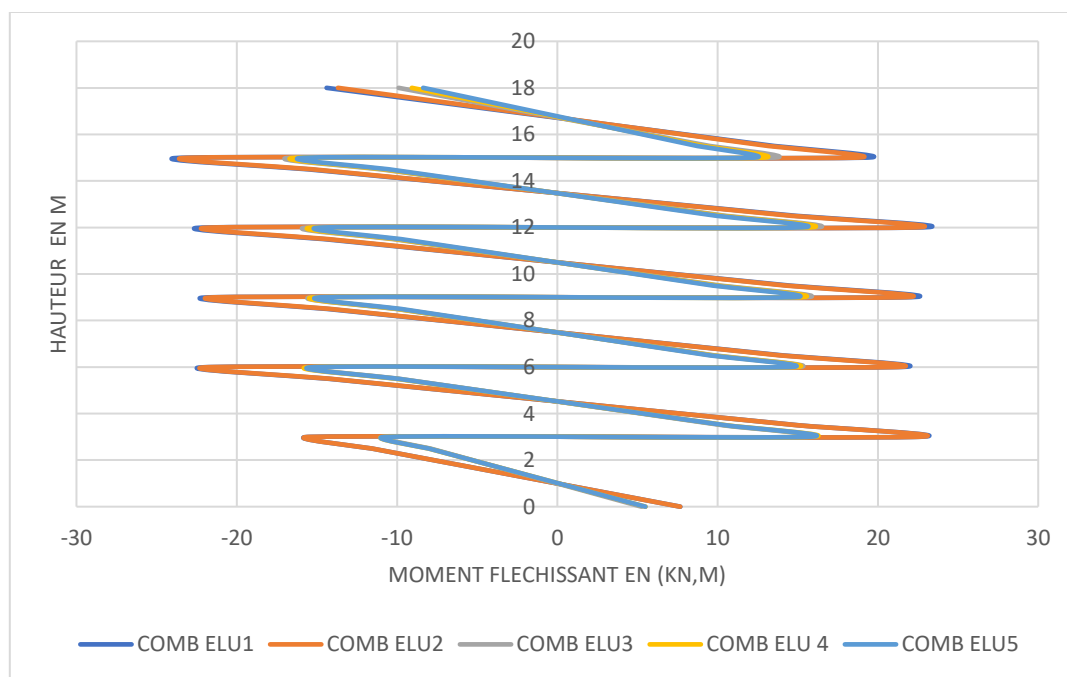
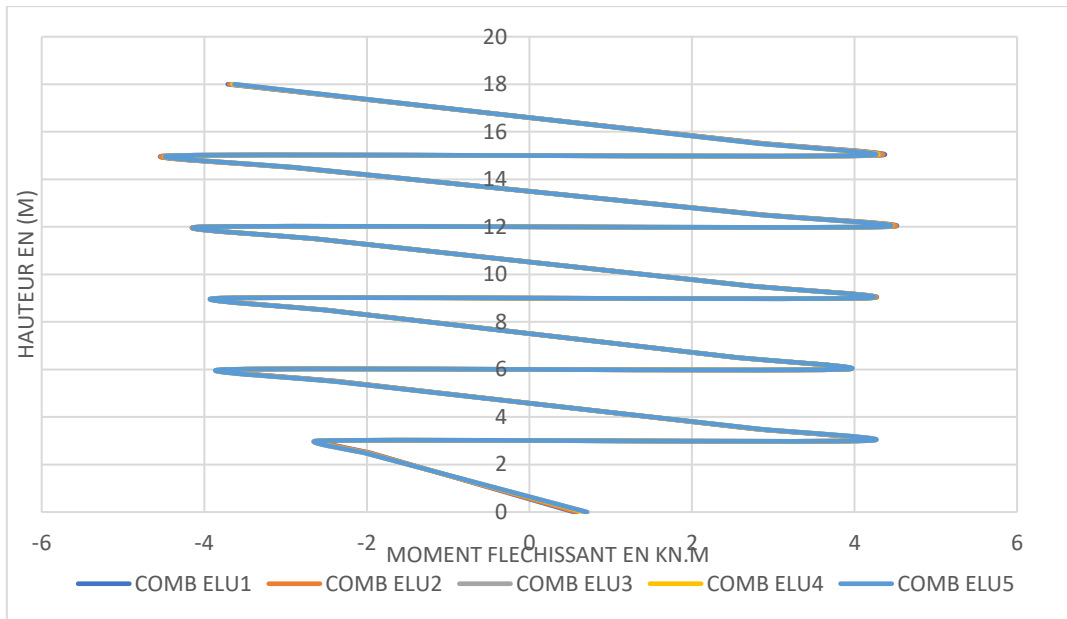
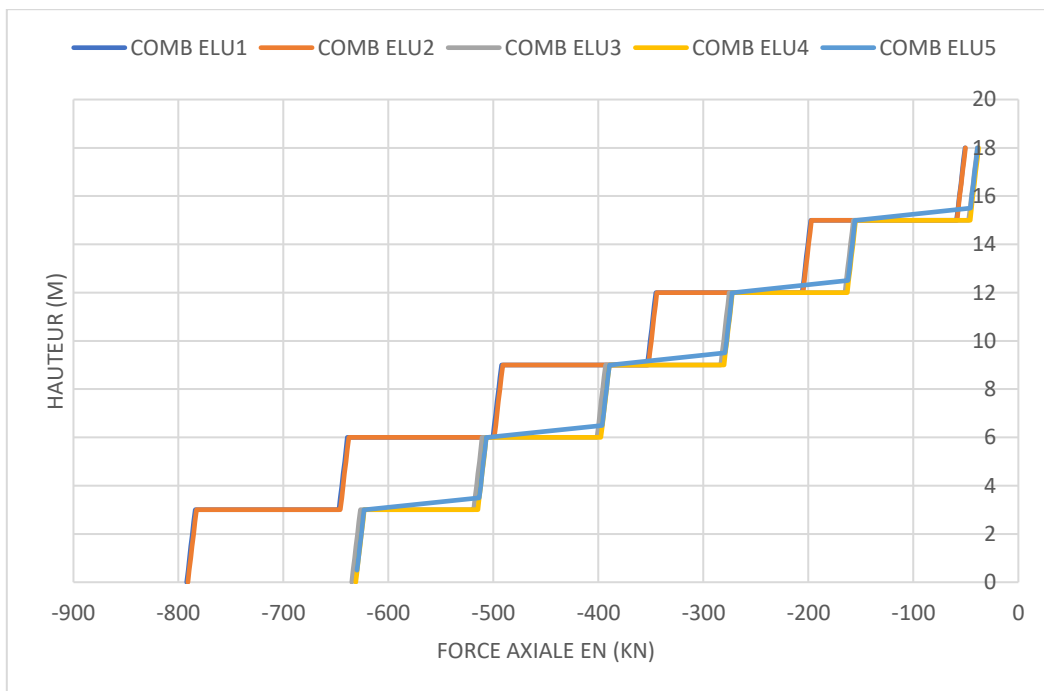


Figure 3.23. Courbe de sollicitations du moment de flexion dans la direction X



**Figure 3.24.** Courbe de sollicitations du moment de flexion dans la direction Y  
Le diagramme des efforts axiaux est présenté sur la figure 3.25.



**Figure 3.25.** Diagramme des différentes combinaisons pour efforts axiaux

Avec les différentes courbes des moments et d'efforts axiaux obtenues aux figures 3.24 et 3.25, les courbes enveloppes des moments suivant x, suivant y et des efforts axiaux sont données respectivement par les figures 3.26 et 3.27.

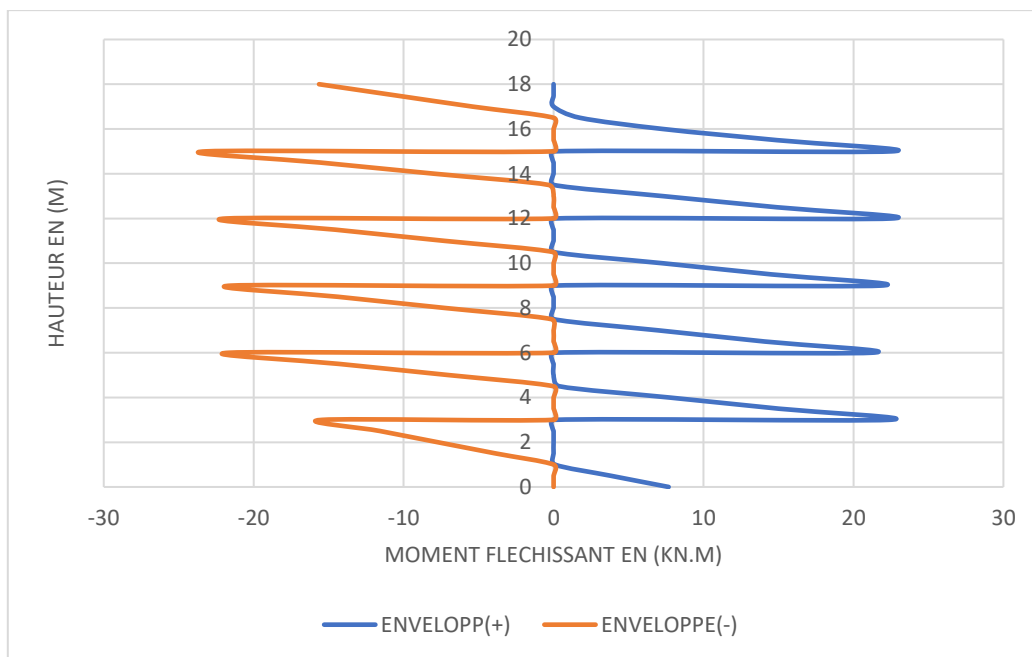


Figure 3.26. Courbe enveloppe moment fléchissant suivant l'axe X

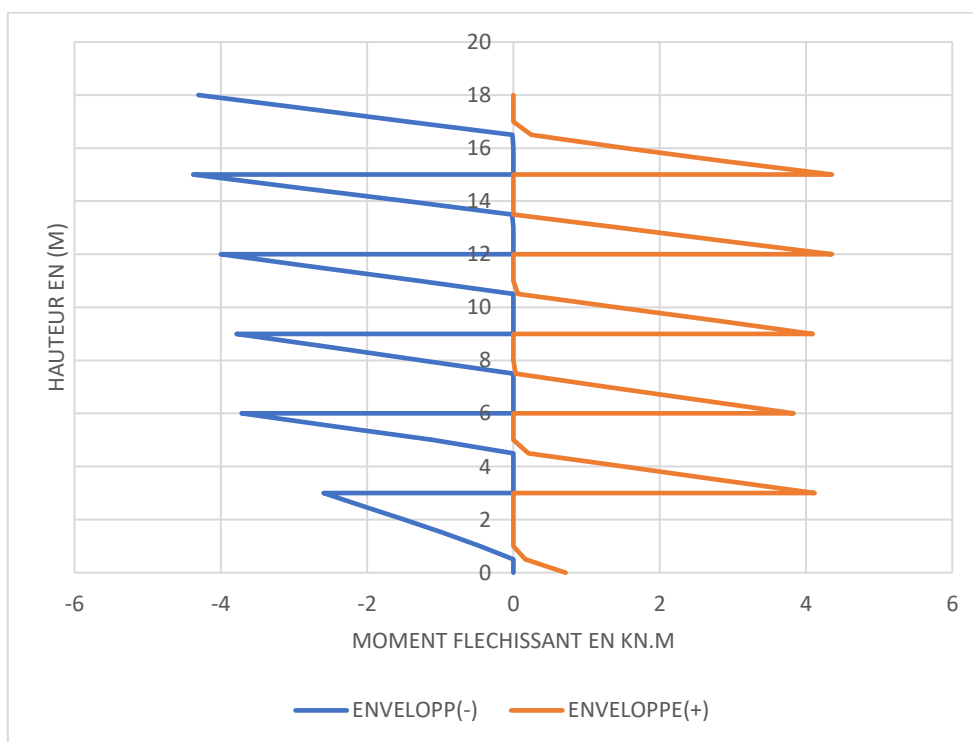
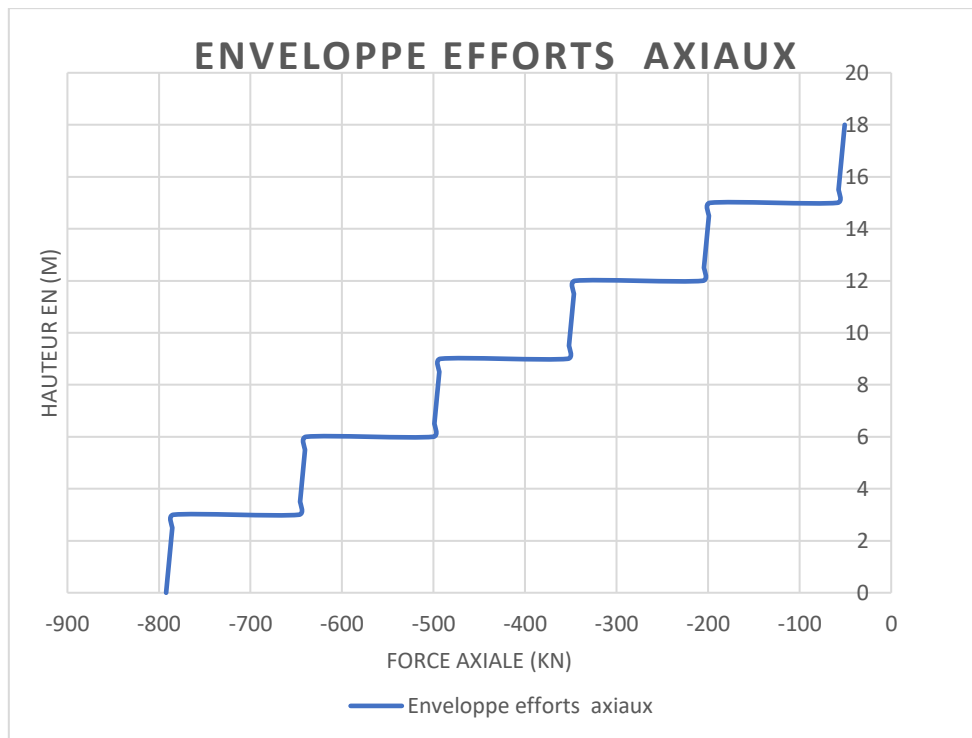


Figure 3.27. Courbe enveloppe moment de flexion suivant l'axe Y

La courbe enveloppe des efforts axiaux est représentée à la figure 3.28.



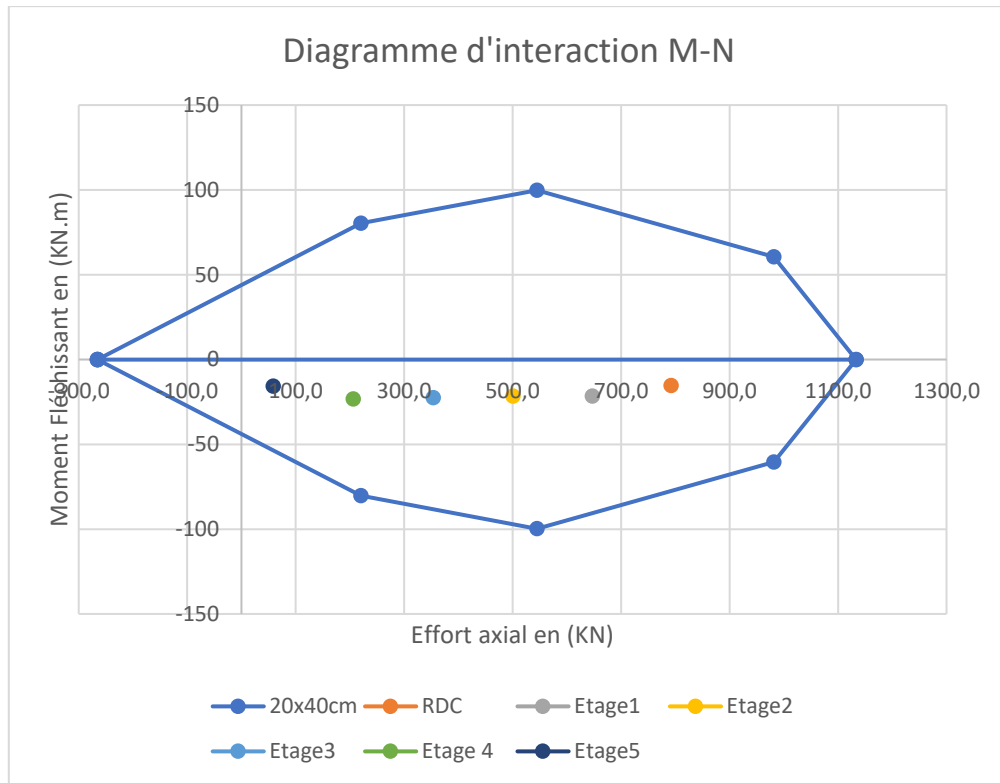
**Figure 3.28.** Courbe enveloppe des efforts axiaux

Pour la vérification du moment de flexion et l'effort axial sur le poteau, le diagramme d'interaction est présenté en considérant la section de béton pour chaque poteau à chaque niveau. Les limitations prescrites pour ces sections permettent de retenir également une section d'armatures à utiliser. Ces différentes sections sont consignées dans le tableau 3.10.

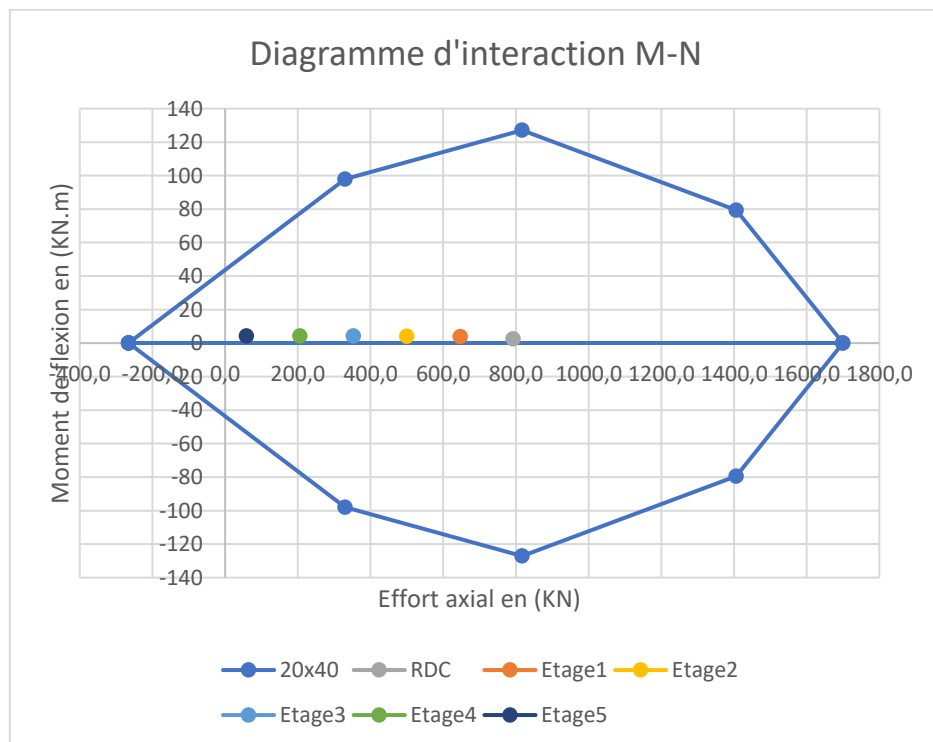
**Tableau 3.10.** Sections d'armatures de conceptions

Section béton (cm*cm)	As,min (mm <sup>2</sup> )	As,max (mm <sup>2</sup> )	Section d'armatures	As,retenu (mm <sup>2</sup> )
20×40	205	4000	6Φ12	679

Les diagrammes d'interaction (M-N) du poteau dans les deux directions sont représentés sur les figures 3.29 et 3.30. Les différentes courbes sont obtenues en utilisant les équations 2.32 à 2.44.



**Figure 3.29.** Diagramme d'interaction du poteau suivant l'axe



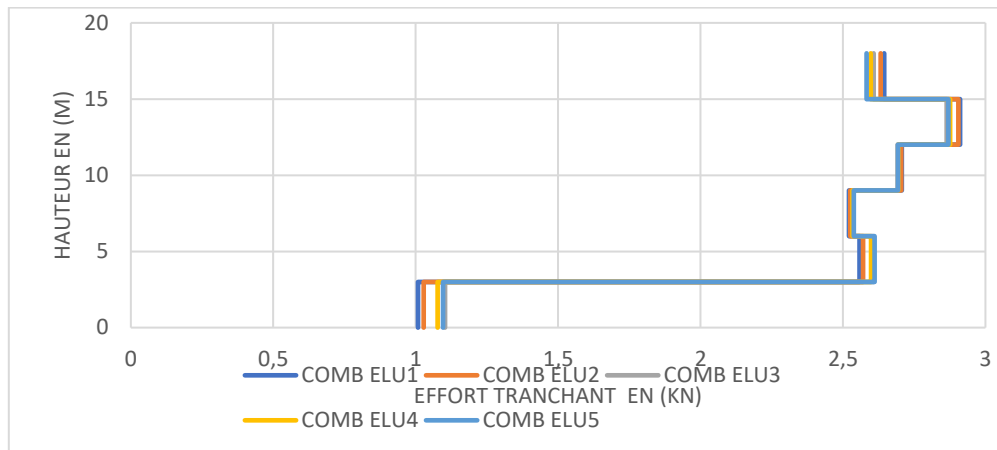
**Figure 3.30.** Diagramme d'interaction du poteau suivant l'axe Y

Ainsi, il ressort que tous les points d'interaction des sollicitations en moments de flexion et en efforts axiaux, correspondant pour chaque niveau d'étage, sont contenus dans

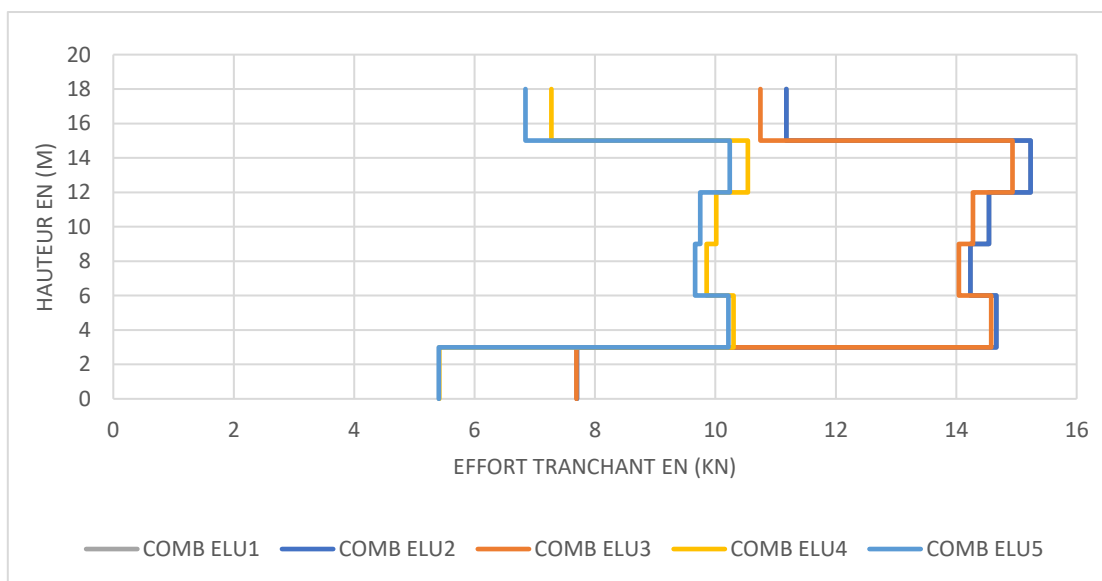
les courbes de résistance à l'interaction M-N de la section de poteau, dans les directions x et y. La section de poteau obtenue est donc vérifiée.

### 3.4.5.2. Vérification de l'effort tranchant

Les courbes d'efforts tranchants suivant x et y pour chaque combinaison de charge sont présentées aux figures 3.31 et 3.32.



**Figure 3.31.** Diagramme des efforts tranchants suivant l'axe X



**Figure 3.32.** Diagramme des efforts tranchants suivant l'axe Y

Les courbes enveloppes des sollicitations obtenues à la figure 3.31 et 3.32 dans la direction x et y sont présentées sur les figures 3.33 et 3.34.

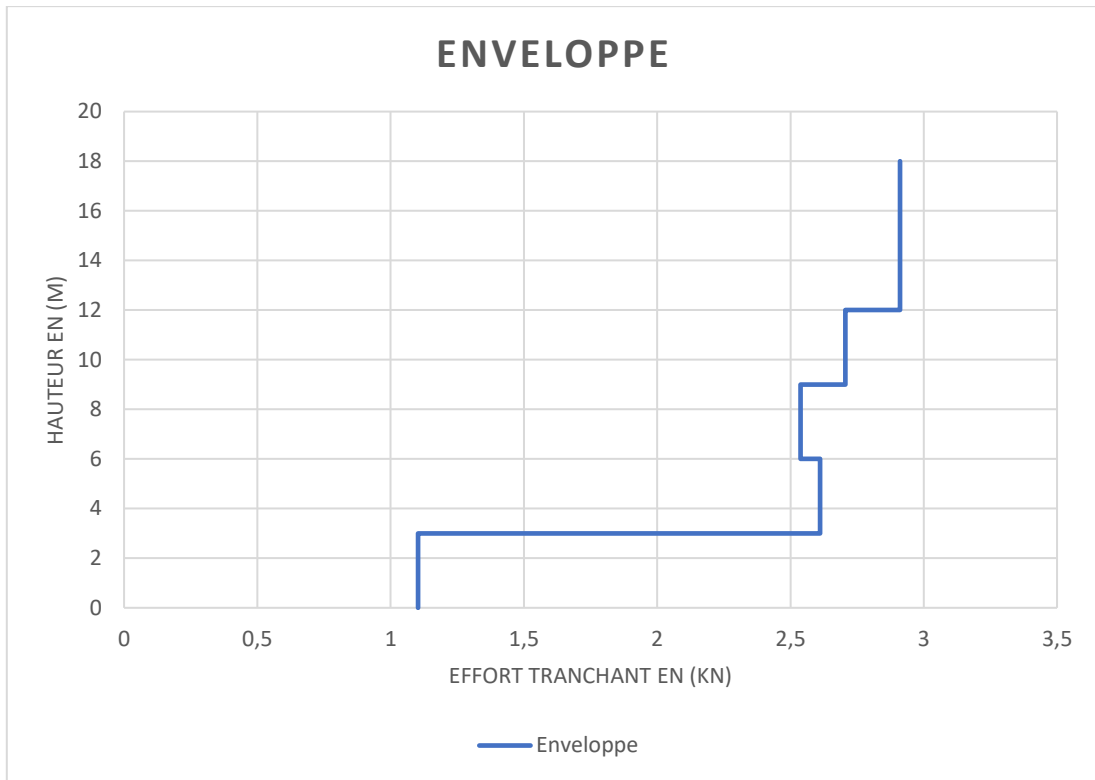


Figure 3.33. Courbe enveloppe des efforts tranchants suivant l'axe X

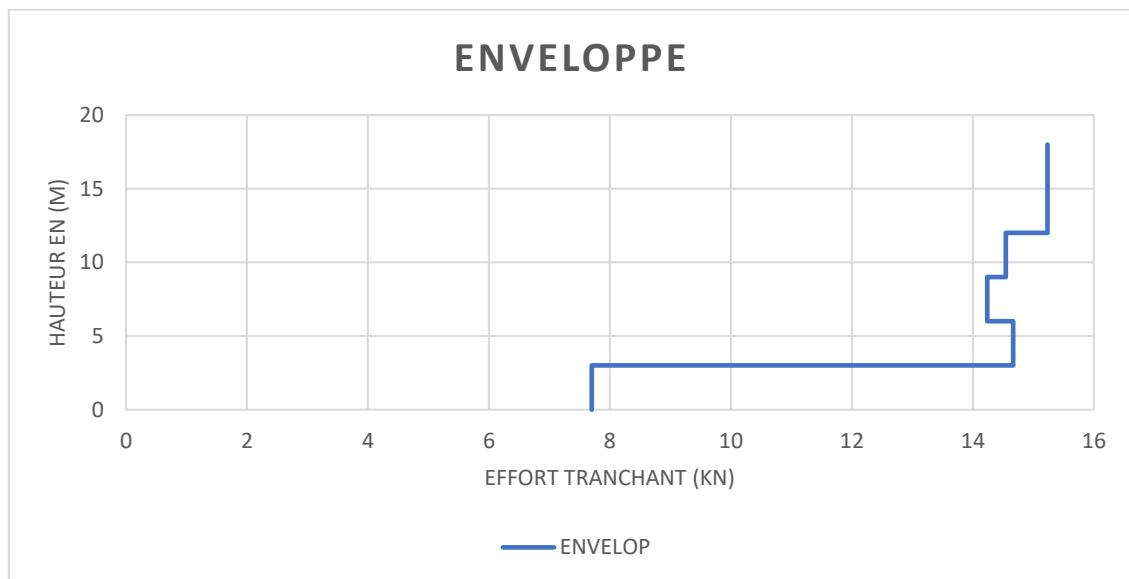


Figure 3.34. Courbe enveloppe des efforts tranchants suivant l'axe Y

En appliquant la procédure présentée dans la partie 2.5.4.3, l'effort tranchant résistant du poteau est calculé afin de déterminer son renforcement en cisaillement. Le tableau 3.11 récapitule tous les détails de calculs de l'effort tranchant résistant ainsi que du renforcement transversal à appliquer.

**Tableau 3.11.** Détermination du renforcement transversal

Ved (kN)	15.24	
Vrdc1 (kN)	38.46	
Vrdc2 (kN)	29,87	
Vrdc (kN)	38.46	
Renforcement minimal requis	F(mm)	6
	Espacement (mm)	200

Pour un diamètre choisi de 6 mm pour les cadres, l'espacement maximal entre les armatures transversales est de 200mm. Puisque l'effort de cisaillement agissant sur le poteau ( $V_{Ed}$ ) est inférieur à la résistance au cisaillement, un renforcement minimal est requis et donc un espacement maximal entre les cadres. Par conséquent, un espacement de 12 cm est appliqué à moins de 0,4 m au-dessus et en dessous de la poutre, et un espacement de 20 cm est appliqué le long du reste de la section du poteau.

### 3.4.5.3. Vérification de l'élancement

Pour cette vérification, la procédure du 2.4.5.3 est suivie et les résultats de calcul de l'élancement et de l'élancement limite sont consignés dans le tableau 3.12.

**Tableau 3.12.** Vérification de l'élancement

A	B	C	n
0,7	1,38	1,7	1.15
$\lambda_{lim}$	30,6		
$\lambda$	18,9		

D'après le tableau 3.12,  $\lambda < \lambda_{lim}$ , donc l'élancement du poteau à chaque étage est vérifié. Ainsi, le ferrailage du poteau est présenté à la figure A2 de l'annexe.

## 3.5. Méthode d'Analyse linéaire

Il existe deux types d'analyse linéaire à savoir l'analyse statique par force latérale et l'analyse par spectre de réponse. Dans la section 3.4.6.1, la méthode d'analyse décrite à la section 2.5.1.1, sera employé afin de déterminer la période fondamentale T1, le spectre de de réponse, la force sismique à la base et la répartition de la force à la base sur chaque plancher.

### 3.5.1. Méthode statique linéaire

Les paramètres pour la détermination de la force à la base sont résumés dans le tableau 3.13.

**Tableau 3.13.** Paramètres du calcul du spectre de réponse

T1(s)	C1	q	H (m)	Sd	S	Tc	ag	T
0,66	0.075	3	22	0.20	1,2	0,5	0,25g	0,66

Les masses à faire entrer en ligne de compte pour la détermination des actions sismiques sont celles des actions permanentes et d'une fraction des actions variables notées  $\psi_{2i}$ . Les valeurs sont données dans l'EC1 EN 1990. Ces valeurs dépendent des catégories de bâtiments.  $\varphi$  : Les valeurs sont données dans chaque annexe nationale, par défaut les EC8 donnent des valeurs également dépendantes des catégories de bâtiments. (voir Annexe tableau A.9). Dans notre projet, la classe du bâtiment est de catégorie B (Bureaux) et étages à occupations indépendantes. Le poids sismique des éléments structurels est résumé dans le tableau 3.14.

**Tableau 3.14.** Poids des éléments structurels

Dalles							
Aire	321,678	m <sup>2</sup>	Valeurs	Unités	Longueur (L)	32,2	m
G1	2,85	kN/m <sup>2</sup>	916,7823	kN	Largeur l	9,99	m
G2	2,53	kN/m <sup>2</sup>	813,84534	kN			
Q	2,5	kN/m <sup>2</sup>	804,195	kN			
total			2534,82264	kN			
toit							
G1	1	kN/m <sup>2</sup>	321,678	kN			
Q	1	kN/m <sup>2</sup>	321,678	kN			
poutre 1				poutre 2		Poteaux	
section	0,2*0,4	0,08	m <sup>2</sup>			0,*0,4	0,08
volum e	0,2*0,4*9,99	0,7992	m <sup>3</sup>			0,20*0,4*0,3	0,024
Poids	0,7992*25	19,98	kN			0,024*25	0,6
nombr e							

10				4		40	
poids total	199,8	kN		79,92	kN	24	kN

**Tableau 3.15.** Poids sismique du bâtiment

Niveau	G1+G2 (kN)	Q (kN)	Masse sismique en kN et en tonne	
Toiture	625,398	321,678	673,6497	68,6696942
Étage 5	2034,34764	804,195	2154,97689	219,671446
Étage 4	2034,34764	804,195	2154,97689	219,671446
Étage 3	2034,34764	804,195	2154,97689	219,671446
Étage 2	2034,34764	804,195	2154,97689	219,671446
Étage 1	2034,34764	804,195	2154,97689	219,671446
RDC	1730,62764	804,195	1851,25689	188,711202
Poids Total	12527,7638		13299,791	1355,73813

Dans la direction X, la force de cisaillement à la base atteint une valeur  $F_{bx}$  de 3603,324kN. Pour la direction Y la force de cisaillement à la base atteint une valeur  $F_{by}$  de 2096,512kN. La force à la base est distribuée le long des étages de la construction suivant x et suivant y. cette distribution est présentée dans les tableaux 3.16 et 3.17.

**Tableau 3.16.** Distribution des forces sur le plancher dans la direction x

	Direction x			
Zi (m)	Mi (ton)	$m_i * z_i$	Fi (kN)	Fbx
18	673,6497	12125,6946	400,485286	3603,324
15	2154,97689	32324,6534	1067,6129	
12	2154,97689	25859,7227	854,090324	
9	2154,97689	19394,792	640,567743	
6	2154,97689	12929,8613	427,045162	
3	2154,97689	6464,93067	213,522581	
Total		109099,655	3603,324	

**Tableau 3.17.** Distribution des forces sur le plancher dans la direction y

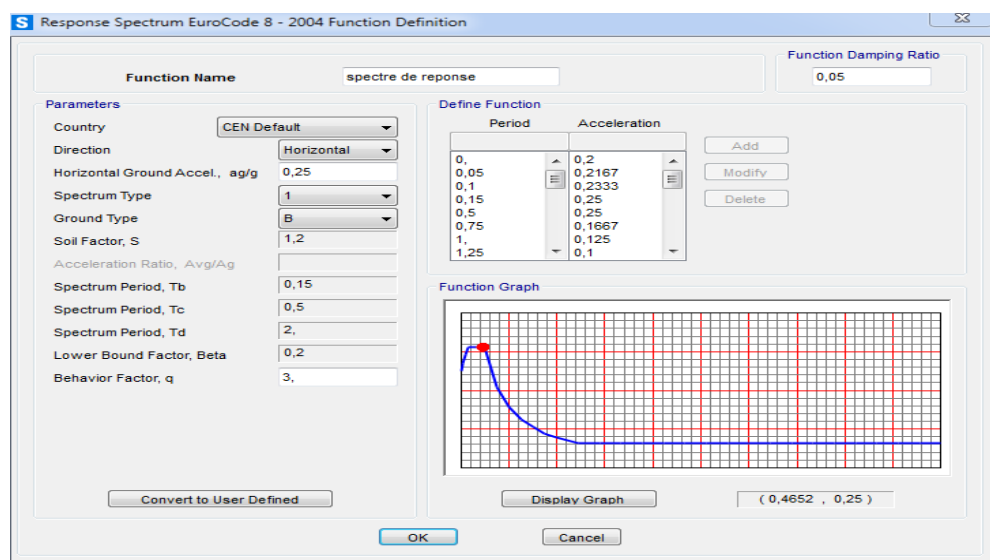
	direction y			
Zi (m)	Mi (ton)	mi*zi	Fi (kN)	Fb (kN)
18	673,6497	12125,6946	233,013242	2096,512
15	2154,97689	32324,6534	621,166253	
12	2154,97689	25859,7227	496,933002	
9	2154,97689	19394,792	372,699752	
6	2154,97689	12929,8613	248,466501	
3	2154,97689	6464,93067	124,233251	
Total		109099,655	2096,512	

### 3.6. Analyse modale utilisant le spectre de réponse

Analyse modale par spectre de réponse a été exécutée indépendamment pour l'excitation du sol dans les deux directions. Le spectre de calcul de réponse sera utilisé dans les deux directions.

#### 3.6.1. Spectre de réponse

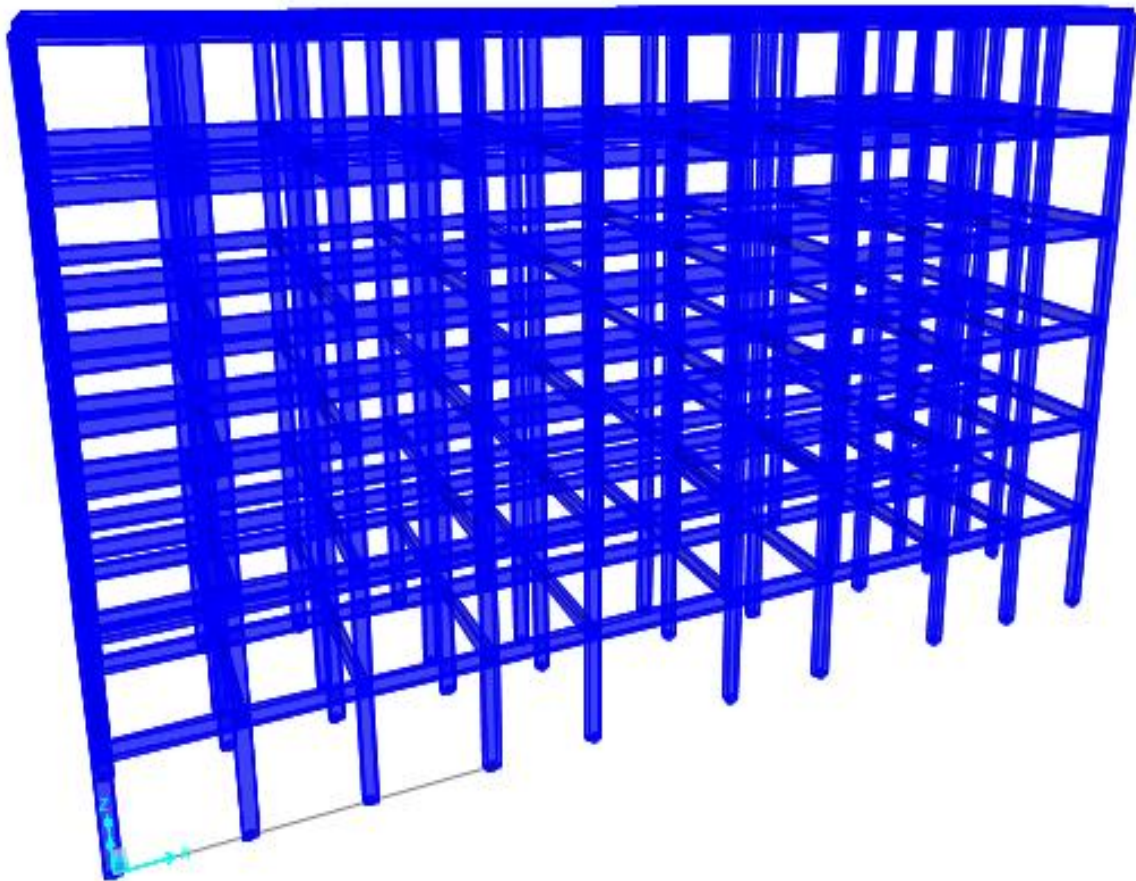
L'analyse modale s'est faite sur trois critères que sont les modes de vibration, les périodes de vibration et le ratio de participation massique. Le spectre de réponse de calcul est donné par la figure 3.35.



**Figure 3.35.** Spectre de réponse dans les deux directions

### 3.6.1.1. Modèle numérique de la structure

La structure est constituée d'éléments, représentant les poteaux et les poutres préalablement conçues. Les dalles n'ont pas été modélisées, mais sont prises en compte dans le modèle par leurs masses, réparties sur les poutres qui les supportent. Un diaphragme a été attribué à chaque étage afin de considérer un plancher rigide. L'interaction sol-structure n'est pas prise en compte pendant l'analyse modale, le sol est supposé rigide et modélisé en appliquant les encastremements au niveau de la fondation. La structure modélisée est représentée sur la figure 3.36.



**Figure 3.36.** Modèle de la structure

### 3.6.1.2. Masse modale

Dans chaque direction d'excitation étudiée, le calcul des modes doit être poursuivi jusqu'à une fréquence dominante. La suite des modes peut être interrompue si le cumul des masses modales atteint 90 % de la masse vibrante totale  $M$  du système ; dans ce cas, les

effets des modes non retenus peuvent être négligés. Le résiduel étant  $< 10\%$  alors le nombre de mode est bien choisi : Dans la modélisation, nous avons considéré les dalles comme des diaphragmes. Le nombre de mode acceptable est 12. On remarque que les pourcentages de la masse modale suivant X et Y sont  $> 90\%$ . Les propriétés modales de base du bâtiment résumées dans le tableau 3.16, montrent les trois périodes fondamentales de vibration du bâtiment. la masse effective indique que : le mode 1 est un mode de translation dans la direction Y (figure) et le mode 2 est un mode de translation dans la direction X. le troisième mode est dominé par une rotation. La période fondamentale calculée dans la méthode linéaire n'est pas loin de la valeur du premier et du second mode. La représentation des modes majeurs de vibration est montrée sur les figures 3.37, 3.38 et 3.39.

Tableau 3.18. Modal participating mass ratios

OutputCase	StepType	StepNum	Period	UX	UY	UZ	SumUX	SumUY	SumUZ
Text	Text	Unitless	Sec	Unitless	Unitless	Unitless	Unitless	Unitless	Unitless
MODAL	Mode	1	1,274513	1,302E-09	0,84028	2,813E-09	1,302E-09	0,84028	2,813E-09
MODAL	Mode	2	1,154465	0,00001416	0,00012	5,838E-10	0,00001417	0,8404	3,396E-09
MODAL	Mode	3	0,942529	0,82989	8,989E-11	1,255E-09	0,82991	0,8404	4,652E-09
MODAL	Mode	4	0,420193	1,205E-10	0,10029	1,884E-08	0,82991	0,94069	2,349E-08
MODAL	Mode	5	0,379798	0,000001495	0,000014	1,999E-09	0,82991	0,9407	2,549E-08
MODAL	Mode	6	0,305123	0,10109	1,017E-11	2,232E-08	0,931	0,9407	4,781E-08
MODAL	Mode	7	0,247344	3,202E-11	0,03439	5,223E-09	0,931	0,97509	5,303E-08
MODAL	Mode	8	0,223081	5,192E-07	0,00000444	5,347E-10	0,931	0,97509	5,357E-08
MODAL	Mode	9	0,176721	5,477E-10	0,01594	1,576E-08	0,931	0,99104	6,933E-08
MODAL	Mode	10	0,174516	0,03812	1,198E-10	7,967E-09	0,96911	0,99104	7,73E-08
MODAL	Mode	11	0,158349	2,412E-07	0,000001645	2,498E-09	0,96911	0,99104	7,98E-08
MODAL	Mode	12	0,140743	2,724E-11	0,00705	7,385E-09	0,96911	0,99809	8,718E-08

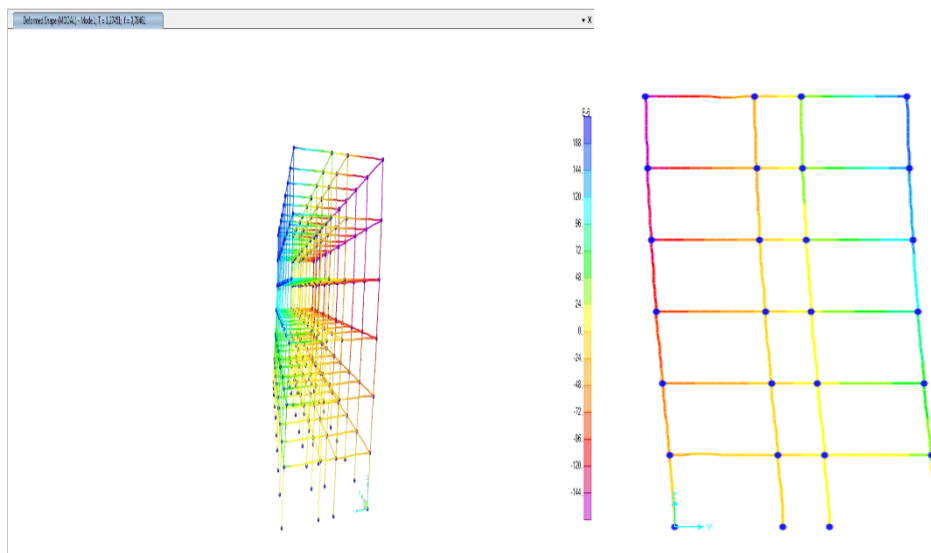


Figure 3.37. Vue en 3D et en plan du mode 2 de vibration (translation suivant Y)

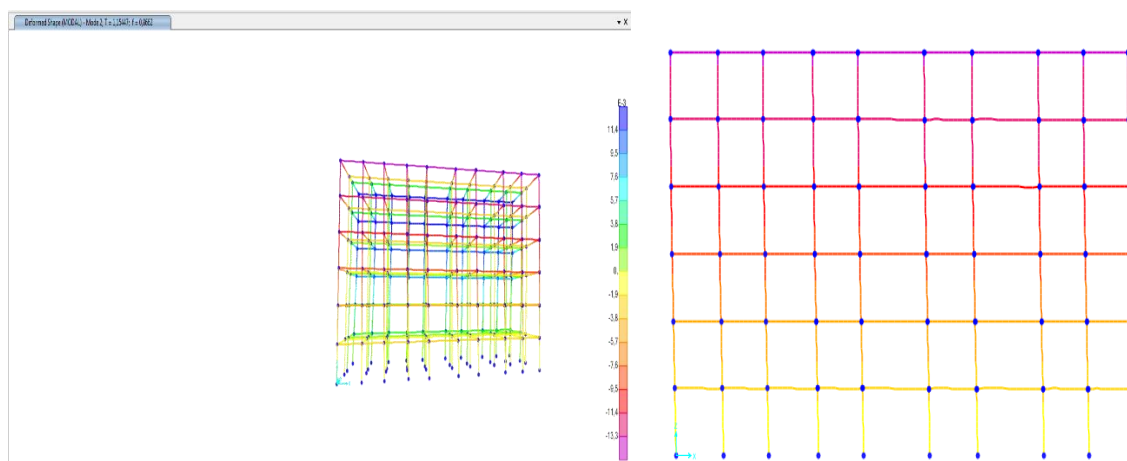


Figure 3.38. Vue en 3D et en plan du mode 2 de vibration (translation suivant X)

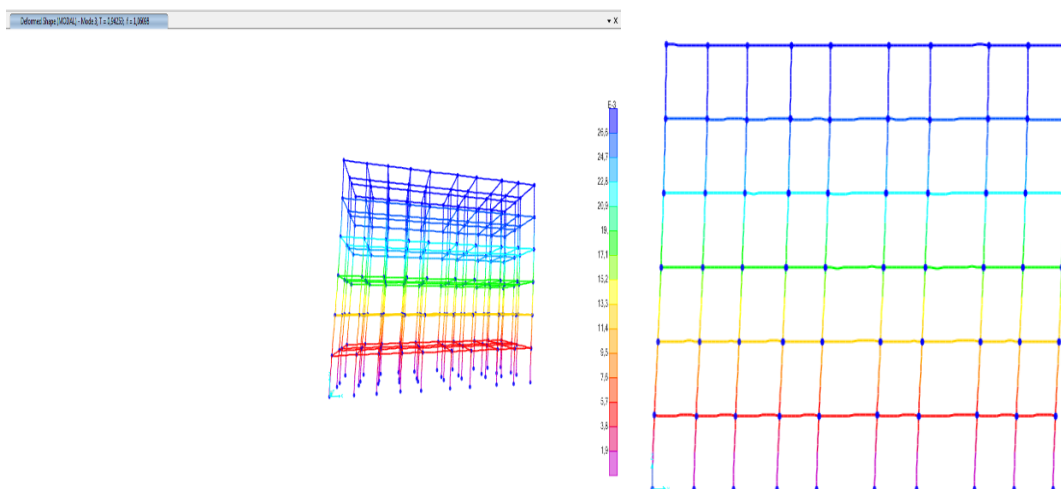


Figure 3.39. Vue en 3D et en plan du mode 3 de vibration (Torsion suivant Z)

Les différentes combinaisons de l'action sismique présentées à la section 2.5.2 ont été effectuées ainsi que l'enveloppe pour trouver les différents déplacements inter étages (figure 3.40). Cela a été fait dans le logiciel SAP2000.

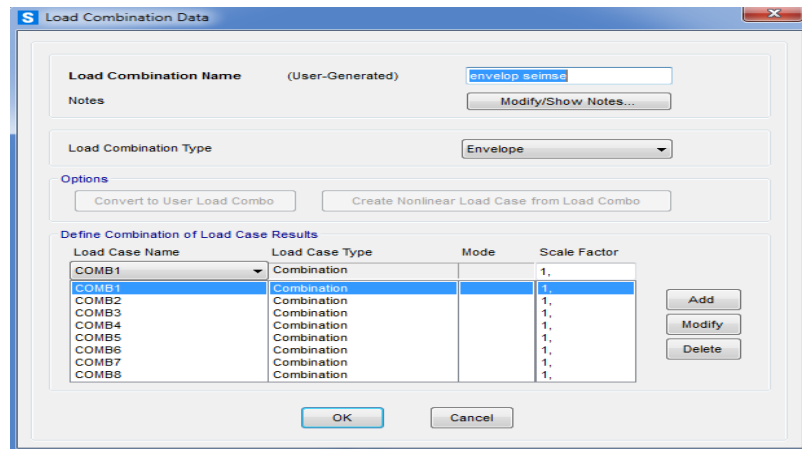


Figure 3.40. Enveloppe des combinaisons de l'action sismique

### 3.6.1.3. Forces de cisaillement

Les forces de cisaillement à la base de la structure sont obtenues par l'analyse modale spectrale dans la direction X ( $F_{bx} = 3603,324$ ) et dans la direction Y ( $F_{by} = 2096,512$ ). Le tableau 3.19 récapitule ces valeurs.

Tableau 3.19. Forces de cisaillement à la base

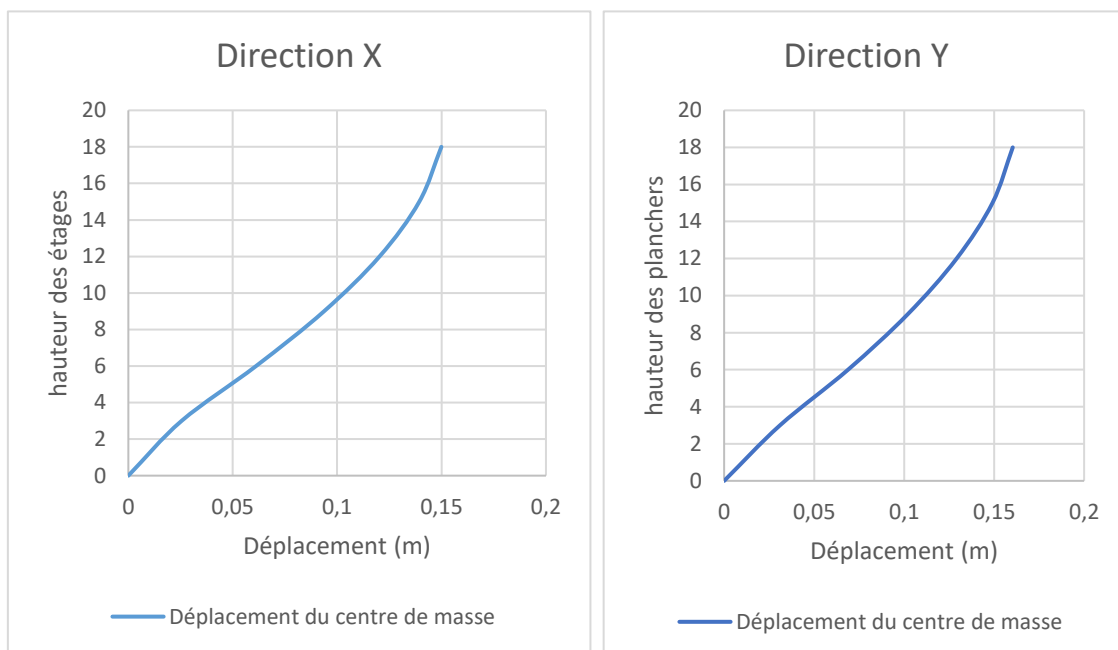
TABLE: Base Reactions				
OutputCase	CaseType	StepType	GlobalFX	GlobalFY
Text	Text	Text	KN	KN
envelop seimse	Combination	Max	3603,324	2096,512
envelop seimse	Combination	Min	-3603,324	-2096,512

### 3.6.1.4. Déplacements

D'après l'Eurocode EN 1998-1 (Equation 4.23) les déplacements actuels des points du système structurel ( $d_s$ ) doivent être calculés comme un produit du facteur de comportement  $q$  et déplacements des mêmes points ( $d_e$ ) obtenus par l'analyse modale du spectre de réponse de calcul. Le coefficient de comportement ( $q$ ) dans notre cas est 3.0. Le déplacement du centre de masse (CM) est présenté dans le tableau 3.20.

**Tableau 3.20.** Déplacements inter-étages

hauteur des	niveau	de(m)		ds=de*q(m)	
		Direction x	Direction y	Direction x	Direction y
18	toiture	0,049975	0,053452	0,149925	0,160356
15	5	0,046449	0,049691	0,139347	0,149073
12	4	0,040104	0,043059	0,120312	0,129177
9	3	0,031243	0,034022	0,093729	0,102066
6	2	0,020386	0,022948	0,061158	0,068844
3	1	0,008503	0,010349	0,025509	0,031047
0	0	0	0	0	0



**Figure 3.41.** Déplacement actuel du centre de masse (ds) dans les deux directions

### 3.6.2. Limitation des déplacements relatifs entre étages et dérives entre étages

L'EC8 exige une limitation des déplacements relatifs entre étages ( $d_r$ ), (EN 1998-1/4.4.3.2) utilisant l'équation 3.4. Le déplacement maximal admissible  $d_r$  est 3cm. Les déplacements relatifs inter étages  $d_r$  sont évalués comme la différence des déplacements latéraux  $d_s$  du centre de masse de l'étage supérieur et de l'étage inférieur (EN1998-1/4.2.2(2)). Tous les paramètres nécessaires pour la vérification de la limite de dommage sont listés dans le tableau 3.21, dans les deux directions x et y.

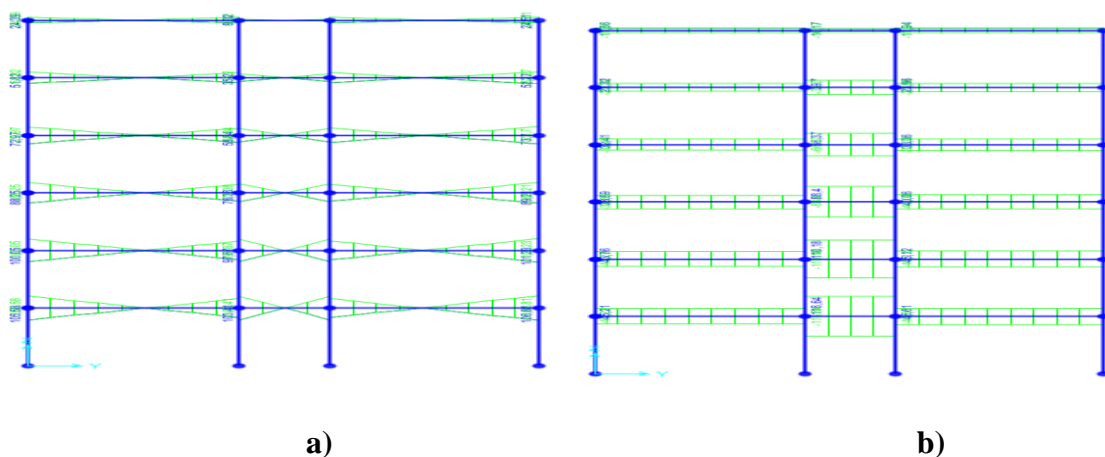
**Tableau 3.21.** Dérive inter étage

hauteur de c h(m)	niveau		dr=dsi-ds(i-1)	
			Dir X	Dir Y
3	18	toiture	0,010578	0,011283
3	15	5	0,019035	0,019896
3	12	4	0,026583	0,027111
3	9	3	0,032571	0,033222
3	6	2	0,035649	0,037797
3	3	1	0,025509	0,031047
0	0	0	0	0

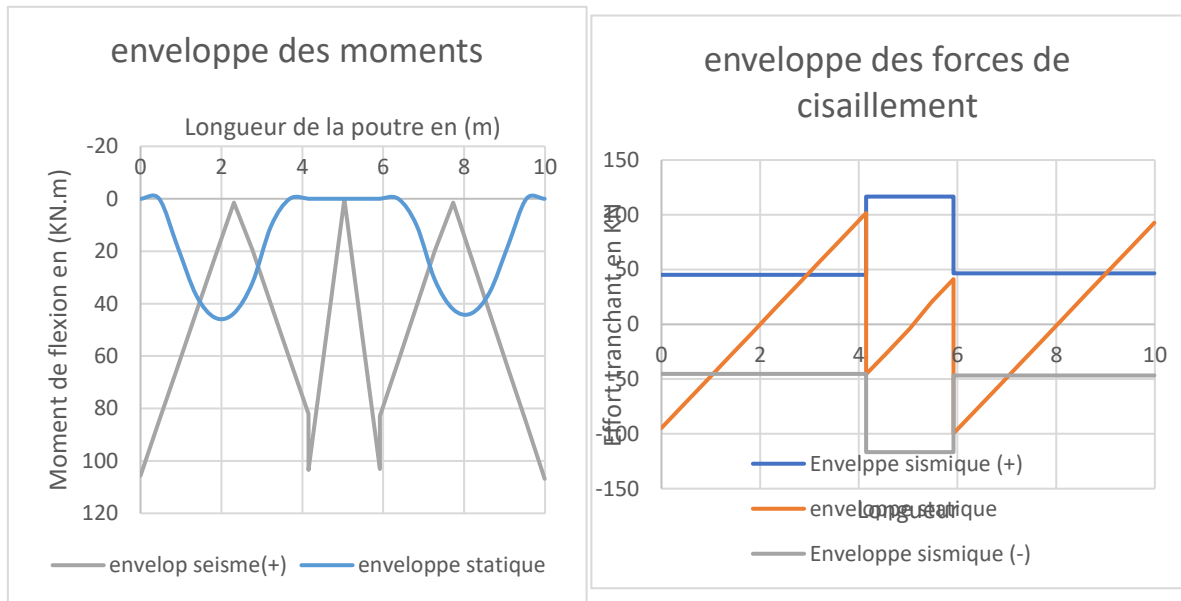
Le déplacement maximal admissible est de **3cm**, soit **0,03m**. D'après le logiciel SAP2000, la plus grande valeur de déplacement observée dans la direction est Y soit **3,7cm** > **3cm** donc le **déplacement n'est pas vérifié**. Le deuxième point de faiblesse, est que la structure ne possède aucun mur en voile ou renforcement, ce qui rend le bâtiment vulnérable aux efforts sismiques. Donc ce bâtiment nécessite un programme de renforcement et principalement un renforcement par des polymères de fibres des éléments porteurs.

### 3.7. Sollicitations dues à l'action sismique (force de cisaillement et moment fléchissant)

La force de cisaillement et le moment fléchissant agissant sur la structure obtenue par l'analyse modale spectrale (RSA) sont présentés sur les figures 3.41 a) et 3.41b).



Dans cette partie, la poutre choisie est la plus chargée et sera renforcée à l'aide des polymères de fibres de carbone. L'enveloppe des moments de la poutre et les forces de cisaillement sous l'effet des charges statiques et sous l'effet des actions sismiques sont présentées à la figure 3.42 .



**Figure 3.42.** a) Enveloppe des moments b) Enveloppe de l'effort tranchant

Le moment fléchissant et l'effort tranchant supplémentaire sont donnés dans le tableau 3.22.

**Tableau 3.22.** Le moment fléchissant et l'effort tranchant supplémentaire

Moment supplémentaire							
$\Delta Med$	63,1008	KN.m		= Medsis- Mest	Medsis	106,8081	KN.m
					Medsst	43,7073	KN.m
Effort tranchant supplémentaire							
$\Delta Ved$	17,093	KN			Vedsis	116,639	KN
					Vest	99,546	KN

### 3.7.1. Renforcement d'une poutre par TRF en cisaillement

D'après l'EC8-3-A4.4.2 (2), « La capacité de résistance totale à l'effort tranchant, telle que contrôlée par les cadres et le polymère renforcé de fibres, est déterminée comme étant la somme d'une contribution de l'élément en béton existant, évaluée conformément à

l'EN 1998-1 et d'une autre contribution,  $V$ , du polymère renforcé de fibres. ». Nous allons renforcer nos poutres par des tissus de polymères renforcées de fibres collés. Les dimensions des polymères sont données dans les tableaux 3.23 et 3.24.

**Tableau 3.23.** Paramètres du polymère en cisaillement

$w_f$ (mm)	$s_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	$K_b$	$E_f$ (Mpa)	$L_e$	$f_{add}$	$f_{dde,s}$	$V_{EDsup}$ (KN)	$V_{RDf}$ (KN)
325	325	2	1,22	390000	405.6	403.8	39	17	52

On constate que la fibre de polymère reprend l'effort en cisaillement car  $V_{RDf} > V_{ED sup}$ .

**Tableau 3.24.** Paramètres du polymère en flexion

$n$ (nombre de couches)	$w_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	$A_f$ (mm)	$\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{fd}$	$E_f$ (N/mm2)	$f_{fe}$ N/mm2	$M_{nf}$ KN.m
3	100	1.02	612	0.009	390000	3510	67

On constate que la fibre de polymère reprend le Moment fléchissant supplémentaire car  $M_{nf} > M_{ED sup}$ .

### 3.8. Présentation du model matériel

Dans le cadre de la modélisation numérique, une poutre est choisie et présentée dans le corps du document à savoir la poutre de sections rectangulaires. Le modèle CDP est appliqué pour modéliser le comportement du béton. L'interaction entre béton et composite sera modélisée comme une liaison parfaite ou comme une liaison réelle en considérant le comportement de l'époxy. La méthode de calcul Abaqus explicite sera utilisée.

#### 3.8.1. Béton

Le modèle endommagement plasticité du béton (CDP) est utilisé pour représenter le comportement du béton. Le modèle présume que les deux principales défaillances du béton

sont la fissuration en traction et l'écrasement en compression. Les paramètres pour béton dans Abaqus sont résumés dans le tableau 3.25.

**Tableau 3.25.** Les paramètres pour béton dans Abaqus

Paramètres	Dénotation
$E_c = E_{cm}, f_{cm}, f_{tm}$	Selon Euro code (ENV 1992-1-1,1992)
$b_c = 0.7, b_t = 0.1$	Paramètres de l'endommagement ( $0 < b_c, b_t \leq 1$ )
$G_f = (0.0469d_a^2 - 0.5d_a + 26)\left(\frac{f'_c}{10}\right)^{0.7}$	Energie de fissuration du béton
$\nu = 0.2$	Ratio de Poisson
$\psi = 30^\circ$	Angle de dilatation
$\alpha_f = 1.16$	Ratio de résistance bi-axiale et uni-axiale en compression
$\varepsilon = 0.1$	Paramètre du potentiel d'écoulement
$K_c = 2/3$	

Les données préliminaires du béton utilisées pour le calcul sont introduites au tableau 3.26. Source tableau A.8 de l'Appendix.

**Tableau 3.26.** Les propriétés du béton

Paramètres	Valeurs
Class du béton	C25/30
Résistance à la compression du cylindre $f_{ck}$ (MPa)	25
Résistance moyenne à la compression $f_{cm}$ (MPa)	33
Résistance moyenne à la compression tension $f_{ctm}$ (MPa)	2.60
Déformation maximale sous compression $\varepsilon_{c1}$	0.0021
Déformation nominale ultime $\varepsilon_{cu1}$	0.0035
K	2.07
Déformation maximale sous tension $\varepsilon_t$	8.39exp-05
Module de Young $E_{cm}$ (MPa)	31476.00
Déformation de référence $\varepsilon$	0.0002

Les paramètres de dommages calculés sous compression et sous tension sont présentés dans le tableau 3.27 et 3.28 respectivement.

**Tableau 3.27.** Paramètres de dommage du béton sous compression

$\sigma_c$ (Mpa)	$d_c$	$\epsilon_{oc,el}$ (%)	$\epsilon_{c,in}$ (%)	$\epsilon_{c,in}$ (%)
0.00	0.0000	0.000	0.000	0.00
18.821	0.000	0.060	0.010	0.010
29.569	0.00000	0.094	0.046	0.046
33.000	0.0000	0.105	0.105	0.105
29.777	0.098	0.095	0.185	0.175
20.485	0.379	0.065	0.285	0.245
5.644	0.829	0.018	0.402	0.315

**Tableau 3.28.** Paramètres de dommage du béton sous tension

$\sigma_{ct}$ (Mpa)	$d_t$	$\epsilon_{ot,el}$ (%)	$\epsilon_{t,crk}$ (%)	$\epsilon_{t,pl}$ (%)
0.00	0.0000	0.000	0.000	0.00
2.6000	0.000	0.008	0.000	0.000
2.002	0.230	0.006	0.004	0.002
1.170	0.550	0.04	0.029	0.025
0.260	0.900	0.001	0.071	0.064

### 3.8.2. Aciers

Le comportement de l'acier dans le modèle numérique est supposé élasto-plastique parfait et identique pour la traction et la compression. Les valeurs du module d'Young, et la limite d'élastique obtenues sont  $E_s = 200GPa$  et  $f_{yk} = 450 Mpa$ . Ces valeurs sont utilisées dans le modèle de la méthode des éléments finis. Pour le coefficient de Poisson, une valeur de 0.3 est utilisée. La liaison entre le béton et l'acier est considérée comme parfaite en utilisant le mode « embedded –element » avec le « host-element ». Donc aucun glissement n'est calculé dans le processus de calcul.

### 3.8.3. C-FRP model

Le SikarWrap-900C sera utilisé. Le comportement linéaire élastique orthotrope est utilisé pour FRP. Le type de tissu utilisé pour renforcer la poutre est un tissu unidirectionnel (UD). Le composite est principalement sollicité dans la direction de la fibre. Il est probable que le module dans la direction de la fibre soit le paramètre le plus important. Le coefficient

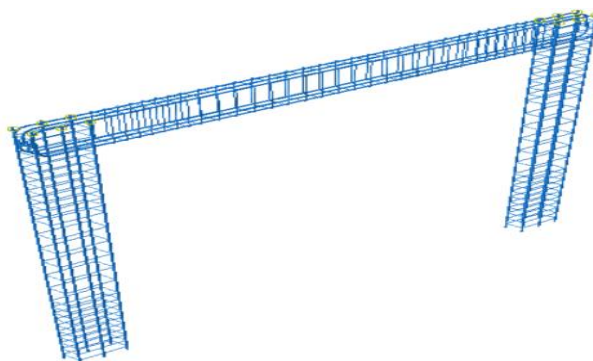
de poisson utilisé est 0.3. Pour notre modèle orthotrope, dans la direction de chaîne, le module élastique est fixé  $E_{11}=2050$  MPa. Les propriétés du matériau sont résumées dans le tableau 3.29.

**Tableau 3.29.** Propriétés du C-PRF

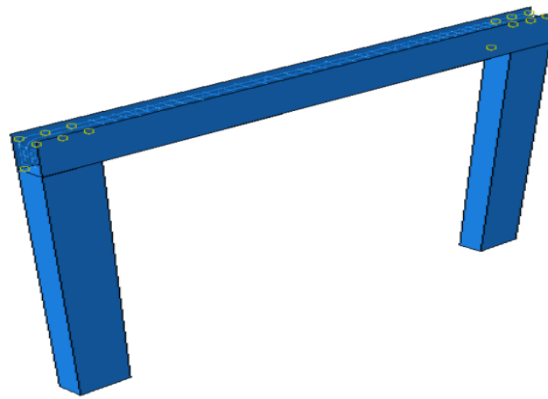
Production	Densité	Yield Stress (Mpa)	Failure strain (%)
Sikawrap-900C	1.81*10-6	0	0
		3000	1.43

### 3.9. Les types d'éléments

Le module d'assemblage sera utilisé dans Abaqus, tous les parts seront assemblés pour créer un renforcement en cage d'acier, de poutres supportées par des poteaux et un renforcement en FRP. Les figures 3.43 et 3.44 présentent l'assemblage des différents matériaux. Pour le béton, le type d'éléments utilisés est C3D8. C'est un type d'élément 3D linéaire déformable. Pour modéliser le renfort acier, l'élément de barre T3D2 est utilisé. Les armatures du modèle numérique sont simplifiées et ne présentent que des efforts axiaux. Le composite est modélisé par des éléments de type coque 3 nœuds S3R. Les efforts tranchants dans l'épaisseur du composite sont ignorés. L'interface entre béton et composite est modélisé par une couche très mince (0.5mm) au milieu qui porte le comportement de la résine d'époxy.

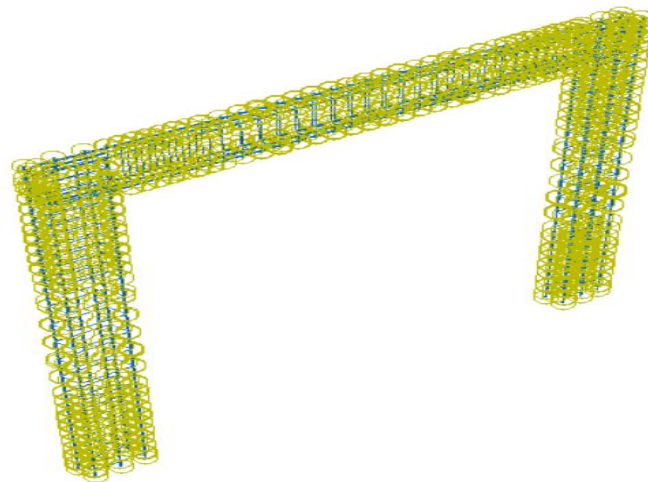


**Figure 3.43.** Assemblage de la poutre renforcée par les aciers et supportée par les poteaux



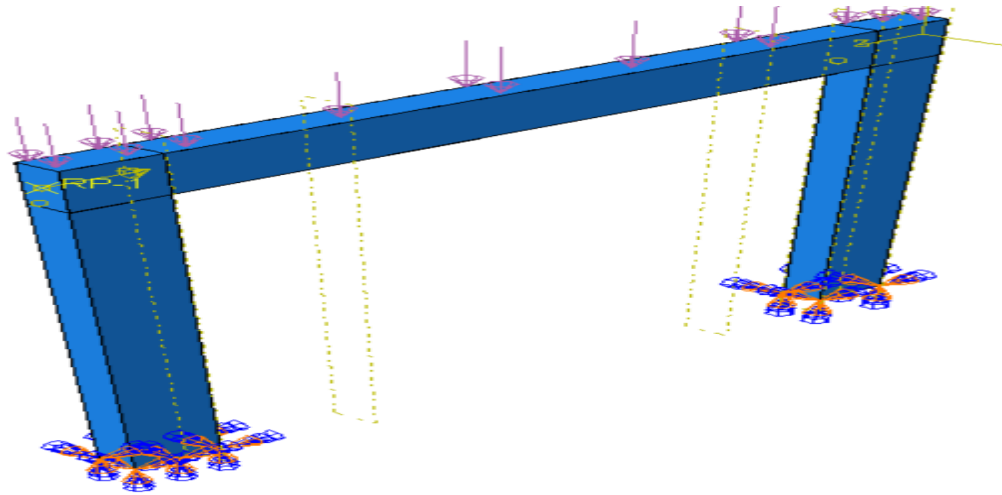
**Figure 3.44.** Assemblage de la poutre renforcée par les FRP et supportée par les poteaux

Le step time est 1, avec un step crée. L'étude c'est fait avec dynamique explicite. Trois types d'interactions ont été définis à savoir embedded region constraint (interaction acier, poutre) et tie constraint (interaction FRP et poutre) et Hard contact (interaction poutre et poteau). La figure 3.45 illustre ces interactions.



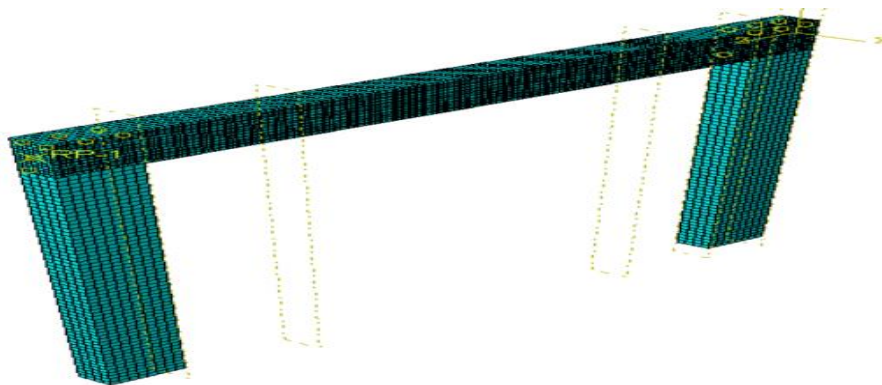
**Figure 3.45.** Modèle d'interactions

Les conditions aux limites appliquées est l'encastrement à la base des poteaux pour restreindre les mouvements de translation et rotation ( $U1=U2=U3=UR1=UR2=UR3=0$ ). Le chargement statique et la force sismique ont été appliqués. La charge statique a été appliquée dans la direction négative de y et la force sismique dans la direction négative de z (voir figure 3.46). Cette configuration simule une charge statique et une force sismique induisant une déformation plastique, des modèles de fissures.



**Figure 3.46.** Restriction du modèle structural et configuration du chargement

Les éléments en béton de la poutre et des poteaux sont maillés avec un maillage de 50 mm, tandis qu'un maillage plus petit de 25mm est appliqué aux barres longitudinales en acier, aux étriers et à un maillage très fin de 5 mm pour les FRP en flexion et en cisaillement. La figure 3.47 illustre les détails du maillage.



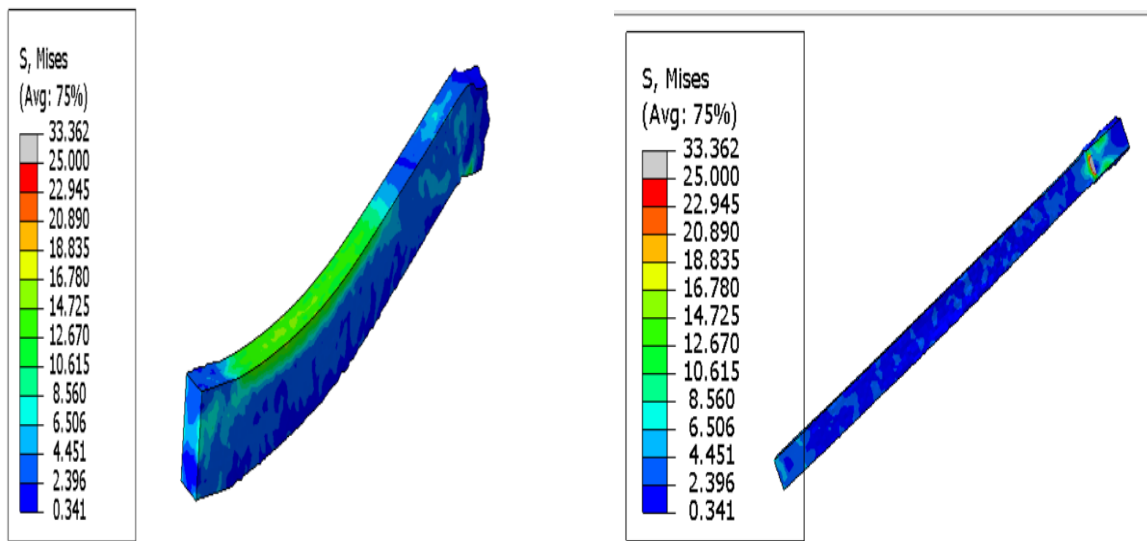
**Figure 3.47.** Détails de maillage des éléments

### 3.9.1. Analyse du modèle de la poutre non renforcée

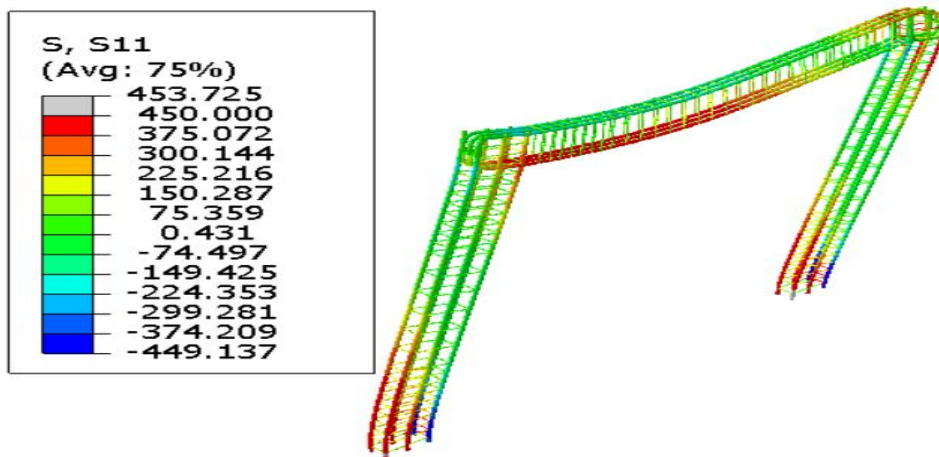
#### 3.9.1.1. Répartition des contraintes sur les éléments de la structure (poutre et armatures d'acier)

La distribution des contraintes montre une contrainte maximale dans le béton de l'ordre de 33.362MPa (voir figure 3.48) et dans les armatures en acier 453.725 MPa (voir figure 3.48). De plus les barres d'aciers dans la poutre travaillent en tension. La contrainte maximale dans le béton est supérieure à la contrainte limite soit de 25Mpa, ce qui explique un écrasement du béton dans la zone où la contrainte est maximale à savoir la partie grise

en compression de la figure 3.49 suivi d'une déformation de l'acier dans la zone de flexion pure. La poutre nécessite un renforcement.



**Figure 3.48.** Distribution maximale des contraintes dans l'élément béton (contrainte de Von Mises)



**Figure 3.49.** Distribution maximale des contraintes dans les armatures d'aciers (contrainte S11)

### 3.9.1.2. Étude du comportement plastique de la poutre non renforcée

Dans ce calcul par des éléments finis, le mode de rupture ne peut pas être capturé comme dans l'expérience par la séparation de deux surfaces du béton. Donc ce résultat de mode de rupture dans le modèle numérique est obtenu par l'affichage des déformations plastiques au moment de la charge. Dans notre étude, sans le renforcement notre poutre a

subi des fissurations. Ces fissurations sont montrées dans l'analyse par les couleurs vertes au niveau de sa zone de tension.

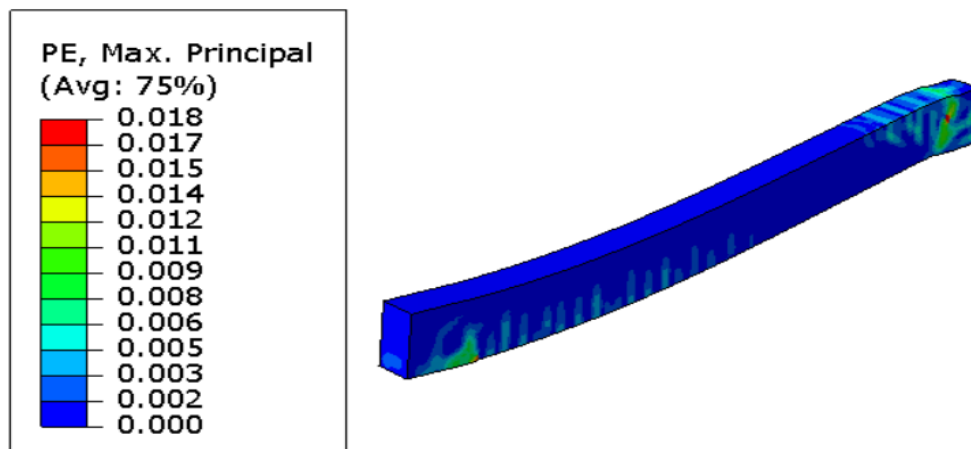


Figure 3.50. Déformation plastique de la poutre non renforcée

### 3.9.1.3. Mode de défaillance de la poutre

Les simulations ont identifié les points critiques et les modes de défaillance potentiels, fournissant des informations sur le renforcement ciblé. Les évolutions des dommages en compression (figure 3.51) et des dommages en traction (figure 3.52) montrent une quasi rupture dans la zone de flexion pure due à l'écrasement du béton, conformément aux prédictions théoriques.

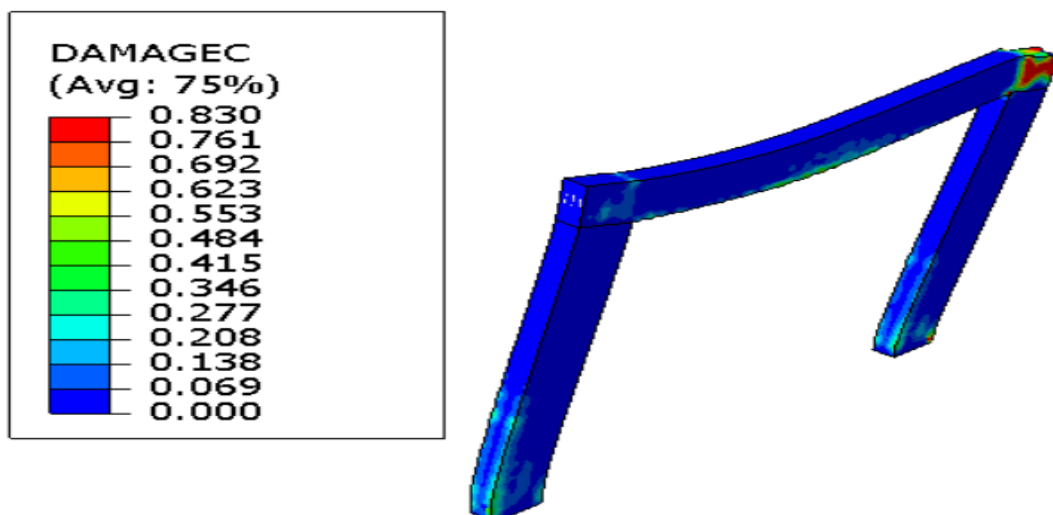


Figure 3.51. Variation des dommages en compression dans le modèle numérique

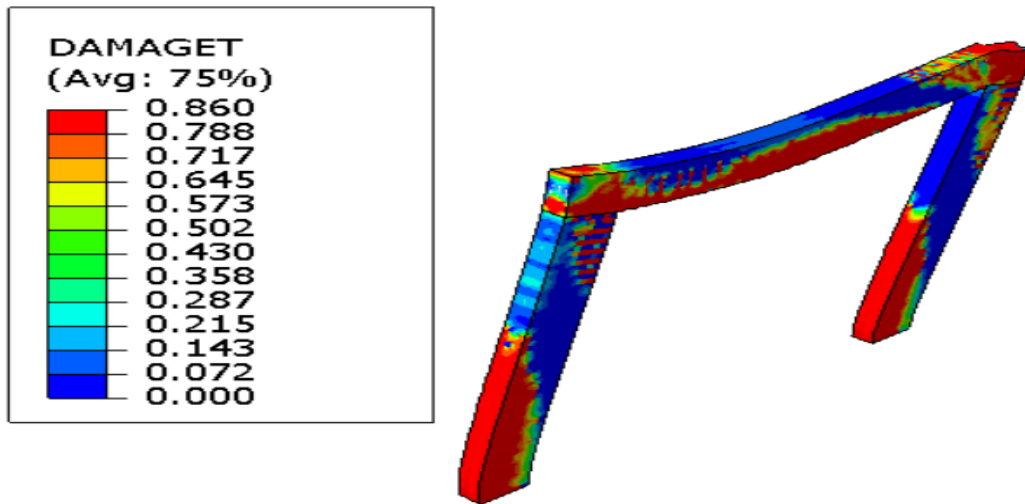


Figure 3.52. Variation des dommages en tension dans le modèle numérique

### 3.9.2. Analyse des déflexions du modèle de la poutre Renforcée

Les sorties numériques montrent que les déplacements dans la direction U2 et U3 sont raisonnables car le déplacement limite dans les la direction U3 prévu par l'Eurocode 8 calculé plus haut nous a donné  $d_r=30$  mm et dans la direction U2, 16.6 mm. Le déplacement de la poutre dans la direction U2= 1.857 mm inférieure à la déflexion maximale.

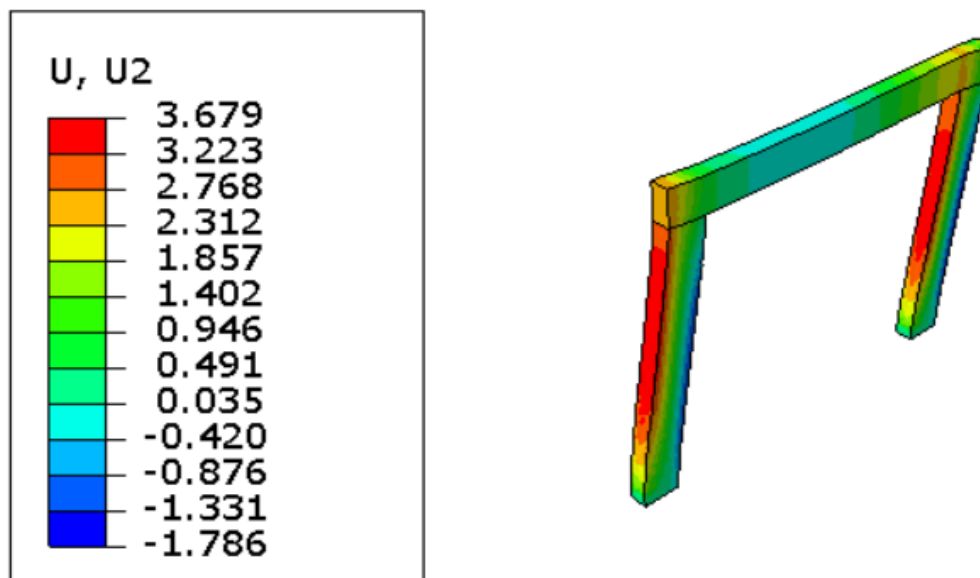
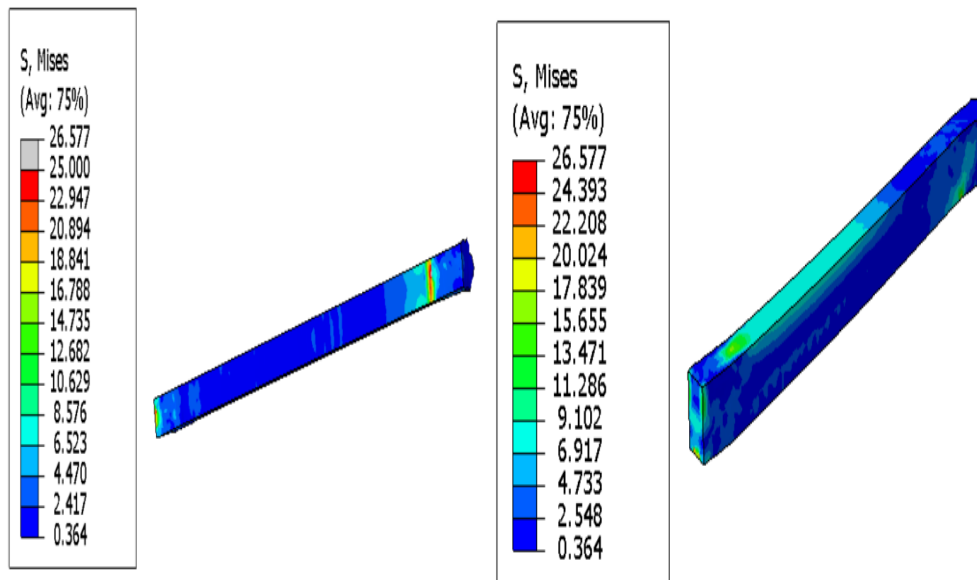


Figure 3.53. Analyse de la déflexion du portique dans la direction U2

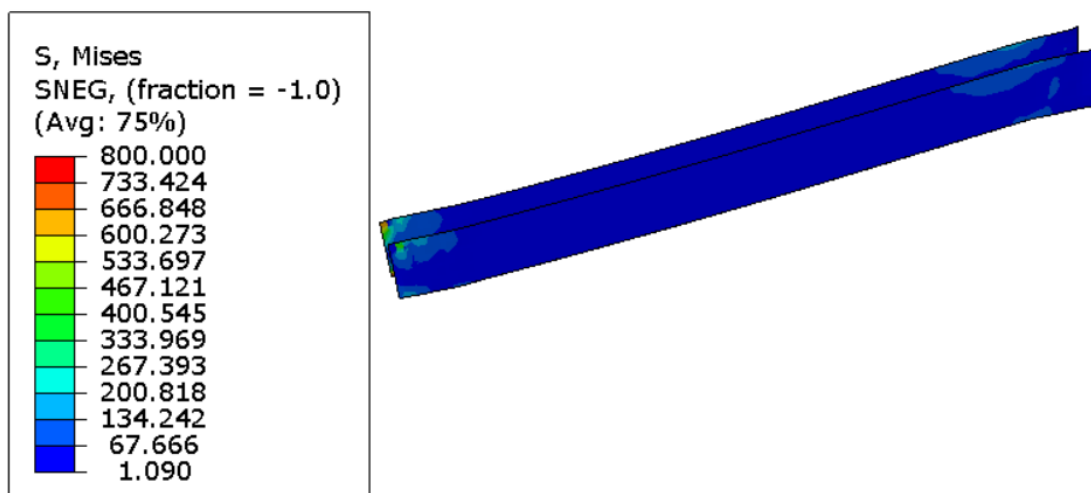
#### 3.9.2.1. Répartition des contraintes dans le cadre renforcé par des PRF

La distribution des contraintes montre une contrainte admissible dans le C-PRF. La contrainte maximale dans le béton est de 26.69 MPa (voir figure 3.54) et dans les armatures

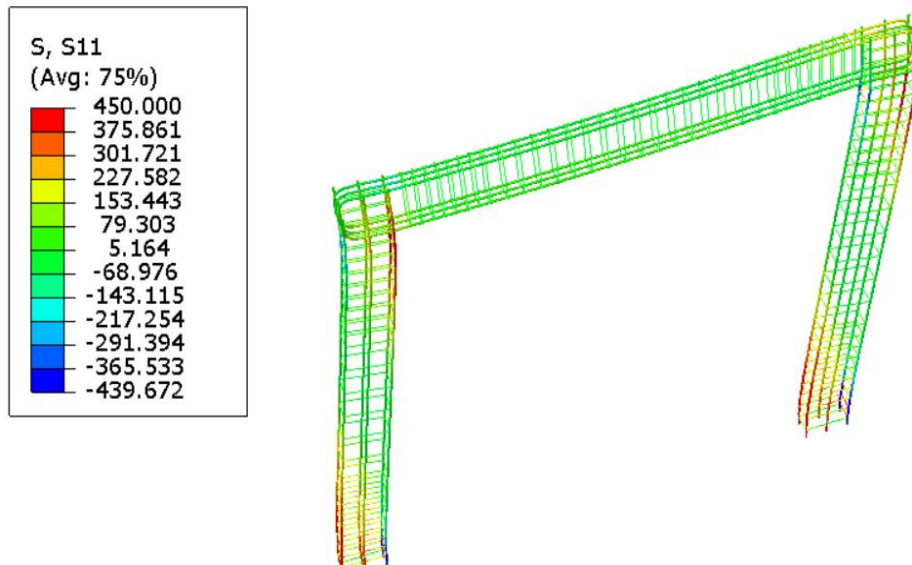
en acier 429.6 MPa (figure 3.56) cela indique que la force sismique a été reprise par le C-FPR. Les contraintes dans le béton, dans l'acier et les PRF sont inférieures à leurs limites de contraintes. L'augmentation du renforcement du PRF peut déplacer le mode de défaillance vers la rupture du PRF avant l'écrasement du béton. Les sollicitations en traction dans l'acier ont considérablement diminué, on observe plus de couleur rouge dans la zone en tension du béton.



**Figure 3.54.** Distribution maximale des contraintes dans l'élément béton (contrainte de Von Mises)

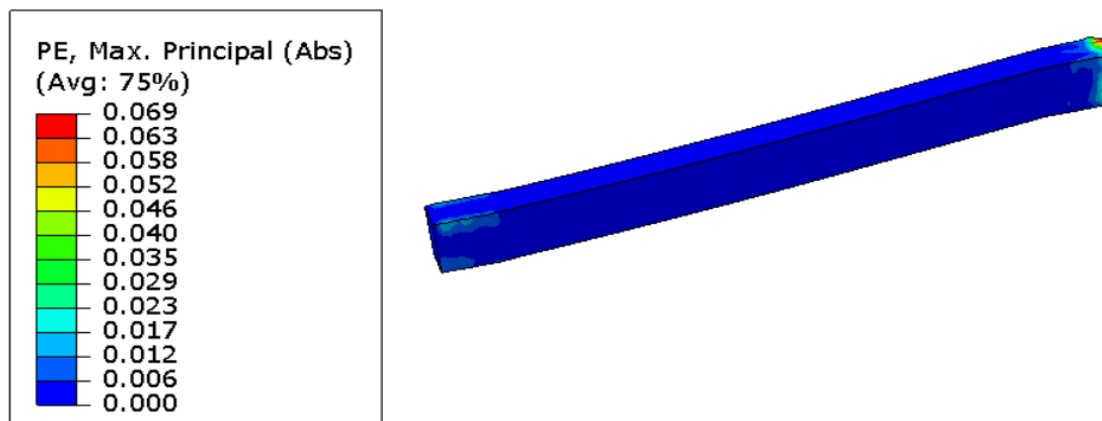


**Figure 3.55.** Distribution maximale des contraintes dans le C-FRP (contrainte de Von Mises)



**Figure 3.56.** Distribution maximale des contraintes dans les armatures en acier (contrainte S11)

Dans ce calcul par des éléments finis, le mode de rupture ne peut pas être capturé comme dans l'expérience par la séparation deux surfaces du béton. Donc ce résultat de mode de rupture dans le modèle numérique est obtenu par l'affichage des déformations plastiques au moment de la charge. Dans notre étude après renforcement notre poutre a subi une légère déformation plastique au niveau des nœuds, cependant elle ne présente plus de fissurations dans la zone en tension ni un écrasement dans la zone en compression.

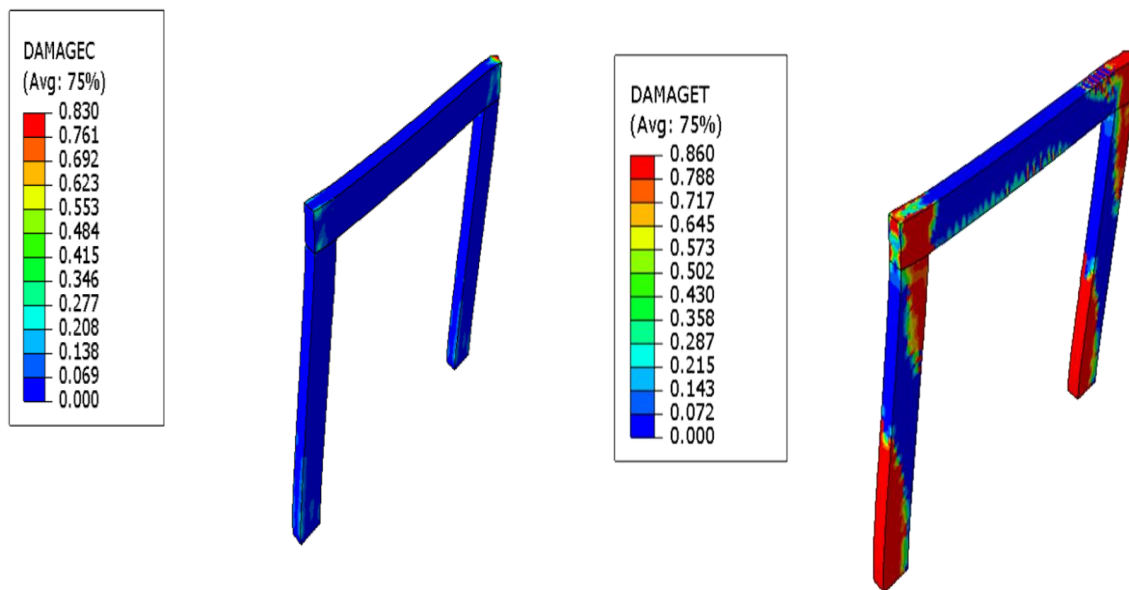


**Figure 3.57.** Déformation plastique de la poutre renforcée avec C-RFP

### 3.9.2.2. Mode de défaillance de la poutre

Les simulations n'ont identifié aucuns points critiques et modes de défaillance potentiels sur la poutre, fournissant des informations sur le renforcement ciblé. Les évolutions des dommages en compression et des dommages en traction (figure 3.58) ne montrent plus aucune rupture dans la zone de flexion pure du béton, conformément aux

prédictions théoriques. Le C-PRF a donc repris une partie des sollicitations imposées par l'action sismique.



**Figure 3.58.** Variation des dommages en compression et en tension de la poutre renforcée

### 3.9.2.3. Etude comparative entre la poutre renforcée et la poutre non renforcée

L'étude comparative est portée sur les contraintes maximales dans les éléments. Le tableau 3.30 résume cette étude.

**Tableau 3.30.** Etude comparative entre la poutre non renforcée et la poutre renforcée

Valeur maximale	Poutre non renforcée		Poutre renforcée		
	Poutre	Armatures d'acier	poutre	Armatures d'acier	
Contraintes de Von Mises (S) en Mpa	33.362	453.725	26.577	429.6	679.4

Les contraintes sont plus élevées dans le système de la poutre non renforcée cela signifie que le polymère a joué un rôle important dans la reprise des sollicitations. Le bâtiment renforcé est plus apte à résister à l'action sismique.

### 3.9.2.4. Discussion sur l'efficacité du renforcement du C-PRF

L'efficacité du renforcement du C-FRP dans l'amélioration de la performance structurelle des éléments en béton a été évaluée par une analyse informatique approfondie. Les résultats indiquent une amélioration significative de la capacité de charge et de la ductilité des structures béton armée. L'application de C-FRP a non seulement augmenté la

résistance ultime, mais a également atténué efficacement la propagation des fissures, ce qui améliore la durabilité et la durée de vie des éléments. Le comportement contrainte-déformation dans diverses conditions de charge a confirmé que le C-FRP renforce les éléments en béton armé, offrant un meilleur confinement et réduisant la probabilité de défaillance soudaine. Ces résultats soulignent la viabilité du C-FRP en tant que technique de renforcement supérieure, en particulier dans les environnements soumis à des conditions agressives, offrant ainsi une solution robuste pour la réhabilitation des bâtiments en béton armé détériorés.

### **3.9.2.5. Recommandations fondées sur les résultats basées sur le résultat**

Sur la base des résultats, plusieurs recommandations ont été formulées pour l'application du c-RFP dans le cadre de projets similaires, en mettant l'accent sur les meilleures pratiques et les leçons apprises. Les résultats soulignent le potentiel important des systèmes C-FRP en matière de renforcement et de réhabilitation bâtiments en béton armé. Toutefois, il est crucial de relever les défis liés à la disponibilité des produits en PRF dans les régions tropicales. Ces régions, souvent qualifiées de pauvres pays, ont un accès limité aux matériaux en PRF en raison de contraintes économiques. Ce manque de développement du marché des PRF freine la mise en œuvre de la technologie PRF malgré ses avantages avérés, notamment dans la réhabilitation et la rénovation de bâtiments historiques et monuments historiques, qui sont des biens culturels vitaux.

Pour surmonter ces défis, il est recommandé de promouvoir le développement du marché PRF dans ces régions par le biais d'initiatives politiques et d'investissements dans la fabrication locale et canaux de distribution locaux. De plus, compte tenu des fonds limités pour les nouveaux projets d'infrastructure dans ces zones, orienter les politiques vers la réparation et la réutilisation des structures existantes à l'aide des systèmes FRP peut constituer une solution rentable. Cette approche ne se contente pas de préserver le patrimoine historique et culturel, mais maximise également l'utilité des biens existants, en offrant une alternative durable à la construction neuve.

## **Conclusion**

L'objectif de ce chapitre était de présenter les différents résultats obtenus après application de la méthodologie. Ces résultats sont obtenus à la suite d'une analyse statique et dynamique de la structure afin d'obtenir les caractéristiques des éléments structurels et les caractéristiques dynamiques de la structure. L'analyse dynamique utilisée fut l'analyse

modale en utilisant le spectre de réponse Eurocode 8 intégré dans le logiciel SAP 2000. Cette analyse fut réalisée sur la structure pour déterminer les périodes de vibrations de notre structure. Par ailleurs la méthode de l'analyse par spectre de réponse nous a permis d'obtenir les sollicitations sur notre bâtiment, nous sommes donc passés au renforcement de la structure par les fibres de polymères de carbones. Afin de vérifier si la structure renforcée résiste aux sollicitations imposées par l'action sismique, il a fallu une vérification dans le logiciel Abaqus puis une comparaison entre la structure non renforcée et la structure renforcée. La comparaison a permis de montrer que les contraintes sont beaucoup plus réduits dans la poutre renforcée d'où notre structure renforcée résiste à l'action sismique.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

L'objectif de ce travail était d'améliorer la résistance sismique d'un bâtiment en béton armé existant par la méthode des polymères renforcés de fibres de carbone, avec pour cas d'étude un bâtiment à usage de bureau de type R+5 dans la ville de Yaoundé.

La méthodologie a consisté principalement en une analyse statique linéaire pour le dimensionnement de la structure, modale pour les vibrations de la structure et spectrale pour la considération de l'action sismique sur le bâtiment. La section de polymères a ensuite été dimensionnée et une comparaison des contraintes dans la poutre renforcée et celle non renforcée a été faite pour vérifier l'apport des polymères dans la résistance à l'action sismique de la structure.

Après avoir modélisé la structure du bâtiment sans considération de l'action sismique dans le logiciel SAP2000 v23, les sollicitations ont été déterminées à la suite de l'analyse statique linéaire dans les éléments poteaux et poutres, et cela a permis de procéder à leur dimensionnement. L'analyse modale a ensuite été effectuée pour l'identification des modes de vibrations de la structure et il a été obtenu que les modes de vibration sont translationnels pour les deux premiers modes et rotationnel pour le troisième mode. Leurs périodes de vibration sont respectivement 1.27 s, 1.15 s et 0.94 s. L'analyse spectrale a permis de déterminer les sollicitations dues à l'action sismique, permettant ainsi de dimensionner les polymères renforcés de fibres, suivant l'Eurocode 8. Pour reprendre les efforts de cisaillement, la section de polymère qui doit être fournie est de  $400 \times 325 \text{ mm}^2$ , avec une épaisseur de 2 mm et un espacement de 325 mm. En outre, pour reprendre les efforts de flexion, la section à fournir est de  $100 \times 200 \text{ mm}^2$ , avec une épaisseur de 3.06 mm et un espacement de 100 mm. Après le renforcement de la poutre par les polymères, son comportement a été analysé dans le logiciel ABAQUS/CAE en vue de mener l'étude comparative. Cette comparaison a permis de constater que la contrainte de compression dans le béton passe de 33 MPa à 26 MPa et de traction dans l'acier de 456 MPa à 153 MPa.

L'amélioration de ce travail pourrait viser en plus de ce qui a été mené, le renforcement d'autres éléments structuraux notamment les poteaux, les voiles en maçonnerie et la dalle en béton armé. Une analyse de type non linéaire permettrait également une amélioration dans la mesure où le comportement réel des matériaux n'est pas linéaire.

## REFERENCES BIBLIORAGPHIQUES

### Articles

1. **Amira Z (2017)**. Séismes, origine, effet et mécanisme. *Researchgate*, 27 p.
2. **Edmund O (1909)**. Earthquakes: Their causes and effects. *JSTOR*, vol48, no 192, 24 p.
3. **Hamizi S, Hannachi N (2012)**. Confortement des bâtiments à ossature auto stable par la méthode de performance sismique. *Researchgate*, 81p.
4. **Nouredine B, Mohamed A, Ali B (2011)**. Réduction du risque d'entrechoquement des batiments existants adjacents par synchronisation et systèmes d'amortissement hystérisis. *Researchgate*, 10 p.
5. **Mani (2013)**. Structural design. *Architectural Science Review*. Vol. 8 pp 5-8.

### Livres

6. **ACI Committee 440 (2008)**. Guide for the design and construction of externallybonded FRP systems for strengthening concrete structures (ACI 440.2R-08). 80 p.
7. **Akabli (2018)**. Essais destructifs sur éprouvettes en béton et acier d'armature, pp1–14. 25 p. Source: [http://thesis.univ-biskra.dz/1328/5/partiel\\_chapitre\\_03.pdf](http://thesis.univ-biskra.dz/1328/5/partiel_chapitre_03.pdf)
8. **Anil K, Chopra (2011)**. Dynamics of Structures Theory and Applications to Earthquake Engineering, *Pearson*, California 980 p
9. **Baraka (2006)**. Béton armé, *Mac Graw-Hill*, 14th ed, United States.
10. **Bensalem H (2018)**. Chapitre 2 : Dimensionnement des structures en béton. 2. 58p.
11. **Bisch E, Carvalho H (2011)**. Eurocode 8: Seismic Design of Buildings Worked examples. 522 p.
12. **Bruce B (1993)**. Understanding Earthquakes. 248 p.
13. **Bungale S (2017)**. Tall Building Design: Steel, Concrete, and Composite, Systems, *Routledge*, Boca Raton, Etats- Unis. 872p.
14. **Caluwe (2007)**. VA Bâtiment Conception des structures bâties, *Mardaga, N°1*, Bruxelles (Belgique). 140p.
15. **Canadian Institute of Steel Construction (2009)**. Guide de conception des structures métalliques. 1044 p.
16. **Ching F (2014)**. Building Construction Illustrated. California, John Wiley & Sons, États-Unis. 464 p.
17. **Christian T (2016)**. Le diagnostic et la réparation des bétons dégradés. 154 P.

18. **Clough R & Joseph P. (2003)**. Dynamics of Structures. 754 p.
19. **Fouzia (2019)**. Introduction to reinforced concrete. Design of RC Structures, November, pp1– 44.
20. **Jean M (2007)**. Calcul des structures en béton. *Editions AFNOR*.
21. **Kadhri (2015)**. Reinforced concrete design to eurocodes. *Taylor & Francis, N° 4 United States*. 293p.
22. **Khoury (2000)**. Reinforced concrete mechanics & design. *Pearson education, N°6, New Jersey, United States*.
23. **Lamirault J & Renaud H (1993)**. BÉTON ARMÉ Guide de calcul. *FOUCHER, N°1, Paris (France)*. 141p.
24. **Mbessa M (2005)**. Traité de génie civil volume 1 : Matériaux. 172 p.
25. **Mehmet H & Hacıhasan H (2014)**. Structural Design of Tall and Special Buildings. London (United Kingdom). 260 p.
26. **Obaidat S, Heyden, Dahlblom (2010)**. “The effect of CFRP and CFRP/concrete interface models when modelling retrofitted R+-\*\*C beams with FEM,” *Compos. Struct.*, vol. 92, no. 6, pp. 1391–1398.
27. **Sullivan G (1986)**. Considerations for design of concrete structures subject to wind. 144 p.

### Mémoires

28. **Abou Abdo M (2015)**. Analyse et renforcement d'un bâtiment existant soumis à une extension et aux nouvelles normes sismiques. Diplôme d'Ingénieur CNAM : *Institut des sciences appliquées et Économiques, Liban*. 125p.
29. **Djeukoua Nathou G L (2019)**. Comparative analysis of seismic protection system. Master thesis : *National Advanced School of Public Works, Yaounde (Cameroon)*. 157p.
30. **Steffel F. (2019)**. A study of deficiencies in concrete structures : case of Yaoundé reinforced concrete buildings. *National Advanced School of Public Works, Yaounde (Cameroon)*.
31. **TIWA Stanislas (2020)**. Forensic engineering in reinforced concrete structures and analysis of crack propagation: case study of the new administrative building of the national advanced school of public works. *National Advanced School of Public Works, Yaounde (Cameroon)*. 135 p.
32. **MINDA V. (2022)**. Contribution a l'élaboration des procédures de rénovation et surélévation des bâtiments en béton armé. *National Advanced School of Public Works, Yaounde (Cameroon)*. 115 p.

## Normes

33. **Comité Européen de Normalisation (2002)**. Eurocode 0 : Basis of structural design. Norm EN 1990. Brussels : Comité Européen de Normalisation.
34. **Comité Européen de Normalisation (2002)**. Eurocode 1 : Actions on structures. Norm EN 1991. Brussels : Comité Européen de Normalisation.
35. **Comité Européen de Normalisation (2002)**. Eurocode 2 : Design of concrete structures. Norm EN 1992. Brussels : Comité Européen de Normalisation.
36. **Comité Européen de Normalisation (2002)**. Eurocode 8 : Design of structures for earthquake resistance. Norm EN 1998. Brussels : Comité Européen de Normalisation.

## Sites Web

37. Info Ciment. [Consulté en avril 2024]. <https://www.infociment.fr>
38. Rivaacier. [Consulté en juin 2024]. <https://www.rivaacier.com/fr/produits>
39. Acpresse. [Consulté en juin 2024]. <http://www.acpresse.fr>
40. Radio-canada. [Consulté en juin 2024]. <https://ici.radio-canada.ca>
41. Wikipédia. [Consulté en juin 2024]. <https://fr.m.wikipedia.org>
42. Studysmarter. [Consulté en juillet 2024]. <https://www.studysmarter.fr>
43. Techniques de l'ingénieur. [Consulté en juillet 2024]. <https://www.techniques-ingenieur.fr>
44. African Development Bank Group. [Consulté en juillet 2024]. <https://www.afdb.org>

## ANNEXES

### ANNEXES A. Tableaux fournis pour la méthodologie

**Tableau A.1.** EN1991-1-1 Tableau 6.1 Catégories d'usages

Catégorie	Usage spécifique	Exemples
A	Habitations, résidentiel	Pièce des bâtiments et maisons d'habitation ; chambres et salles des hôpitaux ; chambres d'hôtels et de foyers ; cuisines et sanitaires.
B	Bureaux	
C	Lieux de réunion (à l'exception des surfaces des catégories A, B et D <sup>1)</sup> )	<b>C1</b> : Espaces équipés de tables, etc., par exemple : écoles, cafés, restaurants, salles de banquet, salle de lecture, salle de réception.
		<b>C2</b> : Espaces équipés de sièges fixes, par exemple : églises, théâtres ou cinémas, salles de conférence, amphithéâtres, salles de réunion, salles d'attente.
		<b>C3</b> : Espaces ne présentant pas d'obstacles à la circulation des personnes, par exemple : salles de musée, salles d'exposition, etc., et accès des bâtiments publics et administratifs, hôtels, hôpitaux, gares.
		<b>C4</b> : Espaces permettant des activités physiques, par exemple : dancings, salles de gymnastique, scènes.
		<b>C5</b> : Espaces susceptibles d'accueillir des foules importantes, par exemple : bâtiments destinés à des événements publics tels que salles de concert, salles de sport y compris tribunes, terrasses et aires d'accès, quais de gare.
D	Commerces	<b>D1</b> : Commerces de détail courants
		<b>D2</b> : Grands magasins
<sup>1)</sup> On attire l'attention sur l'alinéa 6.3.1.1(2) notamment pour C4 et C5. Voir EN 1990 lorsque les effets dynamiques doivent être pris en considération. Pour la catégorie E voir le tableau 6.3		

NOTE 1 Selon l'usage prévu, les surfaces devant être classées à priori C2, C3 ou C4 peuvent être classées C5 par décision du client et/ou d'une Annexe Nationale.  
 NOTE 2 L'Annexe Nationale peut définir des sous-catégories pour A, B, C1 à C5, D1 et D2 NOTE 3 Voir 6.3.2 pour les aires de stockage et les locaux industriels

**Tableau A.2.** Charges d'exploitation sur les planchers, balcons et escaliers dans les bâtiments (Tableau 6.2 EN1991-1-1) .

Catégorie de la surface chargée	Charge surfacique caractéristique ( $q_k$ ) [kN/m <sup>2</sup> ]	Charge linéaire caractéristique ( $Q_k$ ) [kN]
Catégorie A		
- Planchers	1,5 à 2,0	2,0 à 3,0
- Escaliers	2,0 à 4,0	2,0 à 4,0
- Balcons	2,5 à 4,0	2,0 à 3,0
Catégorie B	2,0 à 3,0	1,5 à 4,5
Catégorie C		
C1	2,0 à 3,0	3,0 à 4,0
C2	3,0 à 4,0	2,5 à 7,0 (4,0)
C3	3,0 à 5,0	4,0 à 7,0
C4	4,5 à 5,0	3,5 à 7,0
C5	5,0 à 7,5	3,5 à 4,5
Catégorie D		
D1	4,0 à 5,0	3,5 à 7,0 (4,0)
D2	4,0 à 5,0	3,5 à 7,0

**Tableau A.3.** Classe d'importance et coefficient d'importance pour les bâtiments (EN1998-1 :2004)

Classe d'importance	Bâtiments	Coefficient d'importance <sub>1</sub>
I	Bâtiments dont l'intégrité en cas de séisme est d'importance vitale pour la protection civile, par exemple, hôpitaux, casernes de pompiers, centrales électriques, etc.	0.8
II	Bâtiments dont la résistance au séisme est importante compte tenu des conséquences d'un effondrement, par exemple : écoles, salles de réunion, institutions culturelles etc.	1
III	Bâtiments courants n'appartenant pas aux autres catégories.	1.2

IV	Bâtiments d'importance mineure pour la sécurité des personnes, comme par exemple : les bâtiments agricoles, etc.	1.4
----	--	-----

**Tableau A.4.** Valeurs du facteur  $\psi$  pour les bâtiments

Action	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Charges d'exploitation des bâtiments, catégorie (voir EN 1991-1.1) :			
Catégorie A : habitation, zones résidentielles	0,7	0,5	0,3
Catégorie B : bureaux	0,7	0,5	0,3
Catégorie C: Lieux de réunion	0,7	0,7	0,6
Catégorie D: Commerces	0,7	0,7	0,6
Catégorie E : stockage	1	0,9	0,8
Catégorie F : Zone de trafic, véhicules de poids $\leq 30 \text{ kN}$	0,7	0,7	0,6
Catégorie G : Zone de trafic, véhicules de poids compris entre $30 \text{ kN}$ et $160 \text{ kN}$	0,7	0,5	0,3
Catégorie H : toits	0	0	0
Charges dues à la neige sur les bâtiments (voir EN 1991-1-3) : Finlande, Islande, Norvège, Suède	0,7	0,5	0,20
Autres États Membres CEN, pour lieux situés à une altitude $H > 1\ 000 \text{ m a.n.m.}$	0,7	0,5	0,20
Autres États Membres CEN, , pour lieux situés à une altitude $H \leq 1\ 000 \text{ m a.n.m.}$	0,5	0,2	0
Charges dues au vent sur les bâtiments (voir EN 1991-1-4) ,6	0,6	0,2	0
Température (hors incendie) dans les bâtiments (voir EN 1991-1-5)	0,6	0,5	0
Note : les valeurs des coefficients $\psi$ peuvent être données dans l'Annexe Nationale. a) Pour des pays non mentionnés dans ce qui suit, se référer aux conditions locales appropriées			

**Tableau A.5.** Classes d'exposition liées aux conditions environnementales (EN 1992 1-1, 2004)

Désignation de la classe	Description de l'environnement	Exemple informatifs illustrant le choix des classes d'exposition
X0	Béton non arme et sans pièces métalliques noyées : toutes expositions, sauf en cas de gel/dégel, d'ablation et d'attaque chimique.  Béton arme ou avec des pièces métalliques noyées : très sec.	Béton a l'intérieur de bâtiments ou le taux d'humidité de l'air ambiant est très faible.
XC1	Sec humide en permanence.	Béton a l'intérieur ou le taux d'humidité de l'air ambiant est faible.  Béton submerge en permanence dans de l'eau.
XC2	Humide rarement sec.	Surface de béton soumises au contact a long terme de l'eau.  Béton submerge en permanence dans de l'eau.
XC3	Humide modérée	Béton a l'intérieur du bâtiment ou le taux d'humidité de l'air est moyen élevé.  Béton extérieur abrite de la pluie.
XC4	Alternativement humide sec	Surface de béton soumises au contact de l'eau, mais n'entrant pas dans la classe d'exposition XC2
XD1	Humidité modérée	Surface de béton exposées a de chlorures transportes par voir aérienne.
XD2	Humide rarement sec.	Piscines. Eléments en béton exposées a des eaux industrielles contenant des chlorures.
XD3	Alternativement humide et sac.	Eléments de ponds exposes a des projections contenant des chlorures. Chaussées. Dalles de parcs de stationnement de véhicules

**Tableau A.6.** Valeurs des exigences minimales de couverture en matière de durabilité pour acier d'armature conforme à la norme EN 10080 (tableau 4.4 de la norme EN 1992-1-1)

Classe Structurale	Classe d'exposition						
	X0	XC1	XC2/XC3	XC4	XD1 XS1 XA1	XD3 XS3 XA3	XD3 XS3 XA3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	50	55

**Tableau A.7.** Valeurs du module de réaction de fondation pour différents types de sols (Forni, 2013)

Nature du sol		C(t/m)
1	Terrain légèrement tourbeux et marécageux	500-1000
2	Terrain essentiellement tourbeux et marécageux	1000-1500
3	Sable fin	1000-1500
4	Remblais d'humus, sable et gravier	1000-2000
5	sol argileux détrempe	2000-3000
6	sol argileux humide	4000-5000
7	Sol argileux sec	6000-8000
8	Sol argileux très sec	10000
9	Terrain compacte contenant de l'humus du sable et peu de pierres	8000-10000
10	Même nature que ci-dessus avec beaucoup de pierres	10000-12000
11	Gravier fin et beaucoup de sable fin	8000-1000
12	Gravier moyen et sable fin	10000-12000
13	Gravier moyen et sable grossier	12000-15000
14	Gros gravier et sable grossier	15000-20000
15	Gros gravier et peu de sable	15000-20000
16	Gros gravier et peu de sable mais très compacté	20000-25000

**Tableau A.8.** Caractéristiques contraintes, déformations du béton

symbol	Description	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60	C55/67	C60/75	C70/85	C80/95	C90/105
Fck(MPa)	Characteristic cylinder compressive strength	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
Fck,(MPa)	Characteristic cube compressive strength	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
Fcm(MPa)	Mean cylinder compressive strength	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
Fctm(MPa)	Meancylinder compressive strength	1.57	1.9	2.21	2.56	2.9	3.21	3.51	3.8	4.07	4.21	4.35	4.61	4.84	5.04
Ecm(MPa)	Elastic modulus	27085	28608	29962	31476	32837	34077	35220	36283	37278	38214	39100	40743	42244	43613
Fcd(MPa)	Design compressive strength	8	10.67	13.33	16.67	20	23.33	26.67	30	33.33	36.67	40	46.67	53.33	60
(for acc=1.00)	(for acc=1.00)														
Fcd(MPa)	Design compressive strength	6.8	9.07	11.33	14.17	17	19.83	22.67	25.5	28.33	31.17	34	39.67	45.33	51
Fcdt(MPa)	Desing tensil strength	0.73	0.89	1.03	1.2	1.35	1.5	1.64	1.77	1.9	1.97	2.03	2.15	2.26	2.35
Pmi(%)	Minimum longitudinal reinforcement ratio	0.13	0.13	0.13	0.13	0.151	0.167	0.182	0.197	0.212	0.219	0.226	0.24	0.252	0.262
Pw,m(%)	Minimun shear reinforcement ra-tio	0.055	0.064	0.072	0.08	0.088	0.095	0.101	0.107	0.113	0.119	0.124	0.134	0.143	0.152

**Tableau A.9** : Valeurs de  $\psi_2$ .

Charges	$\psi_2$
Catégorie A : habitation, zones résidentielles	0.3
Catégorie B : bureau	0.3
Catégorie C : lieux de réunion	0.6
Catégorie D : commerces	0.6
Catégorie E : stockage	0.8
Catégorie F : zone de trafic des véhicules $\leq 30$ kN	0.6
Catégorie G : zone de trafic des véhicules $\geq 160$ kN	0.3
Charges de neige sur les bâtiments $z > 1000$ m	0.2

**Tableau A.10** : Valeurs de  $\varphi$ .

Type d'action variable	Etage	$\varphi$
Catégories A à C*	Toit	1.0
	Etages à occupations carrelées	0.8
	Etages à occupations indépendantes	0.5
Catégories D à F* et archives		1.0
Catégories définies dans l'EN 1991-1-2002		

**Tableau A.11** Propriétés des polymères.

Resin	Density (kg/m <sup>3</sup> )	Tensile streng (MPa)	Modulus of elasticity	Elongagation at failure (%)	Maximum Long Term Temperature Use (°C)
Polyester	1.2	50-65	3.0	2-3	120-140
Vinyl ester	1.15	70-80	3.5	4-6	120-200
Epoxy	1.1-1.4	50-90	3.0	2-8	

Classe	Yield strength (MPa)	Density (g/cm <sup>3</sup> )	Tensile Strength (MPa)	Specific gravity	Elastic modulus (GPa)	Strain at break %
Steel	500 1700	7.70 8.10 1.28	350-450	7.8	200	0.2
AFRP	2500	260	1720-2540	1.38-1.39	41-125	1.9-4.4
Aramid :	3200	1.45	3200-3600	1.44	124-130	2.4
high strength and high modulus*	3600	1.45	3620	1.44	131	2.8
kevlar 49			3600		127	2.5
Twaron						

G-FR E-Glass And S-Glass	600-1400 2400- 3500 3450- 4300	2.11-2.49 2.54 2.49	480-1600 2400-3500 3450-4300	1.5-2.5 2.5	35-51 70-85 72 87	1.2-3.1 3.5-4.7 4.8 5.0	
B-FRP	100-1600	2.15-2.70	1035-1650	2.7-2.89	45-59	1.6-3	
C-FRP Carbon: high strength*	1755- 3600 4300- 4900	1.55-1.76	1720-3690 4300-4900 2740-5490 2600-3500	1-1.1 1.8 1.78-1.81 1.91-2.12	120-580 230-240 540-640	0.5-1.9 1.9-2.1 0.7-1.9 0.4-0.8	
Carbon: high modulus*	2740- 4590 2600- 3500						
Carbon: ultra-high Modulus*							

FRP Provider	Product/System	Location
Sika Corporation	SikWrap. CarboDur	USA
Composite Retrofit International Inc.	Growing Fibrwrap system	Canada
Master Builders Inc.	Mbraced System Replark	Germany
Mitsubishi Chemical Corporation	System	USA

**Tableau A.12** produit des FPR.

Sika CarboShear L	4/20/50 4/30/70 4/50/100	> 1350	95000	> 1.3	1.55	> 56
STRUCTURAL						
Product Name	Modulus of Elasticity in Compression (MPa)	Tensile Modulus (MPa)	Tensile strength (7days) (MPa)	Compressive strength (7days) (MPa)	Shear strength (7 days) (MPa)	
Sikadur-30	9600	11200	29	90	18	
Sikadur-330	/	4500	3045	/		
Sikadur-300	/	3500	21	/	/	
Sikadur-31 + Rapid	/	6500		70	15	

**Figure A.1** plan de ferrailage de la poutre

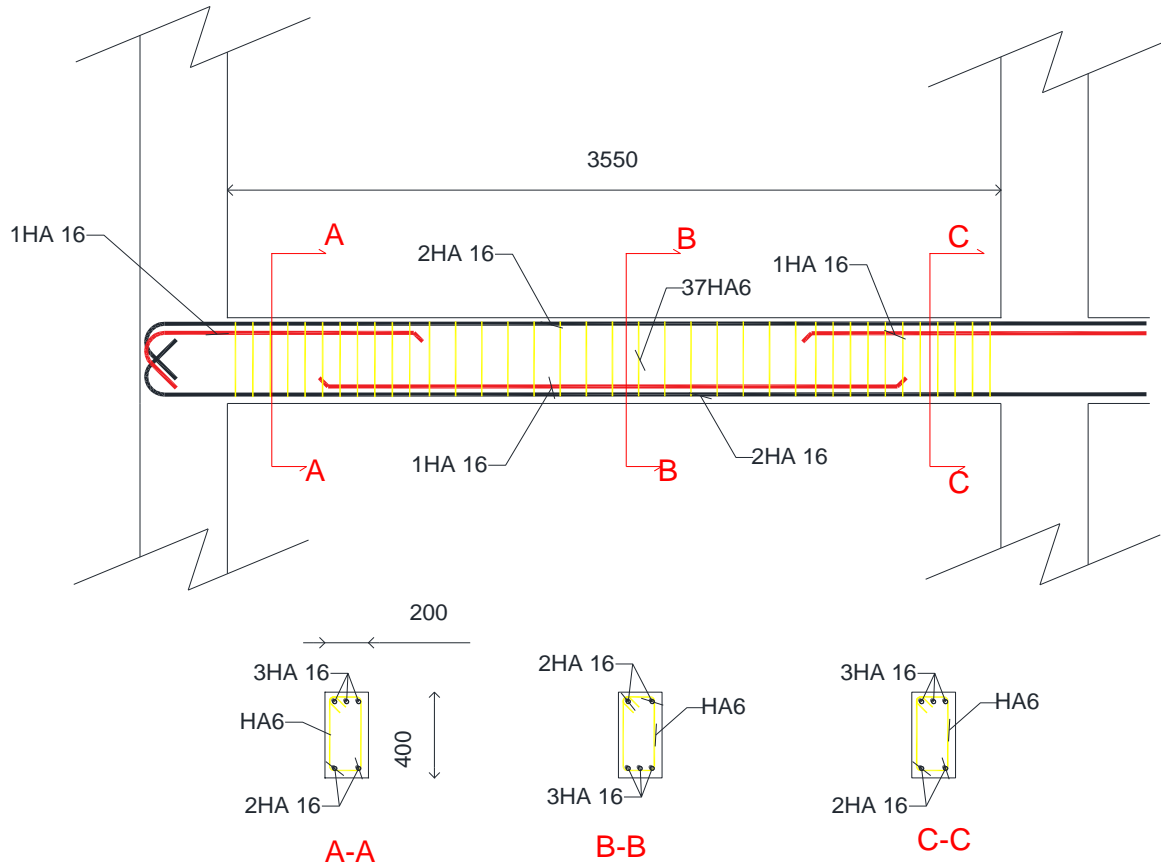


Figure A.2 plan de ferrailage du poteau

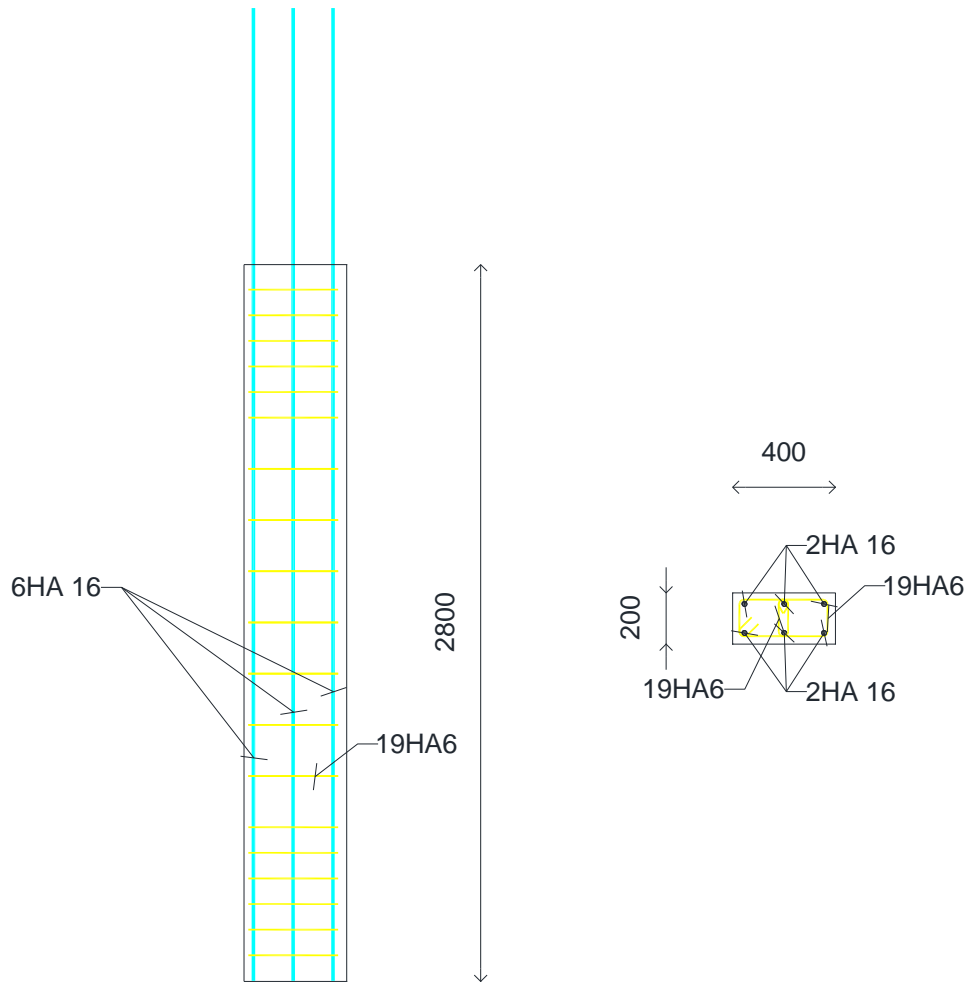
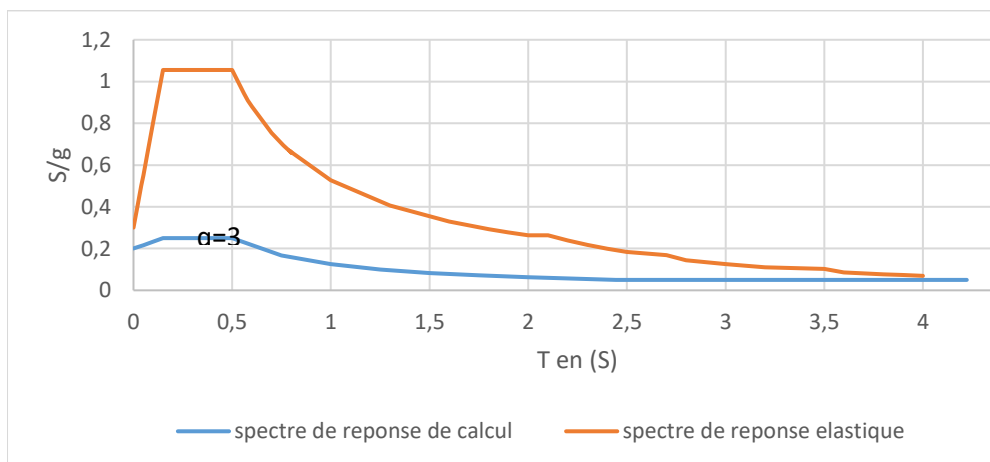


Figure A.3 : Spectre de réponse élastique et spectre de réponse calculé.



## TABLE DES MATIERES

DÉDICACE.....	i
REMERCIEMENTS .....	ii
LISTE DES ABRÉVIATIONS .....	iii
LISTE DES SYMBOLES .....	iv
LISTE DES FIGURES .....	vii
LISTE DES TABLEAUX .....	xi
RÉSUMÉ.....	xiii
ABSTRACT.....	xiv
SOMMAIRE.....	xv
INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	1
CHAPITRE 1: REVUE DE LA LITTÉRATURE.....	2
Introduction.....	2
1.1. Béton armé.....	2
1.1.1. Constituants du béton armé .....	2
1.1.1.1. Le béton.....	3
1.1.1.2. Barres d'armature .....	5
1.1.2. Propriétés du béton armé .....	6
1.1.2.1. Résistances à la compression .....	7
1.1.2.2. Résistance à la traction .....	7
1.1.2.3. Durabilité.....	7
1.1.2.4. Résistance au feu .....	7
1.1.3. Pathologies du béton armé.....	8
1.1.3.1. Pathologies chimiques.....	8
1.1.3.2. Pathologies mécaniques .....	9
1.1.3.3. Pathologies physiques .....	9
1.1.4. Domaines d'utilisation du béton armé.....	10

1.1.4.1.	Dans la construction des bâtiments .....	11
1.1.4.2.	Dans la construction d'ouvrages d'art et d'infrastructures .....	11
1.1.4.3.	Autres utilisations.....	11
1.2.	Bâtiment.....	11
1.2.1.	Différentes parties d'un bâtiment .....	11
1.2.1.1.	Représentation schématique des parties d'un bâtiment.....	12
1.2.1.2.	Infrastructure .....	12
1.2.1.3.	La superstructure .....	15
1.2.2.	Caractéristiques du bâtiment .....	17
1.2.2.1.	Usage.....	17
1.2.2.2.	Hauteur .....	17
1.2.2.3.	Nature du Matériau.....	17
1.2.2.4.	Portée.....	17
1.2.2.5.	Type de structure .....	17
1.2.2.6.	Forme .....	18
1.2.3.	Typologie des bâtiments.....	18
1.2.3.1.	Selon l'usage .....	18
1.2.3.2.	Selon le type de structure .....	19
1.2.3.3.	Selon la forme .....	20
1.2.3.4.	Selon la portée.....	20
1.2.3.5.	Selon la nature du matériau .....	20
1.2.3.6.	Selon la hauteur .....	20
1.3.	Séismes .....	21
1.3.1.	Caractéristiques d'un séisme .....	22
1.3.1.1.	Intensité .....	22
1.3.1.2.	Magnitude.....	22
1.3.1.3.	Epicentre.....	23
1.3.1.4.	Hypocentre .....	23

1.3.1.5.	Profondeur .....	24
1.3.1.6.	Durée .....	24
1.3.2.	Typologie des séismes .....	24
1.3.2.1.	Selon son origine .....	24
1.3.2.2.	Selon leurs effets sur la surface terrestre.....	25
1.3.3.	Causes et effets du séisme .....	26
1.3.3.1.	Causes du séisme.....	26
1.3.3.2.	Effets du séisme .....	26
1.3.4.	Ondes sismiques .....	28
1.3.4.1.	Onde P .....	28
1.3.4.2.	Onde S .....	28
1.3.4.3.	Onde de Surface .....	28
1.4.	Calcul sismique.....	29
1.4.1.	Classification des sols.....	29
1.4.2.	Paramètres clés du calcul sismique .....	30
1.4.2.1.	Spectre de réponse élastique horizontal .....	31
1.4.2.2.	Spectre de réponse élastique vertical .....	33
1.4.2.3.	Déplacement maximale au sol.....	33
1.4.2.4.	Coefficient de comportement .....	33
1.4.2.5.	Spectre de calcul pour l'analyse élastique.....	34
1.4.3.	Méthodes d'analyse .....	34
1.4.3.1.	Analyse linéaire par force latérale.....	34
1.4.3.2.	Analyse modale utilisant le spectre de réponse.....	35
1.4.3.3.	Analyse statique non linéaire .....	36
1.4.3.4.	Analyse chronologique non linéaire.....	36
1.5.	Les matériaux composites.....	37
1.5.1.	Définition d'un matériau composite.....	37
1.5.2.	Constituants d'un composite .....	37

1.5.2.1.	Matrice .....	38
1.5.2.2.	Renforts .....	38
1.5.3.	Les principales fibres .....	39
1.5.3.1.	Les fibres de verre .....	39
1.5.3.2.	Les fibres de carbone.....	39
1.5.3.3.	Les fibres d'aramide (Kevlar) .....	39
1.5.4.	Caractéristiques mécaniques de quelques renforts de composites .....	40
1.5.5.	Avantages des matériaux composites .....	40
1.5.6.	Domaines d'application des matériaux composites.....	40
1.6.	Techniques antisismiques .....	41
1.6.1.	Injection de fissures .....	41
1.6.2.	Chemisage en béton.....	42
1.6.3.	Chemisage en acier.....	43
1.6.4.	Ajout de murs de remplissage .....	43
1.6.5.	Ajout des contreventements métalliques .....	43
1.6.6.	Renforcement par PRF vis-à-vis de l'effort tranchant.....	44
1.6.7.	Confinement par PRF .....	45
1.6.8.	Renforcement à la flexion des poteaux par PRF collés .....	45
	Conclusion .....	46
CHAPITRE 2:	METHODOLOGIE.....	47
	Introduction.....	47
2.1.	Reconnaissance générale du site.....	47
2.2.	Visite du site .....	47
2.2.1.	Observation générale .....	47
2.2.2.	Enquête .....	48
2.3.	Collecte des données.....	48
2.3.1.	Données géotechniques .....	48
2.3.2.	Données architecturales.....	48

2.3.3.	Données structurales .....	48
2.4.	Méthode d'analyse globale et de dimensionnement de la superstructure.....	48
2.4.1.	Modélisation .....	49
2.4.2.	Noemes .....	49
2.4.3.	Evaluation des charges .....	49
2.4.3.1.	Actions permanentes (G).....	50
2.4.3.2.	Actions variables .....	50
2.4.3.3.	Les actions accidentelles (F) .....	50
2.4.4.	Combinaisons de charges .....	51
2.4.4.1.	Combinaisons de charges à l'Etat Limite Ultime (ELU).....	51
2.4.4.2.	Combinaisons de charges à l'Etat Limite de Service (ELS).....	51
2.4.4.3.	Combinaisons sismiques .....	51
2.4.5.	Méthode de dimensionnement.....	52
2.4.5.1.	Durabilité et enrobage des armatures .....	52
2.4.5.2.	Prédimensionnement et dimensionnement de la poutre.....	53
2.4.5.3.	Dimensionnement des poteaux .....	61
2.5.	Méthode d'analyse modale .....	66
2.5.1.	Détermination de la période fondamentale de vibration .....	66
2.5.2.	Détermination des modes de vibrations.....	66
2.5.3.	Détermination du coefficient de comportement .....	67
2.5.4.	Méthode d'analyse statique équivalente.....	67
2.5.5.	Méthode d'analyse spectrale .....	68
2.5.6.	Modélisation de l'action du séisme .....	68
2.5.7.	Détermination des périodes de vibrations .....	69
2.5.8.	Détermination du déplacement maximal.....	69
2.5.9.	Détermination de la dérive inter-étages.....	69
2.6.	Méthode de renforcement par Polymères Renforcés de Fibres (PRF) .....	69
2.6.1.	Résistance à l'effort tranchant .....	70

2.6.2. Renforts des poutres en flexion .....	71
Conclusion .....	71
CHAPITRE 3: RESULTATS ET INTERPRETATION .....	73
Introduction.....	73
3.1. Présentation générale du site.....	73
3.1.1. Localisation géographique du site .....	73
3.1.2. Géologie .....	74
3.1.3. Relief .....	74
3.1.4. Climat .....	75
3.1.5. Hydrologie.....	75
3.1.6. Population et activités économiques .....	75
3.2. Description physique du site.....	76
3.3. Présentation du projet .....	76
3.3.1. Description du bâtiment .....	76
3.3.2. Plans architecturaux.....	77
3.3.3. Plans de structure.....	79
3.3.4. Caractéristiques des matériaux .....	80
3.3.5. Données géotechniques .....	82
3.4. Dimensionnement .....	82
3.4.1. Actions sur la structure .....	82
3.4.1.1. Charges permanentes.....	82
3.4.1.2. Charges d'exploitation .....	83
3.4.1.3. Charge sismique .....	83
3.4.2. Enrobage.....	84
3.4.3. Modèle numérique du bâtiment.....	84
3.4.4. Résultats du dimensionnement des éléments structuraux horizontaux .....	85
3.4.4.1. Poutre sélectionnée pour le dimensionnement.....	85
3.4.4.2. Dimensionnement à l'état limite ultime .....	87

3.4.4.3.	Dimensionnement de la poutre à l'ELU.....	87
3.4.4.4.	Vérification à l'état limite de service .....	91
3.4.5.	Dimensionnement du poteau .....	92
3.4.5.1.	Vérification de l'interaction moment fléchissant-effort axial .....	92
3.4.5.2.	Vérification de l'effort tranchant.....	98
3.4.5.3.	Vérification de l'élançement .....	100
3.5.	Méthode d'Analyse linéaire.....	100
3.5.1.	Méthode statique linéaire.....	101
3.6.	Analyse modale utilisant le spectre de réponse .....	103
3.6.1.	Spectre de réponse .....	103
3.6.1.1.	Modèle numérique de la structure .....	104
3.6.1.2.	Masse modale .....	104
3.6.1.3.	Forces de cisaillement .....	108
3.6.1.4.	Déplacements .....	108
3.6.2.	Limitation des déplacements relatifs entre étages et dérives entre étages... 109	
3.7.	Sollicitations dues à l'action sismique (force de cisaillement et moment fléchissant).....	110
3.7.1.	Renforcement d'une poutre par TRF en cisaillement.....	111
3.8.	Présentation du model matériel.....	112
3.8.1.	Béton.....	112
3.8.2.	Aciers.....	114
3.8.3.	C-FRP model .....	114
3.9.	Les types d'éléments.....	115
3.9.1.	Analyse du modèle de la poutre non renforcée .....	117
3.9.1.1.	Répartition des contraintes sur les éléments de la structure (poutre et armatures d'acier).....	117
3.9.1.2.	Étude du comportement plastique de la poutre non renforcée .....	118
3.9.1.3.	Mode de défaillance de la poutre .....	119

3.9.2. Analyse des déflexions du modèle de la poutre Renforcée .....	120
3.9.2.1. Répartition des contraintes dans le cadre renforcé par des PRF .....	120
3.9.2.2. Mode de défaillance de la poutre .....	122
3.9.2.3. Etude comparative entre la poutre renforcée et la poutre non renforcée.....	123
3.9.2.4. Discussion sur l'efficacité du renforcement du C-PRF.....	123
3.9.2.5. Recommandations fondées sur les résultats basées sur le résultat .....	124
Conclusion .....	124
CONCLUSION GÉNÉRALE .....	126
REFERENCES BIBLIORAGPHIQUES .....	127
ANNEXES.....	130
TABLE DES MATIERES.....	140