

UNIVERSITÉ CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE



Thèse présentée par :

M. Mamadou FAYE

pour obtenir le titre de :

Docteur de 3^{ème} cycle

*Contribution à l'étude des processus d'ionisation des atomes
hydrogénéoïdes par absorption non résonnante de $N = 2$ ou 3 photons :
calcul des distributions angulaires et effet de polarisation.*

Soutenue le 24 novembre 2000 devant la commission d'examen

Composition du jury :

M. M. Mansour KANE

Professeur

M. Amadou Lamine NDIAYE

Maître de Conférences

M. Mary Teuw NIANE

Professeur

M. Magatte THIAM

Maître Assistant

M. Sada Tamimou WANE

Maître de Conférences

Table des Matières

Introduction	1
I. Processus multiphotoniques : Théorie des perturbations	5
I.1. Introduction	5
I.2. La méthode de la fonction de Green	6
I.2.1. La fonction radiale Green - Coulombienne	7
I.2.1.1 La représentation compacte	7
I.2.1.2. La représentation intégrale	8
I.2.1.3. La représentation sturmienne	9
I.2.1.4. Méthode des équations différentielles non homogènes du premier ordre	11
I.2.1.5. Autres méthodes	12
II. Modèle du potentiel central	13
II.1 Sections efficaces différentielle et totale : effet de polarisation	14
II.1.1. Processus d'ionisation par absorption non résonnante de $N = 2$ photons	18
Linéairement ou circulairement polarisés	
II.1.2. Processus d'ionisation par absorption non résonnante de $N = 3$ photons	22
Linéairement ou circulairement polarisés	
III. Application à la multiphotoionisation des atomes hydrogéoïdes	25
III.1 Cas $N= 2$ photons : Méthode de l'intégrale spéciale et fonction	25
Hypergéométrique d'Appell à deux variables	
III.1.1. Etat excité $3s$	28
III.1.1.1. Calcul explicite de T_{10}	28
III.1.1.1.a. Intégrale sur la variable r' , élimination du pôle $t' = 0$	29
III.1.1.1.b. Intégration sur la variable r	30
III.1.1.1.c. Intégrale en t : forme intégrale de la fonction hypergéométrique	31
d'Appell	
III.1.1.2. Calcul explicite de T_{12}	34
III.1.1.3. Calculs analytiques et numériques	34
III.1.1.3.1. Entre les deux seuils d'absorption $N = 1$ et $N = 2$ photons : convergence	35
De F_1 , réalité de T_{10} et T_{12}	
III.1.1.3.2. Formes complexes de T_{10} et T_{12} : prolongement analytique de F_1 au	37
Dessus du seuil de photoionisation	

III.1.1.3.2.a. Absorption d'un photon au dessus du seuil de photoionisation	38
III.1.1.3.2.b. Absorption d'un photon au voisinage du seuil de photoionisation	40
III.1.1.3.3. Seuil d'ionisation par absorption de $N = 2$ photons : réalité de T_{10} et T_{12} convergence de F_1	41
III.1.2. Etat excité 3p	43
III.1.2.1. Calcul explicite de T_{01}	44
III.1.2.2. Calcul explicite de T_{21}	45
III.1.2.3. Calcul explicite de T_{23}	45
III.1.2.4. Calculs analytiques et numériques	46
III.1.2.4.1. Entre les deux seuils d'absorption $N = 1$ et $N = 2$ photons : Convergence de F_1 , réalité de T_{01} , T_{21} et T_{23}	46
III.1.2.4.2. Absorption d'un photon au dessus du seuil de photoionisation : formes complexes de T_{01} , T_{21} et T_{23} et prolongement analytique de F_1	49
III.1.2.4.2.a. Absorption d'un photon au delà du seuil de photoionisation	49
III.1.2.4.2.b. Absorption d'un photon au voisinage du seuil de photoionisation	52
III.1.2.4.3. Seuil d'ionisation par absorption de $N = 2$ photons : réalité de T_{01} , T_{21} et T_{23}	53
III.1.3. Etat excité 3d	55
III.1.3.1. Calcul explicite de T_{10}	55
III.1.3.2. Calcul explicite de T_{12}	56
III.1.3.3. Calcul explicite de T_{32}	56
III.1.3.4. Calcul explicite de T_{34}	57
III.1.3.5. Calculs analytiques et numériques	57
III.1.3.5.1. Entre les deux seuils d'absorption à $N = 1$ et $N = 2$ photons : Convergence de F_1 , réalité de T_{10} , T_{12} , T_{32} et T_{34}	58
III.1.3.5.2. Absorption d'un photon au dessus du seuil de photoionisation : Formes complexes de T_{10} , T_{12} , T_{32} et T_{34} ; prolongement analytique de F_1	60
III.1.3.5.2.a. Absorption d'un photon au delà du seuil de photoionisation	60
III.1.3.5.2.b. Absorption d'un photon au voisinage du seuil de photoionisation	62
III.1.3.5.3. Seuil d'ionisation par absorption de $N = 2$ photons réalité de T_{10} , T_{12} , T_{32} et T_{34}	63
III.2. Cas $N = 3$ photons : étude de la distribution angulaire pour des photons	65

Linéairement ou circulairement polarisés	
III.2.1. Polarisation linéaire	66
III.2.1.a. Formule générale	66
III.2.1.b. Application aux états ns	71
III.2.1.c. Application aux états initiaux np : apparition d'un terme isotrope	73
III.2.2. Polarisation circulaire	75
III.2.2.a. Formule générale	75
III.2.2.b. Application aux états initiaux ns	78
III.2.2.c. Application aux états initiaux np	79
III.3. Résultats numériques et discussions	80
III.3.1. Processus d'absorption du second ordre	80
III.3.1.1. Etats excités 3s	80
III.3.1.2. Etats excités 3p	92
III.3.1.3 Etats excités 3d	102
III.3.2. Processus d'absorption du troisième ordre	113
III.3.2.1. Polarisation linéaire	113
III.3.2.1.a. Etat initial 1s	113
III.3.2.1.b. Etats initiaux 2s et 2p	117
III.3.2.1.c. Etats initiaux 3s et 3p	117
III.3.2.2. Polarisation circulaire	129
IV Conclusion	130
Appendice	132
Références	136

REMERCIEMENTS

Je suis profondément reconnaissant à **Monsieur Sada Tamimou WANE**, Maître de Conférences pour m'avoir confié le sujet de ce travail, j'ai bénéficié de son expérience et de sa grande rigueur ; je le remercie très sincèrement pour tout ce qu'il m'a appris.

Je tiens tout spécialement à exprimer ma profonde gratitude à **Monsieur le Professeur Mouhamadou Mansour KANE** qui, malgré les multiples sollicitations, a accepté spontanément de présider ce jury ; son soutien moral ne m'a jamais fait défaut.

Je suis particulièrement heureux d'exprimer ma reconnaissance à **Monsieur Amadou Lamine NDIAYE, Maître de Conférences** , Chef du Département de Physique, pour l'aide matérielle et son soutien moral qui m'ont permis de mener dans les meilleures conditions ce travail, mais aussi pour l'honneur qu'il me fait d'accepter de le juger.

Mes sincères remerciements vont à **Monsieur Maguette THIAM** , Directeur de l'IREMPT pour sa disponibilité et :

- pour m'avoir permis d'échanger avec les collègues du département de Mathématiques sur certaines idées développées dans le texte ;
- pour m'avoir facilité l'accès à la bibliothèque de Mathématiques où l'ouvrage de N. Ja. VILLEKIN « fonctions spéciales et théorie de la représentation » m'a été d'un apport déterminant pour l'approfondissement de certains concepts ;
- et pour avoir accepté de participer au jury.

Je ne puis ne pas exprimer ma profonde gratitude au **Professeur Mary Teuw NIANE** Directeur de l'U.F.R de Mathématiques Appliquées et Vice-Président de l'Assemblée de Université Gaston Berger, pour avoir toujours manifesté un intérêt particulier à ce travail et qui, malgré ses multiples tâches et son éloignement, à tenu à consacrer de son précieux temps à juger ce travail.

Je voudrais vivement remercier les collègues : Samba NDIAYE (Maths info), Babacar MBOW, Bassirou BA, Soussou SAMBOU, Joseph SARR, Boubacar KEITA, Amsata NDIAYE, Cheikh Mbacké DIOP (Maths info), qui, par leurs aides multiformes m'ont permis de mener à bien ce travail.

J'y associe Samba NDIAYE, mon compagnon qui, dans les échanges m'a beaucoup apporté par la pertinence de ses questions et de ses critiques.

Je n'oublie pas la secrétaire, Mademoiselle Assa BARRY qui, par sa patience, et son professionnalisme a réalisé la maquette du manuscrit, ainsi que Monsieur Assane FAYE pour la reliure.

Introduction

Le développement prodigieux des lasers ces vingt dernières années a ouvert de nouvelles possibilités d'excitation : excitation d'états moléculaires, saturation des transitions de résonance, excitation par échelon, transitions multiphotoniques etc.

On appelle transitions multiphotoniques, des transitions atomiques au cours desquelles l'atome absorbe les énergies de plusieurs photons pour passer par exemple de l'état fondamental à un état excité d'énergie E_e en sorte que $E_e - E_0 = n \hbar \omega_{\text{laser}}$; le développement des calculs de perturbation aux ordres plus élevés fait apparaître la possibilité de transitions à n photons, d'où le nom de processus d'ordre N .

Au sein de ces dits processus, l'ionisation (détachement) occupe une place cruciale :

- par son importance dans les applications technologiques telles : la séparation des isotopes, la fusion induite par Laser, l'analyse des gaz etc...
- par sa haute résolution pour explorer les états excités ;
- par le fait qu'elle soit le processus dominant même lorsqu'un champ intense interagit avec la matière ;
- mais surtout par les continuels challenges adressés à la théorie et couvrant un large éventail de problèmes : théories perturbations à des ordres de plus en plus élevés, traitement non perturbatif de l'interaction rayonnement - atome.

Nous considérons ici, le cas de l'atome d'hydrogène.

L'intérêt réside dans le fait :

- qu'il est l'élément le plus simple de la classification périodique des éléments : un électron gravitant dans le champ colombien du noyau ;
- qu'il est le seul élément dont les fonctions d'onde sont exactes, permettant ainsi la possibilité d'effectuer des calculs analytiques pour déterminer différentes grandeurs physiques telles que les sections efficaces, les forces d'oscillateurs etc.

La conséquence immédiate en est que, les résultats correspondants peuvent non seulement être étendus aux hydrogénoïdes, aux alcalins, mais aussi et surtout, servir de point de départ pour tous les calculs approchés concernant les atomes plus complexes.

Nous distinguons les processus d'ionisation par absorption non résonnante d'un nombre pair de photons, de ceux d'un nombre impair. Ils sont habituellement caractérisés par leurs sections efficaces totales. Cependant, des informations complémentaires peuvent être obtenues en étudiant la distribution angulaire, singulièrement lorsque le rayonnement est linéairement ou circulairement polarisé ; ces informations sont utiles notamment en astrophysique.

En ce qui concerne les processus d'ordre pair, la plupart des travaux relatifs à la détermination des sections efficaces totales portent sur l'état fondamental (Karule 1991) alors que pour la distribution angulaire, ils ont plutôt porté sur les états fondamental et métastable (Zernik 1964 ; Gontier et *al.* 1975).

Nous traitons le cas particulier du processus d'ionisation par absorption non résonnante de deux photons linéairement ou circulairement polarisés entre les deux seuils ($N = 1$ et $N = 2$ photons) et au dessus du seuil de photoionisation, à partir des états excités 3s, 3p et 3d ; prolongeant ainsi les études faites par Arnous, Klarsfeld et Wane (Arnous, Klarsfeld et Wane 1973), uniquement limités aux états 1s, 2s et 2p et entre les deux seuils.

Notre but est de montrer : qu'en utilisant le point de vue de Hostler (Hostler 1970) de la fonction de Green – Coulomb, on peut obtenir l'intégrale dipolaire sous forme d'une combinaison de trois fonctions hypergéométriques d'Appell du premier ordre ; de calculer les coefficients angulaires et les sections efficaces totales correspondantes.

Par contre, en ce qui concerne les processus d'ordre impair dans le cas d'un rayonnement linéairement polarisé, les études effectuées sur la distribution angulaire et disponibles à notre connaissance, se limitent uniquement aux états initiaux n_s (Lambropoulos 1972 ; Gontier et *al.* 1975), où aucune expression explicite des coefficients angulaires n'a été donnée.

De telles informations sont très utiles pour une meilleure interprétation des résultats observés à partir des gaz rares comme le Xénon ou le Krypton (Hippler et *al.* 1983 ; Dehmer et *al.* 1987 ; Fabre et *al.* 1981) et des alcalins tels le Sodium, le Césium ou le Rubidium (Leuch et Smith 1982 ; Dodhy et *al.* 1985 et 1986).

L'étude du premier processus multiphotonique d'ordre impair est d'un intérêt particulier, en ce sens qu'il permet de mieux comprendre les processus d'ordres impairs plus élevés. Nous traitons le processus d'ionisation par absorption non résonnante de trois photons linéairement ou circulairement polarisés entre les deux seuils ($N = 2$ et $N = 3$ photons) à partir d'un état initial de nombres quantiques n et l quelconques.

Nous montrons que la distribution angulaire peut s'exprimer malgré l'existence du théorème général de Yang (Yang 1948) sous la forme simple : $a + b \cos^2 \theta + c \cos^4 \theta + d \cos^6 \theta$; θ étant l'angle entre la direction de polarisation ou de propagation du rayonnement incident et celle des photoélectrons émis.

Notre objectif est d'explicitier les expressions exactes des coefficients angulaires a , b , c , d et de déterminer les sections efficaces totales correspondantes, comblant ainsi une lacune dans la littérature.

Pour mener à bien ce travail, nous avons au chapitre I, passé en revue les diverses représentations obtenues à partir de la méthode de la fonction de Green.

Ce qui nous permet ainsi de résoudre l'intégrale dipolaire relative aux transitions du photoélectron d'un état (n, l) initialement lié vers les états finals du continuum.

Au chapitre II, nous rappelons à travers l'étude du modèle du potentiel central les règles de sélection et les effets de la polarisation du rayonnement incident sur les expressions des amplitudes partielles correspondant à un état final de moment angulaire L .

Nous appliquons certains de ces résultats à l'atome d'hydrogène au chapitre III.

Dans le cas des processus d'ordre deux (III.1), nous développons en détail la méthode analytique de la représentation intégrale et montrons sa relation avec les fonctions hypergéométriques d'Appell pour l'ensemble des états : 3s, 3p et 3d ; ce qui nous permet d'arriver aux expressions exactes des amplitudes de transitions radiales correspondant à divers intervalles d'énergie des photons incidents.

Dans le cas des processus d'ordre trois (III.2), nous déterminons les expressions analytiques générales en sommant sur le nombre quantique magnétique m , les amplitudes partielles quadratiques et croisées, pour un rayonnement linéairement ou circulairement polarisé. Ces expressions nous permettent d'obtenir les expressions explicites exactes des coefficients angulaires (a, b, c, d, c', d') dans le cas particulier des états initiaux n_s et n_p . Après ces études analytiques, nous faisons une analyse quantitative (III.3) en déterminant numériquement les coefficients angulaires et les sections efficaces correspondantes pour une large variété de longueurs d'ondes.

Nous concluons le travail au chapitre IV.

Nous avons rassemblé en appendice quelques formules de sommation sur les harmoniques sphériques, obtenues en sommant sur le moment magnétique m et utiles à la compréhension des résultats analytiques du (III.2).

CHAPITRE I : PROCESSUS MULTIPHOTOHIQUES - THEORIE DES PERTURBATIONS

I.1. Introduction

Dans le cadre de la théorie des perturbations dépendant du temps et à l'approximation dipolaire non relativiste, la détermination des sections efficaces totales et différentielles de multiphotoionisation repose essentiellement sur le calcul de l'amplitude d'ordre N, $K_{i \rightarrow f}^{(N)}$ correspondant à la transition du système atomique d'un état initial lié, $|i\rangle$ à un état final $|f\rangle$ du continuum ; et s'écrit (Lambropoulos (1976))

$$K_{i \rightarrow f}^{(N)} = \langle f | D_\lambda G(\omega_i + (N-1)\omega) \dots D_\lambda G(\omega_i + (N-2)\omega) \dots D_\lambda G(\omega_i + \omega) D_\lambda | i \rangle \quad (I.1)$$

$$G(\omega_i + \Omega) = \sum_{s_j} \frac{|s_j\rangle\langle s_j|}{\omega_i + \Omega - \omega_{s_j}} \quad (I.2)$$

avec :

et D_λ est l'opérateur dipolaire.

Les vecteurs d'états $\{|s_j\rangle\}$ de la cible atomiques forment un ensemble complet d'états propres comprenant une suite discrète et une suite continue ; le couplage entre ces deux suites s'effectuant par l'intermédiaire de l'opérateur dipolaire.

C'est précisément l'intégration dans le domaine du continuum qui pose quelques difficultés. C'est ainsi que plusieurs méthodes exactes ont été proposées pour évaluer les sommes de Eq (I.1) en résolvant le problème de l'intégration explicite sur le continuum.

La première méthode consiste à utiliser les diverses représentations alternatives de la fonction de Green : comme c'est le cas des systèmes alcalins et Coulombiens. La méthode est principalement analytique.

La deuxième méthode est celle des équations différentielles non homogènes. Elle est en général applicable à n'importe quel système et est essentiellement numérique.

Nous nous limiterons ici à ces deux méthodes.

I.2 – Méthode de la fonction de Green

La fonction de Green $G\left(E, \vec{r}, \vec{r}'\right)$ des systèmes atomiques à un électron du Hamiltonien H_a , est dans le système de coordonnées tridimensionnelles complètement définie par l'équation différentielle non homogène :

$$(H_a - E)G\left(E, \vec{r}, \vec{r}'\right) = \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\vec{r}}^2 - \frac{Ze^2}{r} + U(r) - E \right] = -\delta\left(\vec{r}, \vec{r}'\right) \quad (I.3)$$

Tenant compte de la symétrie centrale de l'Hamiltonien on peut écrire :

$$G\left(E, \vec{r}, \vec{r}'\right) = \sum_{l=0}^{\infty} g_l(E, r, r') \sum_{m=-l}^l Y_{l,m}(\hat{r}) Y_{l,m}^*(\hat{r}') \quad (I.4)$$

en se servant de :

$$\delta\left(\vec{r} - \vec{r}'\right) = \frac{\delta(r - r')}{rr'} \sum_{l,m} Y_{l,m}(\hat{r}) Y_{l,m}(\hat{r}') \quad (I.5)$$

et

$$\nabla_r^2 = \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} r - \frac{l(l+1)}{r^2} Y_{l,m}(\hat{r}) \quad (I.6)$$

Substituant l'expression (I.4) dans l'équation (I.3) et en multipliant par $Y_{l,m}^*(\hat{r})$ on obtient

immédiatement l'équation radiale de $G\left(E, \vec{r}, \vec{r}'\right)$ sous la forme :

$$\left\{ \frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} r - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] + \frac{Z_e^2}{r} - U(r) + E \right\} g_l(E, r, r') = \frac{\delta(r - r')}{rr'} \quad (I.7)$$

Nous allons maintenant considérer un certain nombre de formes explicites de la fonction de Green.
 Nous nous limitons aux systèmes coulombiens.

I.2-1 La fonction radiale Green-Coulombienne

I.2-1-1 La représentation compacte

Dans le cas purement coulombien $U(r) = 0$. En posant dans l'Eq(I.7)

$$g_l(E, r, r') = \frac{f_l(E, rr')}{rr'}; \rho = \frac{2Z}{\alpha a_0} r \quad (I.8)$$

$$\nu = \frac{Ze}{(-2Ea_0)}$$

Entraînant l'équation de Whittaker (Erdelyi (1953), Vilenkin (1969))

$$\left[\frac{d^2}{d\rho^2} - \frac{1}{4} + \frac{\nu}{\rho} + \frac{\frac{1}{4} - \left(l + \frac{1}{2}\right)^2}{\rho^2} \right] f_l(E; \rho, \rho') = \left(\frac{\nu}{Ze} \right) \delta(\rho - \rho') \quad (I.9)$$

Les solutions de l'équation homogène de (I.9) sont les fonctions bien connues :

régulière $M_{\nu+l+\frac{1}{2}}(\rho)$ et irrégulière $W_{\nu+l+\frac{1}{2}}(\rho)$ de Whittaker ; celles-ci permettent de construire la solution de l'équation non homogène soit (Arfken (1985)).

$$f_l(E, \rho, \rho') = - \left(\frac{\nu}{Ze} \right) \frac{\Gamma(l+1-\nu)}{\Gamma(2l+2)} M_{\nu+l+\frac{1}{2}}(\rho_{<}) W_{\nu+l+\frac{1}{2}}(\rho_{>}) \quad (I.10)$$

$\rho_{>}$: le plus grand (ρ, ρ') ;

$\rho_{<}$: le plus petit (ρ, ρ') ; (I.11)

et $\Gamma(a)$ = la fonction gamma.

(I.11) ; on obtient finalement pour (I.8) la forme compacte de la fonction de Green Coulombienne :

$$g_l(E, r, r') = - \left(\frac{\nu}{Ze} \right) \frac{\Gamma(l+1-\nu)}{(rr') \Gamma(2l+2)} M_{\nu+l+\frac{1}{2}} \left(\frac{2Z}{\alpha a_0} r_{<} \right) W_{\nu+l+\frac{1}{2}} \left(\frac{2Z}{\alpha a_0} r_{>} \right) \quad (I.12)$$

La forme purement numérique a été appliquée à l'hydrogène dans les processus d'ordre 2 et 3 (Laplanche et Rachman (1975)) pour déterminer les sections efficaces totales dans le cas de photons linéairement et circulairement polarisés. Elle a été en outre utilisée dans le cadre de l'approximation quadripolaire pour les processus à 2 photons (Laplanche, Durieu, Flank et Rachman (1975)).

Nous abordons maintenant les formes alternatives à (I.12)

I.2-1-2 La représentation intégrale :

Elle a été initiée par Hostler (Hostler (1964)). Pour obtenir la nouvelle forme de (I.12) nous utilisons la représentation intégrale (Buchholz (1953)).

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{2}(a_1+a_2)t \operatorname{coth} \frac{x}{2}} \left(\operatorname{coth} \frac{x}{2} \right)^{2\nu} I_{2l+1} \left(t(a_1 a_2)^{\frac{1}{2}} \operatorname{sh} x \right) dx = \frac{1}{t(a_1 a_2)^{\frac{1}{2}}} \frac{\Gamma(l+1-\nu)}{\Gamma(2l+2)} W_{\nu+l+\frac{1}{2}}(a_1 t) M_{\nu+l+\frac{1}{2}}(a_2 t) \quad (\text{I.13})$$

avec $a_1 > a_2$ et $\operatorname{Re}(l+1-\nu) > 0$ et $I_{2l+1}(z)$ la fonction de Bessel d'argument imaginaire.

En remplaçant (I.13) dans (I.12), on obtient alors la forme alternative désirée :

$$G_l(E, r, r') = -\frac{2\mu}{\hbar^2 (rr')^{\frac{1}{2}}} \int_0^{\infty} dx e^{-\frac{Z}{\alpha_0}(r+r') \operatorname{coth} \frac{x}{2}} \left(\operatorname{coth} \frac{x}{2} \right)^{2\nu} I_{2l+1} \left(\frac{2Z}{\alpha_0} (rr')^{\frac{1}{2}} \operatorname{sh} x \right) \quad (\text{I.14})$$

L'intérêt majeur de cette représentation réside dans le fait que les éléments de matrices de transitions radiales peuvent être évalués de manière exacte .

Dans les processus à deux photons elle a été appliquée à l'Hydrogène :

- pour tenir compte des effets de retardement (Klarsfeld(1969))
- dans les transitions entre états liés (Zon, Manakov, Rapoport (1969))
- pour déterminer les coefficients angulaires ainsi que les sections efficaces (Arnous, Klarsfeld, et Wane (1973)).

Nous verrons cette méthode en détail au chapitre III. Mais avant cela, considérons la deuxième forme alternative de (I. 12) qui contrairement à la première se présente sous la forme d'un produit des fonctions de Green- Coulombiennes complètement séparable dénombrables (Hostler (1970)).

I.2.1.3 La représentation sturmienne.

Cette méthode est très utile dans les calculs des processus multiphotoniques d'ordre supérieur à 2.

La fonction de Green s'exprime comme un développement suivant la fonction sturmienne (Rotenberg (1970)).

On peut obtenir son expression ((Manakov, Rapoport (1969) et (Manakov, Ovsyannikov et Rapoport (1975)) en utilisant l'Eq (I.14) et en remplaçant la fonction de Bessel par la formule bien connue de Hill-Hardy (Erdelyi (1953)b) (fonctions génératrices des produits de polynômes de Laguerre) :

$$I_{2l+1} \left(2(RR)^{\frac{1}{2}} \frac{y^2}{1-y} \right) = (RR)^{l+\frac{1}{2}} \frac{y}{1-y} (RR)^* (1-y) \sum_{p=0}^{\infty} \frac{p!}{\Gamma(p+2l+2)} L_p^{2l+1}(R) y^{p+\frac{1}{2}} L_p^{2l+1}(R) \quad (I.15)$$

où nous avons posé :

$$R = \frac{2Zr}{va_0} \quad ; \quad R' = \frac{2Zr'}{va_0} \quad \text{et} \quad \frac{y^{\frac{1}{2}}}{1-y} = shx$$

avec $\frac{1+y}{1-y} = chx$ et $\frac{1}{y} = \coth^2 \left(\frac{x}{2} \right)$ (I.16)

$$\text{et} \int dx [---] = \int dy y^{-\frac{1}{2}} (1-y)^{-1} [---] \quad (I.17)$$

En substituant la relation (I.15) dans (I.14) et en utilisant les transformations (I.16), on obtient après intégration

$$g_l(E; r, r') = -\frac{2\mu}{\hbar^2} \left(\frac{2Z}{va_0} \right) \sum_{p=0}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} \left[e^{-\frac{Zr}{va_0}} \left(\frac{2Z}{va_0} r \right)^l L_p^{2l+1} \left(\frac{2Z}{va_0} r \right) \right] \frac{p!}{\Gamma(p+2l+2)} \frac{1}{(p+l-\nu+1)} \times \\ \left[e^{-\frac{Zr'}{va_0}} \left(\frac{2Z}{va_0} r' \right)^l L_p^{2l+1} \left(\frac{2Z}{va_0} r' \right) \right] \end{array} \right\} \quad (I.18)$$

En se servant de la relation qui lie les polynômes de Laguerre aux fonctions hypergéométriques confluentes (Erdélyi (1953)) :

soit

$$L_p^{2l+1}(x) = \frac{(p+2l+1)!}{p!(2l+1)!} {}_1F_1(-p, 2l+2, x) \quad (I.19)$$

et en changeant $p \rightarrow n = p + l + 1$

alors l'expression (I.18) prend la forme usuelle

$$g_l(E; r, r') = -\frac{2\mu}{\hbar^2} \left(\frac{2Z}{va_0} \right) \sum_{n=l+1}^{\infty} e^{-\frac{Zr}{va_0}} \left(\frac{2Z}{va_0} r \right)^l {}_1F_1 \left(-n+l+1, 2l+2, \frac{2Z}{va_0} r \right) \\ \times \frac{(n+l)!}{[(2l+1)!]^2 (n-l-1)!} \frac{1}{(n-\nu)} \left(\frac{2Z}{va_0} r' \right)^l e^{-\frac{Zr'}{va_0}} {}_1F_1 \left(-n+l+1, 2l+2; \frac{2Z}{va_0} r' \right) \quad (I.20)$$

Ayant l'avantage d'être étendue à des ordres plus élevés, la méthode a été appliquée :aux calculs des sections efficaces pour des processus d'ordre s'étalant jusqu'à $N = 16$ (Karule (1975)) à l'hydrogène dans l'état fondamental et pour des photons linéairement polarisés.

En outre, elle a été appliquée aux états fondamental et excités de l'hydrogène pour des processus d'ionisation d'ordre N inférieur ou égal à 3 -(Klarsfeld et Maquet (1976) ; Maquet (1977 ; Justum et Maquet (1977)).

La méthode a aussi fait l'objet d'une intense activité dans les processus de multiphotonisation de l'hydrogène au dessus du seuil (Klarsfeld et Maquet (1979a) ; Klarsfeld et Maquet (1979b, 1980) ; Karule (1988,1991). Par ailleurs, Preobrazhenskii (Preobrazhenskii (1993)) l'a utilisé pour étudier les polarisabilités dynamiques des états excités de l'hydrogène dans les processus à deux photons.

Nous allons maintenant aborder la méthode des équations différentielles non homogènes du premier ordre.

I.2.1.4 : méthodes des Equations différentielles non homogènes du 1^{er} ordre.

Cette méthode basée sur la technique de sommation implicite a été initiée par Dalgarno et Lewis (Dalgarno et Lewis (1955)), reformulée plus tard par Schwartz et Tiemann (Schwartz et Tiemann (1959)). Elle a été reprise par Zernik et Klopfenstein (Zernik et Klopfenstein (1965)) et généralisée plus tard par Gontier et Trahin (Gontier et Trahin (1968, 1971)) à des processus d'ordre N supérieur à 2.

Nous rappelons brièvement cette méthode.

La contribution de la partie radiale correspondant à la transition d'un état initial de nombres quantiques (n, l, m) vers un état final du continuum (L, M) via des états intermédiaires de nombres quantiques orbitaux λ_q est donnée par :

$$T_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \dots L} = (-1)^l \frac{1}{(2l+1)!} \left(\frac{(n+l)!}{(n-l-1)! 2n} \right)^{1/2} \left(\frac{2}{n} \right)^{+3/2} \times \left[\begin{array}{c} {}_1F_1 \left(\begin{array}{c} -n+l+1, 2l+2, -2p \frac{d}{dp} \\ l-\lambda_l+2 \end{array} \right) \\ \times \left(\frac{d}{dp} \right)^{l-\lambda_l+2} y(\lambda_1, \lambda_2 \dots L) \end{array} \right]_{p+\frac{1}{n}} \quad (I.21)$$

Pour plus de simplicité, on pose :

$Y_a = y(\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_q)$. La fonction y_1 est obtenue en résolvant un système d'équations différentielles non homogènes du premier ordre déterminé à partir de l'équation de Schrödinger :

$$((p^2 - \alpha^2_{N-1}) \frac{d}{dp} + 2 [(\lambda_{N-1} + 1)p - 1]) y_{N-1} = -2 \left(\frac{d}{dp} \right)^{\lambda_{N-1} - \lambda_{N-1} + 2} y_L$$

$$((p^2 - \alpha^2_{N-2}) \frac{d}{dp} + 2 [(\lambda_{N-2} + 1)p - 1]) y_{N-2} = -2 \left(\frac{d}{dp} \right)^{\lambda_{N-2} - \lambda_{N-1} + 2} y_{N-1}$$

$$((p^2 - \alpha^2_1) \frac{d}{dp} + 2 [(\lambda_1 + 1)p - 1]) y_1 = -2 \left(\frac{d}{dp} \right)^{\lambda_1 - \lambda_2 + 2} y_2 \quad (I.22)$$

y_L est la dérivée $(L + 1)^{\text{ième}}$ de la transformée de Laplace de la fonction d'onde radiale $R_{k,l}(r)$ du continuum.

La quantité α_q est définie par la relation

$$\alpha_q^2 = -2(qE_p + E_i) \quad (I.23)$$

Avec E_i est le niveau d'énergie de l'état initial. Une solution particulière de y_q est obtenu en annulant le coefficient de $\frac{dy_q}{dp}$ au point $p = \alpha_q$

Elle a fait l'objet d'études dans les processus d'ionisation au dessus du seuil (Gontier, Poirier et Trahin (1980); Gontier et Trahin (1980); (Aymard et Crance (1980); (Muller, Heuvell, Wiel (1986)).

L'effet Stark ainsi que les taux de transition entre les états lié-lié (1s-3s) et (1s-3d) de l'atome d'hydrogène (Ramesh Babu et Prasanna (1994)) ont aussi été étudiés dans le cas des processus à deux photons par cette méthode.

Nous l'appliquerons aux calculs des éléments de matrices de transitions radiales dans le cas des processus d'absorption multiphotoniques d'ordre trois que nous traitons au chapitre III.

I.2.1.5 Autres méthodes

Avant de terminer cette revue, nous signalons que d'autres méthodes ont été utilisées pour évaluer la sommation infinie.

Nous citons celle de la sommation tronquée (Lambropoulos 1976) qui consiste à ne considérer qu'un nombre fini de termes dans la sommation, lesquels sont évalués à l'aide de fonctions d'onde précises calculées plus tard en utilisant la théorie du défaut quantique (Declémy et al. 1981) et en utilisant aussi une base finie L^2 (Huillier et al. (1989); Tang et al. (1990)).

Elle a été appliquée aux calculs des sections efficaces généralisées du potassium dans les processus d'ordre trois (Teague et Lambropoulos (1976)).

Nous ajoutons la méthode de l'hamiltonien effectif initialement introduite dans l'étude des processus d'ionisation multiphotonique résonnant (Armstrong et al (1975)) existe aussi. Elle repose sur l'utilisation de la technique de l'opérateur de projection (Mower (1966)) qui permet de définir un système d'états discrets pour lesquels on associe un opérateur Hamiltonien effectif. Elle a été appliquée aux calculs des sections efficaces généralisées du Césium et de l'hydrogène dans les

processus d'ionisation par absorption non résonnante de N (2,3 et 4) photon (Aymard and Crance (1980)).

Enfin, nous citons la méthode d'approximation de la fonction de Green basée sur la méthode Wentzel-Kramers-Brillouin ou B.K.W. proposée pour la première fois par Langer (Langer (1937) ; Morse et Feshbach (1953)). Elle consiste à considérer les solutions de l'équation d'onde de Schrödinger relative à une particule se déplaçant dans un potentiel unidimensionnel on détermine ensuite les fonctions d'onde du continuum et des états liés ainsi que les parties régulière et irrégulière de la fonction de Green correspondante.

Cette méthode a été appliquée au calcul de la section efficace d'ionisation par deux photons des atomes d'hydrogène et du Césium (Edwards (1992a)) et des atomes de Lithium et du Sodium (Edwards (1992 b)).

Nous étudions maintenant l'Eq (I.1) dans le cas particulier des processus d'ordre 2 et 3 dans le cas du modèle de potentiel central.

CHAPITRE II : MODELE DU POTENTIEL CENTRAL

II-1 Sections efficaces différentielle et totale : effet de la polarisation

A l'approximation dipolaire non relativiste, la section efficace différentielle pour un processus d'ordre N est donnée en relation avec (I.1) en unités atomiques par :

$$\frac{d\sigma^{(N)}}{d\Omega} = \frac{\alpha}{2\pi} a_0^2 \left(\frac{I}{2I_0} \right)^{N-1} \omega k_e |K_{f,i}^{(N)}|^2 \quad (\text{II.1})$$

où α est la constante de structure fine, $a_0 = 5,2917 \cdot 10^{-9}$ cm est le rayon de Bohr I est l'intensité du rayonnement, $I_0 = 7,019 \cdot 10^{16}$ W/cm² est l'unité atomique d'intensité k_e est le module du vecteur d'onde des photoélectrons émis dans la direction \hat{k}_e est donné par la conservation de l'énergie :

$$\frac{k_e^2}{2} = E_i + N\omega \quad (\text{II.2})$$

Pour une transition du système atomique d'un état initialement lié $|i\rangle$ à un état final $|f\rangle$ du continuum, l'amplitude d'ordre N = 2 s'écrit :

$$k_{f,i}^{(2)} = \sum_s \frac{\langle f | \vec{\epsilon} \cdot \vec{r} | s \rangle \langle s | \vec{\epsilon} \cdot \vec{r} | i \rangle}{E_i - E_s + \omega} \quad (\text{II.3})$$

tandis qu'à l'ordre N = 3, elle a la forme :

$$K_{f,i}^{(3)} = \sum_{s_1 s_2} \frac{\langle f | \vec{\epsilon} \cdot \vec{r} | s_2 \rangle \langle s_2 | \vec{\epsilon} \cdot \vec{r} | s_1 \rangle \langle s_1 | \vec{\epsilon} \cdot \vec{r} | i \rangle}{(E_i + 2\omega - E_{s_1})(E_i + \omega - E_{s_2})} \quad (\text{II.4})$$

Avec $\vec{\epsilon}$: vecteur polarisation du rayonnement incident,

E_i = niveau d'énergie atomique d'un état initialement lié,

ω énergie des photons incidents.

On suppose que le système atomique est initialement dans un état lié quelconque (n, l, m) :

$$\langle \vec{r} | i \rangle = \langle \vec{r} | nlm \rangle = R_{n,l}(r) Y_{l,m}(\hat{r}) \quad (\text{II.5})$$

les états intermédiaires (virtuels) $|s_i\rangle$ appartiennent au système complet d'états propres de l'Hamiltonien atomique :

$$\langle \vec{r} | s_i \rangle = \langle \vec{r} | v_i \lambda_i \mu_i \rangle = R_{v_i \lambda_i}(r) Y_{\lambda_i, \mu_i}(\hat{r}) \quad (\text{II.6})$$

et la fonction d'onde du photo électron

$$\langle \vec{r} | f \rangle = \langle \vec{r} | \vec{k} \rangle$$

est donnée par un développement suivant les ondes partielles (Smith et Leuchs (1988))

$$\langle \vec{r} | \vec{k} \rangle = \left(\frac{8\pi^3}{k} \right)^{1/2} \sum_{L,M} i^L e^{-i\delta_L} R_{k,L}(r) Y_{L,M}(\hat{r}) Y_{L,M}^*(\hat{k}) \quad (\text{II.7})$$

avec $\delta_L = \arg \Gamma\left(L+1 - \frac{i}{k}\right)$ est le déphasage coulombien et $R_{k,L}(r)$ est la fonction d'onde

radiale de l'état final.

Par un choix judicieux du système d'axes de coordonnées, on montre que l'opérateur d'interaction dipolaire à la forme (Arnous, Klarsfeld et Wane (1973)) :

dans le cas de la polarisation linéaire (fig. 1) :

$$\vec{e} \cdot \vec{r} = \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{1/2} r Y_{1,0}(\hat{r}) \quad (\text{II.8})$$

et dans le cas de la polarisation circulaire gauche (fig. 2)

$$\vec{e} \cdot \vec{r} = \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{1/2} r Y_{1,1}(\hat{r}) \quad (\text{II.9})$$

Le calcul de la distribution angulaire se ramène à l'évaluation d'intégrales d'un produit de trois harmoniques sphériques. De Telles intégrales peuvent s'exprimer en utilisant les symboles 3-j de Wigner (Sobel' Man (1972)) on obtient alors :

$$\left(\frac{4}{3} \pi \right)^{1/2} \langle Y_{\lambda,m} | Y_{1,0} | Y_{l,m} \rangle = \left(\frac{(l^2 - m^2)}{(2l+1)(2\lambda+1)} \right)^{1/2} \quad (\text{II.10})$$

où $l \geq \sup(l, \lambda)$

$$\begin{aligned} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{1/2} \langle Y_{\lambda,m+1} | Y_{1,1} | Y_{l,m} \rangle &= \left(\frac{(l+m+1)(\lambda+m+1)}{2(2l+1)(2\lambda+1)} \right)^{1/2} \delta_{\lambda,l+1} \\ &- \left(\frac{(l-m+1)(\lambda-m+1)}{2(2l+1)(2\lambda+1)} \right)^{1/2} \delta_{\lambda,l-1} \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

où $\delta_{a,b}$ est le delta de Kronecker.

Les règles de sélection correspondantes sont alors définies par : $\lambda = l \pm 1$; les amplitudes de transition $k_{f,i}^{(2)}$ et $k_{f,i}^{(3)}$ peuvent alors s'écrire sous la forme d'une somme de trois et quatre

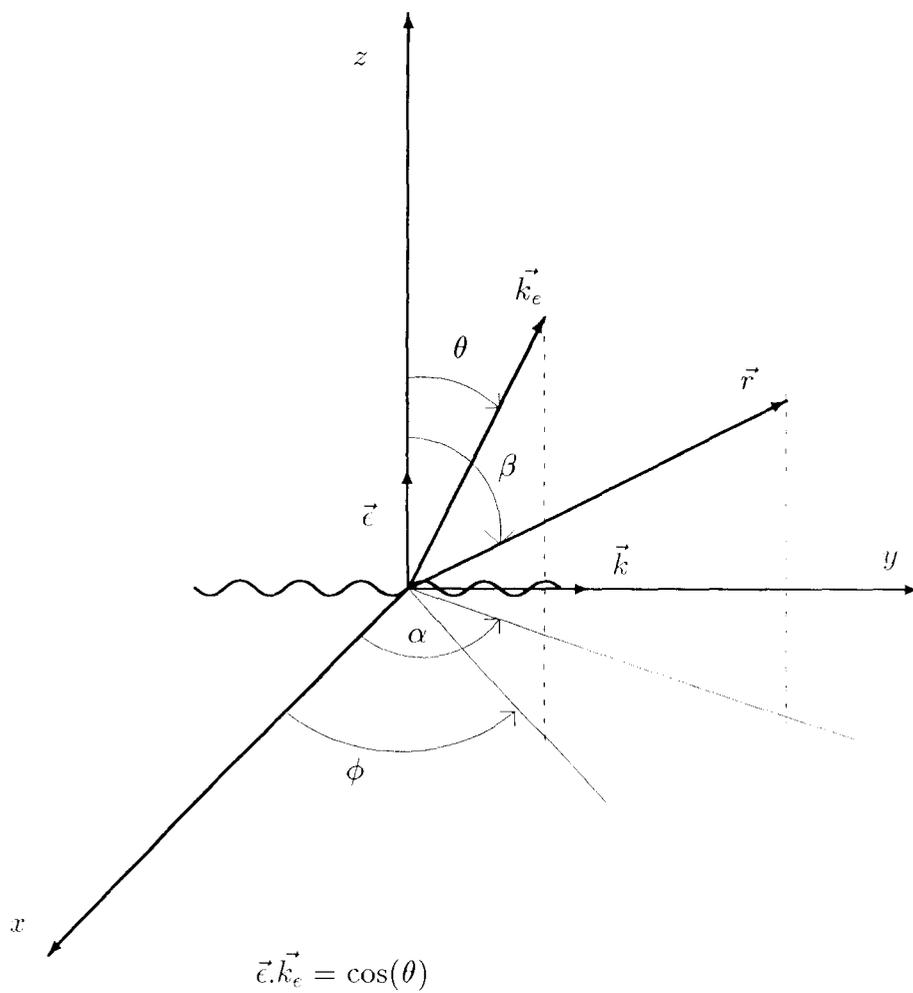
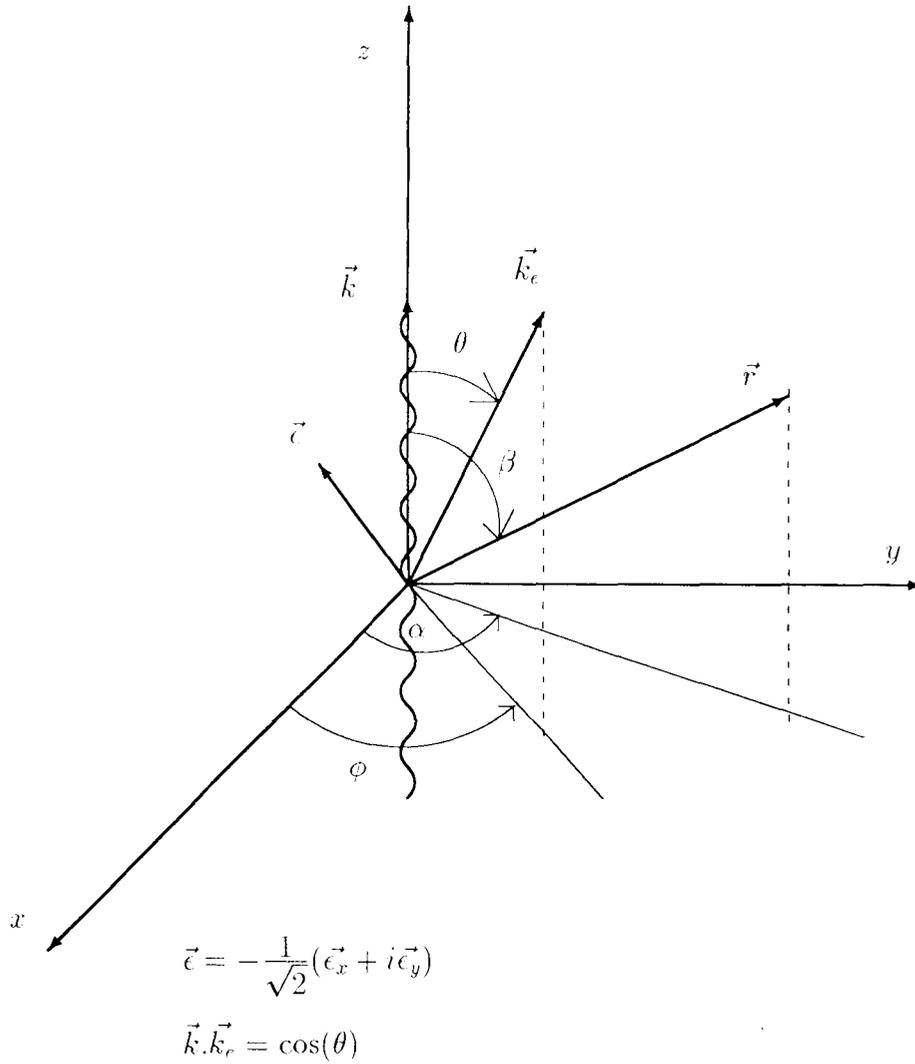


Figure 1: Système de coordonnées utilisé dans le cas de la polarisation linéaire. θ est l'angle entre la direction d'émission de l'électron éjecté et le vecteur polarisation du rayonnement incident



Figure,2: Système de coordonnées utilisé dans le cas de la polarisation circulaire. θ est l'angle entre la direction d'émission de l'électron éjecté et la direction de propagation du rayonnement incident

composantes respectivement ; dont chacune correspond à l'une des valeurs permises du moment angulaire final :

$$K_{f,i}^{(2)} = \left(\frac{8\pi^3}{k} \right)^{1/2} (M_{l+2} + M_l + M_{l-2}) \quad (\text{II.12})$$

$$K_{f,i}^{(2)} = \left(\frac{8\pi^3}{k} \right)^{1/2} (M'_{l+2} + M'_l + M'_{l-2})$$

$$K_{f,i}^{(3)} = \left(\frac{8\pi^3}{k} \right)^{1/2} (M_{l+3} + M_{l+1} + M_{l-1} + M_{l-3}) \quad (\text{II.13})$$

$$K_{f,i}^{(3)} = \left(\frac{8\pi^3}{k} \right)^{1/2} (M'_{l+3} + M'_{l+1} + M'_{l-1} + M'_{l-3})$$

II.1.1 Processus d'ionisation par absorption non résonnante de N=2 photons linéairement ou circulairement polarisés

Les règles de sélection du moment angulaire final L autorise les quatre canaux suivants :

$$l \rightarrow l+1 \rightarrow l+2 \quad (1)$$

$$l \rightarrow l+1 \rightarrow l \quad (2)$$

$$l \rightarrow l-1 \rightarrow l \quad (3)$$

$$l \rightarrow l-1 \rightarrow l-2 \quad (4)$$

Les expressions des amplitudes partielles M_L se présentent (Arnous, Klarfeld et Wane (1973)) – dans le cas de la polarisation linéaire (Arnous, Klarfeld et Wane (1973))

$$M_{l+2} = \left(\frac{(l-m+1)(l-m+2)(l+m+1)(l+m+2)}{(2l+1)(2l+3)^2(2l+5)} \right)^{1/2} T_{l+1,l+2} e^{i\delta_{l+2}} Y_{l+2,m}(\hat{k}) \quad (\text{II.15})$$

$$M_{l-2} = \left(\frac{(l-m)(l-m-1)(l+m)(l+m-1)}{(2l-3)(2l-1)^2(2l+1)} \right)^{1/2} T_{l-1,l-2} e^{i\delta_{l-2}} Y_{l-2,m}(\hat{k}) \quad (\text{II.16})$$

$$M_l = - \left(\frac{(l-m+1)(l+m+1)}{(2l+1)(2l+3)} T_{l+1,l} + \frac{(l-m)(l+m)}{(2l-1)(2l+1)} T_{l-1,l} \right) e^{i\delta_l} Y_{l,m}(\hat{k}) \quad (\text{II.17})$$

avec

$$T_{\lambda L} = \sum_v \frac{\langle R_{k,L} | r | R_{v\lambda} \rangle \langle R_{v\lambda} | r | R_{nl} \rangle}{(E_{nl} - E_{v\lambda} + \omega)} \quad (\text{II.18})$$

est l'élément de matrice de transition radiale.

- tandis que le cas de la polarisation circulaire :

$$M'_{l+2} = \left(\frac{(l+m+1)(l+m+2)(l+m+3)(l+m+4)}{(2l+1)(2l+3)^2(2l+5)} \right)^{1/2} T_{l+1,l+2} e^{i\delta_{l+2}} Y_{l+2,m+2}(\hat{k}) \quad (\text{II.19})$$

$$M'_{l-2} = \left(\frac{(l-m)(l-m-1)(l-m-2)(l-m-3)}{(2l-3)(2l-1)^2(2l+1)} \right)^{1/2} T_{l-1,l-2} e^{i\delta_{l-2}} Y_{l-2,m+2}(\hat{k}) \quad (\text{II.20})$$

$$M = \left(\frac{(l-m)(l-m-1)(l+m+1)(l+m+2)}{(2l+1)^2} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{2l+3} T_{l+1,l} + \frac{1}{2l-1} T_{l-1,l} \right) e^{i\delta_l} Y_{l,m+2}(\hat{k}) \quad (\text{II.21})$$

La distribution angulaire pour un état (n,l) quelconque s'obtient en calculant le carré du module de l'Eq (II.12) et en sommant sur tous les sous-niveaux magnétiques initiaux soit :

$$\sum_m |k_{f,i}^{(2)}|^2 \propto \sum_m |M_{l+2} + M_{l-2} + M_l|^2 \quad (\text{II.22})$$

En tenant compte des Eq. (II, 15, 16, 17) ou des Eq. (II. 19, 20, 21) ; le développement de l'Eq. (II. 22) entraîne :

- des termes quadratiques
- et des termes croisés, lesquels peuvent être résolus en utilisant les relations de récurrence entre harmoniques sphériques de manière à les transformer en des expressions quadratiques (Voir appendice).

Ainsi, indépendamment des intégrales dipolaires $T_{\lambda L}$ les différentes sommations ont la forme générale suivante :

$$\sum_m \left(\lambda_1^2 - m^2 \right) \left(\lambda_2^2 - m^2 \right) |Y_{\lambda,m}|^2 \quad (\text{II.23})$$

par exemple à partir de l'Eq(II.15) $\sum_m |M_{l+2}|^2$, s'écrit :

$$\sum_m |M_{l+2}|^2 \propto \sum_m \left(\lambda_1^2 \lambda_2^2 - (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) m^2 + m^4 \right) |Y_{l+2,m}|^2 \quad (\text{II.24})$$

Avec : $\lambda_1 = l+1$; $\lambda_2 = l+2$

qui, compte tenu des formules de sommation bien connues (Cooper et Zare (1969))

$$\sum_m |Y_{l,m}|^2 = \frac{(2l+1)}{4\pi} \quad (\text{II.25})$$

$$\sum_m m^2 |Y_{l,m}|^2 = \frac{2l+1}{8\pi} l(l+1) \sin^2 \theta \quad (\text{II.26})$$

$$\sum_m m^4 |Y_{l,m}|^2 = \frac{2l+1}{8\pi} l(l+1) \left\{ \sin^2 \theta + \frac{3}{4} (l-1) \sin^4 \theta \right\} \quad (\text{II.27})$$

est donnée par la forme simple :

$$\sum_m |M_{l+2}|^2 \propto \beta_0 + \beta_2 \cos^2 \theta + \beta_4 \cos^4 \theta \quad (\text{II.28})$$

avec

$$\beta_0 \propto \frac{1}{32\pi} (3l^2 + 5l + 4)(l+1)(l+2)$$

$$\beta_2 \propto \frac{1}{16\pi} (l+3)(l-4)(l+1)(l+2)$$

$$\beta_4 \propto \frac{3}{32\pi} (l+3)(l+4)(l+1)(l+2)$$

Si l'Eq. (II.28) est étendue à l'ensemble des termes du développement de l'Eq(II.22). On obtient pour un état (n,l) quelconque (Arnous, Klarsfeld et Wane (1973)).

$$\frac{1}{I} \frac{d\sigma_{nl}}{d\Omega} = a + b \cos^2 \theta + \cos^4 \theta \quad (\text{II.29})$$

$$\begin{aligned} a = & \frac{\pi\alpha_0^2}{16\alpha_0} \omega \frac{1}{(2l+1)^2} \left\{ \frac{(l+1)(l+2)(3l^2+5l+4)}{(2l+3)^2} \left[|T_{l+1,l}|^2 + |T_{l+1,l+2}|^2 + 2R_e(T_{l+1,l}T_{l+1,l+2}^* e^{i(\delta_l-\delta_{l+2})}) \right] \right. \\ & + \frac{l(l-1)(3l^2+l+2)}{(2l-1)^2} \left[|T_{l-1,l}|^2 + |T_{l-1,l-2}|^2 + 2R_e(T_{l-1,l}T_{l-1,l-2}^* e^{i(\delta_l-\delta_{l-2})}) \right] + \frac{6(l-1)l(l+1)(l+2)}{(2l-1)(2l+3)} \\ & \left. \left\{ R_e(T_{l+1,l}T_{l-1,l-2}^* e^{i(\delta_l-\delta_{l-2})}) + R_e(T_{l-1,l}T_{l+1,l+2}^* e^{i(\delta_l-\delta_{l+2})}) + R_e(T_{l-1,l-2}T_{l+1,l+2}^* e^{i(\delta_{l+1}-\delta_{l+2})}) \right\} \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

$$\begin{aligned} b = & \frac{\pi\alpha_0^2}{8I_0} \omega \frac{1}{(2l+1)^2} \left\{ \frac{l}{(2l-1)^2} \left[(l+1)(l^2-3l+4)|T_{l-1,l}|^2 + (l-1)(l-2)(l+5)|T_{l-1,l-2}|^2 - 6(l-1)(l^2+l+2) \right. \right. \\ & R_e(T_{l-1,l}T_{l-1,l-2}^* e^{i(\delta_l-\delta_{l-2})}) \left. \right] + \frac{(l+1)}{(2l+3)^2} \left[(l+2)(l+3)(l-4)|T_{l+1,l+2}|^2 + l(l^2+5l+8)|T_{l+1,l}|^2 - 6(l+2)(l^2+l+2) \right. \\ & R_e(T_{l+1,l}T_{l-1,l-2}^* e^{i(\delta_l-\delta_{l-2})}) \left. \right] + \frac{2l(l+1)}{(2l-1)(2l+3)} \left[(l^2+l+6)R_e(T_{l-1,l}T_{l+1,l}^*) - 3(l-1)(l+4)R_e(T_{l+1,l}T_{l-1,l-2}^* e^{i(\delta_l-\delta_{l+2})}) \right. \\ & \left. \left. - 3(l+2)(l-3)R_e(T_{l-1,l}T_{l+1,l+2}^* e^{i(\delta_{l-2}-\delta_{l+2})}) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

$$\begin{aligned}
c = & \frac{\pi\alpha_0^2}{16I_0} \omega \frac{1}{(2l+1)^2} \left\{ \frac{l(l-1)}{(2l-1)^2} \left[3(l+1)(l+2)|T_{l-1,l}|^2 + 3(l-2)(l-3)|T_{l-1,l-2}|^2 - 10(l+1)(l-2) \right. \right. \\
& R_e(T_{l-1,l}T_{l-1,l-2}^* e^{i(\delta_l - \delta_{l-2})}) \left. \left. \right] + \frac{(l+1)(l+2)}{(2l+3)^2} \left[3(l-1)|T_{l+1,l}|^2 + 3(l+3)(l+4)|T_{l+1,l+2}|^2 - 10(l+3) \right. \right. \\
& R_e(T_{l+1,l}T_{l+1,l+2}^* e^{i(\delta_l - \delta_{l+2})}) \left. \left. \right] + \frac{2l(l+1)}{(2l-1)(2l+3)} \left[3(l-1)(l+2)R_e(T_{l-1,l}T_{l+1,l}^*) - 5(l-1)(l-2)R_e(T_{l+1,l}T_{l-1,l-2}^* e^{i(\delta_l - \delta_{l-2})}) \right. \right. \\
& \left. \left. - 5(l+2)(l+3)R_e(T_{l-1,l}T_{l+1,l+2}^* e^{i(\delta_{l-2} - \delta_{l+2})}) \right] \right\}
\end{aligned} \tag{II.32}$$

pour la polarisation linéaire ; tandis que la polarisation circulaire, nous l'exprimons sous la forme équivalente :

$$\frac{1}{I} \frac{d\sigma_{nl}}{d\Omega} = a' + b' \sin^2 \theta + c' \sin^4 \theta \tag{II.33}$$

avec

$$\begin{aligned}
d = & \frac{\pi\alpha_0^2}{8I_0} \omega \frac{l(l-1)(l+1)(l+2)}{(2l+1)^2} \left\{ \frac{1}{(2l+3)^2} \left[|T_{l+1,l+2}|^2 + |T_{l+1,l}|^2 + 2R_e(T_{l+1,l}T_{l+1,l}^*) + \frac{1}{(2l-1)^2} \right. \right. \\
& \left. \left[|T_{l-1,l}|^2 + |T_{l-1,l-2}|^2 + 2R_e(T_{l-1,l-2}T_{l-1,l}^* e^{i(d_{l-2} - d_l)}) \right] + \frac{2}{(2l-1)(2l+3)} + R_e(T_{l-1,l}T_{l+1,l}^* e^{i(\delta_{l-2} - \delta_l)}) \right\}
\end{aligned} \tag{II.34}$$

$$\begin{aligned}
b' = & \frac{\pi\alpha_0^2}{8I_0} \omega \frac{l(l+1)}{(2l+1)^2} \left\{ \frac{1}{(2l+3)^2} \left[3(l+2)(l+3)|T_{l+1,l+2}|^2 - (l^2 + l - 3)|T_{l+1,l}|^2 - 2(l-3)(l+2) \right. \right. \\
& R_e(T_{l+1,l}T_{l+1,l+2}^* e^{i(\delta_l - \delta_{l+2})}) + \frac{1}{(2l-1)^2} \left[3(l-1)(l-2)|T_{l-1,l-2}|^2 - (l^2 + l - 3)|T_{l-1,l}|^2 - 2(l-1)(l+4) \right. \\
& R_e(T_{l-1,l-2}T_{l-1,l}^* e^{i(\delta_{l-2} - \delta_l)}) \left. \right] - \frac{2}{(2l-1)(2l+3)} \left[(l-3)(l+2)R_e(T_{l-1,l}T_{l+1,l+2}^* e^{i(\delta_l - \delta_{l+2})}) + (l^2 + l - 3) \right. \\
& R_e(T_{l-1,l}T_{l+1,l}^*) + 5(l-1)(l+2)R_e(T_{l-1,l-2}T_{l+1,l+2}^* e^{i(\delta_{l-2} - \delta_{l+2})}) + (l-1)(l+4)R_e(T_{l-1,l-2}T_{l+1,l}^* e^{i(\delta_{l-2} - \delta_l)}) \left. \right]
\end{aligned} \tag{II.35}$$

$$\begin{aligned}
c' = & \frac{\pi\alpha_0^2}{64I_0} \omega \frac{1}{(2l+1)^2} \left\{ \frac{1}{(2l+3)^2} \left[3(l+1)(l+2)(l+3)(l+4) |T_{l+1,l+2}|^2 + 3(l-1)(l+1)(l+2) |T_{l+1,l}|^2 \right. \right. \\
& - 10l(l+1)(l+2)(l+3) R_e(T_{l+1,l} T_{l+1,l+2}^* e^{i(\delta_{l+1}-\delta_{l+2})}) \left. \right] + \frac{1}{(2l-1)^2} \left[3(l-1)(l+1)(l+2) |T_{l-1,l}|^2 + 3(l-3) \right. \\
& (l-2)(l-1) |T_{l-1,l-2}|^2 - 10(l-2)(l-1)(l+1) R_e(T_{l-1,l-2} T_{l-1,l}^* e^{i(\delta_{l-2}-\delta_l)}) \left. \right] + \frac{2}{(2l-1)(2l+3)} \\
& \left[3(l-1)(l+1)(l+2) R_e(T_{l-1,l} T_{l+1,l}^*) + 35(l-1)(l+1)(l+2) R_e(T_{l-1,l-2} T_{l+1,l+2}^* e^{i(\delta_{l-2}-\delta_{l+2})}) - 5(l-2)(l-1) \right. \\
& \left. l(l+1) R_e(T_{l-1,l-2} T_{l+1,l}^* e^{i(\delta_{l-2}-\delta_l)}) \right]
\end{aligned} \tag{II.36}$$

L'intégration suivant les angles θ et φ définissant la direction de l'émission \hat{k} des photo électrons, Eq. (II.29) et (II.33) déterminent la section efficace totale par unité d'intensité, soit respectivement :

$$\frac{\sigma_{nl}}{I} = \frac{2\pi_2\alpha_0^2\omega}{15I_0} \left\{ \frac{2(l+1)(l+2)}{(2l+1)(2l+3)} |T_{l+1,l+2}|^2 + \frac{2l(l-1)}{(2l-1)(2l+1)} |T_{l-1,l-2}|^2 + \frac{(l+1)(4l_2+8l+5)}{(2l+1)^2(2l+3)} |T_{l+1,l}|^2 \right. \\
\left. + \frac{2l(4l_2+1)}{(2l-1)(2l+1)^2} |T_{l-1,l}|^2 + \frac{4l(l+1)}{(2l+1)^2} \text{Re}(T_{l+1,l} T_{l-1,l}^*) \right\} \tag{II.37}$$

et

$$\frac{\sigma'_{nl}}{I} = \frac{2\pi_2\alpha_0^2\omega}{15I_0} \left\{ \frac{3(l+1)(l+2)}{(2l+1)(2l+3)} |T_{l+1,l+2}|^2 + \frac{3l(l-1)}{(2l-1)(2l+1)} |T_{l-1,l-2}|^2 + \frac{l(l+1)(2l-1)}{2(2l+1)^2(2l+3)} |T_{l+1,l}|^2 \right. \\
\left. + \frac{l(l+1)(2l+3)}{2(2l-1)(2l+1)^2} |T_{l-1,l}|^2 + \frac{l(l+1)}{(2l+1)^2} \text{Re}(T_{l+1,l} T_{l-1,l}^*) \right\} \tag{II.38}$$

qui est complètement différente de la précédente expression (II.37). La détermination quantitative

du rapport $\frac{\sigma'_{nl}}{\sigma_{nl}}$ permettra d'apprécier l'effet de polarisation.

Nous abordons maintenant l'étude du premier processus multiphotonique d'ordre impair dans le cas où les photons impliqués sont linéairement ou circulairement polarisés.

II.1.2 : Processus d'ionisation par absorption non résonnante de N = 3 photons linéairement ou circulairement polarisés.

Les règles de sélection du moment angulaire final L autorisent ici huit canaux :

$$(1) \quad l \rightarrow l+1 \rightarrow l+2 \rightarrow l+3$$

en posant :

$$E = E_{nl} + \omega = -\frac{1}{2n^2} + \omega \quad (III.6)$$

$$\text{d'où} : \xi = \frac{n}{\sqrt{1 - 2n^2\omega}}$$

de (II.2) : $\frac{k_e^2}{2} = -\frac{1}{2n^2} + 2\omega$

en posant :

$$\eta = \frac{1}{k_e} \text{ il vient : } \eta = \frac{n}{\sqrt{4n^2\omega - 1}} \quad (III.7)$$

de (III.6) et (III.7) on peut établir :

$$\frac{\xi^2}{\eta^2} = \frac{\xi^2 - 2n^2}{n^2} \quad (III.8)$$

Nous allégeons l'écriture en introduisant la quantité sans dimension :

$$x = \frac{\omega}{|E_n|} = 2n^2\omega \quad (III.9)$$

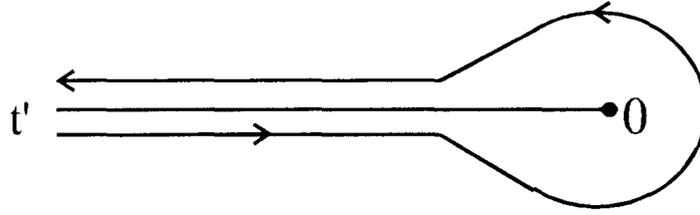
d'où : (III.6) et (III.7) deviennent :

$$\xi = \frac{n}{\sqrt{1-x}}; \quad \eta = \frac{n}{\sqrt{2x-1}} \quad (III.10)$$

Ainsi les équations (III.9) et (III.10) définissent complètement la dépendance de $T_{\lambda L}$ par rapport à l'énergie ω des photons incidents, pour un niveau d'énergie quelconque (n, l) donné. $I_{2\lambda+1}$ est la fonction de Bessel d'indice imaginaire définie par (Erdélyi(1953)) :

$$I_\gamma(z) = \frac{z^\gamma}{i\pi 2^{\gamma+1}} \oint_C t^{\gamma-1} e^{\left(t + \frac{z^2}{4t}\right)} \quad (III.11)$$

dont le contour C est représenté par



Nous appliquons ces résultats généraux aux états initiaux 3s, 3p et 3d.

III. 1. 1 Etat excité 3s

Dans ce cas, seuls deux des canaux de (II.14) sont ouverts.

$$s \rightarrow p \rightarrow kd$$

$$s \rightarrow P \rightarrow ks$$

Cela entraîne l'apparition des phases (II.7)

$$\delta_0 = \arg \Gamma(1 - i\eta), \delta_2 = \arg \Gamma(3 - i\eta)$$

Ainsi que les amplitudes de transitions radiales T_{10} et T_{12} dans (II.15) et (II.17); dont la détermination définissent complètement les sections efficaces différentielles (II.29) et (II.33) ainsi que les sections efficaces totales (II.37) et (II.38).

En vertu des propriétés de la fonction gamma Γ on déduit que :

$$e^{i(\delta_0 - \delta_2)} = \frac{2 - \eta^2}{(\eta^4 + 5\eta^2 + 4)^{\frac{1}{2}}} + i \frac{3\eta}{(\eta^4 + 5\eta^2 + 4)^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{III.12})$$

III 1. 1. 1 : Calcul explicite de T_{10}

Explicitant (III.5) pour $\lambda=1, L=0, n=3; l=0$; en tenant compte de (Erdélyi (1953))

$$M_{3, \frac{1}{2}} \left(\frac{2r'}{3} \right) = \frac{2r'}{3} \left(1 - \frac{2r'}{3} + \frac{2r'^2}{27} \right) e^{-\frac{r'}{3}} \quad (\text{III.13})$$

et de l'expression explicite de $I_3 \left(\frac{2}{\xi} \sqrt{rr'} sht \right)$ dans (III.11) on obtient :

$$T_{10} = -\frac{i}{3} \sqrt{\frac{3!}{2!}} \left(\frac{2\eta}{\pi}\right)^2 e^{2\pi\eta} |\Gamma(1-i\eta)| \int_0^\infty dt \left(\coth \frac{t}{2}\right)^{2\xi} \int_0^\infty dr r^2 e^{-\frac{cht}{\xi} r} M_{i\eta, 2} \left(-\frac{2i}{\eta} r\right) * \frac{1}{2i\pi} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{sh^3 t}{\xi^3} * \left[\int_0^\infty dr' r'^4 e^{-\left(\frac{1}{3} + \frac{sh t}{\xi} - \frac{rsh^2 t}{t' \xi^2}\right) r'} - \frac{2}{3} \int_0^\infty r'^5 e^{-\left(\frac{1}{3} + \frac{cht}{\xi} - \frac{rsh^2 t}{t' \xi^2}\right) r'} dr' + \frac{2}{27} \int_0^\infty dr r' r'^6 e^{-\left(\frac{1}{3} + \frac{cht}{\xi} - \frac{rsh}{t' \xi}\right) r'} \right] \int_c^\infty e^{t' t^{-4}} dt' r^2 \quad (III.14)$$

On pose : $\beta = 1/3$ (III.15)

III.1. 1. 1. a : Intégration sur la variable r' : élimination du pôle $t' = 0$

En vertu de (Erdélyi (1953))

$$\int_0^\infty t^{\lambda-1} e^{-\mu t} dt = \Gamma(\lambda) \mu^{-\lambda} \quad (III.16)$$

où $\text{Re}\mu > 0$ et $\text{Re}\lambda > 0$

Le 1^{er} terme de l'expression (III. 14) entre crochets devient :

$$\int_0^\infty dr' r'^4 e^{-\left(\beta + \frac{cht}{\xi} - \frac{rsh^2 t}{t' \xi^2}\right) r'} = -\frac{\partial}{\partial \beta} \int_0^\infty dr' r'^3 e^{-\left(\beta + \frac{cht}{\xi} - \frac{rsh^2 t}{t' \xi^2}\right) r'} = -\frac{\partial}{\partial \beta} \frac{3! t^4}{\left(\beta + \frac{cht}{\xi}\right)^4 \left(t' - \frac{rsh^2 t}{\xi^2 \left(\beta + \frac{cht}{\xi}\right)}\right)^4} \quad (III.17)$$

Multipliant (III. 17) par l'intégrale en t' de (III. 14) permet de simplifier t'^4 ; l'application du théorème des résidus donne :

$$-\frac{\partial}{\partial \beta} \left\{ \left(\beta + \frac{cht}{\xi}\right)^{-4} e^{\frac{rsh^2 t}{\xi^2 \left(\beta + \frac{cht}{\xi}\right)}} \right\} 2 i \pi r^{\frac{3}{2}} \quad (III.18)$$

La même procédure de calculs peut-être étendue aux deuxième et troisième termes entre crochets ; on obtient alors :

$$- \frac{2}{3} \cdot 2 i \pi \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \left\{ \left(\beta + \frac{cht}{\xi} \right)^{-4} e^{\frac{rsh^2 t}{\xi^2 \left(\beta + \frac{cht}{\xi} \right)}} \right\} r^{\frac{3}{2}} \quad (\text{III.19})$$

$$\text{et } - \frac{2}{27} \cdot 2 i \pi \frac{\partial^3}{\partial \beta^3} \left\{ \left(\beta + \frac{cht}{\xi} \right)^{-4} e^{\frac{rsh^2 t}{\xi^2 \left(\beta + \frac{cht}{\xi} \right)}} \right\} r^{\frac{3}{2}} \quad (\text{III.20})$$

respectivement .

III.1.1.1.b : Intégration sur la variable r :

Portant les expressions (III.18), (III.19) et (III.20) dans (III.14) et en égard à (Van der Pol et Bremmec (1959)) :

$$\int_0^{\infty} dt t^{m-\frac{1}{2}} e^{-pt} M_{k,m}(qt) = \Gamma(2m+1) q^{m+\frac{1}{2}} \left(s - \frac{q}{2} \right)^{k-m-\frac{1}{2}} \left(s + \frac{q}{2} \right)^{-k-m-\frac{1}{2}} \quad (\text{III.21})$$

$$Re(m) > -\frac{1}{2} \text{ et } Re(p) > \frac{|Re(q)|}{2}$$

$$\text{et en posant : } p = \alpha + \frac{cht}{\xi} - \frac{sh^2 t}{\xi^2 \left(\beta + \frac{cht}{\xi} \right)}$$

nous obtenons respectivement :

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \left\{ \left(\beta + \frac{cht}{\xi} \right)^{-4} \right\} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left\{ \frac{d^2}{dp^2} \left(-\frac{2i}{\eta} \right) \left(p + \frac{i}{\eta} \right)^{\eta-1} \left(p - \frac{i}{\eta} \right)^{-\eta-1} \right\} * \frac{2}{3} \cdot \frac{sh^3 t}{\xi^3} \quad (\text{III.22})$$

$$\frac{2}{3} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \left\{ \left(\beta + \frac{cht}{\xi} \right)^{-4} \left\{ \frac{d^2}{dp^2} \left(-\frac{2i}{\eta} \right) \left(p + \frac{i}{\eta} \right)^{\eta-1} \left(p - \frac{i}{\eta} \right)^{-\eta-1} \right\} \right\} \frac{2}{3} \frac{sh^3 t}{\xi^3} \quad (\text{III.23})$$

$$\frac{2}{27} \frac{\partial^3}{\partial \beta^3} \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \left\{ \left(\beta + \frac{cht}{\xi} \right)^{-4} \left\{ \frac{d^2}{dp^2} \left(-\frac{2i}{\eta} \right) \left(p + \frac{i}{\eta} \right)^{\eta-1} \left(p - \frac{i}{\eta} \right)^{-\eta-1} \right\} \right\} \frac{2}{3} \cdot \frac{sh^3 t}{\xi^3} \quad (\text{III.23}')$$

En effectuant les dérives par rapport à p, on obtient :

$$T_{10} = -\frac{2^{5/2}}{3^{3/2}} \left(\frac{1}{\pi\eta}\right)^{1/2} \frac{e^{\frac{\pi\eta}{2}}}{\xi^3} |\Gamma(1-i\eta)| D_{\alpha,\beta} \int_0^\infty \left(\beta + \frac{cht}{\xi}\right)^{-4} * \left(\coth \frac{t}{2}\right)^{2\xi} sh^3 t$$

$$\left[\begin{aligned} & (i\eta-1)(i\eta-2) \left(\alpha + \frac{i}{\eta} + \frac{cht}{\xi} - \frac{sh^2 t}{\xi^2 \left(\beta + \frac{cht}{\xi}\right)} \right)^{i\eta-3} * \left(\alpha - \frac{i}{\eta} + \frac{cht}{\xi} - \frac{sh^2 t}{\xi^2 \left(\beta + \frac{cht}{\xi}\right)} \right)^{-i\eta-1} \\ & + (i\eta+1)(i\eta+2) \left(\alpha + \frac{i}{\eta} + \frac{cht}{\xi} - \frac{sh^2 t}{\xi^2 \left(\beta + \frac{cht}{\xi}\right)} \right)^{+i\eta-1} \left(\alpha - \frac{i}{\eta} + \frac{cht}{\xi} - \frac{sh^2 t}{\xi^2 \left(\beta + \frac{cht}{\xi}\right)} \right)^{-i\eta-3} \\ & + 2(i+\eta^2) \left(\alpha - \frac{i}{\eta} + \frac{cht}{\xi} - \frac{sh^2 t}{\xi^2 \left(\beta + \frac{cht}{\xi}\right)} \right)^{-i\eta-2} \left(\alpha - \frac{i}{\eta} + \frac{cht}{\xi} - \frac{sh^2 t}{\xi^2 \left(\beta + \frac{cht}{\xi}\right)} \right)^{-i\eta-2} \end{aligned} \right] \beta = \frac{1}{3}$$

(III.24)

avec :

$$D_{\alpha,\beta} = \left(\frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{2}{3} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \frac{2}{27} \frac{\partial}{\partial \beta^3} \right) \frac{\partial}{\partial \alpha}$$

(III.25)

III 1. 1. 1. c : Intégrale en t : forme intégrale de la fonction hypergéométrique d' Appell

La forme (III. 24) peut s'exprimer à l'aide des fonctions hypergéométriques d'Appell du premier ordre (Appell et Fériet (1926)) :

$$F_1(\alpha, \beta_1, \beta_2, \gamma, z_1, z_2) = \frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\gamma)\Gamma(\gamma-\alpha)} \int_0^1 du u^{\alpha-1} (1-u)^{\gamma-\alpha-1} (1-z_1 u)^{-\beta_1} (1-z_2 u)^{-\beta_2}$$

avec : (III. 26)

$$Re \alpha > 0 \text{ et } Re (\gamma - \alpha) > 0$$

Si nous faisons le changement de variable $u = th^2 t/2$

nous obtenons :

$$T_{10} = -\frac{2^{1\frac{1}{2}}}{3^{3\frac{1}{2}}}\xi^5\left(\frac{1}{\pi\eta}\right)^{1/2}(2-\xi)^{-1}e^{\frac{\pi\eta}{2}}|\Gamma(1-i\eta)D_{\alpha,\beta}(1+\beta\xi)^{-4}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & (i\eta-1)(i\eta-2)\left(1+\xi\left(\alpha+\frac{i}{\eta}\right)\right)^{i\eta-3}\left(1+\xi\left(\alpha-\frac{i}{\eta}\right)\right)^{i\eta-1}F_1(2-\xi;3-i\eta;1+i\eta;3-\xi;z_1,z_2)+ \\ & (i\eta+1)(i\eta+2)\left(1+\xi\left(\alpha+\frac{i}{\eta}\right)\right)^{i\eta-1}\left(1+\xi\left(\alpha-\frac{i}{\eta}\right)\right)^{-i\eta-3}F_1(2-\xi;1-i\eta;3+i\eta;3-\xi;z_1,z_2) \\ & +2(1+\eta^2)\left(1+\xi\left(\alpha+\frac{i}{\eta}\right)\right)^{i\eta-2}\left(1+\xi\left(\alpha-\frac{i}{\eta}\right)\right)^{-i\eta-2}F_1(2-\xi;2-i\eta;2+i\eta;3-\xi;z_1,z_2) \end{aligned} \right\}$$

(III.27)

avec

$$z_1 = \frac{1-\beta\xi}{1+\beta\xi}\frac{1-\xi\left(\alpha+\frac{i}{\eta}\right)}{1+\xi\left(\alpha+\frac{i}{\eta}\right)}$$

$$z_2 = \frac{1-\beta\xi}{1+\beta\xi}\frac{1-\xi\left(\alpha-\frac{i}{\eta}\right)}{1+\xi\left(\alpha-\frac{i}{\eta}\right)}$$

(III.28)

L'application de l'opérateur $D_{\alpha,\beta}$ à (III.25) fait apparaître dans (III.27) des termes de la forme :

$$1^\circ) \left. \frac{\partial}{\partial\alpha}F_1(\alpha_1,\beta_1,\beta_2,\alpha+1,z_1,z_2) \right|_{\alpha=0} = \frac{2\alpha_1\xi}{1+\frac{\xi^2}{\eta^2}}\left\{F_1(\alpha_1,\beta_1,\beta_2,\alpha_1+1,z'_1,z'_2)-(1-z'_1)^{-\beta_1}(1-z'_2)^{-\beta_2}\right\}$$

(III.29)

où :

$$z'_1 = z_1(\alpha=0); z'_2 = z_2(\alpha=0)$$

2°)

$$\frac{\partial}{\partial\beta}F_1(\alpha,\beta_1,\beta_2,\alpha+1,z'_1,z'_2) = 2\xi(1-\beta\xi)^{-1}(1+\beta\xi)^{-1}\alpha\left\{F_1(\alpha,\beta_1,\beta_2,\alpha+1,z'_1,z'_2)-(1-z'_1)^{-\beta_1}(1-z'_2)^{-\beta_2}\right\}$$

(III.30)

En utilisant les expressions que nous avons établies :

$$z'_1 F_1(\beta_2 - 2) - z'_2 F_1(\beta_1 - 2) = \frac{z'_1 - z'_2}{\alpha + 1} \left\{ (\alpha + 1 - \alpha z'_1 z'_2) F_1(\alpha, \alpha + 1) + \frac{\alpha}{\alpha + 1} z'_1 z'_2 F_1(\alpha, \alpha + 2) \right\} \quad (\text{III. 31})$$

et

$$z'_1 F_1(\beta_2 - 2) + z'_2 F_1(\beta_1 - 2) = \frac{1}{\alpha + 1} \left[\begin{aligned} & \{ (z'_1 + z'_2) (\alpha z'_1 z'_2 + \alpha + 1) - 2 z'_1 z'_2 (2\alpha + 1) \} \\ & \times F_1(\alpha, \alpha + 1) - \frac{1}{\alpha + 1} z'_1 z'_2 (\alpha (z'_1 z'_2) - 2(\alpha + 1)) \\ & \times F_1(\alpha, \alpha + 2) \end{aligned} \right] \quad (\text{III.32})$$

et en vertu de (III.8) dans laquelle $n=3$; en faisant $\beta = 1/3$ dans l'expression finale, on obtient en définitive :

$$\begin{aligned} T_{10} = & \sqrt{\frac{2^{17} 3^7 \xi^{14} \eta^{11}}{\pi}} e^{2\pi i} |\Gamma(1 - i\eta)| \left(\frac{\eta + i\xi}{\eta - i\xi} \right)^{17} (\eta^2 + \xi^2)^{-3} (3 + \xi)^{-7} (3 - \xi)^{-1} \times \\ & \left\{ \left[\frac{\xi(27 - 7\xi^2)}{(3 - \xi)^2(2 - \xi)} \right] \left[\frac{2 - \xi}{(3 + \xi)^2} (-3\xi^3 + 14\xi^2 + 81\xi + 72) + 3\xi(3 - \xi) \right] F_1(2 - \xi; 3 - i\eta; 3 + i\xi; 4 - \xi; z_1, z_2) \right. \\ & + \left[(3\xi^3 - 47\xi^2 + 126\xi - 72) + \frac{(2 - \xi)(3 - \xi)}{(3 + \xi)^2} (-3\xi^3 + 14\xi^2 + 81\xi + 72) \right] F_1(2 - \xi; 3 - i\eta; 3 + i\eta; 3 - \xi; z'_1, z'_2) \left. \right\} \\ & + \left[\frac{2^3 3^2 \xi (7\xi^2 - 45)}{(3 + \xi)(3 - \xi)} + 2^5 \cdot 3 \cdot \xi^2 \frac{(6 - \xi)(7\xi^2 - 45)}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)^2} + \frac{2^4 \cdot \xi}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)^2} + \frac{2^4 \cdot \xi}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)^2} \left(\frac{3\xi(12\xi^3 + 36\xi^2 + 4\xi - 45)}{(\xi^2 - 18)(22\xi^2 - 45\xi - 18)} \right) \right. \\ & + \left. \frac{3 \cdot 2^4 \cdot \xi}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)^2} (4\xi(9 - \xi^2)(8\xi^2 - 63) + (7\xi - 9)(\xi^2 - 18)(22\xi^2 - 45\xi - 18) - \xi^2(9 - 7\xi)(22\xi^2 - 81\xi + 90)) \right. \\ & + \frac{3^2 \cdot 2^4}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)^2} (\xi(7\xi^2 - 45)(13\xi - 21) + 4(\xi^2 - 9)) - 2^6 \cdot 3^3 \cdot \xi - \frac{2^6 \cdot 3^4 \cdot \xi^3}{(3 + \xi)^2} (25\xi^2 - 19) - \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot \xi(4\xi^2 + 9)}{(3 + \xi)(3 - \xi)} \\ & + \frac{13 \cdot 2^4 \cdot 3^3 \cdot \xi^2(4\xi^2 + 9)}{(3 + \xi)^2} + \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot \xi^2}{(3 + \xi)^2} (31\xi^2 + 9\xi + 63) + \frac{2(4\xi^2 + 9)}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)} - \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot \xi^2(9 + \xi^2)}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)} - \frac{7 \cdot 2^4 \cdot 3^2}{(3 + \xi)^2} \left(\frac{35\xi^4 + 9\xi^3 +}{61\xi^2 - 9\xi - 18} \right) \\ & \left. - \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot \xi^2(9 + 4\xi^2)}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)^2} + \frac{2^4 \cdot 3 \cdot \xi^3(4\xi^2 + 9)(75 - 2\xi)}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)} \right\} (1 - z_1)^{\eta-3} (1 - z_2)^{-\eta-3} \left. \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

$$\text{où } z_1 = \frac{3 - \xi}{3 + \xi} \frac{\eta - i\xi}{\eta + i\xi}; z_2 = \frac{(3 - \xi)(\eta + i\xi)}{3 + \xi(\eta - i\xi)} \quad (\text{III.33'})$$

$$\xi = \frac{3}{\sqrt{1 - 18\omega}} \quad ; \quad \eta = \frac{3}{\sqrt{36\omega - 1}}$$

On voit bien que T_{10} apparaît bien sous forme analytique comme une combinaison de trois fonctions hypergéométriques d'Appell du premier ordre $F_1(\alpha, \beta, \beta', \gamma, z_1, z_2)$ dont l'une $F_1(\alpha, \beta_1, \beta_2, \alpha, z_1, z_2) = (1 - z_1)^{\eta-3} (1 - z_2)^{-\eta-3}$ est dégénérée.

III . 1. 1. 2 : Calcul explicite de T_{12}

Explicitant (III.5) pour $\lambda=1, L = 2, n = 3, l = 0$ et tenant compte de la même procédure : III.1.1.1. a ; III.1.1.1. b ; et III. 1.1.1. c on obtient :

$$\begin{aligned}
T_{12} = & -\sqrt{\frac{2^{19} 3^9 \xi^{18} \eta^{11}}{\pi}} \left(\frac{\eta + i\xi}{\eta - i\xi} \right)^{\eta} (\eta^2 + \xi^2)^{-4} (3 + \xi)^{-5} e^{\frac{\pi}{2}} |\Gamma(3 - i\eta)| \left\{ \left[10\xi \frac{(9 - \xi^2) + 3(2\xi - 9)(\xi^2 + 3)}{(4 - \xi)(3 + \xi)^3} \right] \right. \\
& \times F_1(4 - \xi; 3 - i\eta; 3 + i\eta; 5 - \xi; z_1, z_2) + \frac{\xi(11\xi^2 + 81)}{(2 - \xi)(3 + \xi)(3 - \xi)^2} F_1(2 - \xi; 3 - i\eta; 3 + i\eta; 3 - \xi; z_1, z_2) + \\
& \left. \left[\frac{2^2 \cdot 3 \cdot \xi(3 - 4\xi)}{(3 + \xi)^3} - \frac{2^3 \cdot 3 \cdot \xi}{(3 - \xi)^2} + \frac{2 \cdot 3 \cdot \xi}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)^3} (6(3 + \xi)(3 - \xi)^2 + \xi(10\xi^2 - 91\xi - 81)) + \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot \xi}{(3 + \xi)^4(3 - \xi)} (-7\xi^2 + 50\xi + 45) \right] \right. \\
& \left. - \frac{2 \cdot \xi^2}{(3 + \xi)^4} (17\xi + 183) + \frac{3^2 \cdot 2^2 \cdot \xi(7\xi - 18)}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)} + \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot \xi^2}{(3 + \xi)^6(3 - \xi)^2} 3\xi^2 (-133\xi^3 + 213\xi^2 + 276\xi - 9) + 3(\xi^2 - 18)(39\xi^2 + 80\xi + 348) \right] \\
& \left. + 28(3 + \xi)^2(3 - \xi^2) \right\} \\
& \times (1 - z_1)^{\eta-3} (1 - z_2)^{-\eta-3}
\end{aligned}$$

(III.34)

dans T_{12} , z_1, z_2, ξ et η sont les mêmes que définies dans (III.33') .

T_{12} se présente là encore, comme une combinaison de trois fonctions hypergéométriques d'Appell du premier ordre dont l'une est dégénérée : $F_1(\alpha, \beta, \beta_1, \beta_2, \alpha, z_1, z_2)$

III. 1.1.3 : Calculs analytiques et numériques .

Nous explicitons la dépendance des amplitudes de transitions dipolaires T_{10} et T_{12} par rapport à la longueur d'onde du rayonnement incident en assurant la convergence des fonctions hypergéométriques d'Appell à développer.

Pour le cas particulier d'une absorption au-dessus du seuil photo électrique nous devons procéder au prolongement analytique de ces fonctions. Cela étant, nous déterminons les coefficients de

distribution angulaire a, b, c, c', les section efficaces totales $\frac{\sigma_{3s}}{I}$ et $\frac{\sigma'_{3s}}{I}$ et leurs rapports $\frac{\sigma'_{3s}}{\sigma_{3s}}$ et

traçons les courbes de dispersion en fonction de la longueur d'onde λ . Nous prenons en compte tous les intervalles d'énergie et le seuil d'ionisation par deux photons. Nous traçons ainsi les courbes de distribution angulaire pour certaines longueurs d'ondes λ caractéristiques de lasers.

Partant de (III.9) et (III.10) et faisant $n = 3$, il vient :

$$x = 18 \omega = \frac{8205,75}{\lambda}; \xi = \frac{3}{\sqrt{1-x}}; \eta = \frac{3}{\sqrt{2x-1}} \quad (\text{III.35})$$

Le seuil d'ionisation par deux photons correspond d'après (III.35)

$$\eta \rightarrow \infty \text{ soit } x = \frac{1}{2} (+0) \text{ soit } \lambda = 16411,5 \text{ \AA}; \xi = 3\sqrt{2} ; \quad (\text{III.36})$$

tandis que le seuil de photo ionisation correspondrait alors eu égard à :

$$\frac{k^2}{2} = E_i + \omega = -\frac{1}{2n^2} + \omega \quad (\text{III.37})$$

à $x = 1$ soit $\lambda = 8205,75 \text{ \AA}^0$; $\xi \rightarrow \infty$ et $\eta = 3$

III.1.1.3.1 : Entre les deux seuils d'absorption à $N = 1$ et $N = 2$ photons : Convergence de F_1 ; réalité de T_{10} et T_{12}

Pour des énergies de photons incidents compris entre le seuil d'ionisation par deux photons et celui de photo ionisation, correspondant à l'intervalle

$$\frac{1}{2} < x < 1 \text{ soit } 8205,76 < \lambda < 16411,5 \text{ \AA}, \text{ d'après (III.35), } \xi \text{ et } \eta \text{ sont réels.}$$

Par suite, en vertu de (III.33), on obtient :

$$z_2 = \frac{3-\xi}{3+\xi} e^{i\varphi}; z_1 = z_2^* \quad \varphi = 2 \text{ Arctg } \frac{\xi}{\eta} \quad (\text{III.38})$$

Dans ces conditions :

$|z_2| = |z_1| = \left| \frac{3-\xi}{3+\xi} \right| < 1$. on est à l'intérieur des cercles de convergences unité associés à la fonction

hypergéométrique d'Appell $F_1(\alpha; \beta_1; \beta_2; \alpha+1, z_2^*, z_2)$, laquelle est développable en série double convergente des deux variables z_2 et z_2^* . On utilise le développement Appell et Fériet (Appell et Fériet (1926)) :

$$F_1(\alpha; \beta_1; \beta_2; \gamma, z_2^*, z_2) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_{m+n} (\beta_1)_m (\beta_2)_n (z_2^*)^m (z_2)^n}{(\gamma)_{m+n} m! n!} \quad (\text{III.39})$$

où

$$(a)_n = \frac{\Gamma(a+n)}{\Gamma(a)} = a(a+1)(a+2)\dots(a+n-1)$$

pour effectuer les calculs numériques.

Par ailleurs :

$$|\Gamma(1-i\eta)| = \left(\frac{\pi\eta}{\text{Sh}\pi\eta}\right)^{1/2}; |\Gamma(3-i\eta)| = (\eta^4 + 5\eta^2 + 4)^{1/2} \left(\frac{\pi\eta}{\text{Sh}\pi\eta}\right)^{1/2} \quad (\text{III.40})$$

d'où :

$$\begin{aligned} T_{10} &= (2^{17} \cdot 3^7 \cdot \xi^{14} \cdot \eta^{12})^{1/2} \cdot e^{(\frac{\pi-\varphi}{2})\eta} \cdot \frac{1}{(\text{Sh}\pi\eta)^{1/2}} (\eta^2 + \xi^2)^{-3} (3+\xi)^{-7} (3-\xi)^{-1} \\ &\times \left\{ \frac{\xi(27-7\xi^2)}{(3-\xi)^2(2-\xi)} \left[\frac{(2-\xi)}{(3+\xi)^2} (-3\xi^3 + 14\xi^2 + 81\xi + 72) + 3\xi(3-\xi) \right] F_1(2-\xi; 3-i\eta; 3+i\eta; 4-\xi; z_2^*, z_2) \right. \\ &+ \left[(3\xi^3 - 47\xi^2 + 126\xi - 72) + \frac{(2-\xi)(3-\xi)}{(3+\xi)^2} (-3\xi^3 + 14\xi^2 + 81\xi + 72) \right] F_1(2-\xi; 3-i\eta; 3+i\eta; 3-\xi; z_2^*; z_2) \\ &+ \left\{ \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot \xi(7\xi^2 - 45)}{(3+\xi)(3-\xi)} + \frac{2^5 \cdot 3 \cdot \xi^2(6-\xi)(7\xi^2 - 45)}{(3+\xi)^2(3-\xi)^2} + \frac{2^4 \cdot \xi}{(3+\xi)^2(3-\xi)^2} \right. \\ &\times \left[3\xi(12\xi^3 + 36\xi^2 + 4\xi - 45) + (\xi^2 - 18)(22\xi^2 - 45\xi - 18) \right] + \frac{3 \cdot 2^4 \cdot \xi}{(3+\xi)^3(3-\xi)^3} \\ &\times (4\xi(9-\xi^2)(8\xi^2 - 63) + (7\xi - 9)(\xi^2 - 18)(22\xi^2 - 45\xi - 18) - \xi^2(9-7\xi)(22\xi^2 - 81\xi + 9)) \\ &+ \frac{3^2 \cdot 2^4 \cdot \xi}{(3+\xi)^3(3-\xi)^2} (\xi(7\xi^2 - 45)(13\xi - 21) + 4(\xi^2 - 9)) - \frac{2^6 \cdot 3^4 \cdot \xi^3}{(3+\xi)^2} (25\xi^2 - 19) - \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot \xi(4\xi^2 + 9)}{(3+\xi)(3-\xi)} \\ &+ \frac{13 \cdot 2^4 \cdot 3^3 \cdot \xi^2(4\xi^2 + 9)}{(3+\xi)^3} + \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot \xi^2}{(3+\xi)^3} (31\xi^2 + 9\xi + 63) + \frac{2(4\xi^2 + 9)}{(3+\xi)^2(3-\xi)} - \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot \xi^2(9+\xi^2)}{(3+\xi)^2(3-\xi)} - \frac{7 \cdot 2^4 \cdot 3^2}{(3+\xi)^2} \\ &\times (35\xi^4 + 9\xi^3 + 61\xi^2 - 9\xi - 18) - \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot \xi^3(9+4\xi^2)}{(3+\xi)^2(3-\xi)^2} + \left. \frac{2^4 \cdot 3 \cdot \xi^3(4\xi^2 + 9)(75-2\xi)}{(3+\xi)^3(3-\xi)} \right\} (1-z_2^*)^{\eta-3} (1-z_2)^{-i\eta-3} \end{aligned} \quad (\text{III.41})$$

$$z_2 = \frac{\bar{\xi} - \eta \bar{\xi} + 3i}{\bar{\xi} + \eta \bar{\xi} - 3i} \quad \text{soit} \quad z_1 = \frac{1}{z_2} \quad (\text{III.44})$$

Dans ces conditions :

$$|z_2| < 1 \quad \text{et} \quad |z_1| = \frac{1}{|z_2|} > 1 \quad (\text{III.45})$$

Le développement (III.39) des fonctions d'Appell contenues dans (III.33) et (III.34) diverge par rapport à z_1 . Nous procédons alors pour z_1 au prolongement analytique de ces fonctions.

Grâce à la transformation (Appell et Fériet (1926)) :

$$F_1(\alpha; \beta_1; \beta_2; \gamma; z_1; z_2) = (1 - z_2)^{\gamma - \alpha - \beta_2} (1 - z_1)^{-\beta_1} F_1\left(\gamma - \alpha; \gamma - \beta_2 - \beta_1; \gamma; z_2; \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1}\right) \quad (\text{III.46})$$

la nouvelle expression de F_1 est à nouveau développable en série double des deux variables : z_2 et

$\frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1}$ à l'intérieur des cercles de convergence unité associés :

$$|z_2| < 1 ; \quad \left| \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right| < 1$$

Nous distinguons deux cas : Absorption d'un photon au delà du seuil de photoionisation et juste au dessus du seuil de photoionisation.

III.1.1.3.2 a : Absorption d'un photon au delà du seuil de photoionisation

$$\left| \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right| < 1 \quad \text{correspond à } x > 1,261 \quad \text{soit } \lambda < 6507,34 \text{ \AA}$$

Compte tenu de (III.43) et (III.46) ; il vient pour (III.33) :

$$\begin{aligned}
T_{10} = & -i(2^{17} \cdot 3^7 \cdot \eta^{12})^{1/2} \xi^7 e^{\frac{\pi}{2}\eta} \frac{1}{(Sh\pi\eta)^{1/2}} \left(\frac{\eta - \xi}{\eta + \xi} \right)^{\eta} (\eta^2 - \xi^2)^3 (3 + i\xi)^{-7} (3 - i\xi)^{-1} (1 - z_1)^{\eta-3} (1 - z_2)^{-1-\eta} \\
& \times \left\{ \left[\frac{i\xi(27 + 7\xi^2)}{(3 - i\xi)^2 (2 - i\xi)} \right] \left[\frac{2 - i\xi}{(3 + i\xi)^2} (3i\xi^3 - 14\xi^2 + 81i\xi + 72) + 3i\xi(3 - i\xi) \right] F_1 \left(2; -2 - i\xi; 3 - i\eta; 4 - i\xi; z_2; \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right) \right. \\
& + \left[(-3i\xi^3 + 47\xi^2 + 126\xi i + 72) + \frac{(2 - i\xi)(3 - i\xi)}{(3 + i\xi)^2} (3i\xi^3 - 14\xi^2 + 81\xi i + 72) \right] (1 - z_2)^{-1} \\
& \times F_1 \left(1; -3 - i\xi; 3 - i\eta; 3 - i\xi; z_2; \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right) \left. + (1 - z_2)^{-2} \left\{ -\frac{i \cdot 2^3 \cdot 3^2 \cdot \xi (7\xi^2 + 45)}{(3 + i\xi)(3 - i\xi)} + \frac{2^5 \cdot 3 \cdot \xi^2 (6 - i\xi)(7\xi^2 + 45)}{(3 + i\xi)^2 (3 - i\xi)^2} \right. \right. \\
& + \frac{2^4 \cdot \xi i}{(3 + i\xi)^2 (3 - i\xi)^2} [3i\xi(-21i\xi^3 - 26\xi^2 + 4i\xi - 45) - (\xi^2 + 18)(-22\xi^2 - 45i\xi - 18)] + \frac{3 \cdot 2^4 \cdot \xi i}{(3 + i\xi)^3 (3 - i\xi)^3} \\
& \times [-4\xi i(9 + \xi^2)(8\xi^2 + 63) + (7i\xi - 9)(\xi^2 + 18)(22\xi^2 + 45\xi i + 18) + \xi^2(9 - 7i\xi)(-22\xi^2 - 81\xi i + 90)] \\
& + \frac{3^2 \cdot 2^4 \cdot \xi i}{(3 + \xi i)^3 (3 - i\xi)^2} (-i\xi(7\xi^2 + 45)(13\xi i - 21) - 4(\xi^2 + 9)) - 2^2 \cdot 3^3 \cdot \xi i - \frac{2^6 \cdot 3^4 \cdot \xi^3 \cdot i(25\xi^2 + 19)}{(3 + i\xi)^2} \\
& - \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot \xi i(-4\xi^2 + 9)}{(3 + i\xi)(3 - i\xi)} - \frac{13 \cdot 2^4 \cdot 3^3 \cdot \xi(-4\xi^2 + 9)}{(3 + i\xi)^3} - \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot \xi^2(-4\xi^2 + 9)}{(3 + i\xi)^3} - \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot \xi^2}{(3 + i\xi)^3} (-31\xi^2 + 9\xi i + 63) \\
& + \frac{2^3 \cdot (-4\xi^2 + 9)}{(3 + i\xi)^2 (3 - i\xi)} + \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot \xi^2(9 - \xi^2)}{(3 + i\xi)^2 (3 - i\xi)} + \frac{7 \cdot 2^4 \cdot 3^2}{(3 + i\xi)^3} (-35\xi^4 + 9i\xi + 61\xi^2 + 9i\xi + 18) \\
& \left. + \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot i\xi^3(9 - 4\xi^2)}{(3 + i\xi)^2 (3 - i\xi)^2} - \frac{2^4 \cdot 3 \cdot \xi^3 i(-4\xi^2 + 9)(75 - 2i\xi)}{(3 + i\xi)^3 (3 - i\xi)} \right\} \Bigg\}
\end{aligned}$$

(III.47)

et (III.34) :

$$\begin{aligned}
T_{12} = & -i(2^{19} \cdot 3^9 \cdot \eta^{12})^{1/2} \xi^9 e^{\frac{\pi}{2}\eta} \frac{1}{(Sh\pi\eta)^{1/2}} \left(\frac{\eta - \xi}{\eta + \xi} \right)^{\eta} (\eta^2 - \xi^2)^{-4} (\eta^4 + 5\eta^2 + 4)^{1/2} (3 + i\xi)^{-5} \\
& \times (1 - z_1)^{\eta-3} (1 - z_2)^{-2-\eta} \left\{ \left[\frac{10\xi i(9 + \xi^2) + 3(2i\xi - 9)(3 - \xi^2)}{(4 - i\xi)(3 + i\xi)^3} F_1 \left(1; -1 - i\xi; 3 - i\eta; 5 - i\xi; z_2; \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{i\xi(81 - 11\xi^2)}{(2 - i\xi)(3 + i\xi)(3 - i\xi)^2} F_1 \left(1; -3 - \xi i; 3 - i\eta; 3 - i\xi; 3 - i\xi; z_2; \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right) \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (1 - z_2)^{-1} \left\{ \frac{2^2 \cdot 3 \cdot i\xi(3 - 4i\xi)}{(3 + i\xi)^3} - \frac{2^3 \cdot 3 \cdot \xi i}{(3 - i\xi)^3} + \frac{2 \cdot 3 \cdot \xi i}{(3 + i\xi)^2(3 - i\xi)^3} \times (6(3 + i\xi)(3 - i\xi)^2 - i\xi(10\xi^2 + 91\xi i + 81)) \right. \\
& + \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot \xi i}{(3 + i\xi)^4(3 - i\xi)} (7\xi^2 + 50\xi i + 45) + \frac{2 \cdot \xi^2}{(3 + i\xi)^4} (17\xi i + 183) + \frac{3^2 \cdot 2^2 \cdot \xi i(7\xi i - 18)}{(3 + i\xi)^2(3 - i\xi)^2} + \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot \xi^2}{(3 + i\xi)^2(3 - i\xi)^2} \\
& \left. \times (3\xi^2 + 133\xi^3 i - 213\xi^2 + 276\xi i - 9) + 3(\xi^2 + 18)(-39\xi^2 + 80\xi i + 348) + 28(3 - \xi^2)(3 - i\xi)^2 \right\}
\end{aligned} \tag{III.48}$$

$$\text{où } z_2 = \frac{\eta - \xi}{\eta + \xi} \frac{3 - i\xi}{3 + i\xi} \quad \text{et} \quad z_1 = \frac{1}{z_2}$$

$$\xi = \frac{3}{\sqrt{x-1}} \quad \eta = \frac{3}{\sqrt{2x-1}} \tag{III.49}$$

(III.35), (III.49) déterminent complètement la dépendance de T_{10} et T_{12} par rapport à $\lambda < 6507.34$ ⁰
 A .

L'utilisation du développement (III.39) des fonctions d'Appell apparaissant dans (III.47) et (III.48) permet d'effectuer les calculs numériques. On note que T_{10} et T_{12} ont maintenant la forme complexe.

Nous abordons le deuxième cas :

III.1.1.3.2.b : Absorption d'un photon au voisinage du seuil de photoionisation

$$\left| \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right| > 1 \quad \text{correspond à } x < 1,261$$

Le développement (III.46) des fonction d'Appell contenues dans (III.47) et (III.48) diverge par rapport à $\chi = \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1}$ et on est en dehors du cercle de convergence unité associé.

En outre :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \chi = \frac{2\eta}{\xi + \eta} \frac{\xi + 3i}{\eta + 3i} \rightarrow 1 - i$$

Ce point n'est pas situé sur le cercle de convergence $|\chi| = 1$.

Nous procédons alors au prolongement analytique des fonction d'Appell $F_1(a, b_1, b_2, c, z_2, \chi)$ qui apparaissent dans (III.47) et (III.48) à l'aide de leur développement Taylorien autour du point

$\chi_0 = -\frac{3}{4}i$, pris arbitrairement à l'intérieur du cercle de convergence $|\chi| < 1$ de telle manière que

tout intervalle d'énergie correspondant à $6507.34 \text{ \AA} < \lambda < 8205.75 \text{ \AA}$ soit couvert.

En se servant du développement des fonctions d'Appell en série des fonctions hypergéométriques de Gauss (Appell et Fériet (1926)) :

$$F_1(a, b_1, b_2, c, z_2, \chi) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(a)_m (b_1)_m}{(c)_m} {}_2F_1(a+m; b_2; c+m; \chi) \frac{z_2^m}{m!} \quad (\text{III.50})$$

où ${}_2F_1(\alpha, \beta, \gamma, z)$ est la fonction hypergéométrique de Gauss dont la dérivée $n^{\text{ième}}$ est donnée par :

$${}_2F_1^{(n)}(\alpha, \beta, \gamma, z) = \frac{(\alpha)_n (\beta)_n}{(\gamma)_n} {}_2F_1(\alpha+n; \beta+n; \gamma+n; z) \quad (\text{III.51})$$

et son prolongement analytique par la transformation :

$${}_2F_1(\alpha, \beta, \gamma, z) = (1-z)^{-\beta} {}_2F_1\left(\gamma-\alpha, \beta, \gamma, \frac{z}{z-1}\right) \quad (\text{III.52})$$

On établit que :

$$F_1(a, b_1, b_2, c, z_2, \chi) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_{m+n} (b_1)_m (b_2)_n}{(c)_{m+n}} (1-\chi_0)^{-b_2} \frac{(\chi-\chi_0)^n}{n!} \frac{z_2^m}{m!} \times {}_2F_1\left(c-a; b_2+n; c+m+n, \frac{\chi_0}{\chi_0-1}\right) \quad (\text{III.53})$$

On utilise le développement (III.53) des fonctions d'Appell contenues dans (III.47) et (III.48) pour effectuer les calculs numériques

III. 1.1.3.3 : Seuil d'ionisation par absorption de deux photons : réalité de T_{10} et T_{12}

En vertu de (III.36) : $\eta \rightarrow \infty$ soit $x = \frac{1}{2}(+0)$ $\lambda = 16411.5 \text{ \AA}$ et $\xi = 3\sqrt{2}$

Dans (III.41) et (III.42) on utilise le développement (Appell et Fériet (1926)) :

$$F_1(\alpha; \beta; \beta_2; \gamma; z; z^*) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_m (\beta_1 + \beta_2)_m}{(\gamma)_m} \frac{z^m}{m!} {}_2F_1\left(-m; \beta_2; \beta_2 + \beta_1; 1 - \frac{z^*}{z}\right) \quad (\text{III.54})$$

$$\text{où } {}_2F_1(a, b, c, x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b)_n}{(c)_n} \frac{x^n}{n!} \quad (\text{III.55})$$

est la fonction hypergéométrique de Gauss dont :

la $\lim_{b \rightarrow \infty} {}_2F_1(a, b, c, x) \rightarrow {}_1F_1(a, c, by)$ qui est la fonction hypergéométrique confluyente :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n}{(c)_n} \cdot \frac{z^n}{n!}$$

En outre d'après (III.38) :

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{z^*}{z}\right) \rightarrow 2i\varphi = \frac{4i\xi}{\eta} \quad (\text{III.55}')$$

$$\text{et } \lim_{\eta \rightarrow \infty} z_2 \rightarrow \frac{3-\xi}{3+\xi} = z_1 \quad ; \quad (\text{III.55}'')$$

En définitive, on obtient lorsque $\eta \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} T_{10} = & -\left(2^{18} \cdot 3^7 \cdot \xi^{14}\right)^{1/2} e^{-2\xi} (3+\xi)^{-7} (3-\xi)^{-1} \left\{ \left[\frac{\xi(27-7\xi^2)}{(3-\xi)^2(2-\xi)} \left[\frac{2-\xi}{(3+\xi)^2} (-3\xi^3+14\xi^2+81\xi+72) \right] \right. \right. \\ & \left. \left. \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(3-\xi)(2-\xi)}{(3-\xi+m)(2-\xi+m)} \cdot \frac{(6)_m}{m!} \left(\frac{3-\xi}{3+\xi}\right)^m {}_1F_1(-m, 6, 4\xi) + \left[\frac{(3\xi^3-47\xi^2+126\xi-72) + \frac{(2-\xi)(3-\xi)}{(3+\xi)^2}}{(-3\xi^3+14\xi^2+81\xi+12)} \right] \right. \right. \\ & \left. \left. \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2-\xi}{2-\xi+m} \cdot \frac{(6)_m}{m!} \left(\frac{3-\xi}{3+\xi}\right)^m {}_1F_1(-m, 6, 4\xi) \right\} + \left\{ \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot \xi(7\xi^2-45)}{(3+\xi)(3-\xi)} + \frac{2^5 \cdot 3 \cdot \xi^2(6-\xi)(7\xi^2-45)}{(3+\xi)^2(3-\xi)^2} \right\} \\ & + \frac{2^4 \xi}{(3+\xi)^2(3-\xi)^2} \left[3\xi(12\xi^3+36\xi^2+4\xi-45) + (\xi^2-18)(22\xi^2-45\xi-18) \right] + \frac{3 \cdot 2^4 \cdot \xi}{(3+\xi)^3(3-\xi)^3} \\ & \times \left[4\xi(9-\xi^2)(8\xi^2-63) + (7\xi-9)(\xi^2-18)(22\xi^2-45\xi-18) - \xi^2(9-7\xi)(22\xi^2-81\xi+90) \right] \\ & + \frac{3^2 \cdot 2^4 \cdot \xi}{(3+\xi)^3(3-\xi)^2} \left[\xi(7\xi^2-45)(13\xi-21) + 4(\xi^2-9) \right] - \frac{2^2 \cdot 3^3 \cdot \xi}{(3+\xi)^2} - \frac{2^6 \cdot 3^4 \cdot \xi^2(25\xi^2-19)}{(3+\xi)^2} - \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot \xi(4\xi^2+9)}{(3+\xi)(3-\xi)} \\ & + \frac{13 \cdot 2^4 \cdot 3^3 \xi^2(4\xi^2+9)}{(3+\xi)^3} + \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot \xi^2(31\xi^2+9\xi+63)}{(3+\xi)^3} + \frac{2^3(4\xi^2+9)}{(3+\xi)^2(3-\xi)} - \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot \xi^2(9+\xi^2)}{(3+\xi)^2(3-\xi)} \\ & - \frac{7 \cdot 2^4 \cdot 3^2}{(3+\xi)^3} (35\xi^4+9\xi^3+61\xi^2-9\xi-18) - \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot \xi^3}{(3+\xi)^2(3-\xi)^2} (9+4\xi^2) + \frac{2^4 \cdot 3 \cdot \xi^3(4\xi^2+9)(75-2\xi)}{(3+\xi)^3(3-\xi)} \left. \right\} \\ & \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(6)_m}{m!} \left(\frac{3-\xi}{3+\xi}\right)^m {}_1F_1(-m, 6, 4\xi) \left. \right\} \end{aligned}$$

(III.56)

$$\begin{aligned}
T_{12} = & -\left(2^{20} \cdot 3^7 \cdot \xi^{18}\right)^{1/2} e^{-2\xi} (3+\xi)^{-5} \left\{ \frac{10\xi(9-\xi^2)+3(2\xi-9)(\xi^2+3)}{(4-\xi)(3+\xi)^3} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{4-\xi}{4-\xi+m} \cdot \frac{(6)_m}{m!} \left(\frac{3-\xi}{3+\xi}\right)^m \right. \\
& {}_1F_1(-m, 6, 4\xi) + \frac{\xi(11\xi^2+81)}{(2-\xi)(3+\xi)(3-\xi)^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2-\xi}{2-\xi+m} \cdot \frac{(6)_m}{m!} \left(\frac{3-\xi}{3+\xi}\right)^m {}_1F_1(-m, 6, 4\xi) \\
& + \left\{ \frac{2^2 \cdot 3 \cdot \xi(3-4\xi)}{(3+\xi)^3} - \frac{2^3 \cdot 3 \cdot \xi}{(3-\xi)^2} + \frac{2 \cdot 3 \cdot \xi}{(3+\xi)^2(3-\xi)^2} (6(3+\xi)(3-\xi)^2 + \xi(10\xi^2 - 91\xi - 81)) + \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot \xi}{(3+\xi)^4(3-\xi)} \right. \\
& \times (-7\xi^2 + 50\xi + 45) - \frac{2 \cdot \xi^2}{(3+\xi)^4} (17\xi + 183) + \frac{3^2 \cdot 2^2 \cdot \xi(7\xi - 18)}{(3+\xi)^2(3-\xi)} + \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot \xi^2}{(3+\xi)^6(3-\xi)^2} \\
& \times \left. \left. \left(3\xi^2(-133\xi^3 + 213\xi^2 + 276\xi - 9) + 3(\xi^2 + 18)(39\xi^2 + 80\xi + 348) + 28(3+\xi)^2(3-\xi)^2 \right) \right\} \right. \\
& \left. \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(6)_m}{m!} \left(\frac{3-\xi}{3+\xi}\right)^m {}_1F_1(-m, 6, 4\xi) \right\}
\end{aligned} \tag{III.57}$$

On peut remarquer que (III.56) et (III.57) sont toujours réels.

Utilisant (III.36) et en reliant le développement des fonctions hypergéométriques confluentes ${}_1F_1$ aux polynômes de Laguerre permettent d'effectuer les calculs numériques de T_{10} et T_{12} .

Nous examinons maintenant l'état excité $3p$.

III. 1.2 Etat excité $3P$

Dans ce cas, seuls trois des canaux de (II.14) sont ouverts :

$$p \rightarrow d \rightarrow \varepsilon f \quad (1)$$

$$p \rightarrow d \rightarrow \varepsilon p \quad (2)$$

$$p \rightarrow d \rightarrow \varepsilon p \quad (3)$$

Cela entraîne l'apparition des phases (II.7)

$$\delta_1 = \text{Arg } \Gamma(2 - i\eta) \quad \text{et} \quad \delta_3 = \text{Arg } \Gamma(4 - i\eta)$$

Ainsi que les amplitudes de transitions radiales : $T_{0,1}$, $T_{2,1}$ et $T_{2,3}$, dans (II.15) et (II.17) ; dont la détermination définit complètement les sections efficaces différentielles (II.29) et (II.33) ainsi que les sections efficaces totales (II.37) et (II.38).

En vertu des propriétés de la fonction gamma Γ , on déduit que :

$$e^{i(\delta_1 - \delta_3)} = \frac{6 - \eta^2}{(\eta^4 + 13\eta^2 + 36)^{1/2}} + i \frac{5\eta}{(\eta^4 + 13\eta^2 + 36)^{1/2}} \tag{III.58}$$

III. 1.2.1 Calcul explicite de $T_{0,1}$

On explicite (III.5) pour $\lambda = 0, L = 1, n = 3$ et $l = 1$

Considérant que (Erdélyi (1953))

$$M_{3, \frac{3}{2}}(r') = e^{-\frac{r'}{2}} \frac{r'^2}{4} \left(1 - \frac{r'}{4}\right) \quad (\text{III.59})$$

Et tenant compte de la même procédure : III.1.1.1.a, III.1.1.1.b et III.1.1.1.c ; nous obtenons :

$$\begin{aligned} T_{0,1} = & -\sqrt{\frac{2^{14} \cdot 3^3 \cdot \xi^{16} \cdot \eta^9}{\pi}} (\eta^2 + \xi^2)^{-3} \left(\frac{\eta + i\xi}{\eta - i\xi}\right)^{i\eta} e^{\frac{\pi}{2}\eta} |\Gamma(2 - i\eta)| (3 + \xi)^{-6} (3 - \xi)^{-1} \left\{ \left\{ \frac{2 \cdot 3^2 \cdot \xi^2}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^2} \begin{pmatrix} 2\xi^4 - 3\xi^3 - \\ 18\xi^2 + 27\xi \\ -216 \end{pmatrix} \right. \right. \\ & \times F_1(3 - \xi; 2 - i\eta; 2 + i\eta; 4 - \xi, z_1, z_2) - \frac{12\xi^2}{(1 - \xi)(3 - \xi)^3} F_1(1 - \xi; 2 - i\eta; 2 + i\eta; 2 - \xi, z_1, z_2) + \left. \left. \left\{ \frac{12\xi^2}{(3 - \xi)(3 + \xi)^2} \right. \right. \right. \\ & \times (13\xi^3 - 19\xi^2 + 243\xi + 18) + \frac{6\xi^2}{(3 + \xi)^3} (3 - \xi)(5\xi^2 + 3\xi - 36)(-10\xi^2 - 45\xi + 19) + \frac{27\xi^2}{2(3 + \xi)^3} \left[(\xi - 2)(\xi^2 - \xi - 30) + \right. \\ & \left. \left. \left. \frac{12}{(3 + \xi)^2} (8\xi^4 - 48\xi^3 - 18\xi^2 + 405\xi - 567) - \frac{9\xi}{(3 + \xi)^4 (3 - \xi)} \left\{ 18\xi(\xi - 2)(3 + \xi)^2(3 - \xi) + (5\xi^2 + 3\xi - 36) \right\} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\xi}{2(3 - \xi)(3 + \xi)^4} \left\{ 2(3 + \xi)(\xi^2 - 18)(5\xi^2 + 3\xi - 36) + 3\xi(\xi - 9) \left[6(\xi - 2)(\xi - 3)(3 + \xi)^2 + (5\xi^2 + 3\xi - 36) \right] \right\} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{3\xi}{(3 + \xi)(3 - \xi)^3} \left\{ 3(3\xi^3 - \xi^2 + 5\xi - 15) + (\xi^2 - 18)(4\xi^3 - 12\xi^2 - 72\xi + 217) \right\} + \frac{72\xi^3}{(3 - \xi)^3} (-\xi^2 + 18\xi + 9) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{12\xi^2}{(3 + \xi)(3 - \xi)^3} \left[3(11\xi^2 + 6\xi + 18)(\xi^2 + 5\xi + 6) + (3 + \xi)(9 - \xi^2)(25\xi + 3) \right] - \frac{\xi}{2(3 + \xi)^3(3 - \xi)^3} \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \left[\begin{aligned} & 3\xi \left[\begin{aligned} & 27(5\xi^2 + 3\xi - 36)(4\xi^3 - 4\xi^2 - 11\xi - 6)(2\xi^3 - 2\xi - 9\xi + 9) + 3(\xi^2 - 9)(25\xi^3 - 28\xi^2 - 267\xi + 270) \end{aligned} \right] \right. \\ & \left. - 2(9 - \xi^2)^2(5\xi^2 + 3\xi - 36)(20\xi^2 - 12\xi - 69) \end{aligned} \right] \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + (3 - \xi)(5\xi^2 + 3\xi - 36)^2(4\xi^3 - 4\xi^2 - 11\xi - 6) \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{12\xi^2}{(3 - \xi)^2} (8\xi^2 + 69\xi + 18) - \frac{3\xi^2}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)^3} \left[(2\xi^3 + 15\xi^2 - 9\xi - 162)(2\xi^3 + 3\xi^2 - 18\xi - 27) - (9 - \xi^2)^2 \right] \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{18\xi}{(3 + \xi)^2} \left\{ 40(-\xi^2 + 3\xi + 22) - \frac{6}{(3 + \xi)(3 - \xi)^2} \times \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \left[(9 - \xi^2)(5\xi^3 - 22\xi^2 - 51\xi + 180) + 6(2 - \xi)(-3\xi^4 - 2\xi^3 + 48\xi^2 + 18\xi - 189) \right] \right. \right. \right. \\ & \left. \left. - 120\xi(5\xi^2 - 4\xi - 15) - \frac{240}{(3 + \xi)} \xi(2\xi^2 + \xi - 15) + \frac{3\xi}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)^2} \times \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \left[2(3 + \xi)^2(3 - \xi)(\xi^2 + 12\xi - 33) - 3(\xi^2 - \xi - 6)(\xi - 5)(4\xi^2 + 3\xi - 18) \right] \right. \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{3\xi}{(3 + \xi)^4(3 - \xi)^3} \left\{ \begin{aligned} & 4[-3(\xi^2 + \xi - 6)(5\xi^2 - 6\xi - 27) + (7\xi + 12)(3 + \xi)(\xi^2 - 9)] \right. \\ & \left. [-\xi^2(3\xi^2 + 2\xi + 12) + 9(4\xi^2 + 2\xi - 21)] \right. \\ & \left. + 3(5 - \xi)(\xi^2 - 9)(3 + \xi)(\xi^2 + \xi - 6)(5\xi^2 + 3\xi - 36) \end{aligned} \right\} \right. \right. \left. \right. \} \} \end{aligned}$$

$$T_{2,3} = -\sqrt{\frac{3^y \cdot 2^{26} \cdot \xi^{24} \cdot \eta^{13}}{\pi}} e^{\frac{\pi\eta}{2}} |\Gamma(4 - i\eta)| \left(\frac{\eta + i\xi}{\eta - i\xi} \right)^{i\eta} (\eta^2 + \xi^2)^{-5} * (3 + \xi)^{-7}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{3 - \xi}{(5 - \xi)(3 + \xi)^2} F_1(5 - \xi, 4 - i\eta, 4 + i\eta, 6 - \xi; z_1, z_2) - \frac{1}{(3 - \xi)^2} F_1(3 - \xi; 4 - i\eta, 4 + i\eta; 4 - \xi; z_1, z_2) + \\ & \left[\frac{6}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)} + \frac{(-\xi^2 + 3\xi + 18)}{(3 + \xi)^4} + \frac{3(\xi^2 + 9\xi + 18)}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^2} + 48 \frac{(2\xi^2 + 3\xi - 9)}{(3 + \xi)^4 (3 - \xi)} - \frac{6}{(3 + \xi)^5 (3 - \xi)^2} \right] \\ & \times (3(\xi - 4)(\xi^2 - 9)(3 + \xi) + (7\xi^2 - 3\xi - 72)(-3\xi^2 + 49\xi + 171)) \\ & \times (1 - z_1)^{i\eta - 4} (1 - z_2)^{i\eta - 4} \end{aligned} \right\}$$

(III.62)

ξ, η, z_1 et z_2 sont les mêmes que définies dans (III.33).

T_{01}, T_{21} et T_{23} apparaissent bien sous forme analytique comme une combinaison de trois fonction hypergéométriques d'Appell dont l'une est dégénérée : $F_1(\alpha, \beta, \beta_2, \alpha, z, z_1)$

III.1.2.4 : Calculs analytiques et numériques

Nous explicitons la dépendance des amplitudes de transitions dipolaires T_{01}, T_{21} et T_{23} par rapport à la longueur d'onde du rayonnement incident en assurant la convergence des fonctions hypergéométriques d'Appell à développer.

Pour le cas particulier d'absorption d'un photon au dessus du seuil photo électrique, nous devons procéder au prolongement analytique de ces fonctions.. Cela étant, nous déterminons les coefficients

de distribution angulaire a, b, c, b', c' , les sections efficaces totales $\frac{\sigma_{3p}}{I}$ et $\frac{\sigma'_{3p}}{I}$ et leurs

rappports $\frac{\sigma'_{3p}}{\sigma_{3p}}$ et traçons les courbes de dispersion en fonction de la longueur d'onde λ ; nous

prenons en compte tous les intervalles d'énergie et le seuil d'ionisation par deux photons. Nous traçons aussi les courbes de distribution angulaire pour certains longueurs d'ondes caractéristiques de lasers.

III.1.2.4.1 : Entre les deux seuils d'absorption à $N = 2$ et $N = 1$ photons : Convergence de F_1 ; réalité de T_{01}, T_{21} et T_{23}

Pour des énergies de photons incidents compris entre le seuil d'ionisation par deux photons et celui de photoionisation, correspondant à l'intervalle $\frac{1}{2} < x < 1$ soit $8205.75 \overset{0}{\text{Å}} < \lambda < 16.411.5 \overset{0}{\text{Å}}$

D'après (III.35) ; ξ et η sont réels

Par suite, en vertu de (III.38) ; et la condition :

$|z_2| = |z_1| < 1$; on est alors à l'intérieur des cercles de convergence unité associés à la fonction hypergéométrique d'Appell $F_1(\alpha, \beta_1, \beta_2, \alpha + 1 ; z_2, z_2^*)$ laquelle est développable en série double convergente des deux variables z_2 et z_2^* .

On utilise le développement (III.39) pour effectuer les calculs numériques.

Par ailleurs :

$$|\Gamma(2-i\eta)| = \sqrt{\frac{\pi\eta}{Sh \pi\eta}} (1+\eta^2)^{1/2}$$

$$|\Gamma(4-i\eta)| = \sqrt{\frac{\pi\eta}{Sh \pi\eta}} ((9+\eta^2)(\eta^4+5\eta^2+4))^{1/2} \quad (III.63)$$

d'où à partir de (III.60) on a :

$$T_{01} = -(2^{14} \cdot 3^3 \cdot \xi^{16} \cdot \eta^{10})^{1/2} (\eta^2 + \xi^2)^3 \left(\frac{1 + \eta^2}{Sh \pi\eta} \right)^{1/2} e^{\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)\eta} (3 + \xi)^{-6} (3 - \xi)^{-1}$$

$$\left\{ \left[\frac{2 \cdot 3^2 \cdot \xi^2}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^2} (2\xi^4 - 3\xi^3 - 18\xi^2 + 27\xi - 216) F_1(3 - \xi; 2 - i\eta; 2 + i\eta; 4 - \xi; z_2, z_2^*) \right. \right.$$

$$\left. - \frac{12 \cdot \xi^2}{(1 - \xi)(3 - \xi)^3} F_1(1 - \xi; 2 - i\eta; 2 + i\eta; 2 - \xi; z_2, z_2^*) \right\} + \left\{ \left[\frac{12\xi^2}{(3 - \xi)(3 + \xi)^2} (13\xi^3 - 19\xi^2 + 243\xi + 18) \right. \right.$$

$$\left. + \frac{6\xi^2}{(3 + \xi)^3 (3 - \xi)} (5\xi^2 + 3\xi - 36) \times (-10\xi^2 - 45\xi + 198) \right.$$

$$\left. + \frac{27\xi^2}{2(3 + \xi)^3} [(\xi - 2)(\xi^2 - \xi - 30) + 4(9 - \xi^2)(4\xi + 50)] \right\}$$

$$+ \frac{12}{(3 + \xi)^2} (8\xi^4 - 48\xi^3 - 18\xi^2 + 405\xi - 567) - \frac{9\xi}{(3 + \xi)^4 (3 - \xi)} \left\{ 18\xi(\xi - 2)(3 + \xi)^2(3 - \xi) + (5\xi^2 + 3\xi - 36) \right\}$$

$$\left. - \frac{\xi}{2(3 - \xi)(3 + \xi)^4} \left\{ 2(3 + \xi)(\xi^2 - 18)(5\xi^2 + 3\xi - 36) - 3\xi(\xi - 9) \left[6(\xi - 2)(\xi - 3)(3 + \xi)^2 + (5\xi^2 + 3\xi - 36) \right] \right\} \right.$$

$$+ \frac{3\xi}{(3 + \xi)(3 - \xi)^3} \left\{ 3(3\xi^3 - \xi^2 + 5\xi - 15) + (\xi^2 - 18)(4\xi^3 - 12\xi^2 - 72\xi + 217) \right\} + \frac{72\xi^3}{(3 - \xi)^3} (-\xi^2 + 18\xi + 9) +$$

$$+ \frac{12\xi^2}{(3 + \xi)(3 - \xi)^3} \left[3(11\xi^2 + 6\xi + 18)(\xi^2 + 5\xi + 6) + (3 + \xi)(9 - \xi^2)(25\xi + 3) \right] - \frac{\xi}{2(3 + \xi)^3 (3 - \xi)^3}$$

$$\left\{ 3\xi \left[27(5\xi^2 + 3\xi - 36)(4\xi^3 - 4\xi^2 - 11\xi - 6)(2\xi^3 - 2\xi^2 - 9\xi + 9) + 3(\xi^2 - 9)(25\xi^3 - 28\xi^2 - 267\xi + 270) - 2 \right] \right.$$

$$\left. + (3 - \xi)(5\xi^2 + 3\xi - 36)^2 (4\xi^3 - 4\xi^2 - 11\xi - 6) \right\}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{12\xi^2}{(3-\xi)^2} (8\xi^2 + 69\xi + 180) - \frac{3\xi^2}{(3+\xi)^2(3-\xi)^2} \left[(2\xi^3 + 15\xi^2 - 9\xi - 162)(2\xi^3 + 3\xi^2 - 18\xi - 27) - (9 - \xi^2)^2 \right] \\
& + \frac{18\xi}{(3+\xi)^2} \left\{ \begin{aligned} & \left[40(-\xi^2 + 3\xi + 22) - \frac{6}{(3+\xi)(3-\xi)^2} \left[(9 - \xi^2)(5\xi^3 - 22\xi^2 - 51\xi + 180) + 6(2 - \xi) \right] \right. \\ & \left. - 120\xi(5\xi^2 - 4\xi - 15) - \frac{240\xi}{(3+\xi)}(2\xi^2 + \xi - 15) + \frac{3\xi}{(3+\xi)^2(3-\xi)^2} \right. \\ & \left. \left[2(3+\xi)^2(3-\xi)(\xi^2 + 12\xi - 33) - 3(\xi^2 - \xi - 6)(\xi - 5)(4\xi^2 + 3\xi - 18) \right] - \frac{3\xi}{(3+\xi)^2(3-\xi)^2} \right. \\ & \left. \times \left[4[-3(\xi^2 + \xi - 6)(5\xi^2 - 6\xi - 27) + (7\xi + 12)(3+\xi)(\xi^2 - 9)] - \xi^2(3\xi^2 + 2\xi + 12) + 9(4\xi^2 + 2\xi - 21) \right] \right\} \\ & \times \left. \left[\begin{aligned} & + 3(5 - \xi)(\xi^2 - 9)(3 + \xi)(\xi^2 - 9)(3 + \xi) + (\xi^2 + \xi - 6)(5\xi^2 + 3\xi - 36) \end{aligned} \right] \right\} \\ & \times (1 - z^*)^{-2+i\eta} (1 - z_2)^{-i\eta-2} \}
\end{aligned}$$

(III.64)

à partir de (III.61) on a :

$$\begin{aligned}
T_{21} &= (2^{24} 3^9 \xi^{18} \eta^{14})^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1 + \eta^2}{Sh \pi \eta} \right)^{\frac{1}{2}} e^{\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)\eta} (3 + \xi)^{-6} (3 - \xi)^{-1} (\eta^2 + \xi^2)^{-4} \\
& \left\{ \frac{\xi}{(4 - \xi)(3 - \xi)^2} \left[\begin{aligned} & \left\{ \left[\frac{(3 - \xi)^2}{(4 - \xi)(3 - \xi)^2} \left\{ \frac{6(36 + \xi^2)}{3 + \xi} + \frac{5\xi(3 - \xi)(27 - \xi^2)}{(3 + \xi)^2} + 5\xi(4 - \xi) \right\} \right] \right. \\ & \left. \times F_1(3 - \xi; 4 - i\eta; 4 + i\eta; 5 - \xi; z^*, z_2) + \left[\begin{aligned} & - \frac{(3 - \xi)^2}{(3 + \xi)^2} [5\xi(27 - \xi^2)(3 - \xi) + (\xi^2 + 36)] - \frac{5\xi}{(3 + \xi)^2} \right. \\ & \left. \left[\begin{aligned} & (4 - \xi)(27 - \xi^2) + (7 - 2\xi)(3 - \xi)^2 + \right. \\ & \left. \left. \frac{6(\xi^2 + 36)(4 - \xi)}{(3 + \xi)(3 - \xi)} \right] \right] \right\} \right. \\ & \left. \times F_1(3 - \xi; 4 - i\eta; 4 + i\eta; 4 - \xi; z^*, z_2) \right\} + \frac{1}{(3 + \xi)^3} \left[\begin{aligned} & - \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot \xi}{(3 + \xi)(3 - \xi)} (3\xi^3 + 7\xi^2 - 72\xi - 36) + 24(42 - 11\xi) \\ & - \frac{24}{3 + \xi} (47\xi^2 - 55\xi + 72) + \frac{12}{(3 + \xi)^2} (5\xi^2 + 16) * \\ & \left. (\xi^2 + \xi - 72) + \frac{36\xi}{(3 + \xi)(3 - \xi)} \left[(\xi^2 + \xi - 72)(-6\xi^2 + \xi + 54) \right] \right] \right\} \\ & \times (1 - z^*)^{\eta-4} (1 - z_2)^{-i\eta-4} \}
\end{aligned}
\right.
\end{aligned}$$

(III.65)

et enfin à partir de (III.62) on a :

$$T_{2,3} = - \left(3^9 \cdot 2^{26} \cdot \xi^{24} \cdot \eta^{14} \right)^{1/2} e^{\left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \eta} (\eta^2 + \xi^2)^5 (3 + \xi)^{-7} \left[\frac{(9 + \eta^2)(\eta^4 + 5\eta^2 + 4)}{\text{Sh } \pi \eta} \right]^{1/2} \\ \left\{ \frac{3 - \xi}{(5 - \xi)(3 + \xi)^2} F_1(5 - \xi; 4 - i\eta; 4 + i\eta; 6 - \xi; z^*_2, z_2) - \frac{1}{(3 - \xi)^2} F_1(3 - \xi; 4 - i\eta; 4 + i\eta; 4 - \xi; z^*_2, z_2) \right\} \\ + \left[\frac{6}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)} + \frac{(-\xi^2 + 3\xi + 18)}{(3 + \xi)^4} + \frac{3(\xi^2 + 9\xi + 18)}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)^2} + \frac{48(2\xi^2 + 3\xi - 9)}{(3 + \xi)^4(3 - \xi)} - \frac{6}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)^2} \right] \\ \times \left\{ 3(\xi - 4)(\xi^2 - 9)(3 + \xi) + (7\xi^2 - 3\xi - 72)(-3\xi^2 + 49\xi + 171) \right\} \\ \times (1 - z^*_2)^{-i\eta+4} (1 - z_2)^{-i\eta-4} \quad (III.66)$$

(III.35) et (III.38) déterminent complètement la dépendance de T_{01} ; T_{21} et T_{23} par rapport à λ ; tandis que (III.39) indique la réalité de T_{01} , T_{21} et T_{23} entre les deux seuils.

III.1.2.4.2 Absorption d'un photon au-dessus du seuil de photo ionisation : formes complexes de T_{01} ; T_{21} et T_{23} et prolongement analytique de F_1 .

Pour les énergies des photons incidents au-dessus du seuil de photo ionisation correspondant à $x > 1$; soit $\lambda < 8205.75 \overset{0}{\text{Å}}$; d'après (III.35)

η est réel mais (III.43) donne $\xi = i\bar{\xi}$ complexe .

En vertu des conditions (III.44), et (III.45), le développement (III.39) des fonctions d'Appell contenues dans (III.60) ; (III.61) et (III.62) diverge par rapport à z_1 , nous procédons au prolongement analytique de ces fonctions grâce à la transformation (III.46) ; la nouvelle expression de F_1 est à nouveau développable en série double des deux variables z_2 et $\frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1}$ à l'intérieur des

cercles de convergence unité associés :

$$|z_2| < 1; \left| \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right| < 1$$

Deux cas sont à distinguer :

III.1.2.4.2.a : Absorption d'un photon au-delà du seuil de photoionisation

$$\left| \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right| < 1 \quad \text{correspond à } x > 1,261 \text{ soit } \lambda < 6507.34 \overset{0}{\text{Å}}$$

Compte tenu de (III.43) et de (III.46) ; il vient pour (III.60) :

$$\begin{aligned}
T_{0,1} &= (2^{14} \cdot 3^3 \cdot \eta^{10})^{\frac{1}{2}} \xi^8 (\eta^2 - \xi^2)^3 \left(\frac{\eta - \xi}{\eta + \xi} \right)^{\eta} e^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1 + \eta^2}{Sh \pi \eta} \right)^{\frac{1}{2}} (3 + i\xi)^* (3 - i\xi)^{-1} (1 - z_2)^{\eta-1} (1 - z_1)^{\eta-2} \\
&\left\{ - \frac{18 \xi^2}{(3 + i\xi)^2 (3 - i\xi)^2} [-2\xi^4 + 3i\xi^3 + 18\xi + 27i\xi - 216] F_1 \left(1, -i\xi; 2 - i\eta; 4 - i\xi, z_2, \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right) + \frac{12 \xi^2}{(1 - i\xi)(3 - i\xi)^3} \right. \\
&\times F_1 \left(1, -2 - i\xi; 2 - i\eta; 2 - i\xi, z_2, \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right) + (1 - z_2)^{-1} \left\{ - \frac{12 \xi^2}{(3 - i\xi)(3 + i\xi)^2} * (-13i\xi^3 + 19\xi^2 + 243i\xi + 81) - \frac{12}{(3 + i\xi)^2} \right. \\
&\times (-5\xi^2 + 3i\xi - 36)(10\xi^2 - 45i\xi - 198) - \frac{27 \xi^2}{2(3 + i\xi)^3} [(i\xi - 2)(-\xi^2 - i\xi - 30) + 4(9 + \xi^2)(4i\xi + 54)] + \frac{12}{(3 + i\xi)^2} \\
&\times (8\xi^4 + 48\xi^3 i + 18\xi^2 + 405i\xi - 567) - \frac{9i\xi}{(3 + i\xi)^4 (3 - i\xi)} \times \left[18(i\xi - 2)(3 + i\xi)^2 (3 - i\xi)\xi + (-5\xi^2 + 3i\xi - 36) \right. \\
&\left. \times (i\xi(24 + i\xi)(-\xi^2 - 18) - \xi^2(-\xi^2 + 30i\xi + 18) - 9) \right] \\
&+ \frac{3i\xi}{(3 + i\xi)(3 - i\xi)^3} \{ 3(-3i\xi^3 + \xi^2 + 5i\xi - 15) - (18 + \xi^2)(-4i\xi^3 + 12\xi^2 - 72i\xi + 217) \} \\
&- \frac{72i\xi^3}{(3 - i\xi)^3} (\xi^2 + 18i\xi + 9) - \frac{12\xi^2}{(3 + i\xi)(3 - i\xi)^3} \left[3(-11\xi^2 + 6i\xi + 18) * (-\xi^2 + 5i\xi + 6) \right] - \frac{i\xi}{2(3 + i\xi)^3 (3 - i\xi)^3} \\
&\left\{ 3i\xi \left[27(-5\xi^2 + 3i\xi - 36)(-4i\xi^3 + 4\xi^2 - 11i\xi - 6) * (-2i\xi^3 + 2\xi^2 - 9i\xi + 9) - 3(9 + \xi^2) \right] + (3 - i\xi) * \right. \\
&\left. (-5\xi^2 + 3i\xi - 36)^2 (-4i\xi^3 + 4\xi^2 - 11i\xi - 6) \right\} \\
&+ \frac{3\xi^2}{(3 + i\xi)^2 (3 - i\xi)^3} \left[(2i\xi^3 + 15\xi^2 + 9i\xi + 162)(2i\xi^3 + 3\xi^2 + 18\xi i + 27) - (9 + \xi^2)^2 (-5\xi^2 + 3i\xi - 36) \right] + \frac{18\xi i}{(3 + i\xi)^3} \\
&\left\{ 40(\xi^2 + 3i\xi + 22) - \frac{6}{(3 + i\xi)(3 - i\xi)^2} \left[(9 + \xi^2)(-5i\xi^3 + 22\xi^2 - 51i\xi + 180) + 6(2 - i\xi) \times \right] + 120i\xi \right. \\
&\times (5\xi^2 + 4i\xi + 15) - \frac{240i\xi}{3 + i\xi} (-2\xi^2 + i\xi - 15) + \frac{3i\xi}{(3 + i\xi)^2 (3 - i\xi)^2} \\
&\times \left[2(3 + i\xi)^2 (3 - i\xi)(-\xi^2 + 12i\xi - 33) + 3(\xi^2 + i\xi + 6)(i\xi - 5)(-4\xi^2 + 3i\xi - 18) \times \right] \\
&\left. - \frac{3i\xi^4}{(3 + i\xi)^4 (3 - i\xi)^3} \left\{ 4[3(-\xi^2 + i\xi - 6)(5\xi^2 + 6i\xi + 27) + (7i\xi + 12)(3 + i\xi)(-\xi^2 - 9)] \right. \right. \\
&\left. \times [\xi^2(-3\xi^2 + 2i\xi + 12) + 9(-4\xi^2 + 2i\xi - 21)] + 3(5 - i\xi)(-\xi^2 - 9)(3 + i\xi) \right\} \\
&\left. \times (-5\xi^2 + 3i\xi - 36)(-\xi^2 + i\xi - 6) \right\} \} \\
\end{aligned}$$

(III.67)

(III.61) donne :

$$\begin{aligned}
 T_{21} = & +i(2^{24} \cdot 3^9 \cdot \eta^{14})^{\frac{1}{2}} \xi^9 \cdot e^{\frac{\pi \eta}{2}} (\eta^2 - \xi^2)^4 (3+i\xi)^6 (3-i\xi)^{-1} * \left(\frac{1+\eta^2}{Sh \pi \eta} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\eta-\xi}{\eta+\xi} \right)^{i\eta} * (1-z_2)^{-2-i\eta} (1-z_1)^{\eta-4} \\
 & \left\{ - \frac{i\xi}{(4-i\xi)(3-i\xi)^2} * \left[F_1 \left(2, -3-i\xi; 4-i\eta; 5-i\xi; z_2, \frac{z_1-z_2}{z_1-1} \right) - \left[\begin{aligned} & \left[\frac{(3-i\xi)^2}{(4-i\xi)(3+i\xi)^2} \left(\frac{6(36-\xi^2)}{3+i\xi} + 5i\xi(4-i\xi) + \frac{5i\xi(3-i\xi)(27+\xi^2)}{(3+i\xi)^2} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{(3-i\xi)^2}{(3+i\xi)^2} (5i\xi(27+\xi^2)(3-i\xi) + 6(3+i\xi)(36-\xi^2)) \right] \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{5i\xi}{(3+i\xi)^2} ((4-i\xi)(27+\xi^2) + (7-2i\xi)(3-i\xi)^2) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{6(36-\xi^2)(4-i\xi)}{(3+i\xi)(3-i\xi)} \right] \right. \\ & \left. * (1-z_2)^{-1} F_1 \left(1, -4-i\xi; 4-i\eta; 4-i\xi; z_2, \frac{z_1-z_1}{z_1-1} \right) \right\} \\
 & + \frac{1}{(3+i\xi)^3} \left\{ \begin{aligned} & + \frac{72\xi i}{(3+i\xi)(3-i\xi)} (3i\xi^3 + 7\xi^2 + 72i\xi + 36) + 24(42 - 11\xi i) - \frac{24}{3+i\xi} (-47\xi^2 - 55i\xi + 72) \\ & + \frac{12}{(3+i\xi)^2} (16 - 5\xi^2)(-\xi^2 + i\xi - 72) + \frac{36i\xi}{(3+i\xi)(3-i\xi)} \\ & * ((-\xi^2 + i\xi - 72)(6\xi^2 + i\xi + 54) - 2(3+i\xi)^2(4-i\xi)(3-i\xi)) * (1-z_2)^{-2} \end{aligned} \right\} (1-z_2)^{-2}
 \end{aligned}
 \tag{III.68}$$

tandis que (III.62) donne :

$$\begin{aligned}
 T_{23} = & - (3^9 \cdot 2^{26} \cdot \eta^{14})^{\frac{1}{2}} \xi^{12} e^{\frac{\pi \eta}{2}} (\eta^2 - \xi^2)^{-5} (3+i\xi)^{-7} \left(\frac{\eta-\xi}{\eta+\xi} \right)^{i\eta} \left(\frac{(9+\eta^2)(\eta^4 + 5\eta^2 + 4)}{Sh \pi \eta} \right)^{\frac{1}{2}} (1-z_2)^{-3-i\eta} (1-z_1)^{\eta-4} \\
 & \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{3-i\xi}{(5-i\xi)(3+i\xi)^2} * F_1 \left(1; -2-i\xi; 4-i\eta; 6-i\xi; z_2, \frac{z_1-z_2}{z_1-1} \right) - \frac{1}{(3-i\xi)^2} F_1 \left(1; -4-i\xi; 4-i\xi; 4-i\xi; z_2, \frac{z_1-z_2}{z_1-1} \right) \right. \\ & \left. + \left[\frac{6}{(3+i\xi)^2(3-i\xi)} + \frac{(\xi^2 + 3i\xi + 18)}{(3+i\xi)^4} + \frac{3(-\xi^2 + 9i\xi + 18)}{(3+i\xi)^2(3-i\xi)^2} + \frac{48(-2\xi^2 + 3i\xi - 9)}{(3+i\xi)^4(3-i\xi)} - \frac{6}{(3+i\xi)^5(3-i\xi)^2} \right] * \right. \\ & \left. \left\{ -3(i\xi - 4)(\xi^2 + 9)(3+i\xi) - (7\xi^2 + 3i\xi + 72)(3\xi^2 + 49i\xi + 171) \right\} - \frac{-3i\xi}{(3+i\xi)^4(3-i\xi)^3} \right. \\ & \left. \left[4 \left[3(-\xi^2 + i\xi - 6)(5\xi^2 + 6i\xi + 27) + (7i\xi + 12) * (3+i\xi)(-\xi^2 - 9) \right] \xi^2 (-3\xi^2 + 2i\xi + 12) + 9(-4\xi^2 + 2i\xi - 21) \right] \right. \\ & \left. + 3(5-i\xi)(-\xi^2 - 9)(3+i\xi)(-5\xi^2 + 3i\xi - 36)(-\xi^2 + i\xi - 6) \right\} * (1-z_2)^{-1} \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}
 \tag{III.69}$$

Nous examinons le deuxième cas :

III.1.2.4.2.b : Absorption d'un photon au voisinage du seuil de photoionisation

Dans ce cas :

$$\left| \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right| > 1 \text{ correspondant à } x < 1,261$$

Le développement (III.46) des fonctions d'Appell contenues dans (III.67), (III.68) et (III.69) diverge par rapport à $\chi = \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1}$ et on est en dehors du cercle de convergence unité associé.

En outre :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \chi = \frac{2\eta}{\xi + \eta} \cdot \frac{\xi + 3i}{\eta + 3i} \rightarrow 1 - i ;$$

Ce point n'est pas situé sur le cercle de convergence $|\chi| = 1$.

Nous procédons alors au prolongement analytiques des fonctions d'Appell $F_1(a, b_1, b_2, c_1, z_2, \chi)$ qui apparaissent dans (III.67); (III.68) et (III.69) à l'aide de leur développement Taylorien autour du point $\chi = -\frac{3}{4}i$ pris arbitrairement à l'intérieur du cercle de convergence $|\chi| < 1$ de telle manière que tout intervalle d'énergies correspondant à

$$6507,34 \text{ \AA} < \lambda < 8205,75 \text{ \AA} \text{ soit couvert.}$$

On utilise alors le développement (III.53) des fonctions d'Appell contenues dans (III.67); (III.68) et (III.69) pour effectuer les calculs numériques. On peut remarquer que dans les deux cas; T_{01} , T_{21} et T_{23} se présentent toutes sous forme complexe.

Nous abordons maintenant le seuil :

III.12.4.3 : Seuil d'ionisation par absorption de deux photons : réalité de T_{01} ; T_{21} et T_{23}

En vertu de (III.36) : $\eta \rightarrow \infty$ soit $x = \frac{1}{2} (+0)$

$$\lambda = 16411,5 \text{ \AA} \text{ et } \xi = 3\sqrt{2}$$

Utilisant le développement (III.54) et considérant les relations (III.55') et (III.55'') dans les expressions (III.60); (III.61) et (III.62) on obtient dans ces conditions :

$$\begin{aligned}
T_{01} = & -(3^3 \cdot 2^{15} \cdot \xi^{16})^{\frac{1}{2}} e^{-2\xi} (3 + \xi)^{-6} (3 - \xi)^{-1} * \left\{ \frac{18 \cdot \xi^2}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^2} (2\xi^4 - 3\xi^3 - 18\xi^2 + 27\xi - 216) * \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(3 - \xi)}{(3 - \xi + m)} \right. \\
(4)_m \times & \frac{z_2^m}{m!} {}_1F_1(-m, 4, 4\xi) - \frac{12 \cdot \xi^2}{(1 - \xi)(3 + \xi)^3} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(1 - \xi)}{(1 - \xi + m)} (4)_m \frac{z_2^m}{m!} {}_1F_1(-m, 4, 4\xi) \\
+ \sum_{m=0}^{\infty} & (4)_m \frac{z_2^m}{m!} {}_1F_1(-m, 4, 4\xi) \left(\frac{12 \cdot \xi^2}{(3 - \xi)(3 + \xi)^2} (13\xi^3 - 19\xi^2 + 243\xi + 18) + \frac{6\xi^2}{(3 + \xi)^3 (3 - \xi)} (5\xi^2 + 3\xi - 36) \right. \\
\times & (-10\xi^2 - 45\xi + 198) + \frac{27\xi^2}{2(3 + \xi)^3} [(\xi - 2)(\xi^2 - \xi - 30) + 4(9 - \xi^2)(4\xi + 54)] + \frac{12}{(3 + \xi)^2} \\
\times & (8\xi^4 - 48\xi^3 - 18\xi^2 + 405\xi - 567) - \frac{9\xi}{(3 + \xi)^4 (3 - \xi)} \left\{ 18\xi(\xi - 2)(3 + \xi)^2 (3 - \xi) + (5\xi^2 + 3\xi - 36) \right\} - \frac{\xi}{2(3 - \xi)(3 + \xi)^4} \\
\left\{ 2(3 + \xi)(\xi^2 - 18) * (5\xi^2 + 3\xi - 36) + 3\xi(\xi - 9) \right\} & \left\{ 6(\xi - 2)(\xi - 3)(3 + \xi)^2 + (5\xi^2 + 3\xi - 36) * (23\xi^2 + 15\xi - 162) \right\} \\
+ \frac{3\xi}{(3 + \xi)(3 - \xi)^3} & \left\{ 3(3\xi^3 - \xi^2 + 5\xi - 15) + (\xi^2 - 18)(4\xi^3 - 12\xi^2 - 72\xi + 217) \right\} + \frac{72\xi^3}{(3 - \xi)^3} (-\xi^2 + 18\xi + 9) \\
+ \frac{12\xi^2}{(3 + \xi)(3 - \xi)^3} & \left[3(11\xi^2 + 6\xi + 18)(\xi^2 + 5\xi + 6) + (3 + \xi)(9 - \xi^2)(25\xi + 3) \right] - \frac{\xi}{2(3 + \xi)^3 (3 - \xi)^5} \\
* \left\{ 3\xi \left[27(5\xi^2 + 3\xi - 36)(4\xi^3 - 4\xi^2 - 11\xi - 6)(2\xi^3 - 2\xi^2 - 9) + 3(\xi^2 - 9)(25\xi^3 - 28\xi^2 - 270) - 2 \right] \right. \\
& \left. * (9 - \xi^2)^2 (5\xi^2 + 3\xi - 36) * (20\xi^2 - 12\xi - 69) \right. \\
& \left. + (3 - \xi)(5\xi^2 + 3\xi - 36)^2 (4\xi^3 - 4\xi^2 - 11\xi - 6) \right\} \\
+ \frac{12\xi^2}{(3 - \xi)^2} (8\xi^2 + 69\xi + 180) - & \frac{3\xi^2}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^5} \left[(2\xi^3 + 15\xi^2 - 9\xi - 162)(2\xi^3 + 3\xi^2 - 18\xi - 27) - (9 - \xi^2)^2 \right] \\
+ \frac{18\xi}{(3 + \xi)^2} \left\{ 40(-\xi^2 + 3\xi + 22) - \frac{6}{(3 + \xi)(3 - \xi)^2} \right. & \left. \left[(9 - \xi^2)(5\xi^3 - 22\xi^2 - 51\xi + 180) + 6(2 - \xi) * \right] \right. \\
& \left. (-3\xi^4 - 2\xi^3 + 48\xi^2 + 18\xi - 189) \right\} - 120\xi \\
* (5\xi^2 - 4\xi - 15) - \frac{240}{3 + \xi} \cdot \xi * (2\xi^2 + \xi - 15) + \frac{3\xi}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^2} & \left[2(3 + \xi)^2 (3 - \xi)(\xi^2 + 12\xi - 33) - 3(\xi^2 - \xi - 6) \right] + \\
- \frac{3\xi}{(3 + \xi)^4 (3 - \xi)^3} \left\{ 4 \left[-3(\xi^2 + \xi - 6)(5\xi^2 - 6\xi - 27) + (7\xi + 12)(3 + \xi) * (\xi^2 - 9) \right] * \right. & \left. \left[\frac{-\xi^2(3\xi^2 + 2\xi + 12) + 9}{(4\xi^2 + 2\xi - 21)} \right] \right. \\
& \left. + 3(5 - \xi) * (\xi^2 - 9)(3 + \xi)(\xi^2 + \xi - 6)(5\xi^2 + 3\xi - 36) \right\}
\end{aligned}$$

1

(III.70)

alors que :

$$T_{21} = (3 \cdot 2^{25} \cdot \xi^{18})^{\frac{1}{2}} e^{-2\xi} (3 + \xi)^6 (3 - \xi)^{-1} \times \left\{ \left[-\frac{\xi}{(4 - \xi)(3 - \xi)^2} \times \left(\frac{(3 - \xi)^2}{(4 - \xi)(3 + \xi)^2} \left(\frac{6(36 + \xi^2)}{3 + \xi} + \frac{5\xi(3 - \xi)(27 - \xi^2)}{(3 + \xi)^2} \right) + 5\xi(4 - \xi) \right] \right. \right. \\ \left. \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(3 - \xi)(4 - \xi)(8)_m}{(3 - \xi + m)(4 - \xi + m)} \frac{z_2^m}{m!} {}_1F_1(-m, 8, 4\xi) \right. \\ \left. + \left[-\frac{(3 - \xi)^2}{(3 + \xi)^2} (5\xi(27 - \xi^2)(3 - \xi) + 6(3 - \xi)) \right] \right. \\ \left. - \frac{5\xi}{(3 + \xi)^2} ((4 - \xi)(27 - \xi^2) + (7 - 2\xi)(3 - \xi)^2) \right. \\ \left. + \frac{6(\xi^2 + 36)(4 - \xi)}{(3 + \xi)(3 - \xi)} \right] \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{3 - \xi(4)_m}{3 - \xi + m} \frac{z_2^m}{m!} {}_1F_1(-m, 4, 4\xi) \left. \right\} \\ + \left\{ -\frac{72 \cdot \xi}{(3 + \xi)(3 - \xi)} (3\xi^3 + 7\xi^2 - 72\xi - 36) + 24(42 - 11\xi) - \frac{24}{3 + \xi} * (47\xi^2 - 55\xi + 72) + \frac{12}{(3 + \xi)^2} \right. \\ \left. * (5\xi^2 + 16)(\xi^2 + \xi - 72) + \frac{36\xi}{(3 + \xi)(3 - \xi)} ((\xi^2 + \xi - 72)(-6\xi^2 + \xi + 54) - 2(3 + \xi)^2(4 - \xi)(3 - \xi)) \right\} \\ \times \frac{\sum_{m=0}^{\infty} (8)_m \frac{z_2^m}{m!} {}_1F_1(-m, 8, 4\xi)}{(3 + \xi)^3} \left. \right\} \quad \text{(III.71)}$$

tandis que :

$$T_{23} = -(3^9 \cdot 2^{27} \cdot \xi^{24})^{\frac{1}{2}} e^{-2\xi} (3 + \xi)^{-7} \times \left\{ \left[\frac{3 - \xi}{(5 - \xi)(3 + \xi)^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{5 - \xi}{5 - \xi + m} (8)_m \frac{z_2^m}{m!} {}_1F_1(-m, 8, 4\xi) - \frac{1}{(3 - \xi)^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{3 - \xi}{3 - \xi + m} \right. \right. \\ \left. \cdot (8)_m \frac{z_2^m}{m!} {}_1F_1(-m, 8, 4\xi) \right. \\ \left. + \left[\frac{6}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)} + \frac{(-\xi^2 + 3\xi + 18)}{(3 + \xi)^4} + \frac{3(\xi^2 + 9\xi + 18)}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)^2} + \frac{48(2\xi^2 + 3\xi - 9)}{(3 + \xi)^4(3 - \xi)} \right] \right. \\ \left. + \left[-\frac{6}{(3 + \xi)^5(3 - \xi)^2} \times (-3\xi^2 + 49\xi + 71) \right] \right. \\ \left. \times \sum_{m=0}^{\infty} (8)_m \frac{z_2^m}{m!} {}_1F_1(-m, 8, 4\xi) \right. \\ \left. \right\} \quad \text{(III.72)}$$

On remarquera que (III.70) , (III.71) et (III.72) sont toujours réels, utilisant (III.36) ainsi que le développement de la fonction hypergéométrique confluente qui y apparaît, permettent d'effectuer les calculs numériques de T_{01} , T_{21} et T_{23} .

Nous examinons maintenant le dernier état à savoir l'état excité 3d.

III.1.3 : Etat excité 3d

Dans ce cas, l'ensemble des canaux de (II.14) sont ouverts :

$$d \rightarrow f \rightarrow \in g \quad (1)$$

$$d \rightarrow f \rightarrow \in d \quad (2)$$

$$d \rightarrow p \rightarrow \in d \quad (3)$$

$$d \rightarrow p \rightarrow \in s \quad (4)$$

Cela entraîne l'apparition des phases (II.7)

$\delta_2 = \arg \Gamma (3 - i\eta)$; $\delta_4 = \arg \Gamma (5 - i\eta)$; $\delta_0 = \arg \Gamma (1 - i\eta)$ ainsi que les amplitudes de transitions radiales : $T_{1,0}$, $T_{1,2}$, $T_{3,2}$, $T_{3,4}$ dans (II.15) et (II.17) ; dont la détermination définit complètement les sections efficaces différentielles (II.29) et (II.33) ainsi que les sections efficaces totales (II.37) et (II.38). En vertu des propriétés de la fonction Gamma Γ , on déduit que :

$$e^{i(\delta_2 - \delta_0)} = \frac{2 - \eta^2}{(\eta^4 + 5\eta^2 + 4)^{1/2}} - i \frac{3\eta}{(\eta^4 + 5\eta^2 + 4)^{1/2}}$$

$$e^{i(\delta_0 - \delta_4)} = \frac{\eta^4 - 35\eta^2 + 24}{\left((\eta^4 - 35\eta^2 + 24)^2 + 100\eta^2(5 - \eta^2)^2\right)^{1/2}} + i \frac{10\eta(5 - \eta^2)}{\left((\eta^4 - 35\eta^2 + 24)^2 + 100\eta^2(5 - \eta^2)^2\right)^{1/2}}$$

$$e^{i(\delta_2 - \delta_4)} = \frac{12 - \eta^2}{(\eta^4 + 25\eta^2 + 144)^{1/2}} + i \frac{7\eta}{(\eta^4 + 25\eta^2 + 144)^{1/2}}$$

(III.73)

III.1.3.1 : Calcul explicite de $T_{1,0}$

On explicite (III.5) pour $\lambda = 1$; $L = 0$; $n = 3$; $l = 2$

En vertu de (Erdélyi (1953))

$$M_{3,5/2}(r') = e^{-r'/2} r'^3 \quad (III.74)$$

Et tenant compte de la même procédure : III.1.1.1.a ; III.1.1.1.b et III.1.1.1.c ; on obtient :

$$T_{10} = \sqrt{\frac{2^{20} \cdot 3^7 \cdot \xi^{14} \cdot \eta^{11}}{5\pi}} e^{\frac{\pi\eta}{2}} |\Gamma(1 - i\eta)| \left(\frac{\eta + i\xi}{\eta - i\xi}\right)^{i\eta} (\eta^2 + \xi^2)^3 (3 + \xi)^{-7} * (3 - \xi)^{-1} \left\{ -\frac{\xi^3}{(3 - \xi)^2 (2 - \xi)} \right.$$

$$\left. \left[\frac{2 - \xi}{(3 + \xi)^2} (-3\xi^3 + 14\xi^2 + 81\xi + 72) + 3\xi(3 - \xi) \right] * F_1(2 - \xi; 3 - i\eta; 3 + i\eta; 4 - \xi; z_1, z_2) + \right.$$

$$\left. \left[(3\xi^3 - 47\xi^2 + 126\xi - 72) + \frac{(2 - \xi)(3 - \xi)}{(3 + \xi)^2} * (-3\xi^3 + 14\xi^2 + 81\xi + 72) \right] F_1\left(\frac{2 - \xi}{3 + \xi}; 3 - i\eta; 3 + i\eta; 3 - \xi; z_1, z_2\right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{2^4 \cdot 3 \cdot \xi^3 (7\xi^2 - 45)}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^2} + \frac{24 \cdot \xi^2}{(3 + \xi)^3 (3 - \xi)^3} [2(9 - \xi^2)(8\xi^2 + 63) + \xi(9 - 7\xi)(7\xi^2 - 45)] \right. \\
& + \left. \frac{12 \cdot \xi (7\xi - 9)}{(3 + \xi)^3 (3 - \xi)^3} [9\xi^3(4\xi - 9) + (\xi^2 - 18)] [22\xi^2 - 45\xi - 18] + \frac{12 \cdot \xi^2}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^2} (9(7\xi^2 - 9) + 4(\xi + 9)) \right. \\
& + \left. \frac{36 \cdot \xi}{(3 + \xi)^3 (3 - \xi)^2} [\xi(7\xi^2 - 45)(13\xi - 2) + 4(\xi^2 - 9)] - \frac{18 \cdot \xi^2}{(3 + \xi)^3} (17\xi^2 - 9\xi + 45) - \frac{6}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)} \right. \\
& \left. \times (\xi^4 + \xi^2 - 18) - \frac{36 \cdot 7}{(3 + \xi)^3} (11\xi^4 + 9\xi^3 + 7\xi^2 - 9\xi - 18) + \frac{3 \cdot \xi^3}{(3 + \xi)^3 (3 - \xi)^2} (4\xi^2 + 9)(2\xi^2 - 15\xi - 9) \right\} \\
& \times (1 - z_1)^{\eta-3} (1 - z_2)^{-\eta-3} \}
\end{aligned}
\tag{III.75}$$

III.1.3.2 : Calcul explicite de $T_{1,2}$

On explicite (III.5) pour $\lambda = 1$; $L = 2$; $n = 3$ et $l = 2$

Tenant compte de (III.74) et considérant la même procédure de calcul : III.1.1.1.a ; III.1.1.1.b ; et III.1.1.1.c ; nous obtenons :

$$\begin{aligned}
T_{1,2} = & -\sqrt{\frac{2^{20} \cdot 3^6 \cdot \eta^{11} \cdot \xi^{20}}{5\pi}} e^{-\frac{\pi\eta}{2}} |\Gamma(3 - i\eta)| \left(\frac{\eta + i\xi}{\eta - i\xi} \right)^{i\eta} (\eta^2 + \xi^2)^{-4} * (3 + \xi)^{-6} \\
& \left\{ \frac{\xi(2\xi - 9)}{(4 - \xi)(3 + \xi)^2} F_1(4 - \xi; 3 - i\eta; 3 + i\eta; 5 - \xi; z_1; z_2) + \frac{10 \cdot \xi^2}{(2 - \xi)(3 - \xi)^2} F_1(2 - \xi; 3 - i\eta; 3 + i\eta; 3 - \xi; z_1; z_2) \right. \\
& + \left. \frac{1}{(3 + \xi)(3 - \xi)} \left[\frac{3\xi}{(3 - \xi)^2} * (10\xi^2 - 91\xi - 81) + \frac{54}{(3 + \xi)^3 (3 - \xi)} \left\{ \xi(\xi - 2)(-36\xi^2 + 5\xi + 339) - 3\xi(5 - \xi) \right\} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{\xi(3 - \xi)}{(3 + \xi)^2} (17\xi + 183) + \frac{36\xi}{(3 + \xi)^2} (37\xi - 93) \right] \right\} \\
& \times (1 - z_1)^{\eta-3} (1 - z_2)^{-\eta-3}
\end{aligned}
\tag{III.76}$$

III.1.3.3. Calcul explicite de $T_{3,2}$

On explicite (III.5) pour $\lambda = 3$; $L = 2$; $n = 3$ et $l = 2$;

Tenant compte de (III.74) et considérant la même procédure de calculs nous obtenons :

$$\begin{aligned}
T_{3,2} = & \sqrt{\frac{2^{30} \cdot 3^6 \cdot \xi^{22} \cdot \eta^{15}}{5\pi}} e^{-\frac{\pi\eta}{2}} |\Gamma(3 - i\eta)| (\eta^2 + \xi^2)^5 \left(\frac{\eta + i\xi}{\eta - i\xi} \right)^{i\eta} (3 + \xi)^{-10} * (3 - \xi)^{-1} \\
& \left\{ \frac{\xi}{5 - \xi} \left[\frac{5 - \xi}{4 - \xi} [(\xi^2 - 18)(120 - 31\xi) + 9\xi(2\xi^2 - 10\xi + 7)] + \left(\frac{3 - \xi}{3 + \xi} \right)^2 \right. \right. \\
& \left. \left. [9\xi(-2\xi^2 + 10\xi + 7) + 2(\xi^2 - 18)(7\xi - 60)] + \frac{7\xi(9 - 2\xi)(3 - \xi)^2}{4 - \xi} \right] F_1(4 - \xi; 5 - i\eta; 5 + i\eta; 5 - \xi; z_1; z_2) \right. \\
& + \left. \frac{\xi}{(5 - \xi)^2} \left(\frac{3 - \xi}{3 + \xi} \right)^2 \left[\frac{9\xi(-2\xi^2 - 10\xi - 7) + 2(\xi^2 - 18)(60 - 7\xi)}{(4 - \xi)} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{7\xi(3 + \xi)^2(5 - \xi)}{(4 - \xi)} \right] F_1(4 - \xi; 5 - i\eta; 5 + i\eta; 6 - \xi; z_1; z_2) \right. \\
& \left. + \frac{3^4 \cdot 8(4\xi - 15)}{(3 + \xi)} (1 - z_1)^{\eta-5} (1 - z_2)^{-\eta-5} \right\}
\end{aligned}
\tag{III.77}$$

et enfin

III.1.3.4 : Calcul explicite de $T_{3,4}$

On explicite (III.5) pour $\lambda = 3$; $L = 4$; $n = 3$ et $l = 2$;

En vertu de (III.74) et considérant la même procédure de calculs ; on obtient :

$$T_{3,4} = -\sqrt{\frac{2^{32} \cdot 3^9 \cdot \xi^{26} \cdot \eta^{15}}{5\pi}} |\Gamma(5 - i\eta)| e^{\frac{\pi\eta}{2}} (\eta^2 + \xi^2)^{-6} \left(\frac{\eta + i\xi}{\eta - i\xi}\right)^{i\eta} * (3 + \xi)^{-9} \\ \left\{ \begin{aligned} & \frac{3\xi(3 - \xi)}{(6 - \xi)(3 + \xi)^2} F_1(6 - \xi; 5 - i\eta; 5 + i\eta; 7 - \xi; z_1; z_2) - \frac{\xi}{(4 - \xi)(3 + \xi)} F_1(4 - \xi; 5 - i\eta; 5 + i\eta; 5 - \xi; z_1; z_2) \\ & - \frac{72}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)} (1 - z_1)^{\eta-5} (1 - z_2)^{-\eta-5} \end{aligned} \right\} \quad (III.78)$$

ξ, η, z_1 et z_2 sont les mêmes celles définies dans (III.33').

T_{10} ; T_{12} ; T_{32} ; ainsi $T_{3,4}$; apparaissent bien sous forme analytique comme combinaison de trois fonctions hypergéométriques d'Appell dont l'une est dégénérée. $F_1(\alpha, \beta, \beta_2, \alpha, z_1; z_2)$

III.1.3.5 : Calculs analytiques et numériques.

Nous explicitons la dépendance des amplitudes de transitions dipolaires T_{10} ; T_{12} ; T_{32} et T_{34} par rapport à la longueur d'onde du rayonnement incident en assurant la convergence des fonctions hypergéométriques d'Appell à développer. Pour le cas particulier d'absorption d'un photon au-dessus du seuil photoélectrique, nous devons procéder au prolongement analytique de ces fonctions.

Cela étant, nous déterminons les coefficients de distribution angulaire a, b, c, a', b', c' ; ; les sections efficaces totales $\frac{\sigma_{3d}}{I}$ et $\frac{\sigma'_{3d}}{I}$; leurs rapports $\frac{\sigma'_{3d}}{\sigma_{3d}}$ et traçons les courbes de dispersions en

fonction de la longueur d'onde λ . Nous traçons aussi les courbes de distribution angulaire pour certains longueurs d'ondes caractéristiques de lasers.

Nous commençons l'étude par :

III.1.3.5.1 Entre les deux seuils d'absorption à N = 1 et N = 2 photons : convergence de F₁ ; réalité de T₁₀ ; T₁₂ ; T₃₂ T₃₄

Pour des énergies de photons incidents compris entre le seuil d'ionisation par deux photons et celui de photo ionisation correspondant à l'intervalle

$$\frac{1}{2} < x < 1 \text{ soit } 8205.75 \text{ \AA} < \lambda < 16.411.5 \text{ \AA}$$

d'après (III.35) ξ et η sont réels.

Par suite, en vertu de (III.38) et de la condition :

$$|z_2| = |z_1| < 1 ;$$

On est alors à l'intérieur des cercles de convergence unité associés à la fonction hypergéométrique d'Appell F₁($\alpha, \beta_1, \beta_2, \gamma, z_1^*, z_2$) ; laquelle est développable en série double convergente des deux variables z_1^*, z_2 .

On utilise le développement (III.39) pour effectuer les calculs numériques.

Par ailleurs :

$$|\Gamma(5-i\eta)| = \sqrt{\frac{\pi\eta}{Sh \pi\eta}} [(\eta^4 + 5\eta^2 + 4)(\eta^4 + 25\eta^2 + 144)]^{1/2} \quad (\text{III.79})$$

et en vertu de (III.40) , il vient :

à partir de (III.75) :

$$T_{10} = \sqrt{\frac{2^{20} \cdot 3^7 \cdot \xi^{14} \cdot \eta^{12}}{5}} \frac{e^{i(\frac{\pi}{2} - \varphi)\eta}}{(Sh \pi\eta)^{1/2}} (\eta^2 + \xi^2)^3 (3 + \xi)^{-7} (3 - \xi)^{-1} \times$$

$$\left\{ -\frac{\xi^3}{(3 - \xi)^2 (2 - \xi)} \left[\left[\frac{2 - \xi}{(3 + \xi)^2} (-3\xi^3 + 14\xi^2 + 81\xi + 72) + 3\xi(3 - \xi) \right] * F_1(2 - \xi; 3 - i\eta; 3 + i\eta; 4 - \xi; z_1^*, z_2) \right. \right.$$

$$\left. + \left[(3\xi^3 - 47\xi^2 + 126\xi - 72) + \frac{(2 - \xi)(3 - \xi)}{(3 + \xi)^2} (-3\xi^3 + 14\xi^2 + 18\xi + 72) \right] \right.$$

$$\left. \times F_1(2 - \xi; 3 - i\eta; 3 + i\eta; 3 - \xi; z_1^*, z_2) \right\}$$

$$+ \left\{ \frac{2^4 \cdot 3 \cdot \xi^3 (7\xi^2 - 45)}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^2} + \frac{24 \cdot \xi^2}{(3 + \xi)^3 (3 - \xi)^2} [2(9 - \xi^2)(8\xi^2 - 63) + \xi(9 - 7\xi)(7\xi^2 - 45)] + \frac{12 \cdot \xi (7\xi - 9)}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^2} \right.$$

$$\left. + \left[9\xi^3 (4\xi - 9) + (\xi^2 - 18)(22\xi^2 - 45\xi - 18) \right] + \frac{12\xi^2}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^2} (9(7\xi^2 - 9) + 4(\xi + 9)) + \frac{36 \cdot \xi}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^2} \right.$$

$$\left. + \left[\xi(7\xi^2 - 45)(13\xi - 21) + 4(\xi^2 - 9) \right] - \frac{18 \cdot \xi^2}{(3 + \xi)^3} (17\xi^2 - 9\xi + 45) - \frac{6}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)} (\xi^4 + \xi^2 - 18) - \frac{36 \cdot 7}{(3 + \xi)^3} \right.$$

$$\left. \times (11\xi^4 + 9\xi^3 + 7\xi^2 - 9\xi - 18) + \frac{3 \cdot \xi^3}{(3 + \xi)^3 (3 - \xi)^2} (4\xi^2 + 9)(2\xi^2 - 15\xi - 9) \right\}$$

$$\times (1 - z_1^*)^{\eta-3} (1 - z_2)^{-\eta-3}$$

(III.80)

à partir de (III.76)

$$T_{12} = -\sqrt{\frac{2^{20} \cdot 3^6 \cdot \xi^{20} \cdot \eta^{12}}{5}} e^{\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)\eta} \left(\frac{\eta^4 + 5\eta^2 + 4}{Sh \pi \eta}\right)^{1/2} (\eta^2 + \xi^2)^4 (3 + \xi)^6$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\xi(2\xi - 9)}{(4 - \xi)(3 + \xi)^2} F_1(4 - \xi; 3 - i\eta; 3 + i\eta; 3 - \xi; z_2^*, z_2) + \frac{10\xi^2}{(2 - \xi)(3 - \xi)^2} F_1(2 - \xi; 3 - i\eta; 3 + i\eta; 3 - \xi; z_2^*, z_2) \\ & + \frac{1}{(3 + \xi)(3 - \xi)} \\ & \times \left[\frac{3\xi}{(3 - \xi)^2} * (10\xi^2 - 91\xi - 81) + \frac{54}{(3 + \xi)^3(3 - \xi)} \left\{ \xi(\xi - 2)(-36\xi^2 + 5\xi + 339) - 3\xi(5 - \xi) \right\} - \frac{\xi(3 - \xi)}{(3 + \xi)^2} \right] \\ & \times (17\xi + 183) + \frac{36\xi}{(3 + \xi)^2} (37\xi - 93) \\ & \times (1 - z_2^*)^{\eta-3} (1 - z_2)^{-i\eta-3} \end{aligned} \right\}$$

(III.81)

à partir de (III.77)

$$T_{3,2} = \sqrt{\frac{2^{30} \cdot 3^6 \cdot \xi^{22} \cdot \eta^{16}}{5}} e^{\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)\eta} \left(\frac{\eta^4 + 5\eta^2 + 4}{Sh \pi \eta}\right)^{1/2} (\eta^2 + \xi^2)^5 (3 + \xi)^{-10} * (3 - \xi)^{-1}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\xi}{5 - \xi} \left[\frac{5 - \xi}{4 - \xi} \left[(\xi^2 - 18)(120 - 31\xi) + 9\xi(2\xi^2 - 10\xi + 7) \right] + \left(\frac{3 - \xi}{3 + \xi} \right)^2 \left[9\xi(-2\xi^2 + 10\xi + 7) + 2(\xi^2 - 18) \right] \right] + \\ & \frac{7\xi(9 - 2\xi)(3 - \xi)}{(4 - \xi)} \end{aligned} \right\}$$

$$\times F_1(4 - \xi; 5 - i\eta; 5 + i\eta; 5 - \xi; z_2^*, z_2) + \frac{\xi}{(5 - \xi)^2} \left(\frac{3 - \xi}{3 + \xi} \right)^2$$

$$\times \left[9\xi(2\xi^2 - 10\xi - 7) \xi(\xi^2 - 18)(60 - 7\xi) - \frac{7\xi(3 + \xi^3)(5 - \xi)}{(4 - \xi)} \right] F_1(4 - \xi; 5 - i\eta; 5 + i\eta; 6 - \xi; z_2^*, z_2)$$

$$+ \frac{3^4 \cdot 8(4\xi - 15)}{(3 + \xi)} (1 - z_2^*)^{\eta-5} (1 - z_2)^{-i\eta-5}$$

(III.82)

1

et enfin à partir de (III.78) :

$$T_{3,4} = -\sqrt{\frac{2^{32} \cdot 3^9 \cdot \xi^{26} \cdot \eta^{16}}{5}} e^{\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)\eta} \left(\frac{(\eta^4 + 5\eta^2 + 4)(\eta^4 + 25\eta^2 + 144)}{Sh \pi \eta}\right)^{1/2} * (\eta^2 + \xi^2)^6 (3 + \xi)^{-9}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{3\xi(3 - \xi)}{(6 - \xi)(3 + \xi)^2} F_1(6 - \xi; 5 - i\eta; 5 + i\eta; 7 - \xi; z_2^*, z_2) - \frac{\xi}{(4 - \xi)(3 - \xi)} F_1(4 - \xi; 5 - i\eta; 5 + i\eta; 5 - \xi; z_2^*, z_2) - \\ & \frac{72}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)} (1 - z_2^*)^{\eta-5} (1 - z_2)^{-i\eta-5} \end{aligned} \right\}$$

(III.83)

(III.35) et (III.38) déterminent complètement la dépendance de T_{10} ; T_{12} ; T_{32} et T_{34} par rapport à λ ; tandis que (III.39) indique la réalité de T_{10} ; T_{12} ; T_{32} et T_{34} entre les deux seuils.

III.1.3.5.2. : Absorption d'un photon au-dessus du seuil de photo ionisation : formes complexes de T_{10} , T_{12} , T_{32} et T_{34} ;prolongement analytique de F_1

Pour les énergies des photons incidents au-dessus du seuil de photo ionisation correspondant à $x >$

1 ; soit $\lambda < 8205.75 \text{ \AA}$;

d'après (III.35)

η est réel mais (III.43) donne $\xi = i \bar{\xi}$ complexe .

En vertu des conditions (III.44) et (III.45) ; le développement (III.39) des fonctions d'Appell contenues dans (III.75) ; (III.76) ; (III.77) et (III.78) diverge par rapport à z_1 . Nous procédons alors pour z_1 au prolongement analytique de ces fonctions grâce à la transformation (III.46) ; la nouvelle expression de F_1 est à nouveau développable en série double des deux variables z_2 et $\frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1}$ à

l'intérieur des cercles de convergence unité associés :

$$|z_2| < 1 ; \quad \left| \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right| < 1$$

Deux cas sont à distinguer :

III.1.3.5.2.a : Absorption d'un photon au-delà du seuil de photo ionisation

$$\left| \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right| < 1 \text{ correspond à } x > 1,261$$

Soit $\lambda < 6507.34 \text{ \AA}$

Compte tenu de (III.43) et (III.46) ; il vient pour (III.75).

$$\begin{aligned}
T_{10} = & -i \sqrt{\frac{2^{20} \cdot 3^7 \cdot \eta^{12}}{5}} \cdot \xi^7 \cdot \frac{e^{\frac{\pi \eta}{2}}}{(Sh \pi \eta)^{1/2}} (\eta^2 - \xi^2)^{-3} (3 + i\xi)^{-7} (3 - i\xi)^{-1} * \left(\frac{\eta - \xi}{\eta + \xi} \right)^{17} (1 - z_2)^{-1-17} (1 - z_1)^{\eta-3} \\
& \left\{ \left[\frac{2i\xi}{(3+i\xi)^2} (3i\xi^3 - 14\xi^2 + 81i\xi + 72) + 3i\xi(3-i\xi) \right] F_1 \left(2; -2 - i\xi; 3 - i\eta; 4 - i\xi; z_2, \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right) + (1 - z_2)^{-1} \right. \\
& \left. \left[(-3i\xi^3 + 47\xi^2 + 126i\xi - 72) + \frac{(2-i\xi)(3-i\xi)}{(3+i\xi)^2} (3i\xi^3 - 14\xi^2 + 81i\xi + 72) \right] \right. \\
& \left. \times F_1 \left(1; -3 - i\xi; 3 - i\eta; 3 - i\xi; z_2, \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right) + \right. \\
& \left. \left[i \frac{2^4 \cdot 3 \cdot \xi^3 (7\xi^2 + 45)}{(3+i\xi)^2 (3-i\xi)^2} + \frac{24 \cdot \xi^2}{(3+i\xi)^3 (3-i\xi)^3} [2(9 + \xi^2)(8\xi^2 + 63) + i\xi(9 - 7i\xi)(7\xi^2 + 45)] + i \right. \right. \\
& \left. \frac{12 \cdot \xi (7i\xi - 9)}{(3+i\xi)^3 (3-i\xi)^3} [-9i\xi^3(4i\xi - 9) + (\xi^2 + 18)(22\xi^2 + 45i\xi + 18)] + i \frac{12\xi}{(3+i\xi)^2 (3-i\xi)^2} \right. \\
& \left. (-9i\xi(7\xi^2 + 9) + 4i\xi(i\xi + 9)) - i \frac{36\xi}{(3+i\xi)^3 (3-i\xi)^2} [i\xi(7\xi^2 + 45)(13i\xi - 21) + 4(\xi^2 + 9)] \right\} (1 - z_2)^{-2} \left. \right\} \\
& + \frac{18\xi^2}{(3+i\xi)^3} (-17\xi^2 - 9\xi i + 45) - \frac{6}{(3+i\xi)^2 (3-i\xi)} (\xi^4 - \xi^2 - 18) + \frac{252}{(3+i\xi)^3} \\
& \times (-11\xi^4 + 9i\xi^3 + 7\xi^2 + 9i\xi + 18) + \frac{3i\xi^3}{(3+i\xi)^3 (3-i\xi)^2} (-4\xi^2 + 9)(2\xi^2 + 15i\xi + 9)
\end{aligned}$$

(III.84)

(III.76) donne :

$$\begin{aligned}
T_{12} = & \sqrt{\frac{2^{20} \cdot 3^6 \cdot \eta^{12}}{5}} \cdot \xi^{10} e^{\frac{\pi \eta}{2}} \left(\frac{\eta^4 + 5\eta^2 + 4}{Sh \pi \eta} \right)^{1/2} (\eta^2 - \xi^2)^{-4} (3 + i\xi)^{-6} \left(\frac{\eta - \xi}{\eta + \xi} \right)^{17} \times (1 - z_2)^{-2-17} (1 - z_1)^{\eta-3} \\
& \left\{ \frac{i\xi(2i\xi - 9)}{(4-i\xi)(3+i\xi)^2} F_1 \left(1; -1 - i\xi; 3 - i\eta; 5 - i\xi; z_2, \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right) - \frac{10\xi^2}{(2-i\xi)(3-i\xi)^2} F_1 \left(1; -3 - i\xi; 3 - i\eta; 3 - i\xi; z_2, \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right) \right. \\
& \left. + \frac{(1 - z_2)^{-1}}{(3+i\xi)(3-i\xi)} \times \left[\begin{aligned} & -\frac{3i\xi}{(3-i\xi)^2} (10\xi^2 + 91i\xi + 81) + \frac{54}{(3+i\xi)^3 (3-i\xi)} \\ & [i\xi(i\xi - 2)(36\xi^2 + 5i\xi + 339) - 3i\xi(5 - i\xi)(-8\xi^2 + 6i\xi - 63)] - \frac{i\xi(3 - i\xi)}{(3+i\xi)^2} \end{aligned} \right] \right. \\
& \left. \times (17i\xi + 183) + \frac{36i\xi}{(3+i\xi)^2} (37i\xi - 93) \right\}
\end{aligned}$$

(III.85)

(III.77) donne :

$$\begin{aligned}
T_{3,2} = & -i \sqrt{\frac{2^{30} \cdot 3^6 \cdot \eta^{16}}{5}} \xi^{11} e^{\frac{\pi \eta}{2}} \left(\frac{\eta^4 + 5\eta^2 + 4}{Sh \pi \eta} \right)^{1/2} (\eta^2 - \xi^2)^5 (3 + i\xi)^{10} * (3 - i\xi)^1 \left(\frac{\eta - \xi}{\eta + \xi} \right)^{17} * (1 - z_2)^{-3-\eta} \\
& (1 - z_1)^{\eta-5} \left\{ \frac{i\xi}{5 - i\xi} \left[\frac{5 - i\xi}{4 - i\xi} [-(\xi^2 + 18) * (120 - 31i\xi) + 9i\xi(-2\xi^2 - 10i\xi + 7)] + \left(\frac{3 - i\xi}{3 + i\xi} \right)^2 \right. \right. \\
& \left. \left. \left[9i\xi(2\xi^2 + 10i\xi + 7) - 2(\xi^2 + 18)(7i\xi - 60) \right] + \frac{7i\xi(9 - 2i\xi)(3 - i\xi)^2}{4 - i\xi} \right] \right\} (1 - z_2)^{-4} \\
& \times F_1 \left(1; -5 - i\xi; 5 - i\eta; 5 - i\xi; z_2, \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right) + \frac{i\xi}{(5 - i\xi)^2} \left(\frac{3 - i\xi}{3 + i\xi} \right)^2 \left[\frac{-9i\xi(2\xi^2 + 10i\xi + 7) - 2(\xi^2 + 18)(60 - 7i\xi)}{4 - i\xi} \right] \\
& \times F_1 \left(2; -4 - i\xi; 4 + 5 - i\eta; 6 - i\xi; z_2, \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right) + \frac{3^4 \cdot 8(4i\xi - 15)}{3 + i\xi} (1 - z_2)^{-2} \} \\
\end{aligned} \tag{III.86}$$

et enfin (III.78) donne :

$$\begin{aligned}
T_{3,4} = & -i \sqrt{\frac{2^{32} \cdot 3^9 \cdot \eta^{16}}{5}} \xi^{13} e^{\frac{\pi \eta}{2}} (\eta^2 - \xi^2)^6 \left(\frac{\eta - \xi}{\eta + \xi} \right)^{17} (3 + i\xi)^9 \left(\frac{\eta^4 + 5\eta^2 + 4}{Sh \pi \eta} \right)^{1/2} (\eta^4 + 25\eta^2 + 144)^{1/2} (1 - z_2)^{-4-\eta} \\
& (1 - z_1)^{\eta-5} \left\{ \frac{3i\xi(3 - i\xi)}{(6 - i\xi)(3 + i\xi)^2} * F_1 \left(1; -3 - i\xi; 5 - i\eta; 7 - i\xi; z_2, \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right) - \frac{i\xi}{(4 - i\xi)(3 - i\xi)} \right\} \\
& \left\{ \times F_1 \left(1; -5 - i\xi; 5 - i\eta; 5 - i\xi; z_2, \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right) - \frac{72}{(3 + i\xi)^2(3 - i\xi)} (1 - z_2)^{-1} \right\} \\
\end{aligned} \tag{III.87}$$

Nous examinons le deuxième cas :

III.1.3.5.2.b : Absorption d'un photon au voisinage du seuil de photo ionisation ;

Dans ce cas

$$\left| \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1} \right| > 1 \text{ correspondant à } x < 1,261$$

Le développement (III.46) des fonctions d'Appell contenu dans (III.84) ; (III.85) ; (III.86) et (III.87) diverge par rapport à $\chi = \frac{z_1 - z_2}{z_1 - 1}$ et on est en dehors du cercle de convergence unité associé.

En outre le point

$$\lim_{x \rightarrow 1} \chi = \frac{2\eta}{\xi + \eta} \cdot \frac{\xi + 3i}{\eta + 3i} \rightarrow 1 - i$$

n'est pas situé sur le cercle de convergence $|\chi| = 1$. Nous procédons alors au prolongement analytique des fonctions d'Appell $F(a, b_1, b_2, c, z_2, \chi)$ qui apparaisse dans (III.84) ; (III.85) ;

(III.86) et (III.87) à l'aide de leur développement Taylorien autour du point $\chi_0 = -3/4$ i pris arbitrairement à l'intérieur du cercle de convergence $|\chi| = 1$ de telle manière que tout intervalle d'énergie correspondant à

$$6507.34 \overset{0}{A} < \lambda < 8205.75 \overset{0}{A} \text{ soit couvert.}$$

On utilise alors le développement (III.53) des fonctions d'Appell contenues des (III.84) ; (III.85) ; (III.86) ; et (III.87) pour effectuer les calculs numériques.

On peut noter que dans les deux cas : T_{10} ; T_{12} ; T_{32} et T_{34} sont toutes complexes.

Nous abordons maintenant le seuil .

III.1.3.5.3 : Seuil d'ionisation par absorption de deux photons : réalité de T_{10} ; T_{12} ; T_{32} ; T_{34} .

En vertu de (III.36) : $\eta \rightarrow \infty$ soit $x = 1/2(+0) \lambda = 16.411,5 \overset{0}{A}$ et . $\xi = 3\sqrt{2}$

Utilisant le développement (III.54) et considérant des relations (III.55') et (III.55'') dans les expressions (III.80), (III.81) ; (III.82) et (III.83) ; permettent d'obtenir dans ces conditions

$$T_{10} = \left(\frac{2^{21} \cdot 3^7 \cdot \xi^{14}}{5} \right)^{1/2} e^{-2\xi} (3 + \xi)^{-7} (3 - \xi)^{-1}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & - \frac{\xi^3}{(3 - \xi)^2 (2 - \xi)} \times \left\{ \left[\frac{2 - \xi}{(3 + \xi)} (-3\xi^3 + 14\xi^2 + 81\xi + 72) + 3(3 - \xi) \right] \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(3 - \xi)(2 - \xi)}{(3 - \xi + m)(2 - \xi + m)} (6)_m \cdot \frac{z_2^m}{m!} \right. \\ & \times {}_1F_1(-m, 6, 4\xi) + \left[(3\xi^3 - 47\xi^2 + 126\xi - 72) + \frac{(2 - \xi)(3 - \xi)}{(3 + \xi)^2} (-3\xi^3 + 14\xi^2 + 18\xi + 72) \right] \\ & \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2 - \xi}{2 - \xi + m} (6)_m \cdot \frac{z_2^m}{m!} {}_1F_1(-m, 6, 4\xi) \left. \right\} + \left\langle \frac{2^4 \cdot 3 \cdot \xi^3 (7\xi^2 - 45)}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^2} + \frac{24 \cdot \xi^2}{(3 + \xi)^3 (3 - \xi)^3} \right\rangle \times \\ & \left[2(9 - \xi^2)(8\xi^2 - 63) + \xi(9 - 7\xi)(7\xi^2 - 45) \right] + \frac{12 \cdot \xi (7\xi - 9)}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^3} \times \\ & \left[9\xi^3(4\xi - 9) + (\xi^2 - 18)(22\xi^2 - 45\xi - 18) \right] + \frac{12 \xi^2}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^2} (9(7\xi^2 - 9) + 4(\xi + 9)) \\ & + \frac{36 \xi}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)^2} [\xi(7\xi^2 - 45)(13\xi - 21) + 4(\xi^2 - 9)] - \frac{18 \xi^2}{(3 + \xi)^3} (17\xi^2 - 9\xi + 45) - \\ & \frac{6(\xi^4 + \xi^2 - 18)}{(3 + \xi)^2 (3 - \xi)} - \frac{36 \cdot 7}{(3 + \xi)^3} (11\xi^4 + 9\xi^3 + 7\xi^2 - 9\xi - 18) + \frac{3 \cdot \xi^3}{(3 + \xi)^3 (3 - \xi)^2} (4\xi^2 + 9) \\ & \times (2\xi^2 - 15\xi - 9) \left. \right\} \\ & \times \sum_{m=0}^{\infty} (6)_m \cdot \frac{z_2^m}{m!} {}_1F_1(-m, 6, 4\xi) \end{aligned} \right.$$

(III.88)

$$\begin{aligned}
T_{12} = & - \left(\frac{2^{21} \cdot 3^6 \cdot 5^{20}}{5} \right)^{1/2} e^{-2\xi} (3 + \xi)^{-6} \\
& \left[\frac{\xi(2\xi - 9)}{(4 - \xi)(3 + \xi)^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{4 - \xi}{4 - \xi + m} (6)_m \frac{z_2^m}{m!} F_1(-m, 6, 4\xi) + \frac{10\xi^2}{(2 - \xi)(3 - \xi)^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2 - \xi}{2 - \xi + m} (6)_m \frac{z_2^m}{m!} \right. \\
& \times {}_1F_1(-m, 6, 4\xi) + \frac{1}{(3 + \xi)(3 - \xi)} \times \left. \left[\frac{3\xi}{(3 - \xi)^2} (10\xi^2 - 91\xi - 81) + \frac{54}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)} \right] \right. \\
& \times \left. \left[\begin{aligned} & \xi(\xi - 2)(-36\xi^2 + 5\xi + 339) - 3\xi(5 - \xi)(8\xi^2 + 6\xi - 63) + 2(3\xi - 7) \\ & \times (\xi^2 - 18) \\ & - \frac{\xi(3 - \xi)}{(3 + \xi)^2} (17\xi + 183) + \frac{36\xi}{(3 + \xi)^2} (37\xi - 93) \end{aligned} \right] \right. \\
& \left. \times \sum_{m=0}^{\infty} (6)_m \frac{z_2^m}{m!} F_1(-m, 6, 4\xi) \right]
\end{aligned} \tag{III.89}$$

$$\begin{aligned}
T_{32} = & \left(\frac{2^{31} \cdot 5^{22} \cdot 3^6}{5} \right)^{1/2} e^{-2\xi} (3 + \xi)^{-10} (3 - \xi)^{-1} \\
& \left\{ \frac{\xi}{5 - \xi} \left[\frac{5 - \xi}{4 - \xi} [(\xi^2 - 18)(120 - 31\xi) + 9\xi(2\xi^2 - 10\xi + 7)] + \left(\frac{3 - \xi}{3 + \xi} \right)^2 \right] \sum_{m=0}^{\infty} \frac{4 - \xi}{4 - \xi + m} (10)_m \frac{z_2^m}{m!} \right. \\
& \left. \left[9\xi(-2\xi^2 + 10\xi + 7) + 2(\xi^2 - 18)(7\xi - 60) \right] + \frac{7\xi(9 - 2\xi)(3 - \xi)^2}{(4 - \xi)} \right\} \\
& \times {}_1F_1(-m, 10, 4\xi) + \frac{\xi}{(5 - \xi)^2} \left(\frac{3 - \xi}{3 + \xi} \right)^2 \left[9\xi(2\xi^2 - 10\xi - 7) + 2(\xi^2 - 18)(60 - 7\xi) - \frac{7\xi(3 + \xi)(5 - \xi)}{(4 - \xi)} \right] \\
& \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(4 - \xi)(5 - \xi)}{(4 - \xi + m)(5 - \xi + m)} (10)_m \frac{z_2^m}{m!} F_1(-m, 10, 4\xi) + \frac{8 \cdot 3^4 (4\xi - 15)}{(3 + \xi)} \sum_{m=0}^{\infty} (10)_m \frac{z_2^m}{m!} F_1(-m, 10, 4\xi)
\end{aligned} \tag{III.90}$$

et enfin :

$$\begin{aligned}
T_{34} = & - \left(\frac{2^{33} \cdot 3^9 \cdot 5^{26}}{5} \right)^{1/2} e^{-2\xi} (3 + \xi)^{-9} \\
& \left\{ \frac{3\xi(3 - \xi)}{(6 - \xi)(3 + \xi)^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{6 - \xi}{6 - \xi + m} (10)_m \frac{z_2^m}{m!} F_1(-m, 10, 4\xi) - \frac{\xi}{(4 - \xi)(3 - \xi)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{4 - \xi}{(4 - \xi + m)} (10)_m \frac{z_2^m}{m!} \right. \\
& \left. \times {}_1F_1(-m, 10, 4\xi) - \frac{72}{(3 + \xi)^2(3 - \xi)} \sum_{m=0}^{\infty} (10)_m \frac{z_2^m}{m!} F_1(-m, 10, 4\xi) \right\}
\end{aligned} \tag{III.91}$$

On peut remarquer que (III.88) ; (III.89) ; (III.90) et (III.91) sont toujours réels. Utilisant (III.36) ainsi que le développement de la fonction hypergéométrique confluyente qui y apparaît permettent d'effectuer les calculs numériques de T_{10} ; T_{12} ; T_{32} et T_{34} .

Nous abordons maintenant l'étude de la distribution angulaire du premier processus multiphotonique d'ordre impair

III.2 : Cas N = 3 photons : étude de la distribution angulaire pour des photons linéairement ou circulairement polarisés.

Généralisant l'étude des processus d'absorption d'ordre deux faite au paragraphe II.1.1, nous démontrons qu'il est possible d'exprimer la distribution angulaire pour des processus d'ordre trois sous la forme caractéristique :

$$I(\theta) = a + b \cos^2\theta + c \cos^4\theta + d \cos^6\theta \quad (\text{III.92})$$

pour un état (n, l) , et un état de polarisation du rayonnement (linéaire ou circulaire) quelconques.

θ est l'angle entre la direction de polarisation ou de propagation du rayonnement incident et celle de l'électron émis (figures 1 et 2).

a, b, c, et d contiennent les éléments de matrice de transition ainsi que les écarts de phase entre les différents canaux ouverts.

La distribution angulaire s'obtient en déterminant le module de (II.13) et en sommant sur l'ensemble des sous-niveaux magnétiques initiaux m :

$$\text{Soit : } |K_{fl}^{(3)}|^2 \sim \sum_m |M_{l-3} + M_{l+1} + M_{l-1} + M_{l-3}|^2 \quad (\text{III.93})$$

pour la polarisation linéaire et

$$|K_{fl}^{(3)}|^2 \sim \sum_m |M'_{l+3} + M'_{l+1} + M'_{l-1} + M'_{l-3}|^2 \quad (\text{III.94})$$

pour la polarisation circulaire.

En vertu des expressions (II.40) ; (II.41) ; (II.42) ; (II.43) ; (II.45) ; (II.46) ; (II.47) ; (II.48) , les développements de (III.93) et (III.94) entraînent :

- des termes quadratiques,
- et des termes croisés qui peuvent être résolus en utilisant les relations de récurrence entre harmoniques sphériques (voir Appendice).

En plus des formules de sommations bien connues (II.25) ; (II.26) et (II.27) nous établissons :

$$\sum_m m^6 |Y_{lm}|^2 = \frac{2l+1}{8\pi} l(l+1) \left[\sin^2\theta + \frac{15}{4}(l+2)(l-1)\sin^4\theta + \frac{5}{8}(l+2)(l-1)(l-2)(l+3)\sin^6\theta \right] \quad (\text{III.95})$$

pour effectuer complètement les calculs.

Dans ces conditions, la distribution angulaire observée $\frac{1}{I^2} \frac{d\sigma_{nl}}{d\Omega}$, s'obtient dans le cas d'une cible atomique non polarisée dont le sous-niveaux magnétiques ont une population égale, en faisant la moyenne de $\left\{ \frac{1}{I^2} \frac{d\sigma_{nl}}{d\Omega} \right\}$, sur le nombre quantique magnétique m ;

(II.1) devient alors dans le cas de la :

III.2.1 Polarisation linéaire

III.2.1.a : Formule générale

$$\frac{1}{I^2} \frac{d\sigma_{nl}}{d\Omega} = \frac{1}{2l+1} \sum_m \frac{1}{I^2} \frac{d\sigma_{nlm}}{d\Omega} \quad (\text{III.96})$$

$$= \frac{4\pi^2 \alpha \alpha_0^2 \omega}{(2l+1)(2I_0)^2} \sum_{m=-l}^l \left(|M_{l+3}|^2 + |M_{l+1}|^2 + |M_{l-1}|^2 + |M_{l-3}|^2 + 2\text{Re}(M_{l+3}M_{l+1}^*) + 2\text{Re}(M_{l+3}M_{l-1}^*) \right. \\ \left. + 2\text{Re}(M_{l+3}M_{l-3}^*) + 2\text{Re}(M_{l+1}M_{l-1}^*) + 2\text{Re}(M_{l+1}M_{l-3}^*) + 2\text{Re}(M_{l-1}M_{l-3}^*) \right)$$

Où $\text{Re}(A^* B^*)$ désigne la partie réelle (AB^*)

$$\sum_m |M_{l+3}|^2 = \frac{E_3(l+1, l+2, l+3, l+3)}{(2l+1)(2l+3)^2(2l+5)^2(2l+7)} |T_{l+1, l+2, l+3}|^2 \quad (\text{III.97})$$

$$\sum_m |M_{l-3}|^2 = \frac{E_3(l, l-1, l-2, l-3)}{(2l-5)(2l-3)^2(2l-1)^2(2l+1)} |T_{l-1, l-2, l-3}|^2 \quad (\text{III.98})$$

$$\sum_m |M_{l-1}|^2 = \frac{E_3(l+1, l+1, l, l-1)}{(2l-1)(2l+3)^2(2l+1)^3} |T_{l+1, l, l-1}|^2 + \frac{E_3(l, l, l, l-1)}{(2l-1)^3(2l+1)^3} |T_{l-1, l, l-1}|^2 + |T_{l-1, l-2, l-1}|^2 \\ * \frac{E_3(l, l-1, l-1, l-1)}{(2l-1)^3(2l-3)^2(2l+1)} + \frac{2\text{Re}(T_{l+1, l, l-1}T_{l-1, l, l-1}^*)}{(2l+1)^3(2l-1)^2(2l+3)} E_3(l+1, l, l, l-1) + \frac{2\text{Re}(T_{l+1, l, l-1}T_{l-1, l-2, l-1}^*)}{(2l+1)^2(2l-3)(2l+3)(2l-1)^2} \\ * E_3(l+1, l, l-1, l-1) + \frac{2\text{Re}(T_{l-1, l, l-1}T_{l-1, l-2, l-1}^*)}{(2l-3)(2l-1)^2(2l+1)^2} E_3(l; l, l-1, l-1) \quad (\text{III.99})$$

$$\begin{aligned}
\sum_m |M_{l+1}|^2 &= \frac{E_3(l+1, l+1, l+1, l+1)}{(2l+1)^3(2l+3)^3} |T_{l+1, l, l+1}|^2 + \frac{E_3(l+2, l+2, l+1, l+1)}{(2l+1)(2l+3)^3(2l+5)^2} |T_{l+1, l+2, l+1}|^2 \\
&\quad + \frac{E_3(l+1, l, l, l+1)}{(2l+1)^3(2l+3)(2l-1)^2} |T_{l-1, l, l+1}|^2 + \frac{2\text{Re}(T_{l+1, l, l+1} T_{l+1, l+2, l+1}^*)}{(2l+1)^2(2l+3)^3(2l+5)} E_3(l+2, l+1, l+1, l+1) \\
&\quad + \frac{2\text{Re}(T_{l+1, l, l+1} T_{l-1, l, l+1}^*)}{(2l-1)(2l+1)^3(2l+3)^2} E_3(l+1, l+1, l, l+1) + \frac{2\text{Re}(T_{l+1, l+2, l+1} T_{l-1, l, l+1}^*)}{(2l-1)(2l+1)^2(2l+3)^2(2l+5)} E_3(l+2, l+1, l, l+1)
\end{aligned} \tag{III.100}$$

$$\begin{aligned}
2 \sum_m \text{Re}(M_{l-1} M_{l-3}^*) &= (-1) \\
&\times \left\{ \left(E_2'(l, l+1, l-2) - \frac{E_3(l, l+1, l-1, l-1)}{(2l-3)(2l-1)} - \frac{E_3(l, l+1, l-2, l-3)}{(2l-3)(2l-5)} \right) \frac{\text{Re}(e^{i(\delta_{l-1} - \delta_{l-3})} T_{l+1, l, l-1} T_{l-1, l-2, l-3}^*)}{(2l+1)^2(2l+3)(2l-1)} \right. \\
&\quad + \left(E_2'(l, l, l-2) - \frac{E_3(l, l, l-1, l-1)}{(2l-3)(2l-1)} - \frac{E_3(l, l, l-2, l-3)}{(2l-3)(2l-5)} \right) * \frac{\text{Re}(T_{l-1, l, l-1} T_{l-1, l-2, l-3}^* e^{i(\delta_{l-1} - \delta_{l-3})})}{(2l+1)^2(2l-1)^2} \\
&\quad \left. + \left(E_2'(l, l-1, l-2) - \frac{E_3(l, l-1, l-1, l-1)}{(2l-3)(2l-1)} - \frac{E_3(l, l-1, l-2, l-3)}{(2l-3)(2l-5)} \right) * \frac{\text{Re}(T_{l-1, l-2, l-1} T_{l-1, l-2, l-3}^* e^{i(\delta_{l-1} - \delta_{l-3})})}{(2l-3)(2l+1)(2l-1)^2} \right\}
\end{aligned} \tag{III.101}$$

$$\begin{aligned}
2 \sum_m \text{Re}(M_{l-1} M_{l-1}^*) &= - \left\{ \left(\frac{E_2'(l+1, l+1, l)}{(2l+1)^2(2l+3)^2} - \frac{E_3(l+1, l+1, l+1, l+1)}{(2l+3)^3(2l+1)^3} - \frac{E_3(l, l+1, l+1, l-1)}{(2l-1)(2l+1)^3(2l+3)^2} \right) \right. \\
&\quad \times \text{Re}(T_{l+1, l, l+1} T_{l+1, l, l-1}^* e^{i(\delta_{l-1} - \delta_{l-1})}) + \left(\frac{E_2'(l+1, l+2, l)}{(2l+1)(2l+3)^2(2l+5)} - \frac{E_3(l+1, l+1, l+2, l+1)}{(2l+1)^2(2l+3)^3(2l+5)} \right) \\
&\quad \times \text{Re}(T_{l+1, l+2, l+1} T_{l+1, l, l-1}^* e^{i(\delta_{l-1} - \delta_{l-1})}) + \left(\frac{E_2'(l, l+1, l)}{(2l-1)(2l+1)^2(2l+3)} - \frac{E_3(l, l+1, l+1, l+1)}{(2l-1)(2l+1)^3(2l+3)^2} \right) \\
&\quad \times \text{Re}(T_{l-1, l, l+1} T_{l-1, l, l-1}^* e^{i(\delta_{l-1} - \delta_{l-1})}) + \left(\frac{E_2'(l, l+1, l)}{(2l-1)^2(2l+1)^3(2l+3)} - \frac{E_3(l, l, l+1, l-1)}{(2l-1)^2(2l+1)^3(2l+3)} \right) \\
&\quad \times \text{Re}(T_{l-1, l+2, l+1} T_{l-1, l-2, l-1}^* e^{i(\delta_{l-1} - \delta_{l-1})}) + \left(\frac{E_2'(l-1, l+1, l)}{(2l-3)(2l-1)(2l+1)(2l+3)} - \frac{E_3(l-1, l+1, l+1, l+1)}{(2l-3)(2l-1)(2l+1)^2(2l+3)^2} \right) \\
&\quad \times \text{Re}(T_{l-1, l, l+1} T_{l-1, l, l-1}^* e^{i(\delta_{l-1} - \delta_{l-1})}) + \left(\frac{E_2'(l, l, l)}{(2l-1)^2(2l+1)^2} - \frac{E_3(l, l, l+1, l+1)}{(2l-1)^2(2l+1)^3(2l+3)} - \frac{E_3(l, l, l-1, l-1)}{(2l-1)^3(2l+1)^3} \right) \\
&\quad \times \text{Re}(T_{l-1, l, l+1} T_{l-1, l, l-1}^* e^{i(\delta_{l-1} - \delta_{l-1})}) + \left(\frac{E_2'(l, l-1, l)}{(2l-1)^2(2l+1)(2l-3)} - \frac{E_3(l, l-1, l+1, l+1)}{(2l-1)^2(2l+1)^2(2l-3)(2l+3)} - \frac{E_3(l, l, l-1, l-1)}{(2l-3)(2l-1)^3(2l+1)^2} \right) \\
&\quad \times \text{Re}(T_{l-1, l, l+1} T_{l-1, l-2, l-1}^* e^{i(\delta_{l-1} - \delta_{l-1})})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{E'_2(l, l+2, l)}{(2l-1)(2l+1)(2l+3)(2l+5)} - \frac{E_3(l, l+1, l+2, l+1)}{(2l-1)(2l+1)^2(2l+3)^2(2l+5)} - \frac{E_3(l, l, l+2, l-1)}{(2l-1)^2(2l+1)^2(2l+3)(2l+5)} \right) \\
& \times \operatorname{Re} \left(T_{l+1, l+2, l+1} T_{l-1, l, l-1}^* e^{i(\delta_{l+1} - \delta_{l-1})} \right) \\
& + \left(\frac{E'_2(l+1, l+2, l)}{(2l+1)(2l+3)^2(2l+5)} - \frac{E_3(l+1, l+1, l+2, l+1)}{(2l+1)^2(2l+3)^3(2l+5)} - \frac{E_3(l, l+1, l+2, l-1)}{(2l-1)(2l+1)^2(2l+3)^2(2l+5)} \right) \\
& \times \operatorname{Re} \left(T_{l+1, l+2, l+1} T_{l-1, l-2, l-1}^* e^{i(\delta_{l+1} - \delta_{l-1})} \right) \\
& \left(\frac{E'_2(l, l+1, l)}{(2l-1)(2l+1)^2(2l+3)} - \frac{E_3(l, l+1, l+1, l+1)}{(2l-1)(2l+1)^3(2l+3)^2} - \frac{E_3(l, l, l+1, l-1)}{(2l-1)^2(2l+1)^3(2l+3)} \right) \\
& \times \operatorname{Re} \left(T_{l-1, l+1} T_{l+1, l, l-1}^* e^{i(\delta_{l+1} - \delta_{l-1})} \right) \} \tag{III.102}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_m 2 \operatorname{Re} (M_{l+3} M_{l+1}^*) & = - \left\{ \left(\frac{E'_2(l+1, l+1, l+2)}{(2l+3)^2(2l+1)^2} - \frac{E_3(l+1, l+1, l+3, l+3)}{(2l+1)^2(2l+3)^2(2l+5)(2l+7)} - \frac{E_3(l+1, l+1, l+2, l+1)}{(2l+1)^2(2l+3)^3(2l+5)} \right) \right. \\
& \times \operatorname{Re} \left(T_{l+1, l+2, l+3} T_{l+1, l, l+1}^* e^{i(\delta_{l+3} - \delta_{l+1})} \right) + \left. \left(\frac{E'_2(l+1, l+2, l+2)}{(2l+1)(2l+3)^2(2l+5)} - \frac{E_3(l+1, l+2, l+3, l+3)}{(2l+1)(2l+3)^2(2l+5)^2(2l+7)} \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{E_3(l+1, l+2, l+2, l+1)}{(2l+1)(2l+3)^3(2l+5)^2} \right) \right. \\
& \times \operatorname{Re} \left(T_{l+1, l+2, l+3} T_{l+1, l, l+1}^* e^{i(\delta_{l+3} - \delta_{l+1})} \right) + \left. \left(\frac{E'_2(l, l+1, l+2)}{(2l-1)(2l+1)^2(2l+3)} - \frac{E_3(l, l+1, l+3, l+3)}{(2l-1)(2l+1)^2(2l+3)(2l+5)(2l+7)} \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{E_3(l, l+1, l+2, l+1)}{(2l-1)(2l+1)^2(2l+3)^2(2l+5)} \right) \right. \\
& \left. \times \operatorname{Re} \left(T_{l+1, l+2, l+3} T_{l-1, l, l+1}^* e^{i(\delta_{l+3} - \delta_{l+1})} \right) \right\} \tag{III.103}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum 2 \operatorname{Re} (M_{l+3} M_{l-3}^*) & = - \operatorname{Re} \left(T_{l+1, l+2, l+3} T_{l-1, l-2, l-3}^* e^{i(\delta_{l+3} - \delta_{l-3})} \right) \\
& \times \left\{ E''''(l, l) - \left(\frac{2l(l-1)-1}{(2l-3)(2l+1)} + \frac{2(l+1)(l+2)-1}{(2l+1)(2l+5)} \right) E''(l, l) - \frac{E''_1(l, l-1)}{(2l-1)(2l+1)} - \frac{E''_1(l+1, l+1)}{(2l+1)(2l+3)} + \right. \\
& \left. \frac{(2l+1)(l+2)-1(2l(l-1)-1)}{(2l-3)(2l+1)^2(2l+5)} * E'(l, l) - \left(\frac{2(l+1)(l+2)-1}{(2l+5)(2l+1)} + \frac{2l(l-1)-1}{(2l-3)(2l+1)} \right) \right. \\
& \times \left(\frac{E'_1(l, l-1)}{(2l-1)(2l+1)} + \frac{E'_1(l+1, l+1)}{(2l+1)(2l+3)} \right) - \left(\frac{(2l+1)(l+2)-1(2l(l-1)-1)}{(2l-3)(2l+1)^2(2l+5)} \right) \left(\frac{E_1(l, l-1)}{(2l-1)(2l+1)} + \frac{E_1(l+1, l+1)}{(2l+1)(2l+3)} \right) \\
& - \left(\frac{2}{(2l-3)(2l+1)} + \frac{2}{(2l+1)(2l+5)} \right) * E'_1(0, l) + 2 \left(\frac{2(l+1)(l+2)-1}{(2l-3)(2l+1)^2(2l+5)} + \frac{2l(l-1)-1}{(2l-3)(2l+1) * (2l+5)} \right) \\
& \times E'_1(0, l) + \left(\frac{2}{(2l-3)(2l+1)} + \frac{2}{(2l+1)(2l+5)} \right) * \left(\frac{E'_2(0, l, l-1)}{(2l-1)(2l+1)} + \frac{E'_2(0, l+1, l+1)}{(2l+1)(2l+3)} \right) - \\
& \left. \frac{2(2l+1)(l+2)+2l(l-1)-2}{(2l-3)(2l+1)^2(2l+5)} \left(\frac{E_2(0, l+1, l+1)}{(2l+1)(2l+3)} + \frac{E_2(0, l+1, l+1)}{(2l+1)(2l+3)} \right) + \frac{4}{(2l-3)(2l+1)^2(2l+5)} \right\}
\end{aligned}$$

$$\times \left(E'_2(0,0,l) - \frac{E_3(0,0,l+1,l+1)}{(2l+1)(2l+3)} - \frac{E_3(0,0,l,l-1)}{(2l-1)(2l+1)} \right) - \frac{2E'_2(l,l+1,l+1)}{(2l-1)(2l+1)^2(2l+3)} +$$

$$\frac{2(2(l+1)(l+2)-1)}{(2l-1)(2l+1)^3(2l+3)(2l+5)} E_2(l,l+1,l+1) + \frac{4E_3(0,l,l+1,l+1)}{(2l-1)(2l+1)^3(2l+3)(2l+5)} -$$

$$\frac{2E'_2(l,l+1,l-1)}{(2l-1)(2l+1)^2(2l+3)} + 2 \frac{2l(l-1)-1}{(2l-3)(2l-1)(2l+1)^3(2l+3)} E_2(l,l+1,l-1) +$$

$$\frac{4E_3(0,l,l+1,l-1)}{(2l-3)(2l-1)(2l+1)^3(2l+3)} + \frac{E'_2(l,l+1,l)}{(2l-1)(2l+1)^2(2l+3)} - \frac{E_3(l,l+1,l+1,l+1)}{(2l-1)(2l+1)^3(2l+3)^2} -$$

$$\left. \frac{E_3(l,l,l+1,l-1)}{(2l-1)^2(2l+1)^3(2l+3)} \right\}$$

(III.103')

$$\sum_m 2Re(M_{l+3} M_{l-1}^*) = \left(\begin{aligned} & \frac{E''_1(l+1,l+1)}{(2l+1)(2l+3)} + \frac{(2(l+2)(l+1)-1)^2}{(2l+1)^2(2l+5)^2} E_1(l+1,l+1) - \frac{2(2(l+1)(l+2)-1)}{(2l+1)^2(2l+5)(2l+3)} \\ & * E'_1(l+1,l+1) + \frac{4(2(l+2)(l+1)-1)}{(2l+5)^2(2l+1)^3(2l+3)} E_2(0,l+1,l+1) - \frac{4E'_2(0,l+1,l+1)}{(2l+5)(2l+1)^2(2l+3)} \\ & \frac{4E_3(0,0,l+1,l+1)}{(2l+5)^2(2l+1)^3(2l+3)} - \frac{E_3(l+1,l+2,l+3,l+3)}{(2l+1)(2l+3)^2(2l+5)^2(2l+7)} - \\ & \frac{E_3(l+1,l+1,l,l-1)}{(2l+1)^3(2l+3)^2(2l-1)} \end{aligned} \right)$$

$$\times Re(T_{l+1,l+2,l+3} T_{l-1,l,l-1}^* e^{i(\delta_{l+3} - \delta_{l-1})})$$

$$+ \left(\begin{aligned} & \frac{E''_1(l,l+1)}{(2l+1)(2l-1)} + \frac{(2(l+2)(l+1)-1)^2}{(2l+1)^3(2l+5)^2(2l-1)} E_1(l,l+1) - \frac{2(2(l+1)(l+2)-1)}{(2l+1)^2(2l-1)(2l+5)} E'_1(l,l+1) \\ & + \frac{4(2(l+2)(l+1)-1)}{(2l+5)^2(2l+1)^3(2l-1)} E_2(0,l,l+1) - \frac{4E'_2(0,l,l+1)}{(2l+1)^2(2l-1)(2l+5)} + \frac{4E_3(0,0,l,l+1)}{(2l+5)^2(2l+1)^3(2l-1)} - \\ & \frac{E_3(l,l+2,l+3,l+3)}{(2l+1)(2l-1)(2l+5)^2(2l+3)(2l+7)} - \frac{E_3(l,l+1,l,l-1)}{(2l+1)^3(2l+3)(2l-1)^2} \end{aligned} \right)$$

$$\times Re(T_{l+1,l+2,l+3} T_{l-1,l,l-1}^* e^{i(\delta_{l+3} - \delta_{l+1})})$$

$$+ \left(\begin{aligned} & \frac{E''_1(l-1,l+1)}{(2l-1)(2l-3)} + \frac{(2(l+2)(l+1)-1)^2}{(2l+1)^2(2l+5)^2(2l-1)(2l-3)} E_1(l-1,l+1) - \frac{2(2(l+2)(l+1)-1)}{(2l-1)(2l-3)(2l+1)(2l+5)} \\ & * E'_1(l-1,l+1) + \frac{4(2(l+1)(l+2)-1)}{(2l-1)(2l-3)(2l+5)^2(2l+1)^2} E_2(0,l-1,l+1) - \frac{4E'_2(0,l-1,l+1)}{(2l+5)(2l+1)(2l-1)(2l-3)} \\ & + \frac{4E_3(0,0,l-1,l+1)}{(2l-1)(2l-3)(2l+5)^2(2l+1)^2} - \frac{E_3(l-1,l+2,l+3,l+1)}{(2l-1)(2l-3)(2l+5)^2(2l+3)^2(2l+7)} - \\ & \frac{E_3(l-1,l+1,l,l-1)}{(2l+3)(2l+1)^2(2l-1)^2(2l-3)} \end{aligned} \right)$$

$$\times Re(T_{l+1,l+2,l+3} T_{l-1,l-2,l-1}^* e^{i(\delta_{l+3} - \delta_{l-1})})$$

(III.104)

$$\sum_m 2\text{Re}(M_{l+1} M_{l-3}^*) =$$

$$\left(\frac{E_1''(l+2, l-1)}{(2l+5)(2l+3)} + \frac{(2l(l-1)-1)^2}{(2l+5)(2l-3)^2(2l+1)^2(2l+3)} E_1(l+2, l-1) - \frac{2(2l(l-1)-1)}{(2l-3)(2l+1)(2l+5)(2l+3)} \right.$$

$$\times E_1'(l+2, l-1) + \frac{4(2l(l-1)-1)}{(2l+1)^2(2l-3)^2(2l+5)(2l+3)} E_2(0, l+2, l-1) - \frac{4E_2'(0, l+2, l-1)}{(2l-3)(2l+1)(2l+5)(2l+3)}$$

$$\left. \frac{4E_3(0, 0, l+2, l-1)}{(2l+1)^2(2l-3)^2(2l+5)(2l+3)} - \frac{E_3(l+2, l, l+1, l+1)}{(2l+5)(2l+3)^2(2l+1)^2(2l-1)} - \frac{E_3(l+2, l-1, l-2, l-3)}{(2l+5)(2l+3)(2l-1)(2l-3)^2(2l-5)} \right)$$

$$\times \text{Re}(T_{l+1, l+2, l+1} T_{l-1, l-2, l-3}^* e^{i(\delta_{l+1} - \delta_{l-3})})$$

$$+ \left(\frac{E_1''(l+1, l-1)}{(2l+1)(2l+3)} + \frac{(2l(l-1)-1)^2}{(2l-3)^2(2l+1)^3(2l+3)} E_1(l+1, l-1) - \frac{2(2l(l-1)-1)}{(2l-3)(2l+1)^2(2l+3)} E_1'(l+1, l-1) + \right.$$

$$\frac{4(2l(l-1)-1)}{(2l+1)^3(2l+3)(2l-3)^2} E_2(0, l+1, l-1) - \frac{4E_2'(0, l+1, l-1)}{(2l-3)(2l+1)^2(2l+3)} + \frac{4E_3(0, 0, l+1, l-1)}{(2l+1)^3(2l+3)(2l-3)^2}$$

$$\left. \frac{E_3(l+1, l, l+1, l+1)}{(2l+1)^3(2l+3)^2(2l-1)} - \frac{E_3(l+1, l-1, l-2, l-3)}{(2l+1)(2l+3)(2l-1)(2l-3)^2(2l-5)} \right)$$

$$\times \text{Re}(T_{l+1, l, l+1} T_{l-1, l-2, l-3}^* e^{i(\delta_{l+1} - \delta_{l-3})})$$

$$+ \left(\frac{E_1''(l, l-1)}{(2l+1)(2l-1)} + \frac{(2l(l-1)-1)^2}{(2l+1)^3(2l-1)(2l-3)^2} E_1(l, l-1) - \frac{2(2l(l-1)-1)}{(2l-3)(2l+1)^2(2l-1)} E_1'(l, l-1) + \right.$$

$$\frac{4(2l(l-1)-1)}{(2l+1)^3(2l-1)(2l-3)^2} E_2(0, l, l-1) - \frac{4E_2'(0, l, l-1)}{(2l-3)(2l+1)^2(2l-1)} + \frac{4E_3(0, 0, l, l-1)}{(2l+1)^3(2l-1)(2l-3)^2}$$

$$\left. \frac{E_3(l, l, l+1, l+1)}{(2l+1)^3(2l-1)^2(2l+3)} - \frac{E_3(l, l-1, l-2, l-3)}{(2l+1)(2l-1)^2(2l-3)^2(2l-5)} \right)$$

$$\times \text{Re}(T_{l-1, l, l+1} T_{l-1, l-2, l-3}^* e^{i(\delta_{l-1} - \delta_{l-3})})$$

(III.105)

Les différentes fonctions $E_i(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, l)$ sont définies dans l'Appendice où elles apparaissent sous la forme annoncée par (III.92).

La sommation terme à terme les expressions explicites correspondant aux coefficients angulaires a, b, c, et d des fonctions $E_i(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, l)$, permet d'aboutir aux expressions analytiques générales qui sont très longues, et ne sont pas données ici. La distribution observée a bien la forme annoncée (III.92).

Dans le cas du calcul de la section efficace totale (Maquet (1977)), tous les termes croisés $M_i * M_j^*$ ($i \neq j$) s'annulent du fait de l'orthogonalité des harmoniques sphériques; et seuls les termes quadratiques vont subsister. L'existence des termes croisés contenant des facteurs de phase, indique

que la section efficace différentielle est un outil plus sensible que la section efficace totale pour tester les théories.

Néanmoins, cette dernière peut être déduite indirectement à partir de (III.92) en exprimant $\cos^2 \theta$, $\cos^4 \theta$ et $\cos^6 \theta$ en fonction des polynômes de Legendre d'ordre pair : on obtient :

$$\frac{1}{I^2} \frac{d\sigma_{nl}}{d\Omega} = A + B P_2(\cos\theta) + C P_4(\cos\theta) + D P_6(\cos\theta) \quad (\text{III.106})$$

ou

$$\frac{1}{I^2} \frac{d\sigma_{nl}}{d\Omega} = \frac{1}{I^2} \frac{\sigma_{nl}}{4\pi} (1 + \beta_2 P_2 + \beta_4 P_4 + \beta_6 P_6)$$

L'intégration de cette expression dans toutes les directions de propagation l'électron émis entraîne :

$$\frac{1}{I^2} \sigma_{nl} = 4\pi A \quad (\text{III.107}).$$

où $A = a + \frac{b}{3} + \frac{c}{5} + \frac{d}{7}$.

Dans le but d'avoir une meilleure visibilité de ces expressions générales, nous considérons le cas particulier des états initiaux ns et np.

III.2.1.b : Application aux états ns

Dans le cas particulier d'une excitation de la cible atomique à partir des états ns ($l = 0$), seuls trois canaux de (III.39) sont ouverts pour le photoélectron :

$$s \rightarrow p \rightarrow d \rightarrow kf \quad (1)$$

$$s \rightarrow p \rightarrow d \rightarrow kp \quad (2)$$

$$s \rightarrow p \rightarrow s \rightarrow kp \quad (3)$$

On obtient les expressions explicites des coefficients angulaires en faisant seulement $l = 0$ dans (III.97), (III.100) et (III.103) ; d'où (III.92) donne :

$$\frac{1}{I^2} \frac{d\sigma_{no}}{d\Omega} = b \cos^2\theta + c \cos^4\theta + d \cos^6\theta \quad (\text{III.108})$$

où le terme isotrope a s'annule rigoureusement et :

$$b = \frac{\pi\alpha\omega_0^2}{4I_0^2} \left\{ \frac{9}{25}|T_{123}|^2 + \frac{1}{9}|T_{101}|^2 + \frac{16}{225}|T_{121}|^2 + \frac{8}{45} \text{Re}(T_{101}T_{121}^*) + \frac{2}{5} \text{Re}(e^{i(\delta_3-\delta_1)}T_{123}T_{101}^*) + \frac{8}{25} \text{Re}(e^{i(\delta_3-\delta_1)}T_{123}T_{101}^*) \right\} \quad (\text{III.109})$$

$$c = -\frac{\pi\alpha\omega_0^2}{4I_0^2} \left\{ \frac{6}{5}|T_{123}|^2 + \frac{2}{3} \text{Re}(e^{i(\delta_3-\delta_1)}T_{123}T_{101}^*) + \frac{8}{15} \text{Re}(e^{i(\delta_3-\delta_1)}T_{123}T_{121}^*) \right\} \quad (\text{III.110})$$

$$\text{et } d = \frac{\pi\alpha\omega_0^2}{4} |T_{123}|^2 \quad (\text{III.111})$$

Nous remarquons que tous les canaux contribuent au poids des coefficients b et c, alors que pour d, seul le canal 1 contribue. Ils interfèrent entre eux dans b tandis que dans c, les canaux 2/3 n'interfèrent pas.

(III.108) a été établie antérieurement par la première fois par (Lambropoulos (1972)) ; mais avec le vecteur polarisation contenu dans le plan (xy), impliquant ainsi une dépendance de la distribution en fonction de φ (angle entre l'axe x et la projection de la direction de l'électron éjecté) en plus de l'angle θ . Malheureusement, les expressions explicites correspondantes des coefficients n'ont pas été données pour permettre une comparaison.

Par ailleurs, du fait du terme isotrope nul, ce résultat est en total désaccord avec les résultats observés sur le Xénon (Fabre et *al* (1981)), sur le Sodium (Leuch et Smith (1982)) et sur le Césium (Dodhy et *al.* (1986)) montrant une distribution non nulle à $\theta = 90^\circ$ (angle entre la direction de polarisation du rayonnement et celle de l'électron émis)

En guise de test à nos résultats analytiques, nous déduisons à partir de (III.107), en relation avec (III.109), (III.110), (III.111) la section efficace totale : on obtient

$$\frac{1}{I^2} \sigma_{no} = \frac{\pi^2\alpha\omega_0^2}{I_0^2} \left\{ \frac{4}{175}|T_{123}|^2 + \frac{1}{27}|T_{101}|^2 + \frac{16}{675}|T_{121}|^2 + \frac{8}{135} \text{Re}(T_{101}T_{121}^*) \right\} \quad (\text{III.112})$$

expression identique à celle obtenue plus tôt et directement par Maquet (Maquet (1977)).

Suivant la même procédure, nous considérons le cas particulier des états np.

III.2.1.c : Application aux états initiaux np : apparition d'un terme isotrope

Si nous nous intéressons au cas d'une cible atomique non polarisée, excitée à partir des états initiaux $n, l = 1$ soit np, le nombre de canaux autorisés atteint six dans (II.39) :

$$p \rightarrow d \rightarrow f \rightarrow kg \quad (1')$$

$$p \rightarrow d \rightarrow p \rightarrow kd \quad (2')$$

$$p \rightarrow d \rightarrow f \rightarrow kd \quad (3')$$

$$p \rightarrow d \rightarrow p \rightarrow ks \quad (4')$$

$$p \rightarrow s \rightarrow p \rightarrow kd \quad (5')$$

$$p \rightarrow s \rightarrow p \rightarrow ks \quad (6')$$

En égard à (III.97) , (III.99) , (III.100) , (III.102), (III.103) et (III.104) dans lesquelles on fait $l = 1$, il vient pour (III .92) :

$$\frac{1}{I^2} \frac{d\sigma_{n1}}{d\Omega} = a + b \cos^2\theta + c \cos^4\theta + d \cos^6\theta \quad (III.113)$$

avec

$$a = \frac{\pi\alpha\alpha_0^2\omega}{12I_0^2} \left\{ \begin{aligned} & \frac{27}{5^2 7^2} |T_{234}|^2 + \frac{16}{3^3 5^2} |T_{210}|^2 + \frac{1}{3^3} |T_{010}|^2 + \frac{16}{3^3 5^2} |T_{212}|^2 + \frac{27}{5^2 7^2} |T_{232}|^2 + \frac{1}{27} |T_{012}|^2 + \frac{8}{3^3 5} \operatorname{Re}(T_{210} T_{010}^*) \\ & + \frac{2}{35} \operatorname{Re}(T_{232} T_{012}^*) + \frac{8}{5^2 7} \operatorname{Re}(T_{212} T_{232}^*) + \frac{8}{5 * 3^3} \operatorname{Re}(T_{212} T_{012}^*) + \frac{54}{5^2 7^2} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_4 - \delta_2)} T_{234} T_{232}^*) \\ & + \frac{2}{35} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_4 - \delta_2)} T_{234} T_{012}^*) + \frac{8}{7 * 5^2} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_4 - \delta_2)} T_{234} T_{212}^*) + \frac{8}{7 * 5^2} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_4 - \delta_0)} T_{234} T_{210}^*) \\ & + \frac{2}{35} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_4 - \delta_2)} T_{234} T_{010}^*) + \frac{32}{3^3 * 5^2} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_2 - \delta_0)} T_{212} T_{210}^*) + \frac{8}{7 * 5^2} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_0 - \delta_0)} T_{232} T_{210}^*) \\ & + \frac{2}{35} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_2 - \delta_0)} T_{232} T_{010}^*) + \frac{1}{3^3} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_2 - \delta_0)} T_{012} T_{010}^*) + \frac{4}{3^3 * 5} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_2 - \delta_0)} T_{012} T_{210}^*) \\ & + \frac{4}{3^3 * 5} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_2 - \delta_0)} T_{212} T_{010}^*) \end{aligned} \right\} \quad (III.114)$$

$$b = -\frac{\pi\alpha a_0^2\omega}{12I_0^2} \left\{ \begin{aligned} & -\frac{27}{7^2 * 5} |T_{234}|^2 + \frac{1}{45} |T_{212}|^2 - \frac{6}{7^2 5} |T_{232}|^2 + \frac{2}{9} |T_{012}|^2 + \frac{12}{35} \operatorname{Re}(T_{232} T_{012}^*) + \frac{16}{45} \operatorname{Re}(T_{212} T_{012}^*) \\ & - \frac{18}{5^2 7^2} \operatorname{Re}(T_{234} T_{232}^* e^{i(\delta_4 - \delta_2)}) + \frac{16}{45} \operatorname{Re}(T_{234} T_{012}^* e^{i(\delta_4 - \delta_2)}) + \frac{2}{25} \operatorname{Re}(T_{234} T_{232}^* e^{i(\delta_4 - \delta_2)}) \\ & + \frac{16}{35} \operatorname{Re}(T_{234} T_{210}^* e^{i(\delta_4 - \delta_0)}) + \frac{4}{7} \operatorname{Re}(T_{234} T_{010}^* e^{i(\delta_4 - \delta_0)}) + \frac{32}{3^2 * 5^2} \operatorname{Re}(T_{212} T_{210}^* e^{i(\delta_2 - \delta_0)}) \\ & + \frac{24}{5^2 * 7} \operatorname{Re}(T_{232} T_{210}^* e^{i(\delta_2 - \delta_0)}) - \frac{4}{45} \operatorname{Re}(T_{012} T_{010}^* e^{i(\delta_2 - \delta_0)}) + \frac{6}{35} \operatorname{Re}(T_{232} T_{010}^* e^{i(\delta_2 - \delta_0)}) \\ & - \frac{16}{3^2 * 5^2} \operatorname{Re}(T_{212} T_{010}^* e^{i(\delta_2 - \delta_0)}) - \frac{16}{3^2 * 5^2} \operatorname{Re}(T_{012} T_{210}^* e^{i(\delta_2 - \delta_0)}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.115})$$

$$c = \frac{\pi\alpha a_0^2\omega}{12I_0^2} \left\{ \begin{aligned} & -\frac{99}{5 * 7^2} |T_{234}|^2 + \frac{7}{3 * 5^2} |T_{212}|^2 + \frac{51}{5^2 * 7^2} |T_{232}|^2 + \frac{1}{3} |T_{012}|^2 + \frac{36}{70} \operatorname{Re}(T_{232} T_{012}) \\ & + \frac{36}{5^2 * 7} \operatorname{Re}(T_{212} T_{232}^*) + \frac{8}{15} \operatorname{Re}(T_{212} T_{012}^*) - \frac{6}{7^2} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_4 - \delta_2)} T_{234} T_{232}^*) + \frac{50}{21} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_4 - \delta_2)} T_{234} T_{012}^*) \\ & + \frac{4}{21} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_4 - \delta_2)} T_{234} T_{212}^*) + \frac{8}{15} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_4 - \delta_0)} T_{234} T_{210}^*) + \frac{2}{3} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_4 - \delta_0)} T_{234} T_{010}^*) \\ & - \frac{4}{15} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_2 - \delta_0)} T_{212} T_{010}^*) - \frac{4}{15} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_2 - \delta_0)} T_{012} T_{210}^*) - \frac{1}{3} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_2 - \delta_0)} T_{012} T_{010}^*) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.116})$$

$$d = \frac{\pi\alpha a_0^2\omega}{12I_0^2} \left\{ \frac{3}{7} |T_{234}|^2 - \frac{6}{35} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_4 - \delta_2)} T_{234} T_{232}^*) - 2 \operatorname{Re}(e^{i(\delta_4 - \delta_2)} T_{234} T_{012}^*) - \frac{2}{5} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_4 - \delta_2)} T_{234} T_{212}^*) \right\} \quad (\text{III.117})$$

On note que contrairement aux états initiaux ns, ici la distribution, est marquée par la présence d'un terme isotrope a. Du fait du nombre de canaux ouverts, le nombre de termes augmente pour atteindre vingt et un pour a, dix sept pour b, quinze pour c et seulement quatre pour d. Evidemment, le nombre de termes d'interférences augmentent aussi ; cependant les canaux 5' et 6' ne contribuent pas dans le poids de d.

Ces expressions analytiques seraient à notre connaissance, les premières à être établies même si celles correspondantes à la section efficace totale existaient déjà (Maquet (1977)).

En guise de test à nos résultats analytiques, nous déduisons à partir de (III.107) et en tenant compte de (III.114), (III.115), (III.116) et (III.117) la section efficace totale : il vient :

$$\frac{1}{I^2} \sigma_{nl} = \frac{\pi^2 \alpha \omega \alpha_0^2}{105 I_0^2} \left\{ \begin{aligned} & \frac{144}{105} |T_{234}|^2 + \frac{826}{675} |T_{212}|^2 + \frac{708}{525} |T_{232}|^2 + \frac{28}{27} |T_{012}|^2 + \frac{35}{27} |T_{010}|^2 + \frac{112}{135} |T_{210}|^2 \\ & + \frac{224}{135} \operatorname{Re}(T_{212} T_{012}^*) + \frac{576}{225} \operatorname{Re}(T_{212} T_{232}^*) + \frac{72}{45} \operatorname{Re}(T_{012} T_{232}^*) + \frac{56}{27} \operatorname{Re}(T_{010} T_{210}^*) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.118})$$

laquelle est identique à celle obtenue directement par Maquet (Maquet (1977)).

Nous établissons maintenant pour un état initial (n,l) quelconque, les expressions générales de la distribution angulaire dans le cas de la :

III.2.2 : Polarisation circulaire.

III.2.2.a : Formules générales

Tenant compte des Eqs (II.25), (II.26), (II.27), et (III.95) ; en relation avec les fonctions F_j ($\lambda_1, \lambda_2 - \lambda_6, l$) et les identités entre les harmoniques sphériques données dans l'Appendice, le développement de l'Eq (III.96) entraîne en vertu de (II.45), (II.46), (II.47) et (II.48) :

$$\begin{aligned} \frac{1}{I^2} \frac{d\sigma'_{nl}}{d\Omega} &= \frac{1}{2l+1} \sum_m \frac{1}{I^2} \frac{d\sigma'_{nlm}}{d\Omega} \\ &= \frac{4\pi^2 \alpha \omega \alpha_0^2}{(2l+1)(2I_0)^2} \sum_{m=-l}^l |M'_{l+3} + M'_{l+1} + M'_{l-1} + M'_{l-3}|^2 \end{aligned} \quad (\text{III.119})$$

$$= \frac{4\pi^2 \alpha \omega \alpha_0^2}{(2l+1)(2I_0)^2} \sum_{m=-l}^l \left(\begin{aligned} & |M'_{l+3}|^2 + |M'_{l+1}|^2 + |M'_{l-1}|^2 + |M'_{l-3}|^2 + 2\operatorname{Re}(M'_{l+3} M'^*_{l+1}) + \\ & 2\operatorname{Re}(M'_{l+3} M'^*_{l-1}) + 2\operatorname{Re}(M'_{l+3} M'^*_{l-3}) + 2\operatorname{Re}(M'_{l+1} M'^*_{l-1}) \\ & + 2\operatorname{Re}(M'_{l+1} M'^*_{l-3}) + 2\operatorname{Re}(M'_{l-1} M'^*_{l-3}) \end{aligned} \right) \quad (\text{III.120})$$

Où $\operatorname{Re}(A^* B)$ désigne la partie réelle de $(A^* B)$ avec :

$$\sum_m |M'_{l+3}|^2 = \frac{|T_{l+1,l+2,l+3}|^2}{8(2l+7)(2l+5)^2(2l+3)^2(2l+1)} F_6(l-2; l-1; l; l+1; l+2; l+3; l+3) \quad (\text{III.121})$$

$$\begin{aligned} \sum_m |M'_{l+1}|^2 &= \frac{1}{8(2l+3)(2l+1)} \left| \frac{T_{l-1,l,l+1}}{(2l+1)(2l-1)} + \frac{T_{l+1,l+2,l+1}}{(2l+5)(2l+3)} + \frac{T_{l+1,l,l+1}}{(2l+1)(2l+3)} \right|^2 \\ &\times F_6(-(l+3); -(l+2); l-2; l-1; l; l+1; l+1) \end{aligned} \quad (\text{III.122})$$

$$\sum_m |M'_{l-1}|^2 = \frac{1}{8(2l-1)(2l+1)} \left| \frac{T_{l+1,l,l-1}}{(2l+1)(2l+3)} + \frac{T_{l-1,l,l-1}}{(2l+1)(2l-1)} + \frac{T_{l-1,l-2,l-1}}{(2l-3)(2l-1)} \right|^2$$

$$\times F_6(-l+3, -(l+2), -(l+1), -l; l-2; l-1; l-1)$$

(III.123)

$$\sum_m |M'_{l-3}|^2 = \frac{|T_{l-1,l-2,l-3}|^2}{8(2l+1)(2l-5)(2l-3)^2(2l-1)^2} F_6(-l-1, -(l-2), -l; -(l+1), -(l+2), -(l+3); l-3)$$

(III.124)

$$2 \sum_m \operatorname{Re}(M'_{l+3} M'^*_{l+1}) = \left\{ \begin{aligned} & - \frac{F'_4(l-1, l, l+1, l+2, l+2)}{8(2l+3)(2l+1)} + \frac{F_6(-(l+3), -(l+2), l-2; l-1, l, l+1; l+1)}{8(2l+3)^2(2l+1)(2l+5)} \\ & + \frac{F_6(l-2; l-1; l; l+1; l+2, l+3, l+3)}{8(2l+1)(2l+3)(2l+5)(2l+7)} \end{aligned} \right\}$$

$$\times \operatorname{Re} \left\{ e^{i(\delta_{l+3} - \delta_{l+1})} T_{l+1, l+2, l+3} \left(\frac{T^*_{l-1, l, l+1}}{(2l+1)(2l-1)} + \frac{T^*_{l+1, l+2, l+1}}{(2l+5)(2l+3)} + \frac{T^*_{l+1, l, l+1}}{(2l+1)(2l+3)} \right) \right\}$$

(III.125)

$$2 \sum_m \operatorname{Re}(M'_{l+3} M'^*_{l-1}) = \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{8} F''_2(l, l+1, l+1) + (2l+1) \frac{F_6(l-2, l-1, l+1, l+2, l+3, l+3)}{8(2l+3)(2l+5)^2(2l+7)(2l+1)} + \\ & \frac{F_6(-(l+3), -(l+2), -(l+1), -l, l-2, l-1, l-1)}{8(2l-1)(2l+1)(2l+3)(2l+5)} - \frac{2F'_4(l-1, l, l+1; l+2; l+2)}{8(2l+1)(2l+5)} \\ & - \frac{2F'_4(l-1, l, l+2, l+1, l)}{8(2l+5)(2l+1)} + \frac{F_6(-(l+3), -(l+2), l-2, l-1, l, l+1, l+1)}{4(2l+5)^2(2l+1)^2} \end{aligned} \right\}$$

$$\times \operatorname{Re} \left\{ e^{i(\delta_{l+3} - \delta_{l-1})} T_{l+1, l+2, l+3} \left\{ \frac{T^*_{l+1, l, l-1}}{(2l+1)(2l+3)} + \frac{T^*_{l-1, l, l-1}}{(2l+1)(2l-1)} + \frac{T^*_{l-1, l-2, l-1}}{(2l-3)(2l-1)} \right\} \right\}$$

(III.126)

$$2 \sum_m \operatorname{Re}(M'_{l-1} M'^*_{l-1}) = \left\{ \begin{aligned} & - \frac{1}{8} F'_4(-(l+2), -(l+1); l-1, l, l) + \frac{1}{8(2l+1)(2l+3)} \\ & \times F_6(-(l+3), -(l+2); (l-2); l-1, l, l+1, l+1) + \frac{1}{8(2l+1)(2l-1)} \end{aligned} \right\} \operatorname{Re}(e^{i(\delta_{l-1} - \delta_{l-1})})$$

$$\times \left\{ \frac{T_{l-1, l, l+1}}{(2l+1)(2l-1)} + \frac{T_{l+1, l+2l+1}}{(2l+5)(2l+3)} + \frac{T_{l+1, l, l+1}}{(2l+1)(2l+3)} \right\} \left\{ \frac{T^*_{l+1, l, l-1}}{(2l+1)(2l+3)} + \frac{T^*_{l-1, l, l-1}}{(2l+1)(2l-1)} + \frac{T^*_{l-1, l-2, l-1}}{(2l-3)(2l-1)} \right\}$$

(III.127)

$$2 \sum_m \operatorname{Re}(M'_{l-1} M'^*_{l-3}) = \left(\begin{aligned} & \frac{F'_4(-l-1, -l, -(l+1), -(l+2), l-2)}{8(2l-1)(2l+1)} + \\ & \frac{F_6(-l, -(l+1), -(l+2), -(l+3), -(l-1), -(l-2), l-3)}{8(2l-1)(2l+1)(2l-3)(2l-5)} + \\ & \frac{F_6(-l, -(l+1), -(l+2), -(l+3), l-1, l-2, l-1)}{8(2l-1)^2(2l-3)(2l+1)} \end{aligned} \right) \operatorname{Re}(e^{i(\delta_{l-3} - \delta_{l-1})}) \\ \times T_{l-1, l-2, l-3} \left\{ \frac{T_{l+1, l, l-1}^*}{(2l+1)(2l+3)} + \frac{T_{l-1, l, l-1}^*}{(2l+1)(2l-1)} + \frac{T_{l-1, l-2, l-1}^*}{(2l-3)(2l-1)} \right\}$$

(III.128)

$$2 \sum_m \operatorname{Re}(M'_{l+1} M'^*_{l-3}) = \operatorname{Re} \left(e^{i(\delta_{l+1} - \delta_{l-3})} T_{l-1, l-2, l-3} \left(\frac{T_{l-1, l, l+1}^*}{(2l+1)(2l+5)} + \frac{T_{l+1, l, l+1}^*}{(2l+1)(2l+3)} + \frac{T_{l+1, l+2, l+1}^*}{(2l+3)(2l+5)} \right) \right) \\ \times \left(\begin{aligned} & - \frac{F'_4(-l-2, -l-1, l-1, l, l)}{4(2l+1)(2l+3)} - \frac{F'_4(-l-2, -l-1, -l, -l+1, l-2)}{4(2l+1)(2l-3)} + \frac{F''_2(-l-1, -l, l-1)}{8} \\ & + \frac{F_6(-l, -l-1, -l+1, -l+2, -l-2, -l-3, l-3)}{8(2l-5)(2l-3)(2l+1)(2l-1)} + \frac{F_6(-l-3, -l-2, -l, -l-1, l-2, l+1, l+1)}{4(2l+1)^2(2l-3)(2l-1)} \\ & + \frac{F_6(-l+3, -(l+2), (l-2), l-1, l+1, l+1)}{8(2l+1)(2l+3)(2l-1)(2l-3)} - \frac{F_6(-l, -(l+1), -(l+2), -(l+3), l-2, l-1, l-1)}{2(2l+1)^2(2l-3)^2(2l-1)} \end{aligned} \right)$$

(III.129)

$$2 \sum_m \operatorname{Re}(M'_{l+3} M'^*_{l-3}) = - \frac{\operatorname{Re}(e^{i(\delta_{l+3} - \delta_{l-3})} T_{l-1, l-2, l-3} T_{l+1, l+2, l+3}^*)}{8} * \left[-F''(l, l) + \frac{F_2(l, l+1, l+1)}{(2l+1)(2l+3)} + \frac{F_2(-l, -l-1, l-1)}{(2l-1)(2l+1)} \right] \\ + \frac{F'_4(l-1, l, l+2, l+1, l)}{(2l+5)(2l+1)} - \left(\frac{1}{(2l+1)(2l-1)(2l+3)} + \frac{4}{(2l+5)(2l-3)} \right) * \frac{F'_4(-l+1, -l, -l-1, -l-2, l-2)}{(2l+1)^2} \\ + \left(\frac{1}{(2l+3)(2l-1)} - \frac{4}{(2l-3)(2l+5)} \right) \frac{F'_4(l-1, l, l+1, l+2, l+2)}{(2l+1)^2} - \left(\frac{8l}{(2l+5)(2l-3)} + \frac{1}{(2l-1)} \right) \\ \times \frac{F'_4(-l-2, -l-1, l-1, l, l)}{(2l+1)^2(2l+3)} + \frac{2F''_2(-l-1, -l, l-1)}{(2l+1)(2l+5)} + \frac{2F_6(l-2, l-1, l, l+1, l+2, l+3, l+3)}{(2l+7)(2l+5)(2l+3)(2l-1)(2l+1)^2} + \\ + \frac{4F_6(l-2, l-1, l, l+1, -(l+3), -(l+2), l+2)}{(2l+1)^2(2l+3)(2l-1)(2l+5)} + \left(\frac{1}{(2l+1)^2(2l-1)(2l+3)} - \frac{(6l+7)}{(2l+1)^2(2l+5)(2l-1)(2l+3)} \right) \\ + \frac{8((2l+3)^2 + 2(6l+7))}{(2l-3)(2l+1)^2(2l+5)^2(2l+3)} \\ \times \frac{F_4(l-2, l-1, l, l+1, -l-3, -l-2, l+1)}{(2l+3)(2l+1)} + \left(\frac{2(6l+7)}{(2l-3)(2l+1)(2l+3)(2l+5)} + \frac{1}{(2l-1)(2l+3)(2l+1)} + \frac{4}{(2l+3)} \right) + \\ \frac{1}{(2l+1)(2l-1)^2(2l+3)} \\ \times \frac{F_6(-l, -l-1, -l-2, -l-3, l-2, l-1, l-1)}{(2l+1)^2(2l-1)} + \left(\frac{2}{(2l+5)(2l-1)^2(2l+3)(2l-3)} + \frac{4}{(2l+1)^2(2l+5)(2l-3)} \right) \\ + \frac{1}{(2l+1)^2(2l-1)^2(2l+3)} \\ \times \frac{F_6(-l-3, -l-2, -l-1, -l, -l+1, -l+2, l-3)}{(2l+1)(2l-5)(2l-3)}$$

(III.130)

La sommation terme à terme des expressions explicites des coefficients angulaires correspondant aux différentes fonctions $F_J(\lambda_1, -\lambda_6, l)$ définies en Appendice, permet d'obtenir les expressions générales qui sont très longues et ne sont pas données ici.

La distribution observée a bien la forme annoncée (II.92). Cependant nous préférons l'exprimer sous la forme équivalente :

$$\frac{1}{I^2} \frac{d\sigma'_{n,l}}{d\Omega} = a' + b' \sin^2 \theta + c' \sin^4 \theta + d' \sin^6 \theta \quad (\text{III.131})$$

Ici l'angle θ est l'angle entre la direction de propagation du rayonnement incident et celle du photoélectron émis (figure 2).

Dans le but d'avoir une meilleure visibilité de ces expressions générales, nous considérons le cas particulier des états initiaux ns et np.

III.2.2.b : Application aux états ns

Dans le cas particulier d'une excitation de la cible atomique à partir des états ns ($l = 0$), on obtient les expressions correspondantes en substituant $l = 0$ dans le second membre des Eqs (III.121), (III.122) et (III.125), ainsi (III.131) entraîne rigoureusement :

$$a' = 0, b' = 0 \text{ et } c' = 0$$

et

$$\frac{1}{I^2} \frac{d\sigma'_{n,0}}{d\Omega} = d' \sin^6 \theta \quad (\text{III.132})$$

$$d' = \frac{\pi\alpha\omega\alpha_0^2}{32I_0^2} |T_{123}|^2$$

Cette expression est un cas particulier de celles établies plus tôt par Lambropoulos (Lambropoulos (1972)) et indépendamment par Klarsfeld et Maquet (Klarsfeld et Maquet (1972)) pour des processus d'ordre N.

A partir de l'expression explicite du coefficient d de (III.111), on obtient :

$$d' = \frac{d}{8}$$

$$\frac{1}{I^2} \sigma'_{n0} = \frac{8\pi d}{35} \quad (\text{III.133})$$

On relève par ailleurs que seul le canal 1 apparaissant pour les états initiaux ns dans le cas de la polarisation linéaire est permise, puisque pour un rayonnement circulairement polarisé droit ou gauche, les canaux 2 et 3 sont fermés par la règle de sélection $\Delta m = \pm 1$

Même si la plupart des travaux (Gontier et al. (1986)) n'ont été effectués que pour les états ns, il nous semble d'un intérêt théorique particulier de traiter le cas où les états initiaux np sont considérés, en comparaison avec les expressions analytiques obtenues dans le cas de la polarisation linéaire et traités au III.2.1.c.

III.2.2.c : Application aux états initiaux np

Substituant $l = 1$ dans les Eqs (III.121), (III.122), (III.123), (III.125), (III.126) et (III.127), a' et b' s'annulent rigoureusement, et (III.131) s'écrit :

$$\frac{1}{I^2} \frac{d\sigma'_{n1}}{d\Omega} = c' \sin^4 \theta + d' \sin^6 \theta \quad (\text{III.134})$$

où

$$c' = \frac{\pi\alpha\alpha_0^2\omega}{12I_0^2} \left\{ \frac{27}{196} |T_{234}|^2 + \frac{3}{4} \left| \frac{T_{012}}{3} + \frac{T_{232}}{35} + \frac{T_{212}}{15} \right|^2 - \frac{9}{4} \operatorname{Re} \left(e^{i(\delta_4 - \delta_2)} T_{234} \left(\frac{T_{012}^*}{3} + \frac{T_{232}^*}{35} + \frac{T_{212}^*}{15} \right) \right) \right\} \quad (\text{III.135})$$

$$d' = \frac{\pi\alpha\alpha_0^2\omega}{12I_0^2} \left\{ \frac{3}{56} |T_{234}|^2 + \frac{3}{4} \operatorname{Re} \left(e^{i(\delta_4 - \delta_2)} T_{234} \left(\frac{T_{012}^*}{3} + \frac{T_{232}^*}{35} + \frac{T_{212}^*}{15} \right) \right) \right\} \quad (\text{III.136})$$

Ces expressions seraient, à notre connaissance, les premières à être établies. Nous notons, comme le coefficient d obtenu dans le cas de la polarisation linéaire, que les canaux 4' et 6' sont interdits et de grandes simplifications surviennent dans les interprétations.

En guise de test à ces résultats analytiques, nous déduisons à partir de (III.135), (III.136) et sous une forme équivalente (III.107) :

$$A' = 4\pi \left(a' + \frac{2}{3} b' + \frac{8}{15} c' + \frac{16}{35} d' \right)$$

La section efficace totale s'écrit alors :

$$\frac{1}{I^2} \sigma'_{n1} = \frac{\pi^2 \alpha a_0^2 \omega}{I_0^2} \left\{ \frac{8}{245} |T_{234}|^2 + \frac{2}{15} \left| \frac{T_{012}}{3} + \frac{T_{232}}{35} + \frac{T_{212}}{15} \right|^2 \right\} \quad (\text{III.137})$$

identique à celle obtenue par Maquet (Maquet (1977)).

Nous complétons l'étude analytique en déterminant numériquement les éléments de matrice de transitions radiales $T_{\lambda_1, \lambda_2, L}$: en particulier $T_{123}, T_{121}, T_{101}$, pour les états ns, $T_{234}, T_{232}, T_{212}, T_{210}, T_{012}$ et T_{010} pour les états np par méthode des Equations différentielles non homogènes traitées au paragraphe I.2.1.4.

Ce qui nous permet d'obtenir les coefficients de distribution angulaire a, b, c, et d dans les cas de la polarisation linéaire et b', c' et d' dans le cas de la polarisation circulaire ; pour des longueurs d'onde comprises entre le seuil d'ionisation par deux photons et le seuil d'ionisation par trois photons. La longueur d'onde correspondant au seuil d'ionisation par trois photons est aussi considérée.

Pour certaines longueurs d'onde, nous traçons les courbes de distribution correspondantes aux états initiaux 1s, 2s, 3s, 2p, et 3p.

Nous discutons maintenant les résultats numériques obtenus.

III.3 Résultats numériques et discussion .

III.3.1 : Processus d'absorption du second ordre

III.3.1.1 : Etats excités 3s.

Dans le tableau 1, les coefficients angulaires a, b, c, c' ($\text{cm}^4 \text{w}^{-1} \text{sr}^{-1}$) les sections efficaces totales $\frac{\sigma}{I}, \frac{\sigma'}{I}$ ($\text{cm}^4 \text{w}^{-1}$), ainsi que leur rapport $\frac{\sigma'}{\sigma}$ sont donnés en fonction de la longueur d'onde λ . Nous avons fait varier λ entre le seuil 16411,5 A° et 9000 A°, et nous avons mentionné les valeurs correspondantes à la longueur d'onde L1 du laser au Neodymium – YAG : $\lambda = 10600 \text{ A}^\circ$. Nous avons aussi noté les longueurs d'onde de résonance.

D'après le développement (II.39) des fonctions hypergéométriques d'Appell qui apparaissent dans les amplitudes de transitions réelles T_{10}, T_{12} , les pôles de résonance sont $\xi = 5, 6, 7$ --- etc, les longueurs d'onde de résonance correspondantes sont :

$\lambda = 12821,48 \text{ A}^\circ, \lambda = 10941 \overset{0}{\text{A}}, \lambda = 10052,04 \overset{0}{\text{A}}, \lambda = 9548,51 \overset{0}{\text{A}}$ etc--- Ce sont les raies spectrales de la série de Paschen - Back.

Dans le même tableau, nous avons en particulier relevé, qu'en dehors de $\lambda = 9550 \text{ \AA}$, le rapport $\frac{\sigma'}{\sigma}$ est toujours supérieur à 1, pouvant atteindre la valeur maximale 1,49 à $\lambda = 12821,48 \text{ \AA}$, le maximum théorique calculé étant 1,5 (Klarsfeld et Maquet (1972)).

L'efficacité de l'effet et de la polarisation circulaire serait due au fait que seul le canal 1 est ouvert.

Par contre à $\lambda = 9550 \text{ \AA}$ où le rapport $\frac{\sigma'}{\sigma} < 1$, les transitions $s \rightarrow p \rightarrow ks$ seraient plus favorisées que celles $s \rightarrow p \rightarrow kd$

Par ailleurs, nous notons que le rapport $\frac{\sigma'}{\sigma}$ est parfaitement défini aux longueurs d'ondes de résonance. Ce qui n'est pas le cas des sections efficaces prises séparément.

Au seuil, nos résultats $\frac{\sigma'}{\sigma} = 1,487122$ sont en désaccord avec ceux calculés par Klarsfeld et Maquet

(Klarsfeld et Maquet (1974)) $\frac{\sigma'}{\sigma} = 0,876$; utilisant le développement des fonctions Sturmiennes (I.2.1.3) .

Nous avons représenté sur les figures 3,4 et 5 les variations respectives des sections efficaces par unité d'intensité dans le cas de la polarisation linéaire $\frac{\sigma}{I}$ et $\frac{\sigma'}{I}$ dans le cas de la polarisation circulaire, en fonction de la longueur d'onde λ du rayonnement incident.

Par ailleurs, nous avons représenté sur la figure 3a la distribution angulaire normalisée $I(\theta = 0^\circ) = 1$ correspondant à une ionisation par absorption de deux photons laser $L_1 : \lambda = 10600 \text{ \AA}$ linéairement polarisés.

La courbe présente trois maxima $\theta = 0^\circ (180^\circ) 90^\circ$ et deux minima nuls à $\theta = 52^\circ (129^\circ)$; θ étant l'angle entre la direction de polarisation et celle des photo électrons éjectés.

Les maxima notés pourraient s'expliquer par la forte prépondérance du canal 1 sur le canal 2.

La même allure a été observée à partir du Césium et du Rubidium (Dodhy, Compton et Stockdale (1985)).

Dans le cas des processus de photoionisation de l'atome d'hydrogène par absorption de quatre photons à partir de l'état fondamental Gontier et al, (Gontier, Trahin et Rahman (1975)) ont obtenu par le technique de la sommation implicite (I.2.1.4) une distribution similaire présentant un décalage de 8° au niveau du minimum. En outre, pour ce même processus, cette même forme a aussi été observée à partir de l'hydrogène (Feldmann et al. (1988)).

Dans le tableau 2, les coefficients a, b, c, c' de la distribution angulaire, les sections efficaces totales $\frac{\sigma'}{I}$, $\frac{\sigma}{I}$ ainsi que leurs rapports $\frac{\sigma'}{\sigma}$ sont donnés en fonction de λ .

Nous avons fait varier λ au-dessus du seuil de photoionisation pour deux intervalles d'énergies :

a) $\lambda < 6507,34 \text{ \AA}$

b) $6507,34 \text{ \AA} < \lambda < 8205,75 \text{ \AA}$

où les éléments de matrices de transition T_{10} et T_{12} sont complexes.

Le processus, qu'un certain nombre de photons puissent être absorbés au-dessus du seuil d'ionisation, a été observé pour la première fois à partir du Xénon par Agostini et al. (Agostini et al (1979)).

Nous avons mentionné les valeurs correspondants des longueurs d'onde caractéristiques des lasers : $L_2 = \text{Laser à ions Ar}^+$; $L_3 = \text{Laser à ions Kr}^+$; $L_4 = \text{Laser à He - Ne}$; $L_5 = \text{Laser à He - Cd}$ et $L_6 = \text{Laser à Rubis}$.

On peut noter que pour chacun des deux intervalles, les sections efficaces par unité d'intensité $\frac{\sigma}{I}$

dans le cas de la polarisation linéaire et $\frac{\sigma'}{I}$ dans le cas de la polarisation circulaire, croissent de

manière monotone en fonction de la longueur d'onde λ . Leur rapport $\frac{\sigma'}{\sigma}$ atteint une valeur proche

du maximum théorique 1,5 (Klarsfeld et Maquet (1972)) dans l'intervalle a alors qu'il prend des

valeurs < 1 et atteint même la valeur 0,01 à $\lambda = 7931 \text{ \AA}$ du laser à ions K^+ dans l'intervalle b.

Dans le cas a), l'efficacité de la polarisation circulaire serait due à la forte prépondérance des éléments des matrices de transition complexes correspondant au canal $s \rightarrow p \rightarrow kd$ sur ceux correspondant à $s \rightarrow p \rightarrow ks$.

Par contre dans le cas b), le canal $s \rightarrow p \rightarrow ks$ est plus favorisé que celui $s \rightarrow p \rightarrow kd$. Sur la figure 3b, nous avons tracé la distribution angulaire correspondant respectivement aux longueurs d'onde du laser L_3 à ions Kr^+ la longueur d'onde $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ du Laser : L_4 à He - Ne.

Nous avons en outre représenté sur les figures 3c et 3d les distributions correspondantes respectivement au longueurs d'onde du laser à ions K^+ : $\lambda = 7931 \text{ \AA}$ et du laser L_6 à Rubis : $\lambda = 6943 \text{ \AA}$.

La forme affichée sur la figure 3d présente trois maxima à $\theta = 0^\circ$ (180°) 90° et deux minima non nuls à $\theta = 46^\circ$ (138°). Par contre, la fig. 3c présente une allure totalement différente : deux minima non nuls à $\theta = 0^\circ$ (180°) et un maximum à $\theta = 90^\circ$.

Tableau 1 : Effets de polarisation et de la longueur d'onde λ sur les coefficients angulaires ($\text{cm}^4/\text{W sr}$), les sections efficaces totales (cm^4/W) et leur rapport R correspondant à une ionisation par absorption non résonnante de $N = 2$ photons à partir de l'état excité $3s$: a, b, c et σ/I (polarisation linéaire) ; c' et σ'/I (pol. circul.); $\lambda = 1641,15$ nm correspond au seuil d'ionisation ; e-025 signifie 10^{-25} .

L1: Laser Nd-YAG

λ	a	b	c	σ/I	c'	σ'/I	R = σ'/σ
9017.31	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1.489508
9150	1.9882e-025	-8.24793e-025	9.20833e-025	1.35786e-024	2.30208e-025	1.54287e-024	1.13625
9231.47	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1.488897
9250	1.5839e-025	-5.51886e-025	7.22424e-025	1.07542e-024	1.80606e-025	1.21043e-024	1.12554
9350	1.54662e-025	-6.66965e-025	7.63169e-025	1.06781e-024	1.90792e-025	1.2787e-024	1.1975
9450	1.44759e-025	-6.39573e-025	7.43951e-025	1.00981e-024	1.85988e-025	1.2465e-024	1.23439
9548.5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1.488554
9550	1.22957e-026	-4.03913e-026	1.92036e-025	4.67961e-025	4.8009e-026	3.2176e-025	6.687578
9650	1.18893e-025	-5.33737e-025	6.26772e-025	8.33596e-025	1.56693e-025	1.05017e-024	1.2598
9750	1.1495e-025	-5.25326e-025	6.24674e-025	8.14004e-025	1.56168e-025	1.04665e-024	1.28581
9850	1.11538e-025	-5.17432e-025	6.21865e-025	7.97124e-025	1.55466e-025	1.04194e-024	1.30713
9950	1.11181e-025	-5.24896e-025	6.3902e-025	8.0497e-025	1.59755e-025	1.07069e-024	1.33088
10000	1.16575e-025	-5.59728e-025	6.90379e-025	8.55451e-025	1.72595e-025	1.15674e-024	1.3522
10052.04	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1.488675
10100	8.52333e-026	-3.89894e-025	4.62366e-025	5.99939e-025	1.15591e-025	7.74701e-025	1.2913
10200	9.25327e-026	-4.36931e-025	5.30937e-025	6.66978e-025	1.32734e-025	8.89594e-025	1.33377
10300	9.2782e-026	-4.43572e-025	5.44034e-025	6.7521e-025	1.36008e-025	9.11537e-025	1.35
10400	9.25039e-026	-4.4654e-025	5.51653e-025	6.78429e-025	1.37913e-025	9.24304e-025	1.36242
10500	9.24629e-026	-4.5028e-025	5.59977e-025	6.83172e-025	1.39994e-025	9.38251e-025	1.37337
L1:10600	9.30141e-026	-4.56914e-025	5.72035e-025	6.92612e-025	1.43009e-025	9.58453e-025	1.38382
10700	9.47368e-026	-4.69857e-025	5.92701e-025	7.11985e-025	1.48175e-025	9.93081e-025	1.39481
10800	9.97538e-026	-5.01436e-025	6.39528e-025	7.60444e-025	1.59882e-025	1.07154e-024	1.4091
10900	1.33091e-025	-6.97549e-025	9.22241e-025	1.06842e-024	2.3056e-025	1.54523e-024	1.44627
10941	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1.48953
11000	6.19272e-026	-2.90214e-025	3.48417e-025	4.3822e-025	8.71042e-026	5.83778e-025	1.33216
11100	7.81392e-026	-3.83753e-025	4.79104e-025	5.78586e-025	1.19776e-025	8.02747e-025	1.38743
11200	8.2646e-026	-4.111e-025	5.18694e-025	6.20167e-025	1.29673e-025	8.69079e-025	1.40136
11300	8.52341e-026	-4.27361e-025	5.42736e-025	6.45004e-025	1.35684e-025	9.09363e-025	1.40986
11400	8.72689e-026	-4.40316e-025	5.62064e-025	6.6488e-025	1.40516e-025	9.41747e-025	1.41642
11500	8.91515e-026	-4.52274e-025	5.79911e-025	6.83306e-025	1.44978e-025	9.7165e-025	1.42198
11600	9.10482e-026	-4.64199e-025	5.97645e-025	7.01758e-025	1.49411e-025	1.00136e-024	1.42694
11700	9.30484e-026	-4.7662e-025	6.16019e-025	7.21045e-025	1.54005e-025	1.03215e-024	1.43146
11800	9.52148e-026	-4.89909e-025	6.35573e-025	7.4175e-025	1.58893e-025	1.06491e-024	1.43568
11900	9.76055e-026	-5.04414e-025	6.56815e-025	7.64418e-025	1.64204e-025	1.1005e-024	1.43966
12000	1.00289e-025	-5.20544e-025	6.8034e-025	7.89698e-025	1.70085e-025	1.13992e-024	1.44349
12100	1.0336e-025	-5.38865e-025	7.06977e-025	8.18496e-025	1.76744e-025	1.18455e-024	1.44723
12200	1.0697e-025	-5.60269e-025	7.38026e-025	8.52242e-025	1.84506e-025	1.23657e-024	1.45097
12300	1.11383e-025	-5.86311e-025	7.75759e-025	8.9344e-025	1.9394e-025	1.2998e-024	1.45482
12400	1.17116e-025	-6.2005e-025	8.24644e-025	9.47025e-025	2.06161e-025	1.3817e-024	1.4593
12500	1.25361e-025	-6.6851e-025	8.94961e-025	1.02437e-024	2.2374e-025	1.49952e-024	1.46385
12600	1.39595e-025	-7.5228e-025	1.01695e-024	1.15894e-024	2.54238e-025	1.70392e-024	1.47024
12700	1.76096e-025	-9.68271e-025	1.33398e-024	1.50965e-024	3.33495e-025	2.2351e-024	1.48054
12800	7.39994e-025	-4.39636e-024	6.52998e-024	7.29523e-024	1.63249e-024	1.09411e-023	1.49376
12821.48	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1.491413
12900	3.60157e-026	-1.57887e-025	1.76501e-025	2.34826e-025	4.41253e-026	2.95731e-025	1.25936
13000	7.53421e-026	-3.78271e-025	4.78265e-025	5.64291e-025	1.19566e-025	8.01341e-025	1.42309
13100	9.09393e-026	-4.67817e-025	6.04896e-025	7.03459e-025	1.51224e-025	1.01351e-024	1.43076
13200	1.0032e-025	-5.21933e-025	6.81932e-025	7.88274e-025	1.70483e-025	1.14259e-024	1.44948
13300	1.07286e-025	-5.62156e-025	7.3931e-025	8.51524e-025	1.84827e-025	1.23873e-024	1.45472
13400	1.13114e-025	-5.95806e-025	7.87339e-025	9.04528e-025	1.96835e-025	1.3192e-024	1.45844
13500	1.18357e-025	-6.2605e-025	8.30507e-025	9.52217e-025	2.07627e-025	1.39153e-024	1.46136
13600	1.23291e-025	-6.54487e-025	8.71089e-025	9.97094e-025	2.17772e-025	1.45952e-024	1.46378
13700	1.28071e-025	-6.82018e-025	9.10373e-025	1.04058e-024	2.27593e-025	1.52534e-024	1.46587
13800	1.32794e-025	-7.09195e-025	9.49148e-025	1.08353e-024	2.37287e-025	1.59031e-024	1.46771
13900	1.3752e-025	-7.36384e-025	9.87938e-025	1.12653e-024	2.46984e-025	1.65531e-024	1.46938
14000	1.42295e-025	-7.63836e-025	1.02711e-024	1.16999e-024	2.56777e-025	1.72093e-024	1.47109
14100	1.4715e-025	-7.91739e-025	1.06693e-024	1.21419e-024	2.66732e-025	1.78765e-024	1.4723
14200	1.52109e-025	-8.20238e-025	1.10761e-024	1.25938e-024	2.76901e-025	1.85581e-024	1.4736
14300	1.57193e-025	-8.4945e-025	1.14932e-024	1.30573e-024	2.87329e-025	1.9257e-024	1.47481
14400	1.62419e-025	-8.79476e-025	1.1922e-024	1.35341e-024	2.98051e-025	1.99756e-024	1.47595
14500	1.678e-025	-9.10403e-025	1.2364e-024	1.40256e-024	3.091e-025	2.07161e-024	1.47702
14600	1.73352e-025	-9.42313e-025	1.28202e-024	1.45332e-024	3.20505e-025	2.14804e-024	1.47803
14700	1.79086e-025	-9.75281e-025	1.32918e-024	1.5058e-024	3.32294e-025	2.22706e-024	1.47899
14800	1.85015e-025	-1.00938e-024	1.37798e-024	1.56013e-024	3.44496e-025	2.30883e-024	1.47969
14900	1.91152e-025	-1.04469e-024	1.42855e-024	1.61644e-024	3.57137e-025	2.39355e-024	1.48076
15000	1.97509e-025	-1.08128e-024	1.48098e-024	1.67483e-024	3.70244e-025	2.4814e-024	1.48158
15100	2.04099e-025	-1.11922e-024	1.53539e-024	1.73545e-024	3.83847e-025	2.57257e-024	1.48237
15200	2.10934e-025	-1.15861e-024	1.5919e-024	1.79842e-024	3.97976e-025	2.66726e-024	1.48312
15300	2.1803e-025	-1.19951e-024	1.65065e-024	1.86387e-024	4.12661e-025	2.76568e-024	1.48383
15400	2.25402e-025	-1.24203e-024	1.71175e-024	1.93198e-024	4.27937e-025	2.86806e-024	1.48452
15500	2.33064e-025	-1.28626e-024	1.77536e-024	2.00288e-024	4.43841e-025	2.97465e-024	1.48518
15600	2.41036e-025	-1.3323e-024	1.84164e-024	2.07677e-024	4.60411e-025	3.0857e-024	1.48582
15700	2.49337e-025	-1.38028e-024	1.91076e-024	2.15383e-024	4.77691e-025	3.20151e-024	1.48643
15800	2.57987e-025	-1.43032e-024	1.98291e-024	2.23428e-024	4.95729e-025	3.3224e-024	1.48702
15900	2.67011e-025	-1.48256e-024	2.05831e-024	2.31835e-024	5.14578e-025	3.44873e-024	1.48758
16000	2.76435e-025	-1.53716e-024	2.13719e-024	2.40631e-024	5.34298e-025	3.5809e-024	1.48813
16100	2.86288e-025	-1.5943e-024	2.21982e-024	2.49846e-024	5.54956e-025	3.71935e-024	1.48866
16200	2.96598e-025	-1.65414e-024	2.30646e-024	2.59507e-024	5.76614e-025	3.8645e-024	1.48917
16300	3.07838e-025	-1.71934e-024	2.4008e-024	2.70031e-024	6.00199e-025	4.02257e-024	1.48957
16411.5	6.493105e-027	-3.597273e-026	4.982353e-026	5.613271e-026	1.245588e-026	8.348012e-026	1.487122

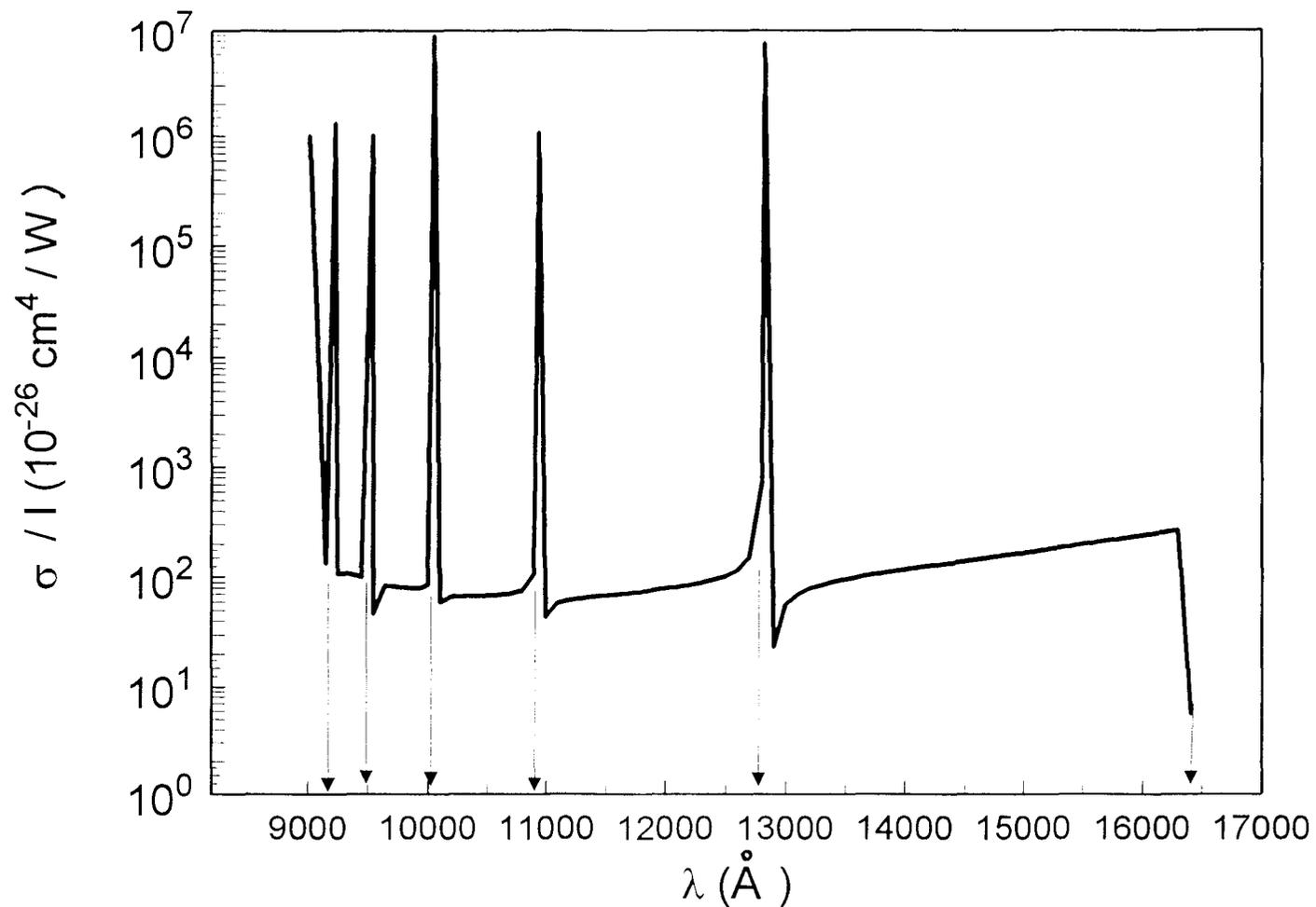


Figure 3 : Section efficace totale de biphotoionisation par unité d'intensité (cm^4 / W) : état 3s dans le cas de la polarisation linéaire. Les flèches indiquent les longueurs d'onde de résonance et au seuil (16411.5 \AA)

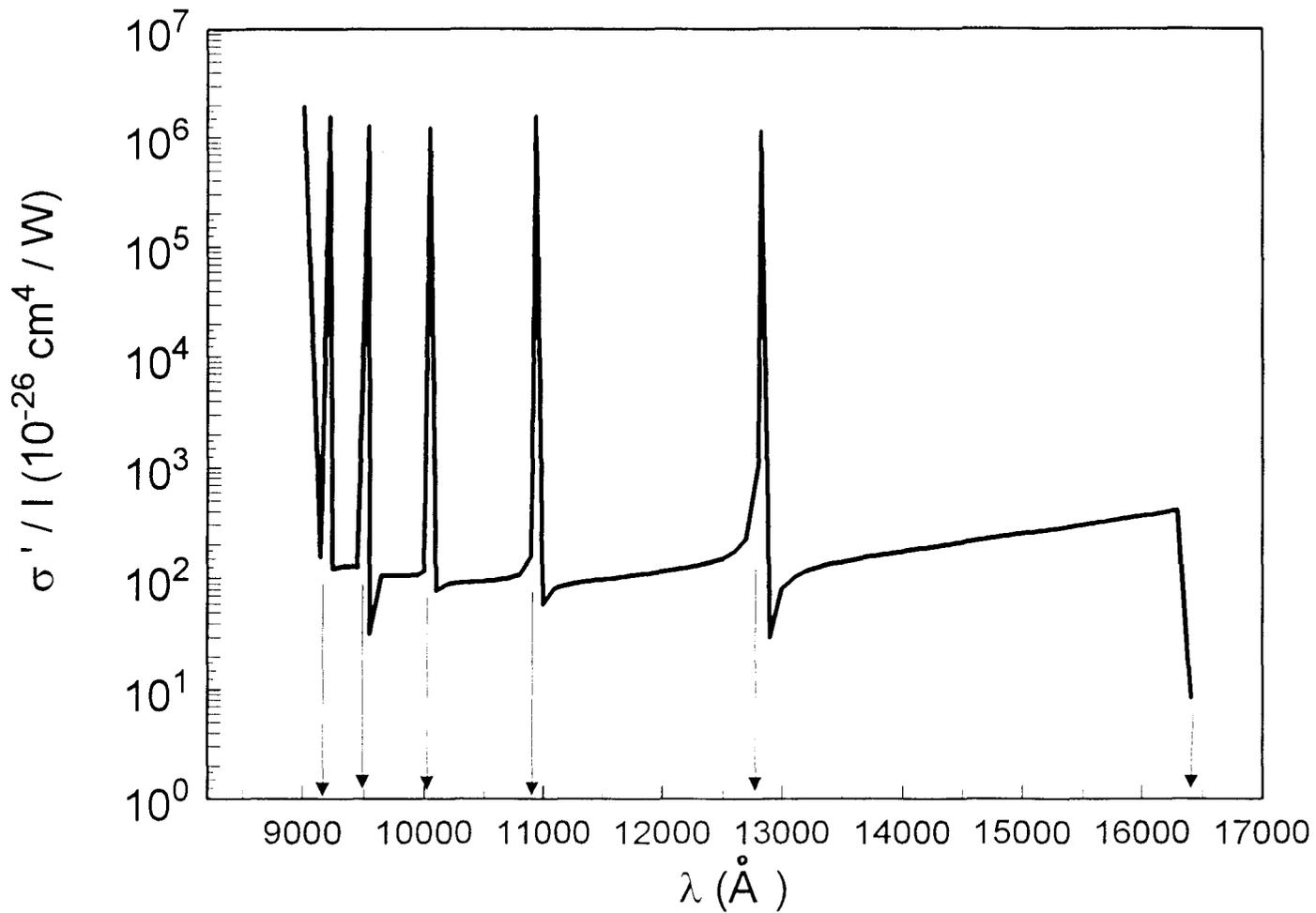


Figure 4 : Section efficace totale de biphotoionisation par unité d'intensité (cm^4 / W) : état $3s$ dans le cas de la polarisation circulaire. Les flèches indiquent les longueurs d'onde de résonance et au seuil (16411.5 \AA)

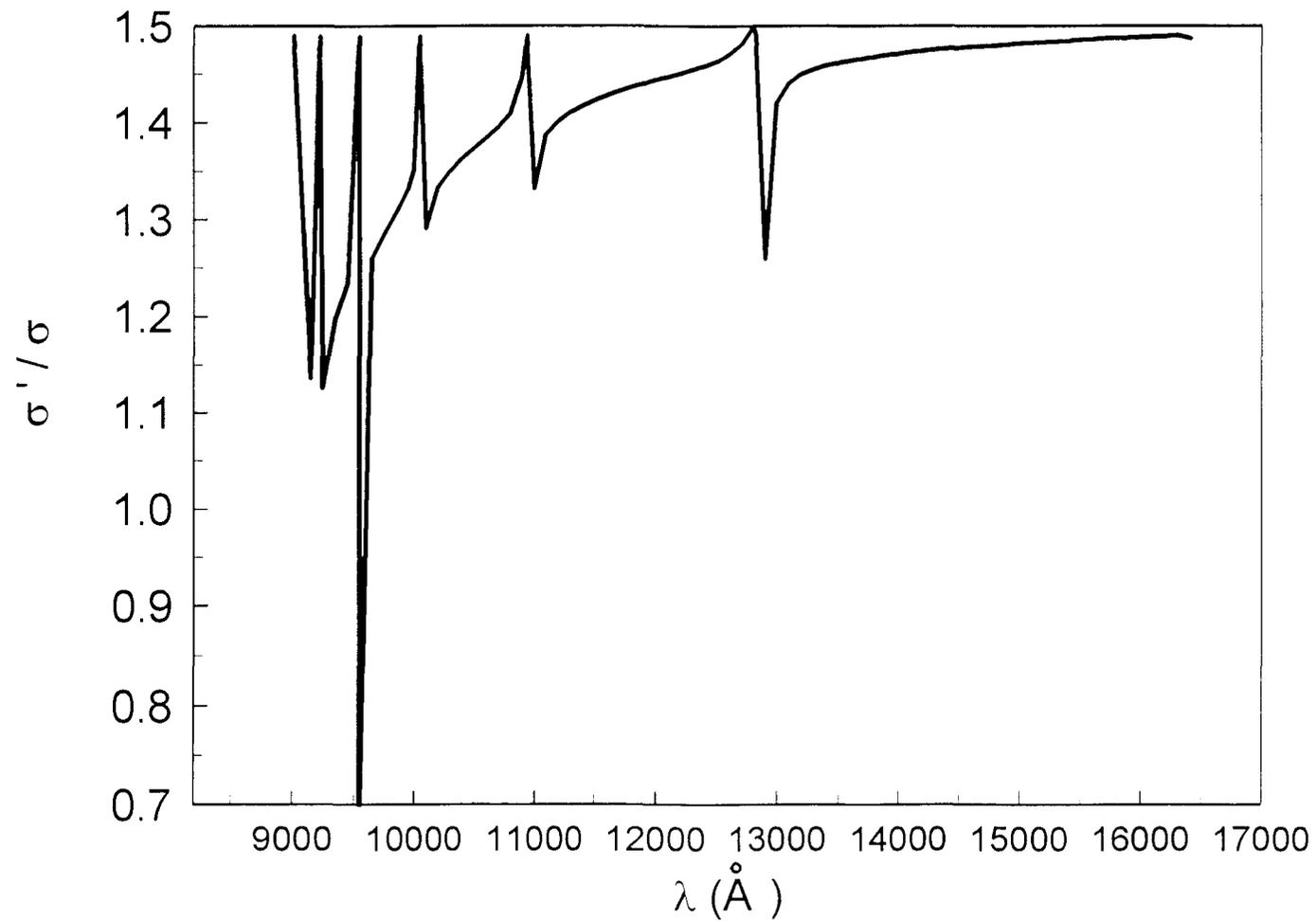


Figure 5 : Rapport des sections efficaces totales de biphotonisation (circulaire / linéaire) : état 3s

Fig. 3a : Distribution angulaire normalisée relative à une ionisation par absorption non résonnante de $N = 2$ photons $\lambda = 1,06 \mu\text{m}$ Laser Nd – Yag linéairement polarisés à partir de l'état excité $3s$.

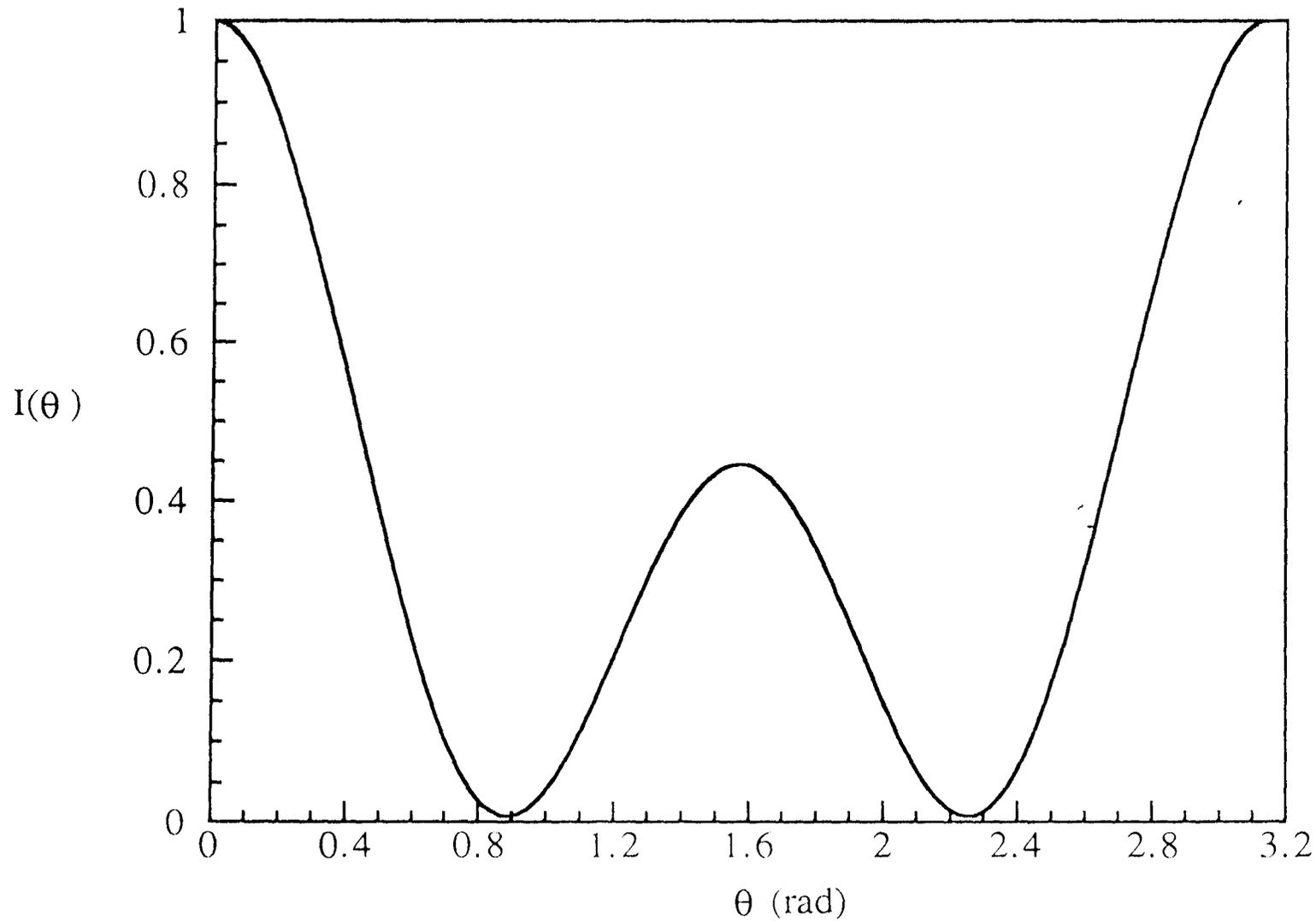


Tableau 2 : Effets de polarisation et de la longueur d'onde λ sur les coefficients angulaires, les sections efficaces totales et leur rapport. R correspondants à une ionisation par absorption d'un photon au-dessus du seuil de photoionisation à partir de l'état excité 3s.

L2: Laser à ions Ar+;
 L3: Laser à ions Kr+ ;
 L4: Laser à He-Ne ;
 L5: Laser à He-Cd
 L6: Laser à Rubis.

λ	a	b	c	σ/I	c'	σ'/I	R = σ'/σ
L5 3250	8 848151e-030	-5 250662e-029	7 849594e-029	8 853174e-029	1 962398e-029	1 315212e-028	1 485583
L3 3375	1 272807e-029	-7 586283e-029	1 140292e-028	1 286751e-028	2 85073e-029	1 510578e-028	1 484808
L6 3471	1 668912e-029	-9 989175e-029	1 507524e-028	1 701781e-028	3 768809e-029	2 52588e-028	1 484257
L3 3507	1 844141e-029	-1 105524e-028	1 671205e-028	1 086805e-028	4 178012e-029	2 800131e-028	1 48406
4000	6 649722e-029	-4 087342e-028	6 339885e-028	7 169136e-028	1 584971e-028	1 062258e-027	1 48171
4100	8 482733e-029	-5 244055e-028	8 180377e-028	9 253001e-028	2 045094e-028	1 370635e-027	1 481287
4200	1 076973e-028	-6 697333e-028	1 050781e-027	1 188893e-027	2 626954e-028	1 760601e-027	1 480874
4300	1 361322e-028	-8 516953e-028	1 344084e-027	1 521166e-027	3 36021e-028	2 252034e-027	1 480466
4400	1 713754e-028	-1 078815e-027	1 712524e-027	1 93868e-027	4 281309e-028	2 869361e-027	1 480059
L5 4416	1 777427e-028	-1 12001e-027	1 77959e-027	2 014632e-027	4 448974e-028	2 981731e-027	1 479994
4500	2 149342e-028	-1 361493e-027	2 173992e-027	2 461772e-027	5 43498e-028	3 642559e-027	1 479649
4600	2 686358e-028	-1 71242e-027	2 750427e-027	3 115388e-027	6 876068e-028	4 608385e-027	1 479233
4700	3 346958e-028	-2 147066e-027	3 468707e-027	3 930111e-027	8 671767e-028	5 811874e-027	1 478807
4800	4 158018e-028	-2 664298e-027	4 361743e-027	4 943416e-027	1 090436e-027	7 30817e-027	1 478364
L2 4880	4 936901e-028	-3 20324e-027	5 228783e-027	5 927558e-027	1 307196e-027	8 760911e-027	1 477997
4900	5 152165e-028	-3 347117e-027	5 469826e-027	6 201209e-027	1 367457e-027	9 164782e-027	1 477902
5000	6 369061e-028	-4 163564e-027	6 842275e-027	7 759731e-027	1 710569e-027	1 146434e-027	1 477415
5100	7 856934e-028	-5 167947e-027	8 539471e-027	9 687898e-027	2 134868e-027	1 430802e-027	1 476896
L2 5145	8 630104e-028	-5 692035e-027	9 428289e-027	1 069802e-026	2 357072e-027	1 579725e-027	1 476651
5200	9 674576e-028	-6 402043e-027	1 063536e-026	1 20702e-026	2 658841e-027	1 781972e-027	1 47634
5300	1 189375e-027	-7 517032e-027	1 32206e-026	1 501032e-026	3 305149e-027	2 215132e-027	1 47574
5400	1 460224e-027	-9 775568e-027	1 640637e-026	1 863562e-026	4 101593e-027	2 748914e-027	1 475086
5500	1 790771e-027	-1 205451e-026	2 032929e-026	2 310279e-026	5 082323e-027	3 406206e-027	1 47437
5600	2 194259e-027	-1 484832e-026	2 515745e-026	2 860495e-026	6 289363e-027	4 215172e-027	1 473581
5700	2 687029e-027	-1 827343e-026	3 10981e-026	3 538071e-026	7 77452e-027	5 210537e-027	1 472706
5800	3 289321e-027	-2 247369e-026	3 840741e-026	4 372558e-026	9 601852e-027	6 435223e-027	1 47173
5900	4 026319e-027	-2 762751e-026	4 74029e-026	5 400686e-026	1 185073e-026	7 942433e-027	1 470634
6000	4 929513e-027	-3 395655e-026	5 847958e-026	6 666276e-026	1 461989e-026	9 798348e-027	1 469397
6100	6 038507e-027	-4 173973e-026	7 213075e-026	8 232751e-026	1 803269e-026	1 208562e-026	1 467993
6200	7 403447e-027	-5 132495e-026	8 897546e-026	1 016646e-025	2 224387e-026	1 490798e-026	1 466389
6300	9 088316e-027	-6 315438e-026	1 097948e-025	1 256112e-025	2 74487e-026	1 83963e-026	1 464543
L4 6328	9 628087e-027	-6 694186e-026	1 164654e-025	1 332943e-025	2 911636e-026	1 951357e-026	1 463977
L3 6764	2 634529e-027	-7 988336e-027	8 242091e-027	2 305962e-026	2 060523e-027	1 380976e-026	0 6782913
L6 6943	4 275802e-027	-1 155129e-026	1 038598e-026	3 144821e-026	2 586494e-027	1 740187e-026	0 5533502
L3 7525	3 115343e-026	-4 817299e-026	2 121717e-026	2 430235e-025	5 304291e-027	3 55497e-026	0 1462809
L3 7931	4 600939e-026	-2 495836e-025	3 389594e-026	4 821447e-024	6 473985e-027	5 679319e-026	0 01177528

Fig. 3b : Distribution angulaire normalisée relative à une ionisation au-dessus du seuil de photoionisation par absorption non résonnante de $N = 2$ photons $\lambda = 632,8$ nm Laser Hc – Ne linéairement polarisés à partir de l'état excité 3s.

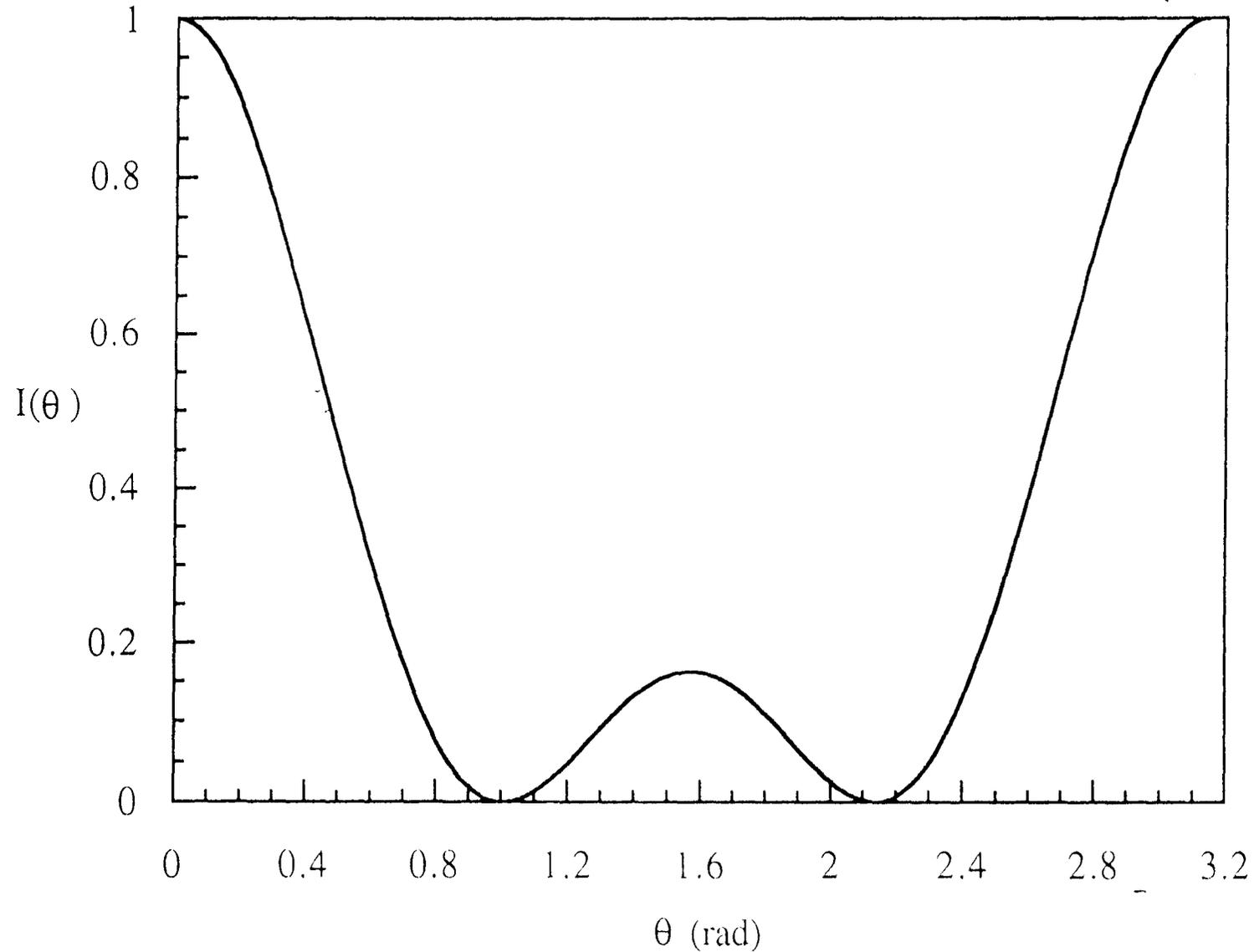


Fig. 3c : Distribution angulaire normalisée relative à une ionisation au voisinage du seuil de photoionisation par absorption non résonnante de $N = 2$ photons $\lambda = 793,1$ nm Laser Kr^+ linéairement polarisés à partir de l'état excité $3s$.

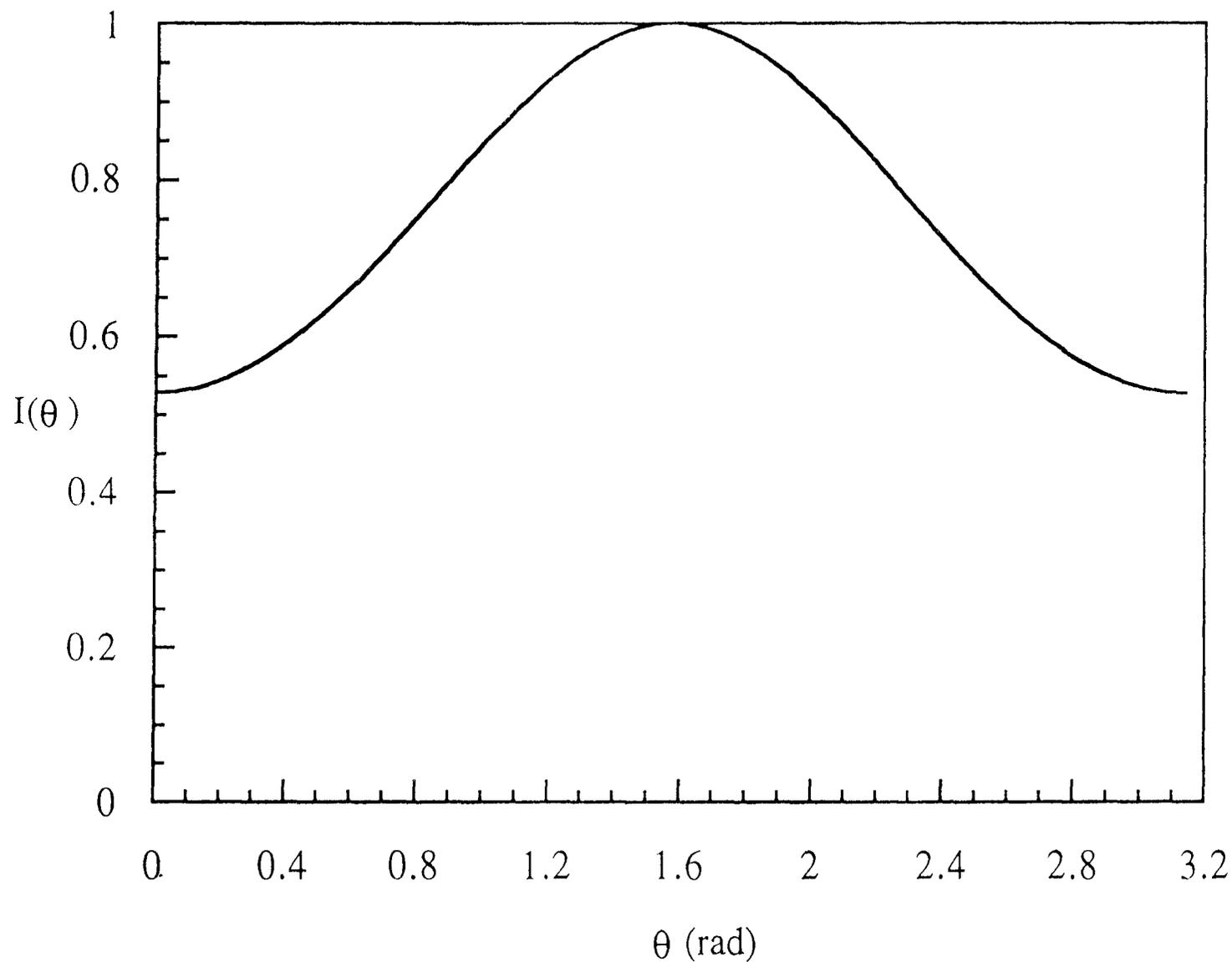
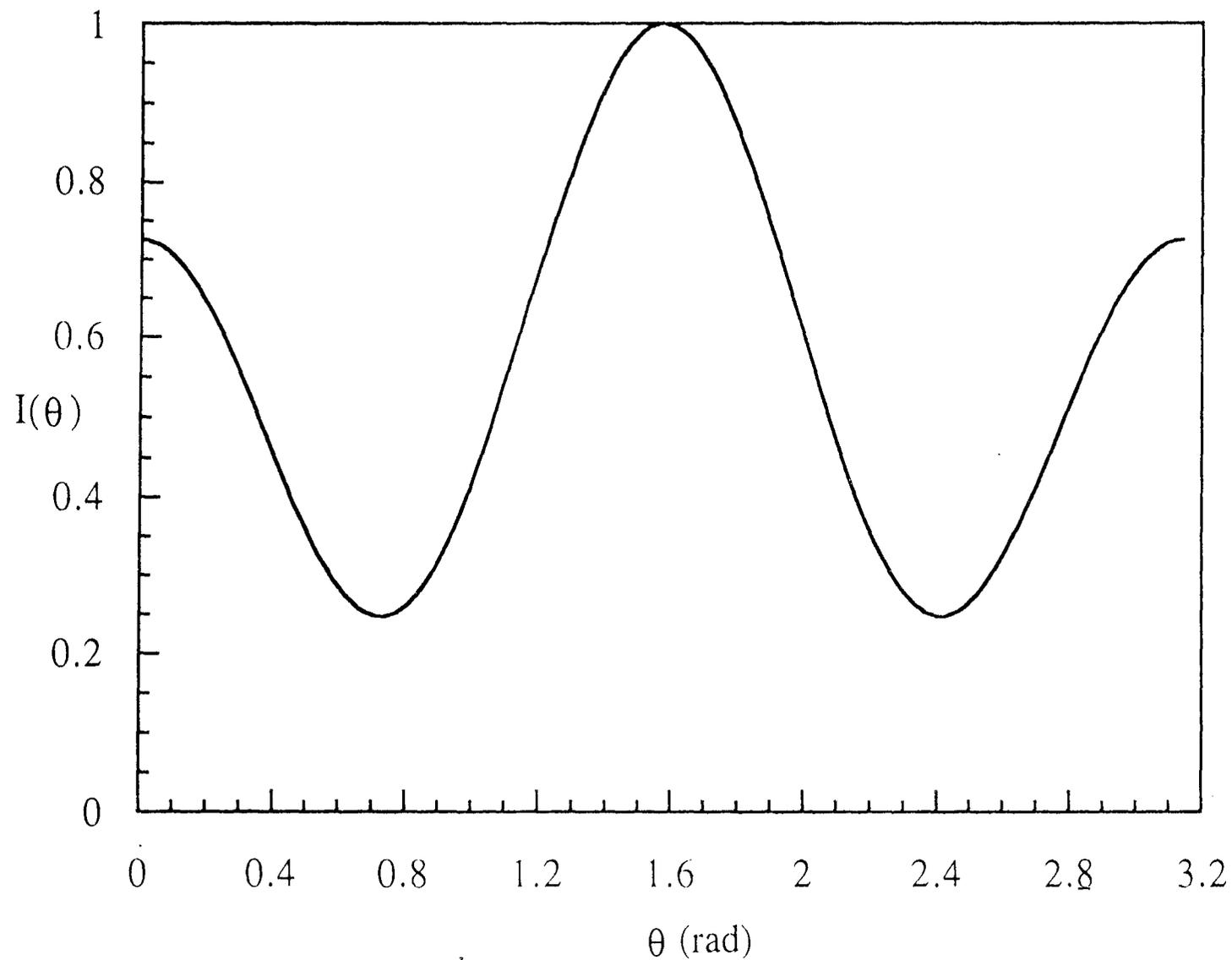


Fig. 3d : Distribution angulaire normalisée relative à une ionisation au voisinage du seuil de photoionisation par absorption non résonnante de $N = 2$ photons $\lambda = 694,3$ nm Laser à Rubis linéairement polarisés à partir de l'état excité $3s$.



Par contre, la fig 3c présente une allure totalement différente : deux minima non nuls à $\theta = 0^\circ$ (180°) et un maximum à $\theta = 90^\circ$. Ce qui traduit un comportement spécifique des processus du premier ordre : $a + b \cos^2\theta$.

Le maximum de distribution noté à $\theta = 90^\circ$ sur les figures 3c et 3d proviendrait de la contribution des interférences constructives entre les canaux $s \rightarrow p \rightarrow kd$ et $s \rightarrow p \rightarrow ks$, alors que sur la figure 3b, ils interféreraient de manière destructive abaissant ainsi le poids du terme isotrope a.

Nous abordons l'étude :

III.3.1.2 Etats excités 3p.

Le nombre de canaux impliqués dans (II.14) atteint trois soit :

$$p \rightarrow d \rightarrow kf \quad (1')$$

$$p \rightarrow d \rightarrow kf \quad (2')$$

$$p \rightarrow s \rightarrow kf \quad (3')$$

Dans le tableau 3, les coefficients angulaires a, b, c, b', c', les sections efficaces totales $\frac{\sigma}{I}, \frac{\sigma'}{I}$ ainsi

que leurs rapports $\frac{\sigma'}{\sigma}$ sont donnés en fonction de la longueur d'onde λ . Nous avons fait varier λ

entre le seuil $16411,5 \text{ \AA}$ et 9000 \AA et nous avons mentionné les valeurs correspondants à la longueur d'onde L_1 du Laser au Neodymium- Yag : $\lambda = 1,06\mu\text{m}$.

Les longueurs d'onde de résonance sont les mêmes que celles du tableau 1 du fait même de la structure des éléments de matrice de transitions radiales T_{01}, T_{21}, T_{23} dans ce domaine. Nous notons que les minima de $\frac{\sigma'}{I}$ sont plus accusés que ceux de $\frac{\sigma}{I}$ qui sont par contre plus accusés que ceux des états 3s.

En outre, le rapport $\frac{\sigma'}{\sigma}$ prend des valeurs comprises entre 1 et 1,5 aux longueurs d'onde de

résonance dans les intervalles 14200 \AA et 14700 \AA ; et entre 11600 \AA et 11700 \AA ; pour toute autre valeur ce rapport est < 1 . Ce qui est très différente des valeurs correspondants dans le tableau 1.

Cette différence entre les états 3s et 3p pourrait provenir du nombre de canaux ouverts : deux pour 3s et trois pour 3p.

Nous avons par ailleurs tracé sur les figures 6, 7 et 8 les courbes représentatives de $\frac{\sigma}{I}, \frac{\sigma'}{I}$ et $\frac{\sigma'}{\sigma}$ respectivement en fonction de la longueur d'onde.

Tableau 3 : Etat excité 3p : mêmes remarques que le tableau 1.

λ	a	b	c	σ/I	b'	c'	σ'/I	R= σ'/σ
9017.31	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1.429893
9150	2.532375e-028	-1.336372e-028	-1.38713e-029	2.587636e-027	2.682124e-029	-3.467824e-030	2.014555e-028	0.07785313
9231.47	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1.476985
9250	3.168918e-026	3.096807e-026	3.014173e-028	5.286942e-025	2.512905e-027	7.535432e-029	2.155709e-026	0.04077422
9350	2.015227e-028	6.930032e-028	-3.151913e-029	5.356037e-027	1.325381e-028	-7.879782e-030	1.057538e-027	0.1974478
9450	5.474178e-028	-5.830518e-029	-3.592393e-030	6.625798e-027	9.288591e-030	-8.960983e-031	7.17966e-029	0.01083595
9548.51	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1.49618
9550	5.798426e-024	4.837597e-024	1.284041e-025	9.345157e-023	3.231582e-025	3.210102e-026	2.922427e-024	0.0312721
9650	9.39152e-028	1.677121e-027	-2.77643e-029	1.875706e-026	2.190726e-028	-6.941075e-030	1.788779e-027	0.09536564
9750	3.118324e-029	2.783389e-028	-3.598847e-029	1.467315e-027	8.100995e-029	-8.997117e-030	6.183681e-028	0.4214284
9850	1.178243e-028	-5.264352e-029	-2.275345e-029	1.202926e-027	2.955674e-029	-5.688362e-030	2.094902e-028	0.1741505
9950	1.444012e-027	4.150028e-028	4.725484e-029	2.000311e-026	8.539727e-030	1.181371e-029	1.507185e-028	0.007534754
10000	6.727879e-027	3.8497e-027	2.951934e-028	1.014119e-025	1.39589e-028	7.379836e-029	1.664019e-027	0.01640852
10052.04	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1.286202
10100	8.463448e-027	9.546877e-027	2.595039e-028	1.469969e-025	0.094705e-028	6.487597e-029	7.217045e-027	0.64909658
10200	6.762256e-028	1.31467e-027	-3.094903e-029	1.39268e-026	1.820684e-028	-7.737258e-030	1.490139e-027	0.1062799
10300	1.113688e-028	4.623565e-028	-4.771413e-029	3.216299e-027	1.031167e-028	-1.192853e-029	7.043437e-028	0.2438654
10400	4.154323e-030	1.631538e-028	-4.866647e-029	6.133095e-028	6.980381e-029	-1.216662e-029	5.032455e-028	0.820541
10500	3.236396e-029	1.887296e-029	-4.357357e-029	3.762401e-028	4.871341e-029	-1.089339e-029	3.350323e-028	0.8906342
L1 10600	1.805899e-028	-3.338741e-029	-2.991128e-029	2.054331e-027	3.170547e-029	-7.47782e-030	2.154983e-028	0.1048995
10700	5.993461e-028	7.697551e-029	6.942581e-030	7.871488e-027	1.684236e-029	1.735645e-030	1.527306e-028	0.01940302
10800	2.237894e-027	9.974102e-028	1.50362e-028	3.267804e-026	2.090557e-029	3.759051e-029	4.270721e-028	0.01306908
10900	2.923352e-026	2.238532e-026	2.455105e-027	4.67297e-025	9.102567e-028	6.137763e-028	1.173932e-026	0.02512175
10941	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0.629903
11000	1.401261e-026	1.58523e-026	1.050801e-027	2.451306e-025	1.16941e-027	2.627004e-028	1.155746e-026	0.04714819
11100	1.736056e-027	2.796038e-027	5.582739e-029	3.366825e-026	3.124027e-028	1.395685e-029	2.710718e-027	0.0805126
11200	5.266666e-028	1.234204e-027	-4.161703e-029	1.168352e-026	1.927408e-028	-1.040426e-029	1.544972e-027	0.1322352
11300	1.89108e-028	7.012923e-028	-7.083757e-029	5.135934e-027	1.482483e-028	-1.770939e-029	1.123273e-027	0.2187086
11400	6.11826e-029	4.390794e-028	-8.429902e-029	2.396188e-027	1.251613e-028	-2.107475e-029	9.073042e-028	0.3786448
11500	1.175154e-029	2.828329e-028	-9.212356e-029	1.10087e-027	1.108269e-028	-2.303089e-029	7.741068e-028	0.7031773
11600	2.238788e-030	1.785582e-028	-9.716803e-029	5.318662e-028	1.007493e-028	-2.429201e-029	6.812289e-028	1.280828
11700	1.985656e-029	1.044999e-028	-1.002635e-028	4.352633e-028	9.288256e-029	-2.506588e-029	6.10138e-028	1.401768
11800	6.201866e-029	5.143427e-029	-1.013913e-028	7.399727e-028	8.609955e-029	-2.534782e-029	5.514232e-028	0.7451939
11900	1.323457e-028	1.671932e-029	-9.992608e-029	1.481997e-027	7.965959e-029	-2.498152e-029	4.999268e-028	0.3373331
12000	2.408348e-028	3.055711e-030	-9.449951e-029	2.801716e-027	7.29875e-029	-2.362488e-029	4.531232e-028	0.1617306
12100	4.072744e-028	2.02564e-029	-8.248163e-029	4.995512e-027	6.557855e-029	-2.062041e-029	4.111903e-028	0.08231194
12200	6.702255e-028	9.14959e-029	-5.870988e-029	8.658005e-027	5.699671e-029	-1.467747e-029	3.791252e-028	0.04378897
12300	1.109915e-027	2.706308e-028	-1.225619e-029	1.505041e-026	4.70688e-029	-3.064047e-030	3.737872e-028	0.02483568
12400	1.913805e-027	6.944783e-028	8.292669e-029	2.716702e-026	3.679501e-029	2.073167e-029	4.471982e-028	0.01646107
12500	3.60531e-027	1.77363e-027	3.010519e-028	5.349165e-026	3.262075e-029	7.526298e-029	7.777003e-028	0.01453872
12600	8.137011e-027	5.145567e-027	9.246367e-028	1.261303e-025	7.213754e-029	2.311592e-028	2.153582e-027	0.01707427
12700	2.840063e-026	2.235676e-026	3.858555e-027	4.602382e-025	4.979071e-028	9.646388e-028	1.063633e-026	0.02311048
12800	9.362723e-025	8.997327e-025	1.414529e-025	1.588985e-023	3.288517e-026	3.536322e-026	5.125047e-025	0.0322536
12821.48	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1.5
12900	7.102638e-026	8.238859e-026	1.131134e-026	1.266081e-024	4.456735e-027	2.827835e-027	5.628899e-026	0.04445924
13000	1.367996e-026	1.905383e-026	2.181452e-027	2.572025e-025	1.403911e-027	5.453629e-028	1.541643e-026	0.0599389
13100	5.494996e-027	9.186218e-027	6.226776e-028	1.095989e-025	8.706726e-028	2.056694e-028	6.672539e-027	0.0791298
13200	2.85246e-027	5.746319e-027	3.607814e-028	6.082194e-026	6.734904e-028	9.019535e-029	6.246715e-027	0.102705
13300	1.674065e-027	4.098371e-027	1.402124e-028	3.855652e-026	5.776975e-028	3.50531e-029	5.074635e-027	0.1316155
13400	1.047138e-027	3.157758e-027	1.169599e-029	2.641531e-026	5.247471e-028	2.923997e-030	4.415708e-027	0.1671647
13500	6.747726e-028	2.55672e-027	-7.416154e-029	1.900262e-026	4.937069e-028	-1.854039e-029	4.011811e-027	0.2111188
13600	4.369978e-028	2.140486e-027	-1.376784e-028	1.41115e-026	4.753553e-028	-3.441961e-029	3.751645e-027	0.2658572
13700	2.779364e-028	1.833836e-027	-1.885142e-028	1.070042e-026	4.850226e-028	-4.712855e-029	3.579906e-027	0.3345576
13800	1.688726e-028	1.596198e-027	-2.317631e-028	8.225768e-027	4.60911e-028	-5.794078e-029	3.466128e-027	0.4213743
13900	9.401637e-029	1.403873e-027	-2.70329e-028	6.382564e-027	4.589704e-028	-6.758225e-029	3.392121e-027	0.5314667
14000	4.432275e-029	1.242103e-027	-3.059681e-028	4.990903e-027	4.606252e-028	-7.649203e-029	3.346227e-027	0.670474
14100	1.455991e-029	1.101189e-027	-3.397911e-028	3.941628e-027	4.843382e-028	-8.494777e-029	3.320705e-027	0.8424704
14200	1.823369e-030	9.744649e-028	-3.725212e-028	3.168494e-027	4.695796e-028	-9.31303e-029	3.309795e-027	1.044589
14300	4.750669e-030	8.571617e-028	-4.046357e-028	2.633209e-027	4.759129e-028	-1.011589e-028	3.309192e-027	1.256719

14400	2.310095e-029	7.457569e-028	-4.364451e-028	2.317206e-027	4.830486e-028	-1.091113e-028	3.315508e-027	1.43082
14500	5.75397e-029	6.375833e-028	-4.681387e-028	2.217207e-027	4.906143e-028	-1.170347e-028	3.325787e-027	1.499989
14600	1.095494e-028	5.305962e-028	-4.998105e-028	2.343034e-027	4.98334e-028	-1.249526e-028	3.337392e-027	1.42439
14700	1.814265e-028	4.232403e-028	-5.314723e-028	2.717002e-027	5.05913e-028	-1.328681e-028	3.347836e-027	1.23218
14800	2.763471e-028	3.143847e-028	-5.630578e-028	3.374453e-027	5.130463e-028	-1.407645e-028	3.354674e-027	0.9941387
14900	3.984942e-028	2.033124e-028	-5.944207e-028	4.365317e-027	5.194087e-028	-1.486052e-028	3.355427e-027	0.7686559
15000	5.532521e-028	8.975724e-029	-6.253261e-028	5.756729e-027	5.246466e-028	-1.563315e-028	3.347525e-027	0.5814978
15100	7.474755e-028	-2.600865e-029	-6.554374e-028	7.636816e-027	5.283709e-028	-1.638593e-028	3.328274e-027	0.4358196
15200	9.898539e-028	-1.430306e-028	-6.842951e-028	1.011993e-026	5.301501e-028	-1.710738e-028	3.294828e-027	0.3255783
15300	1.291396e-027	-2.594548e-028	-7.112901e-028	1.335369e-026	5.295052e-028	-1.778225e-028	3.244195e-027	0.2429437
15400	1.66607e-027	-3.72218e-028	-7.356257e-028	1.752849e-026	5.259058e-028	-1.839064e-028	3.173265e-027	0.1810348
15500	2.131665e-027	-4.766089e-028	-7.562693e-028	2.289017e-026	5.187683e-028	-1.890673e-028	3.078881e-027	0.1345067
15600	2.710924e-027	-5.656545e-028	-7.718878e-028	2.975711e-026	5.074583e-028	-1.92972e-028	2.957963e-027	0.09940357
15700	3.433085e-027	-6.292624e-028	-7.807625e-028	3.85433e-026	4.912993e-028	-1.951906e-028	2.807719e-027	0.07284584
15800	4.33595e-027	-6.53016e-028	-7.806766e-028	4.978976e-026	4.695897e-028	-1.951692e-028	2.625989e-027	0.05274156
15900	5.468726e-027	-6.164838e-028	-7.687651e-028	6.42076e-026	4.41637e-028	-1.921913e-028	2.411771e-027	0.03756208
16000	6.895915e-027	-4.908126e-028	-7.41314e-028	8.273759e-026	4.068137e-028	-1.853285e-028	2.166031e-027	0.02617953
16100	8.702745e-027	-2.35308e-028	-6.934884e-028	1.066333e-025	3.646514e-028	-1.733721e-028	1.892945e-027	0.01775191
16200	1.100275e-026	2.075333e-028	-6.189439e-028	1.375784e-025	3.149825e-028	-1.54736e-028	1.60174e-027	0.01164238
16300	1.39472e-026	8.988814e-028	-5.140292e-028	1.777397e-025	2.603685e-028	-1.285073e-028	1.319994e-027	0.007426554
16411.5	9.759026e-029	2.820589e-028	1.144433e-029	2.436604e-027	4.325617e-029	2.861081e-030	3.815572e-028	0.156594

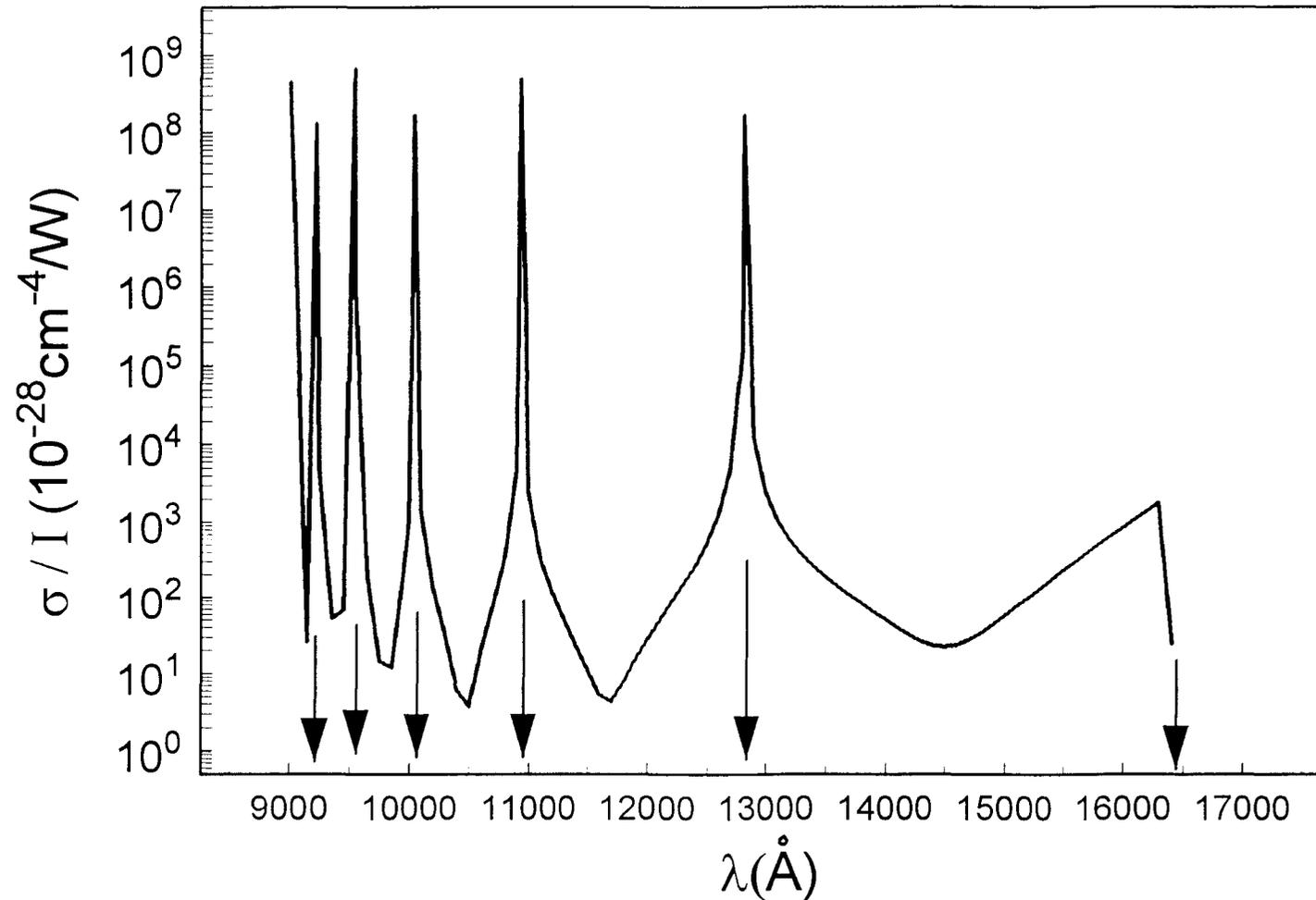


Figure 6 : Section efficace totale de biphotoinisation par unite d'intensité cm^4/W : état 3P dans le cas de la polarisation linéaire. Les flèches indiquent les longueurs d'onde de résonance et au seuil 16411.5 A

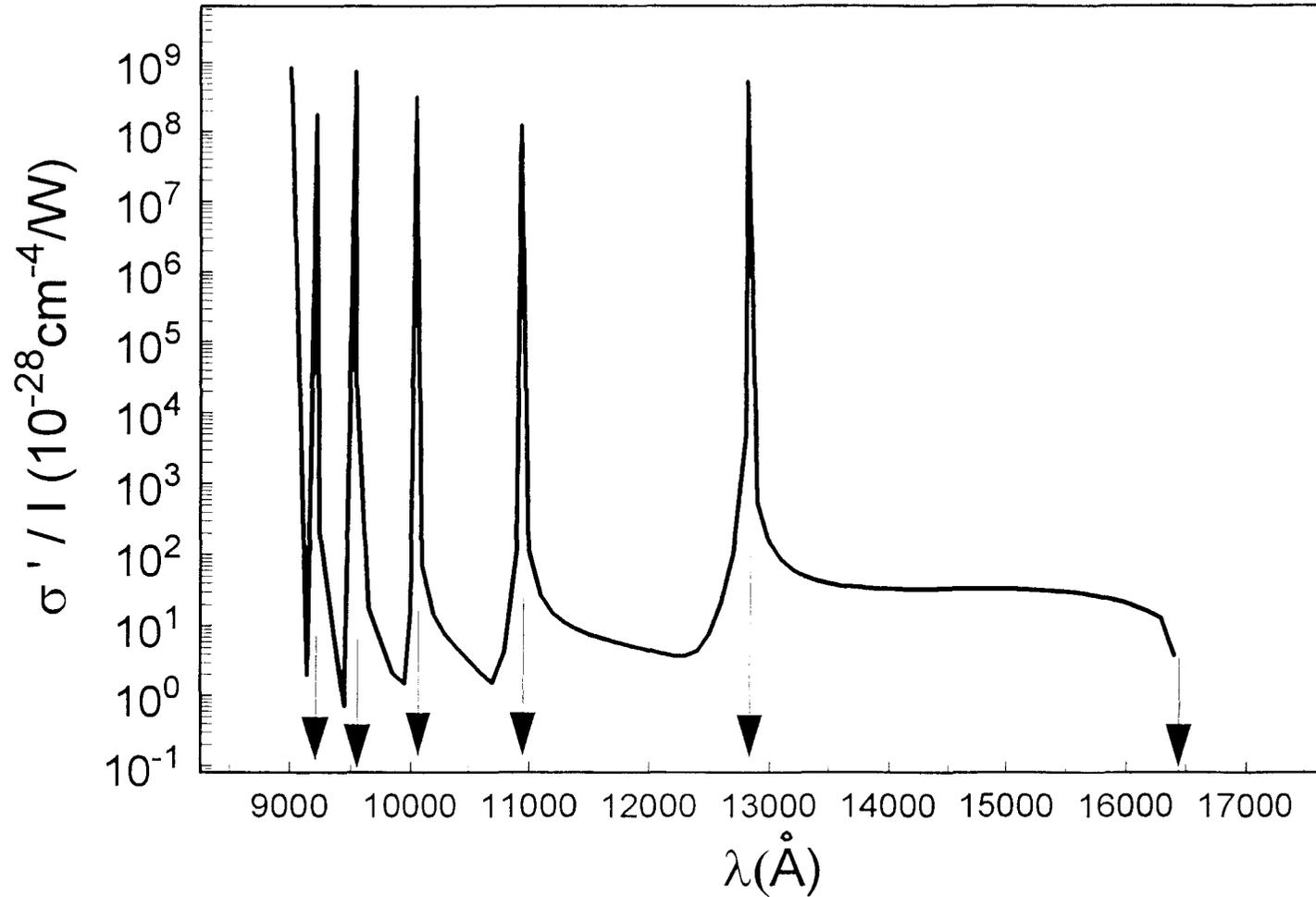


Figure 7 : Section efficace totale de biphotoionisation par unite d'intensité cm^4/W : état 3P dans le cas de la polarisation circulaire.

Les flèches indiquent les longueurs d'onde de résonance et au seuil 16411.5 \AA

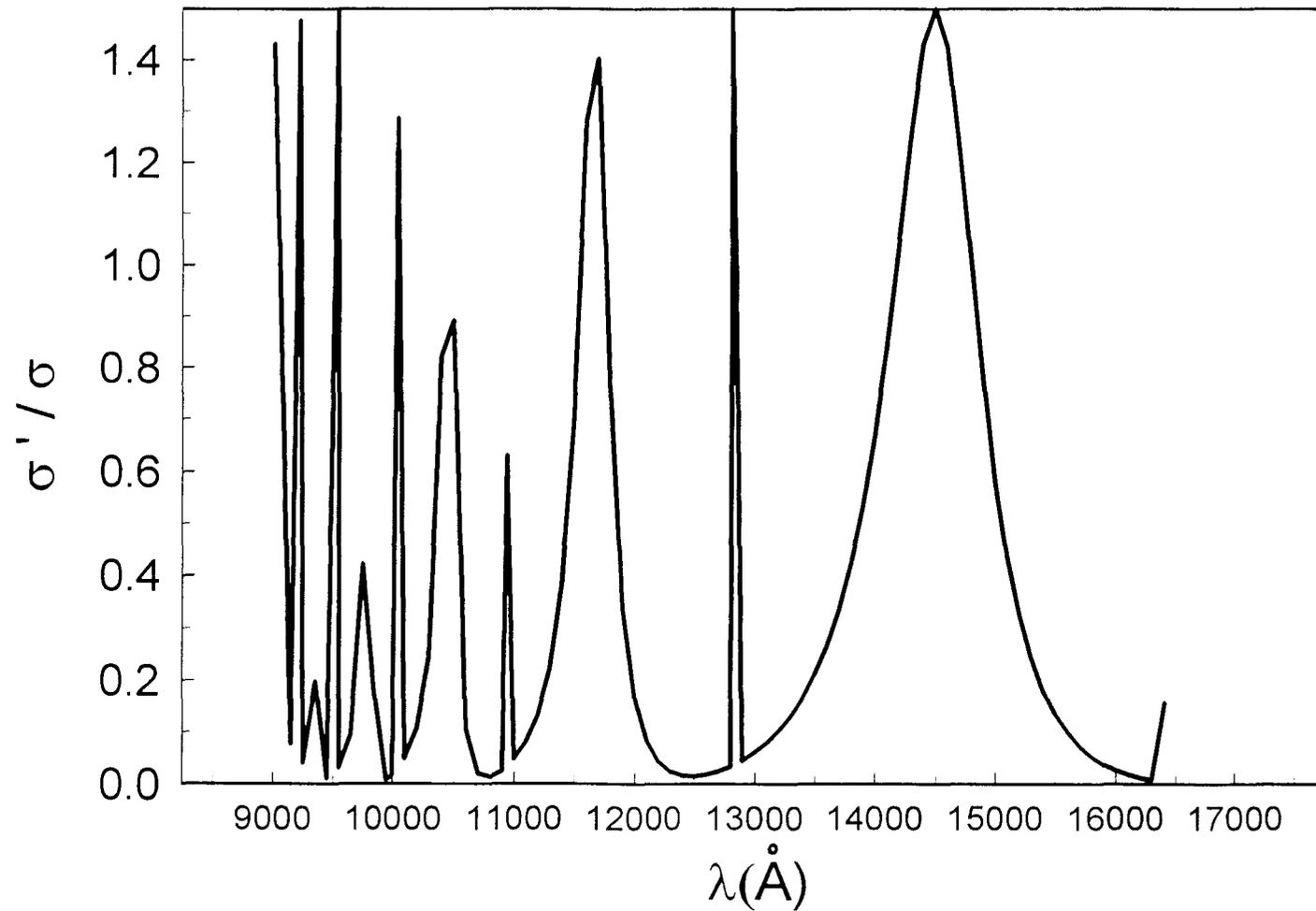


Figure 8 : Rapport des sections efficaces totales de biphotoinisation (circulaire / linéaire) : état 3P.

Fig. 6a : Distribution angulaire normalisée relative à une ionisation par absorption non résonnante de $N = 2$ photons $\lambda = 1,06 \mu\text{m}$ Laser Nd – Yag linéairement polarisés à partir de l'état excité $3p$.

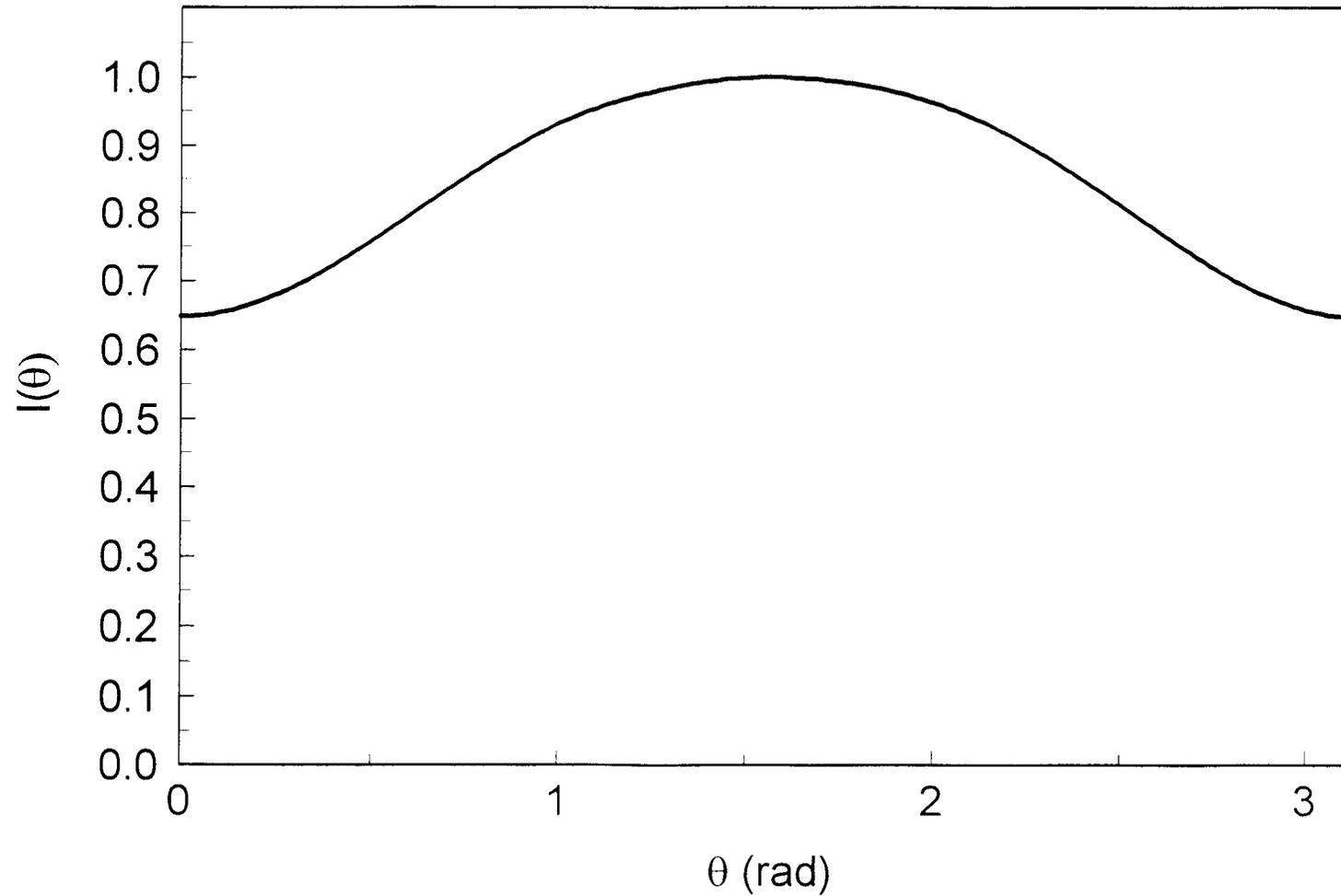


Tableau 4 : Etat excité 3p : mêmes remarques que le tableau 2.

L2 : Laser à ion Ar+
 L3: Laser à ion Kr+
 L4 : Laser à He-Ne
 L5 : Laser à He-Cd
 L6 : Laser à Rubis

	λ	a	b	c	σ/I	b'	c'	σ'/I	R= d'/σ
L5	3250	1.887038e-031	-6.512237e-031	1.092268e-030	2.388651e-030	3.730744e-032	2.730669e-031	2.142658e-030	0.897016
L3	3375	2.374108e-031	-8.034495e-031	1.377309e-030	3.079465e-030	4.73568e-032	3.443272e-031	2.704438e-030	0.8782169
L6	3471	2.815917e-031	-9.374378e-031	1.635572e-030	3.722496e-030	5.679743e-032	4.088929e-031	3.216252e-030	0.8640041
L3	3507	2.998445e-031	-9.917341e-031	1.742138e-030	3.992261e-030	6.079086e-032	4.355345e-031	3.42826e-030	0.8587266
	4000	6.69816e-031	-1.981884e-030	3.873335e-030	9.850209e-030	1.535777e-031	9.683337e-031	7.776444e-030	0.78947
	4100	7.798713e-031	-2.242198e-030	4.494147e-030	1.170308e-029	1.853731e-031	1.123537e-030	9.082993e-030	0.7761199
	4200	9.052701e-031	-2.522622e-030	5.193356e-030	1.386155e-029	2.237903e-031	1.298339e-030	1.057637e-029	0.7630006
	4300	1.047942e-030	-2.822367e-030	5.978085e-030	1.637109e-029	2.702048e-031	1.494521e-030	1.228004e-029	0.7501051
	4400	1.21008e-030	-3.140059e-030	6.855804e-030	1.928378e-029	3.262654e-031	1.713951e-030	1.422033e-029	0.737424
L5	4416	1.237991e-030	-3.192427e-030	7.005385e-030	1.97911e-029	3.362571e-031	1.751346e-030	1.455466e-029	0.7354142
	4500	1.39419e-030	-3.473618e-030	7.834314e-030	2.265943e-029	3.939462e-031	1.958578e-030	1.642683e-029	0.7249448
	4600	1.603148e-030	-3.820106e-030	8.921731e-030	2.656688e-029	4.756075e-031	2.230433e-030	1.893294e-029	0.712657
	4700	1.840276e-030	-4.175539e-030	1.012647e-029	3.108573e-029	5.740697e-031	2.531617e-030	2.177637e-029	0.7005265
	4800	2.109434e-030	-4.534661e-030	1.14572e-029	3.630827e-029	6.927019e-031	2.8643e-030	2.499989e-029	0.6885453
L2	4880	2.350827e-030	-4.820101e-030	1.261849e-029	4.10647e-029	8.048091e-031	3.154623e-030	2.788484e-029	0.6790464
	4900	2.415132e-030	-4.890665e-030	1.292285e-029	4.234214e-029	8.355283e-031	3.230712e-030	2.865215e-029	0.6766816
	5000	2.76268e-030	-5.23483e-030	1.453253e-029	4.931349e-029	1.007359e-030	3.633132e-030	3.278872e-029	0.6649035
	5100	3.158369e-030	-5.556074e-030	1.629552e-029	5.737112e-029	1.213947e-030	4.07388e-030	3.747334e-029	0.6531743
L2	5145	3.354084e-030	-5.689544e-030	1.714138e-029	6.139735e-029	1.32004e-030	4.285346e-030	3.977941e-029	0.647901
	5200	3.609708e-030	-5.840369e-030	1.822121e-029	6.669174e-029	1.462187e-030	4.555302e-030	4.277952e-029	0.6414515
	5300	4.125725e-030	-6.069975e-030	2.031904e-029	7.748685e-029	1.760357e-030	5.07976e-030	4.879241e-029	0.6296863
	5400	4.717362e-030	-6.222443e-030	2.259845e-029	9.001172e-029	2.118421e-030	5.649613e-030	5.561131e-029	0.617823
	5500	5.397988e-030	-6.269267e-030	2.506881e-029	1.045773e-028	2.548419e-030	6.267202e-030	6.335278e-029	0.6057988
	5600	6.184073e-030	-6.174078e-030	2.773933e-029	1.21566e-028	3.064952e-030	6.934833e-030	7.215458e-029	0.5935425
	5700	7.09609e-030	-5.890165e-030	3.061903e-029	1.414534e-028	3.685818e-030	7.654756e-030	8.218091e-029	0.5809749
	5800	8.159732e-030	-5.357058e-030	3.371658e-029	1.648376e-028	4.432837e-030	8.429146e-030	9.362912e-029	0.5680081
	5900	9.407558e-030	-4.495735e-030	3.704033e-029	1.924797e-028	5.332941e-030	9.260082e-030	1.067388e-028	0.5545459
	6000	1.088128e-029	-3.20184e-030	4.059816e-029	2.253607e-028	6.419633e-030	1.014954e-029	1.218039e-028	0.5404841
	6100	1.263497e-029	-1.335936e-030	4.439748e-029	2.647628e-028	7.73497e-030	1.109937e-029	1.39189e-028	0.5257122
	6200	1.47396e-029	1.290698e-030	4.844529e-029	3.12386e-028	9.332291e-030	1.211132e-029	1.593529e-028	0.5101152
	6300	1.728971e-029	4.937075e-030	5.274818e-029	3.705199e-028	1.128005e-029	1.318705e-029	1.8288e-028	0.4935767
L4	6328	1.809996e-029	6.186777e-030	5.399959e-029	3.890817e-028	1.189974e-029	1.34999e-029	1.901682e-028	0.4887616
L7	6764	8.671433e-029	8.758584e-029	7.12796e-029	1.635708e-027	3.353144e-029	1.78199e-029	4.003424e-028	0.244752
L6	6943	1.503549e-028	1.652672e-028	7.781051e-029	2.777245e-027	5.082227e-029	1.945263e-029	5.561404e-028	0.2002395
L3	7525	1.971479e-027	2.214766e-027	5.401823e-029	3.418729e-026	3.267919e-028	1.350456e-029	2.828233e-027	0.082728
L3	7931	7.993974e-026	7.503596e-026	-6.269661e-028	1.317287e-024	6.699191e-027	-1.567415e-028	5.507252e-026	0.041808

Fig. 6b : Distribution angulaire normalisée relative à une ionisation au-dessus du seuil de photoionisation par absorption non résonnante de $N = 2$ photons $\lambda = 632,8$ nm Laser Hc - Ne linéairement polarisés à partir de l'état excité 3p.

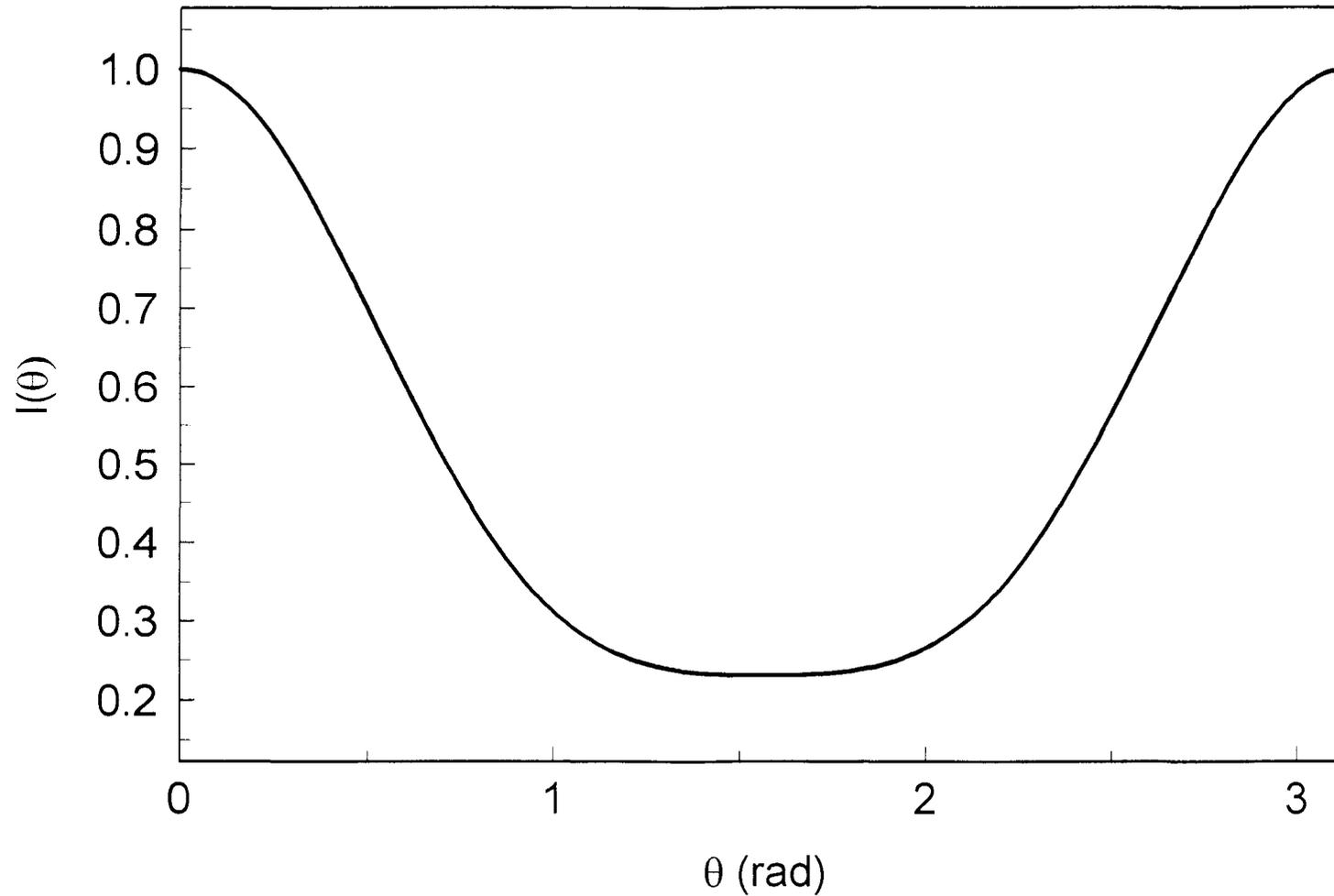
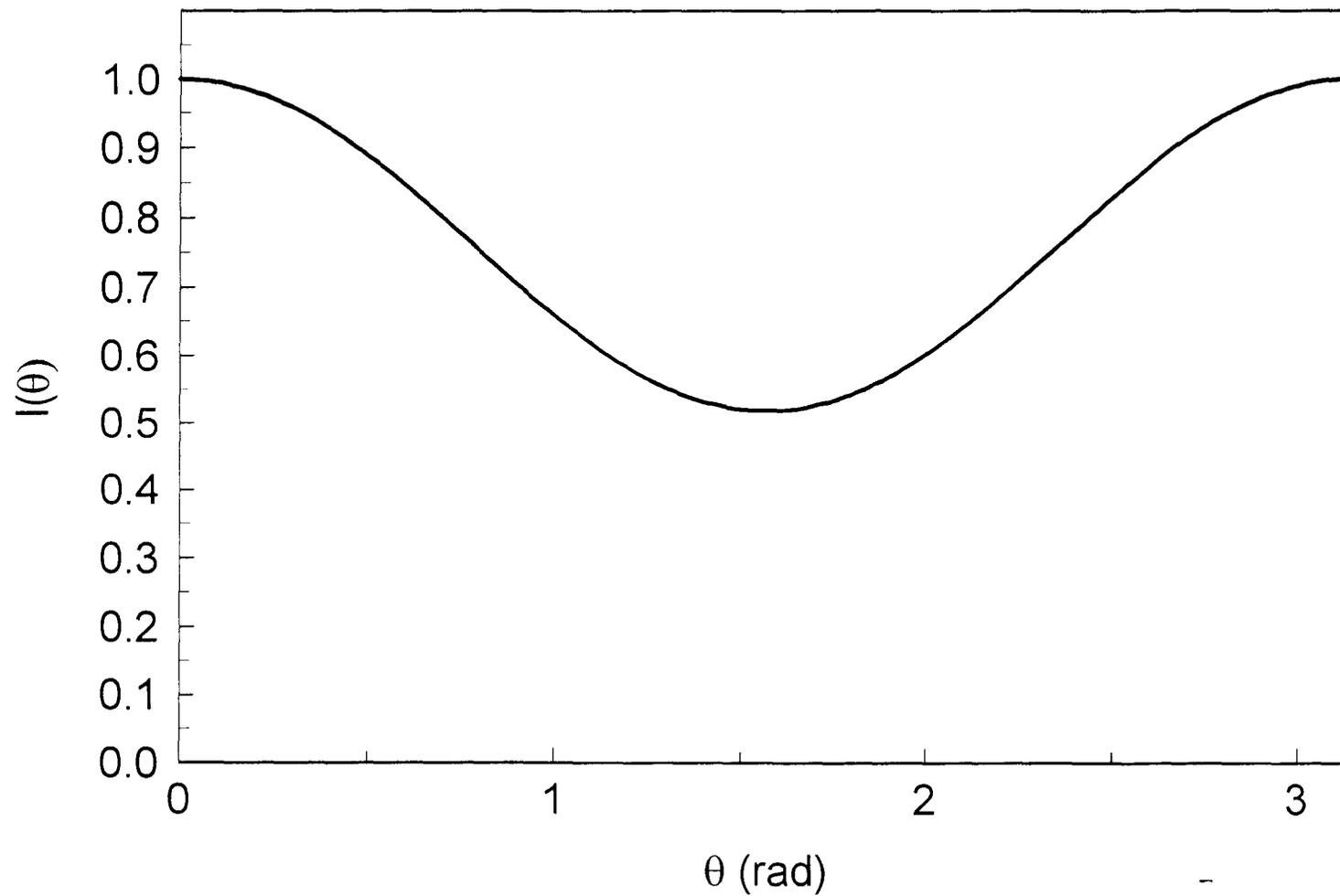


Fig. 6c : Distribution angulaire normalisée relative à une ionisation au voisinage du seuil de photoionisation par absorption non résonnante de $N = 2$ photon $\lambda = 793,1$ nm Laser Kr^+ linéairement polarisés à partir de l'état excité 3p.



Sur la figure 6a, est donnée la distribution angulaire normalisée $I(\theta = 90^\circ) = 1$ correspondant à une ionisation par absorption de deux photons laser $L_1 : \lambda = 1,06 \mu\text{m}$ linéairement polarisés ; la distribution est presque isotrope : les minima à $\theta = 0^\circ$ (180°) étant relativement peu profonds ; le canal 2' étant très prépondérant par rapport aux canaux ouverts 1' et 3'. Elle est en outre très différente de la figure 3a.

Dans le tableau 4, dont les paramètres sont les mêmes que ceux du tableau 3, nous avons fait varier λ au-dessus du seuil de photoionisation pour deux intervalles d'énergie a) et b) mentionnés au **III.3.1.1.**

Les éléments de matrice de transitions T_{01}, T_{21} et T_{23} sont complexes. Les longueurs d'onde caractéristiques des Lasers L_1 sont les mêmes que dans le tableau 2.

La croissance monotone des sections efficaces en fonction de la longueur d'onde persiste quelque soit l'état de la polarisation (linéaire ou circulaire). Leur rapport $\frac{\sigma'}{\sigma}$ est toujours inférieur à 1 quelque soit l'intervalle a) ou b) considéré ; contrairement à l'intervalle a) du tableau 2. Cette inefficacité de la polarisation circulaire, pourrait s'expliquer par le fait que les transitions $p \rightarrow d \rightarrow kp$ sont très favorisées par rapport à celles correspondant aux canaux ouverts 1' et 3'.

Conservant les mêmes longueurs d'onde L_4 que pour la figure 3b, nous avons tracé sur la figure 6b la distribution correspondante à l'état 3p. Elle présente un minimum non nul étalé entre $\theta = 57^\circ$ et 123° , dont l'état final P est plus peuplé que celui de F.

La forme de la fig. 6b est en outre très différente de celle de la figure 3b, même si dans les deux cas, le maximum de distribution est obtenu dans la direction de polarisation du Laser.

Sur la fig. 6c, nous avons représenté la courbe de distribution correspondante au Laser L_3 . Elle présente une forme : $a + b \cos^2 \theta$, spécifique des processus du premier ordre ; comparativement à la figure 3c, le maximum est obtenu dans la direction de polarisation du Laser L_2 ($\theta = 0^\circ$), alors qu'il est positionné sur la figure 3c, dans la direction de polarisation faisant un angle droit avec celle des photo électrons éjectés.

Nous abordons l'étude :

III.3.1.3 : Etats excités 3d

L'ensemble des canaux (II.14) sont ouverts :

$$d \rightarrow f \rightarrow kg \quad (1'')$$

$$d \rightarrow f \rightarrow kd \quad (2'')$$

$$d \rightarrow p \rightarrow kd \quad (3'')$$

$$d \rightarrow p \rightarrow ks \quad (4'')$$

Dans le tableau 5, les coefficients angulaires a, b, c, a', b', c' , les sections efficaces totales $\frac{\sigma}{I}, \frac{\sigma'}{I}$ ainsi que leurs rapports $\frac{\sigma'}{\sigma}$ sont donnés en fonction de la longueur d'onde λ . Nous avons fait varier λ entre le seuil 16411,5 Å et 900 Å et nous avons mentionné la valeur correspondante à la longueur d'onde L_1 du Laser au Nd – YAG : $\lambda = 1,06 \mu\text{m}$.

Les longueurs d'onde de résonance sont les mêmes que celles du tableau 1 de fait même de la structure des éléments de transition radiales T_{10}, T_{12}, T_{32} et T_{34} dans ce domaine. Nous notons que les minima de $\frac{\sigma'}{I}$ sont plus accusés que de $\frac{\sigma}{I}$ qui sont par contre plus accusés que ceux des états 3p et 3s.

Cette différence entre les états 3p et 3d pourrait s'expliquer par le nombre de canaux ouverts : 3 pour 3p et 4 pour 3d. En outre, le rapport $\frac{\sigma'}{\sigma}$ prend des valeurs proches du maximum théorique 1,5, dans l'intervalle 13100 Å et 16411,5 Å ; il atteint ce maximum pour la seule longueur d'onde de résonance, $\lambda = 10941 \text{ Å}$; tandis que pour toutes les autres λ résonance il est inférieur à 1.

Ce qui est différent des valeurs correspondantes du tableau 3 relatif aux états 3p.

Nous avons par ailleurs tracé sur les figures 9, 10 et 11 les courbes représentatives de $\frac{\sigma}{I}, \frac{\sigma'}{I}$ et $\frac{\sigma'}{\sigma}$ respectivement en fonction de la longueur d'onde.

Sur la figure 9a est affichée la distribution angulaire normalisée $I(\theta = 0^\circ) = 1$ correspondant à une ionisation par absorption de deux photons $\lambda = 15400 \text{ Å}$ linéairement polarisés.

Le maximum est obtenu dans la direction de polarisation du laser, où les états finals S sont plus peuplés que ceux D et G.

Dans le tableau 6, dont les paramètres sont les mêmes que ceux du tableau 5, nous avons fait varier λ au-dessus du seuil de photoionisation pour deux intervalles d'énergies a) et b) déjà mentionnés au

III.3.1.1.

Les éléments de matrice de transitions radiales T_{10}, T_{12}, T_{32} et T_{34} sont complexes. Les longueurs d'onde caractéristiques des Lasers L_i sont les mêmes que dans le tableau 2.

La croissance monotone des sections efficaces en fonction de la longueur d'onde persiste quelque soit l'état de la polarisation (linéaire ou circulaire).

Leur rapport $\frac{\sigma'}{\sigma}$ est toujours supérieur à 1 dans l'intervalle a) comme le tableau 2 des états 3s et à la différence du tableau 4 des états 3p.

Tableau 5 : Etat excité 3d : mêmes remarques que le tableau 1.

λ	a	b	c	σ/I	a'	b'	c'	σ'/I	R= σ'/σ
9017.31	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0.741619
9150	1.303551e-031	6.956057e-031	4.13562e-031	5.591232e-030	2.258059e-031	1.07964e-031	1.033905e-031	4.435972e-030	0.7933802
9231.47	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0.647232
9250	1.23458e-030	-4.088372e-031	3.773453e-030	2.328549e-029	5.860543e-031	1.968441e-030	9.433633e-031	3.017783e-029	1.295993
9350	8.623514e-032	-9.079967e-033	5.411191e-031	2.405609e-030	1.013342e-031	1.219044e-032	1.352798e-031	2.262184e-030	0.9486926
9450	1.81555e-031	8.295256e-031	5.008531e-031	7.014977e-030	2.997096e-031	9.754926e-032	1.252133e-031	5.422676e-030	0.7730141
9548.51	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0.552009
9550	8.138851e-028	6.354878e-028	2.155948e-027	1.8308e-026	5.49378e-028	9.054184e-028	5.389871e-028	1.610123e-026	0.9887062
9650	2.283419e-031	-6.09754e-031	1.120699e-030	3.131922e-030	6.975952e-032	2.293355e-031	2.801748e-031	4.67565e-030	1.492901
9750	9.036679e-032	-8.037271e-032	5.159761e-031	2.095707e-030	9.850379e-032	2.092871e-032	1.28994e-031	2.277693e-030	1.086837
9850	1.275388e-031	3.830799e-031	4.731261e-031	4.396437e-030	2.206782e-031	-2.928606e-032	1.182815e-031	3.320508e-030	0.7552725
9950	6.154078e-031	1.383852e-030	1.739206e-030	1.790121e-029	7.257652e-031	1.93614e-031	4.348015e-031	1.365632e-029	0.7628712
10000	2.774557e-030	3.466834e-030	8.183948e-030	6.995645e-029	2.401483e-031	1.735712e-030	2.045987e-030	5.843133e-029	0.8352529
10052.04	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0.55622
10100	4.28156e-030	-1.820376e-030	1.481557e-029	8.341408e-029	1.856076e-030	4.750979e-030	3.703892e-030	8.794956e-029	1.054373
10200	5.312289e-031	-7.806307e-031	2.082044e-030	6.638468e-030	1.266722e-031	7.493333e-031	5.205109e-031	1.135791e-029	1.314806
10300	2.045898e-031	-3.791418e-031	8.471297e-031	3.111875e-030	6.223659e-032	2.926896e-031	2.117824e-031	4.653498e-030	1.4954
10400	1.146074e-031	-1.348743e-031	4.476611e-031	2.000333e-030	9.167398e-032	9.140459e-032	1.119153e-031	2.667809e-030	1.333662
10500	1.057236e-031	6.207575e-032	3.467451e-031	2.46005e-030	1.646908e-031	-5.261133e-032	8.668627e-032	2.208109e-030	0.8975869
L1 10600	1.883066e-031	2.588837e-031	5.983377e-031	4.954527e-030	3.084608e-031	-1.717157e-031	1.495844e-031	3.440195e-030	0.6943538
10700	5.165919e-031	5.12573e-031	1.82878e-030	1.323497e-029	6.445441e-031	-2.037864e-031	4.57195e-031	9.456493e-030	0.714508
10800	2.083762e-030	1.021707e-030	8.104272e-030	5.08333e-029	1.644151e-030	4.951918e-031	2.026068e-030	4.090163e-029	0.8046227
10900	3.217682e-029	4.872489e-030	1.326763e-028	7.582076e-028	2.007336e-029	2.516122e-029	3.316909e-029	6.853408e-028	0.9038959
10941	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1.5
11000	1.909719e-029	-5.174982e-031	8.116661e-029	4.41808e-028	8.347569e-030	2.381366e-029	2.029165e-029	4.403954e-028	0.9968014
11100	3.06067e-030	-2.447676e-031	1.309419e-029	7.034553e-029	9.193763e-031	5.083722e-030	3.273548e-030	7.608205e-029	1.081548
11200	1.279372e-030	-4.205704e-032	5.372659e-030	2.940386e-029	2.580502e-031	2.610476e-030	1.343165e-030	3.411421e-029	1.160195
11300	7.074457e-031	6.889357e-032	2.818972e-030	1.626345e-029	9.961837e-032	1.695959e-030	7.04743e-031	2.009933e-029	1.235859
11400	4.431131e-031	1.304633e-031	1.585329e-030	1.009917e-029	5.81886e-032	1.176939e-030	3.963323e-031	1.324737e-029	1.311728
11500	2.984018e-031	1.565154e-031	6.638751e-031	6.576593e-030	6.176191e-032	8.254183e-031	2.159688e-031	9.138568e-030	1.38956
11600	1.252472e-031	1.507437e-031	4.032069e-031	4.349679e-030	9.143357e-032	5.421974e-031	1.008017e-031	6.36687e-030	1.463756
11700	1.733782e-031	1.122295e-031	1.146887e-031	2.937588e-030	1.431692e-031	2.880512e-031	2.872217e-032	4.404787e-030	1.499457
11800	1.683872e-031	3.743661e-032	-2.017606e-032	2.222122e-030	2.195788e-031	4.290058e-032	-5.044016e-033	3.084881e-030	1.388259
11900	2.065562e-031	-7.853698e-032	2.693914e-032	2.334392e-030	3.628781e-031	-2.040458e-031	6.734785e-033	2.466018e-030	1.056386
12000	3.067473e-031	-2.396772e-031	3.431384e-031	3.713143e-030	4.859343e-031	-4.570726e-031	8.578461e-032	2.852202e-030	0.7681369
12100	5.098405e-031	-4.421476e-031	1.117143e-030	7.362467e-030	7.20322e-031	-7.12668e-031	2.792857e-031	4.95319e-030	0.6727623
12200	9.047429e-031	-6.51037e-031	2.755269e-030	1.556702e-029	1.089504e-030	-9.530434e-031	6.888173e-031	1.032341e-029	0.6631589
12300	1.704086e-030	-7.152941e-031	6.199161e-030	3.399815e-029	1.721061e-030	-1.128584e-030	1.54979e-030	2.255948e-029	0.6635502
12400	3.506692e-030	-1.055696e-032	1.393063e-029	7.903367e-029	2.94481e-030	-1.112804e-030	3.482658e-030	5.102397e-029	0.6455979
12500	8.498394e-030	4.44324e-030	3.394684e-029	2.107235e-028	5.839115e-030	-6.002577e-031	8.48671e-030	1.252263e-028	0.5942682
12600	2.912781e-029	3.266059e-029	1.024068e-028	7.602157e-028	1.56348e-029	7.336395e-031	2.56017e-029	3.74203e-028	0.4922327
12700	2.47023e-028	3.815703e-028	5.525252e-028	6.090462e-027	9.086443e-029	-1.571118e-029	1.380631e-028	1.935522e-027	0.3177957
12800	2.265246e-025	2.494883e-025	1.107991e-025	4.170115e-024	4.230924e-026	-3.325932e-026	2.769978e-026	4.386866e-025	0.1051977
12821.48	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0.081081
12900	1.600921e-027	-4.605749e-028	1.927778e-028	1.867302e-026	1.20313e-026	3.387644e-028	4.819445e-029	4.672926e-027	0.2502501
13000	9.839596e-029	-1.327027e-028	1.341502e-028	1.017772e-027	5.067498e-030	8.366002e-029	3.353756e-029	9.893195e-028	0.9720439
13100	2.909628e-029	-5.093427e-029	8.186445e-029	3.580294e-028	1.546962e-030	4.036108e-029	2.046611e-029	4.947331e-028	1.381822
13200	1.448857e-029	-2.659215e-029	5.75409e-029	5.75409e-029	7.956563e-031	2.551341e-029	1.438523e-029	3.201499e-028	1.487023
13300	9.160328e-030	-1.671274e-029	4.45508e-029	1.570743e-028	5.234467e-031	1.842141e-029	1.11377e-029	2.355503e-028	1.499611
13400	6.609767e-030	-1.193952e-029	3.685308e-029	1.256705e-028	4.255786e-031	1.433509e-029	9.213271e-030	1.871893e-028	1.489524
13500	5.18668e-030	-9.403572e-030	3.197285e-029	1.061447e-028	4.175414e-031	1.167334e-029	7.993213e-030	1.566124e-028	1.475461
13600	4.318134e-030	-8.007018e-030	2.875126e-029	9.298336e-029	4.673232e-031	9.779427e-030	7.187816e-030	1.359737e-028	1.462344
13700	3.762081e-030	-7.260494e-030	2.658578e-029	8.368018e-029	5.614466e-031	8.337281e-030	6.646426e-030	1.214464e-028	1.451316
13800	3.401983e-030	-6.92002e-030	2.513608e-029	7.693791e-029	6.947166e-031	7.177996e-030	6.284019e-030	1.109802e-028	1.442464
13900	3.176642e-030	-6.85277e-030	2.41973e-029	7.202849e-029	8.663808e-031	6.204102e-030	6.049325e-030	1.034056e-028	1.435621
14000	3.052262e-030	-6.980739e-030	2.363849e-029	6.852503e-029	1.078539e-030	5.356112e-030	5.909623e-030	9.803125e-029	1.430591
14100	3.010022e-030	-7.254573e-030	2.337157e-029	6.617632e-029	1.335498e-030	4.596338e-030	5.842892e-030	9.444799e-029	1.427217
14200	3.040089e-030	-7.640301e-030	2.333386e-029	6.484365e-029	1.64361e-030	3.900511e-030	5.833465e-030	9.242737e-029	1.425167
14300	3.138614e-030	-8.111985e-030	2.347784e-029	6.446784e-029	2.011394e-030	3.253238e-030	5.86948e-030	9.186788e-029	1.425016
14400	3.306233e-030	-8.647244e-030	2.376459e-029	6.505279e-029	2.449898e-030	2.645485e-030	5.941148e-030	9.276704e-029	1.426027
14500	3.547427e-030	-9.224151e-030	2.415924e-029	6.665903e-029	2.973298e-030	2.973291e-030	6.039809e-030	9.521142e-029	1.426335

14600	3.87046e-030	-9.81873e-030	2.462741e-029	6.940446e-029	3.599794e-030	1.536843e-030	6.156853e-030	9.9375e-029	1.431824
14700	4.287789e-030	-1.040257e-029	2.513207e-029	7.347152e-029	4.352895e-030	1.040982e-030	6.283016e-030	1.055302e-028	1.436341
14800	4.816961e-030	-1.09402e-029	2.563023e-029	7.912131e-029	5.263285e-030	5.949349e-031	6.407558e-030	1.140684e-028	1.44169
14900	5.48213e-030	-1.138583e-029	2.606923e-029	8.671674e-029	6.371547e-030	2.133942e-031	6.517309e-030	1.255344e-028	1.447637
15000	6.316451e-030	-1.167912e-029	2.63819e-029	9.675842e-029	7.732206e-030	-8.224777e-032	6.595474e-030	1.4068e-028	1.453931
15100	7.365835e-030	-1.173924e-029	2.648003e-029	1.099402e-028	9.419895e-030	-2.619119e-031	6.620007e-030	1.605474e-028	1.460316
15200	8.694891e-030	-1.145641e-029	2.624519e-029	1.272361e-028	1.153898e-029	-2.838452e-031	6.561297e-030	1.865994e-028	1.466561
15300	1.039661e-029	-1.067924e-029	2.551494e-029	1.500407e-028	1.42391e-029	-9.010263e-032	6.378735e-030	2.209296e-028	1.472465
15400	1.26087e-029	-9.1953e-030	2.40618e-029	1.804023e-028	1.774117e-029	4.004366e-031	6.01545e-030	2.666127e-028	1.477879
15500	1.554218e-029	-6.700049e-030	2.155946e-029	2.214286e-028	2.238286e-029	1.303222e-030	5.389866e-030	3.283123e-028	1.482701
15600	1.953453e-029	-2.744788e-030	1.752624e-029	2.780291e-028	2.870234e-029	2.786624e-030	4.38156e-030	4.133949e-028	1.486877
15700	2.515415e-029	3.355257e-030	1.122498e-029	3.583623e-028	3.76026e-029	5.104646e-030	2.806246e-030	5.341005e-028	1.490393
15800	3.342343e-029	1.269483e-029	1.473569e-030	4.768907e-028	5.070021e-029	8.65859e-030	3.683922e-031	7.121246e-028	1.493266
15900	4.634504e-029	2.71377e-029	-1.374661e-029	6.615143e-028	7.114433e-029	1.412406e-029	-3.436653e-030	9.893188e-028	1.495537
16000	6.832406e-029	5.015047e-029	-3.819916e-029	9.726502e-028	1.058191e-028	2.274536e-029	-9.54979e-030	1.45631e-027	1.497259
16100	1.108264e-028	8.908484e-029	-7.987871e-029	1.565087e-027	1.725208e-028	3.714158e-029	-1.996968e-029	2.345279e-027	1.498498
16200	2.130173e-028	1.632541e-028	-1.597953e-028	2.959082e-027	3.315873e-028	6.415963e-029	-3.994882e-029	4.436612e-027	1.499321
16300	6.053462e-028	3.513837e-028	-3.633366e-028	8.165712e-027	9.351874e-028	1.317531e-028	-9.083416e-029	1.224691e-026	1.499797
16411.5	9.907793e-030	-4.25572e-030	3.260377e-029	1.634965e-028	1.942084e-030	2.173015e-029	5.650943e-030	2.44324e-028	1.494368

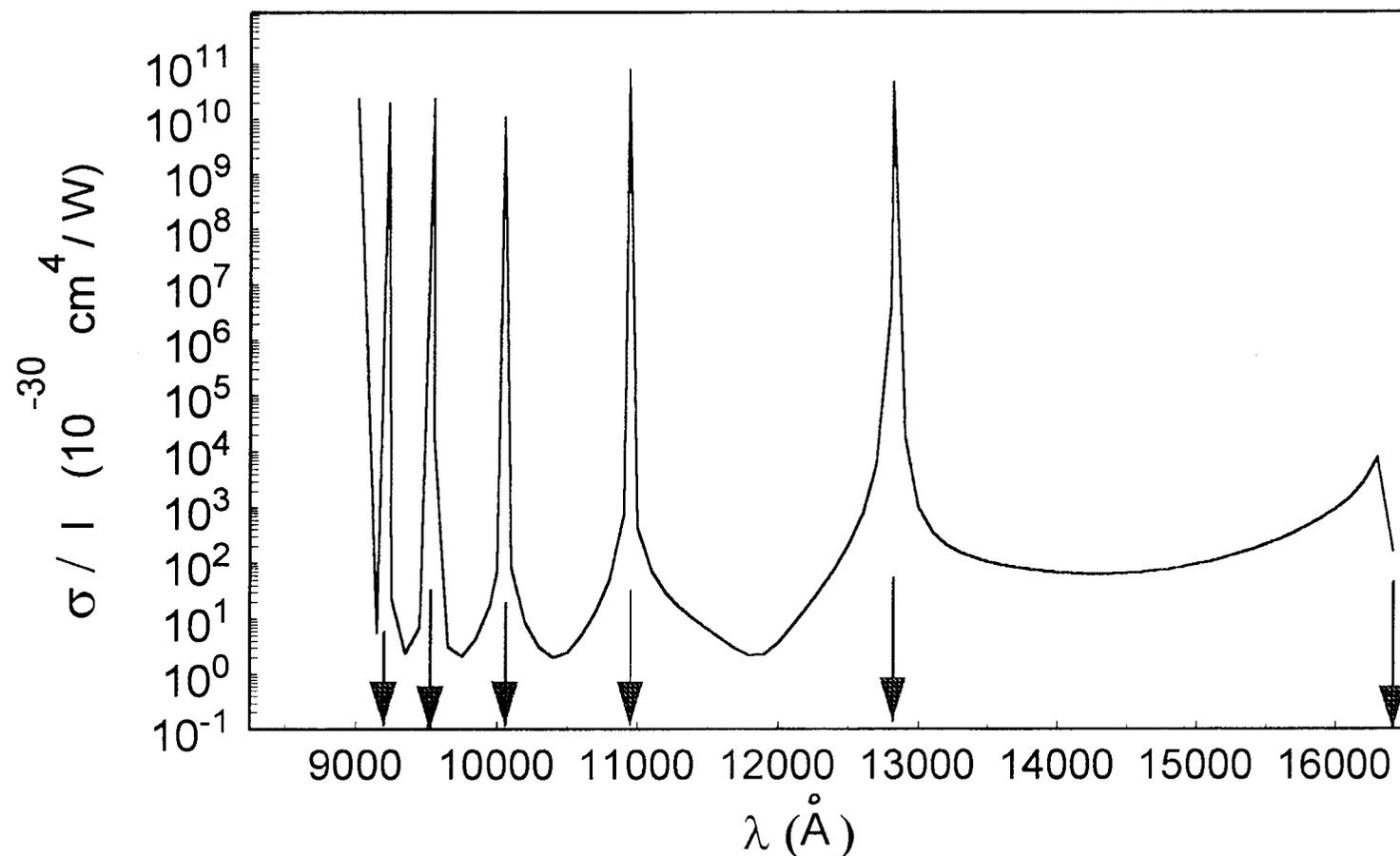


FIG 9 : Section efficace totale de biphotoinisation par unite d'intensité (cm^4 / W) : état 3D dans le cas de la polarisation linéaire
 Les flèches indiquent les longueurs d'onde de résonance et au seuil (16411.5 \AA)

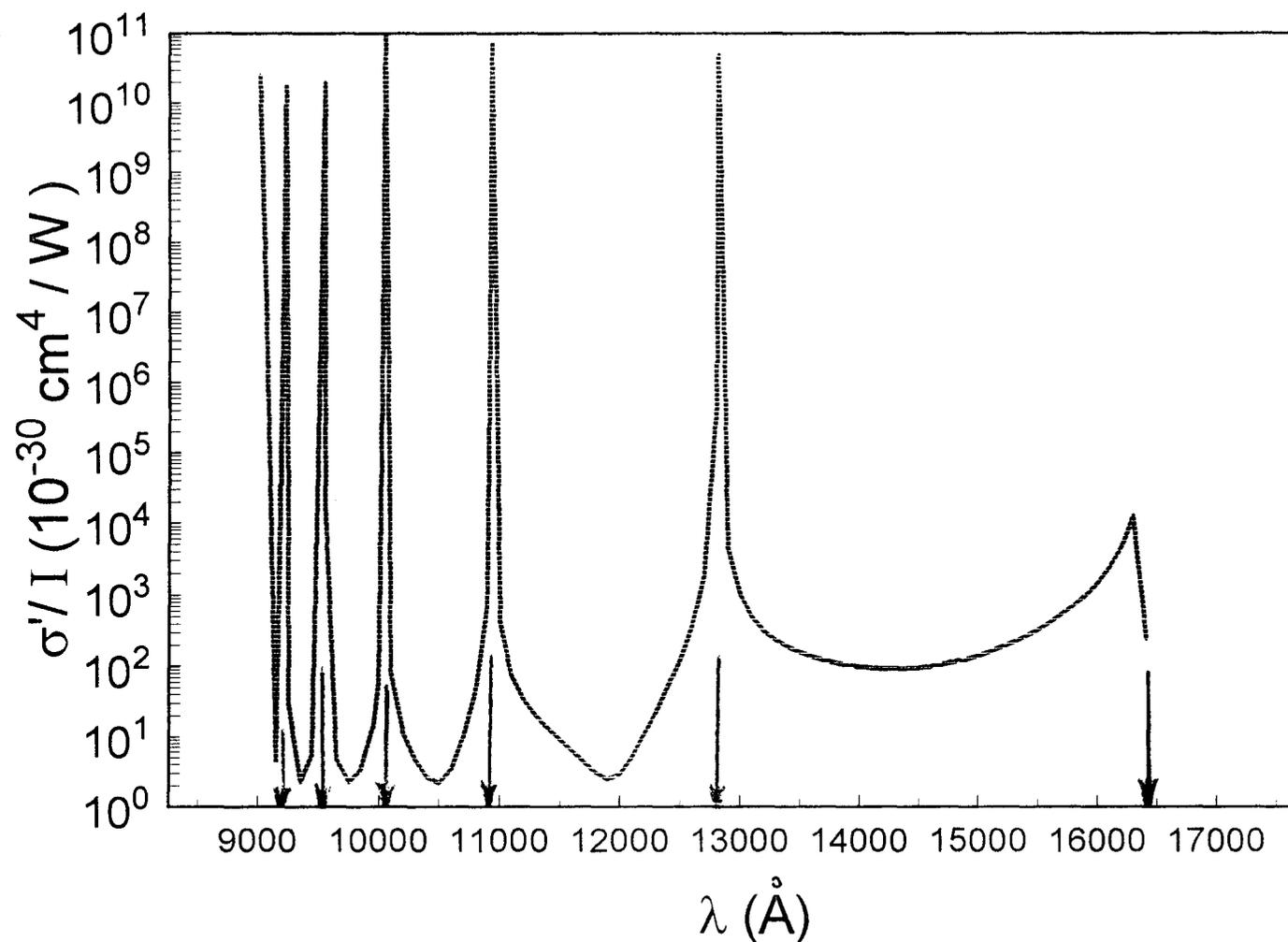


Fig. 10 : Section efficace totale de biphotoionisation par unité d'intensité (cm^4 / W) : état 3D dans le cas de la polarisation circulaire. Les flèches indiquent les longueurs d'onde de résonance et au seuil (16411.5 \AA)

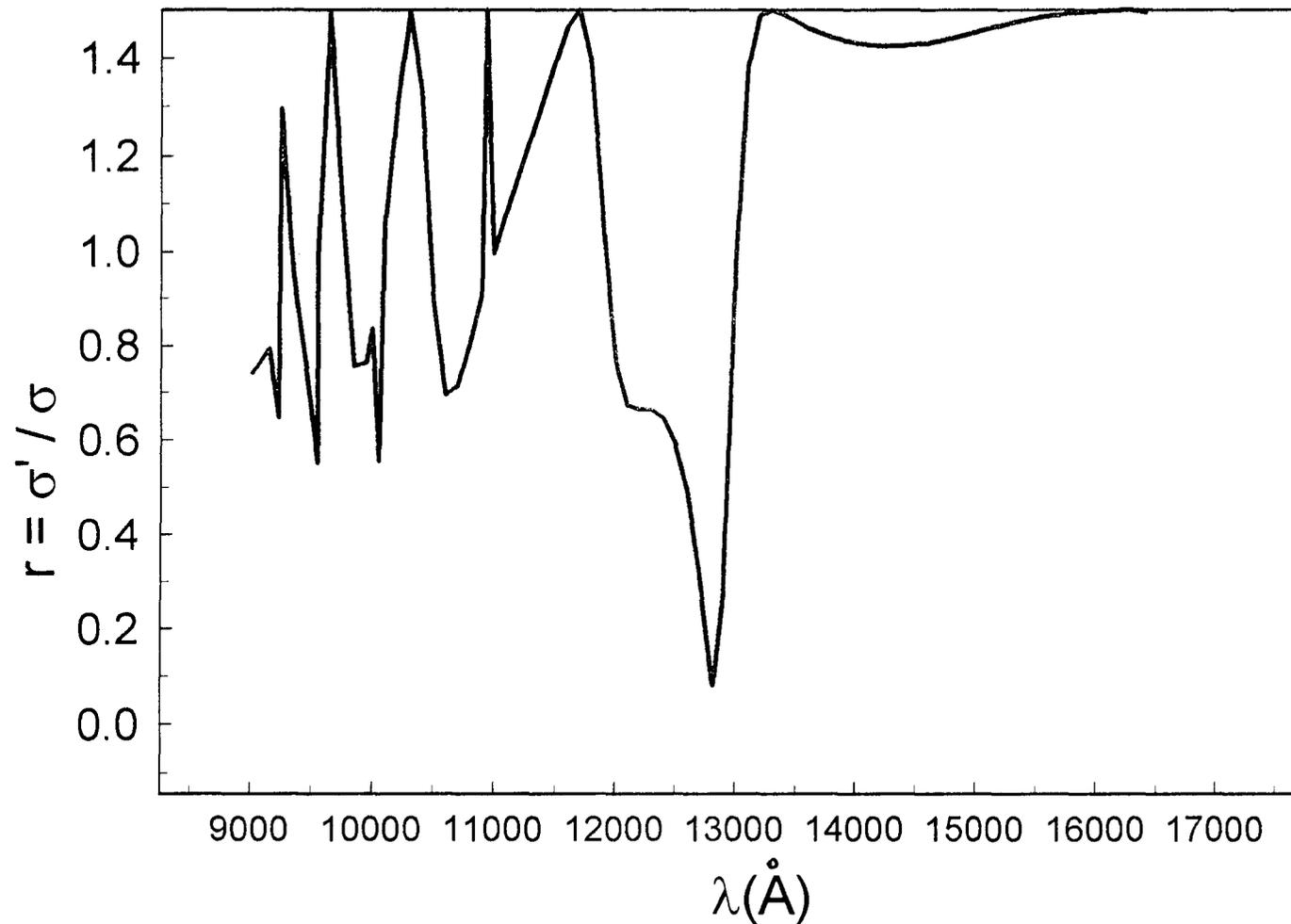


Fig. 11 : Rapport des sections efficaces totales de biphotonisation (circulaire / linéaire) : état 3D.

Fig. 9a : Distribution angulaire normalisée relative à une ionisation par absorption non résonnante de $N = 2$ photons $\lambda = 1,54 \mu\text{m}$ linéairement polarisés à partir de l'état excité $3d$.

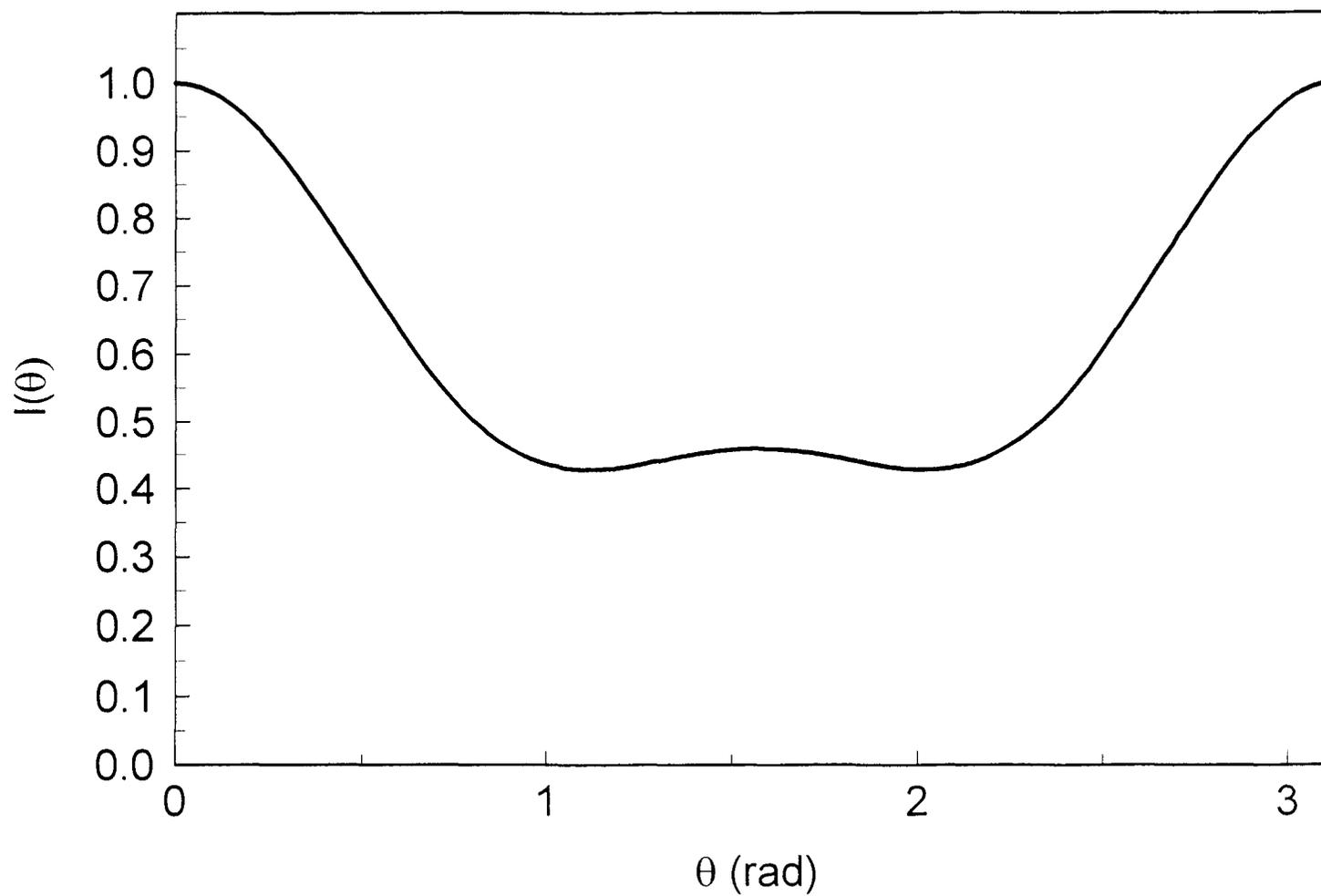


Tableau 6 : Etat excité 3d : mêmes remarques que le tableau 2.

L2 : Laser à ion Ar+
L3 : Laser à ion Kr+
L4 : Laser à He-Ne
L5 : Laser à He-Cd
L6 : Laser à Rubis

λ	a	b	c	σ/I	a'	b'	c'	σ'/I	R= σ'/σ
L5 3250	1.943279e-034	1.993508e-034	-1.376042e-034	2.931198e-033	3.193128e-034	6.867895e-035	-3.440104e-035	4.357408e-033	1.486562
L3 3375	2.450413e-034	3.189938e-034	-1.505444e-034	4.037119e-033	3.934176e-034	1.501808e-034	-3.76361e-035	5.949744e-033	1.47376
L6 3471	2.912701e-034	4.439382e-034	-1.496465e-034	5.143669e-033	4.585447e-034	2.392507e-034	-3.741162e-035	7.515849e-033	1.461184
L3 3507	3.104361e-034	4.996849e-034	-1.4585e-034	5.627569e-033	4.849292e-034	2.798618e-034	-3.646251e-035	8.19399e-033	1.456044
4000	7.076729e-034	2.022067e-033	3.103137e-034	1.814279e-032	9.712517e-034	1.468544e-033	7.757843e-035	2.502789e-032	1.379495
4100	8.288495e-034	2.584866e-033	5.651659e-034	2.266351e-032	1.102641e-033	1.925618e-033	1.412915e-034	3.093515e-032	1.364976
4200	9.683648e-034	3.272277e-033	9.107264e-034	2.816462e-032	1.246879e-033	2.490406e-033	2.276816e-034	3.805826e-032	1.351279
4300	1.12875e-033	4.106036e-033	1.368111e-033	3.482206e-032	1.404892e-033	3.182537e-033	3.420277e-034	4.660865e-032	1.33948
4400	1.312842e-033	5.110845e-033	1.961785e-033	4.283642e-032	1.577709e-033	4.024371e-033	4.904462e-034	5.682757e-032	1.326518
L5 4416	1.344703e-033	5.289306e-033	2.071247e-033	4.425945e-032	1.606809e-033	4.174608e-033	5.178117e-034	5.863527e-032	1.324808
4500	1.523796e-033	6.314701e-033	2.7199e-033	5.24354e-032	1.766492e-033	5.04128e-033	6.799749e-034	6.898936e-032	1.315702
4600	1.765106e-033	7.749311e-033	3.674639e-033	6.387658e-032	1.972567e-033	6.261949e-033	9.186598e-034	8.34049e-032	1.30572
4700	2.040602e-033	9.450538e-033	4.862583e-033	7.745028e-032	2.197457e-033	7.718705e-033	1.215646e-033	1.004255e-031	1.296644
4800	2.354452e-033	1.145896e-032	6.325086e-033	9.348275e-032	2.442925e-033	9.44787e-033	1.581272e-033	1.204468e-031	1.288438
L2 4880	2.636148e-033	1.331754e-032	7.723849e-033	1.083234e-031	2.655483e-033	1.105452e-032	1.930962e-033	1.389214e-031	1.282469
4900	2.711136e-033	1.382051e-032	8.108669e-033	1.123397e-031	2.711021e-033	1.149013e-032	2.027167e-033	1.439134e-031	1.281056
5000	3.11541e-033	1.658732e-032	1.026543e-032	1.3443e-031	3.004136e-033	1.389098e-032	2.566357e-033	1.713238e-031	1.274446
5100	3.572235e-033	1.981865e-032	1.285346e-032	1.602105e-031	3.32506e-033	1.670113e-032	3.213366e-033	2.032352e-031	1.268551
L2 5145	3.7963e-033	2.1442e-032	1.417573e-032	1.731492e-031	3.4794e-033	1.811405e-032	3.543935e-033	2.19227e-031	1.266116
5200	4.086678e-033	2.35822e-032	1.593732e-032	1.901905e-031	3.677059e-033	1.997703e-032	3.984331e-033	2.402697e-031	1.263311
5300	4.663765e-033	2.795563e-032	1.958847e-032	2.249381e-031	4.063946e-033	2.378141e-032	4.897118e-033	2.831205e-031	1.25866
5400	5.308282e-033	3.302856e-032	2.38858e-032	2.650871e-031	4.49017e-033	2.81839e-032	5.97145e-033	3.325591e-031	1.254528
5500	6.024505e-033	3.890518e-032	2.891617e-032	3.113461e-031	4.960949e-033	3.326168e-032	7.229043e-033	3.894431e-031	1.250837
5600	6.815841e-033	4.570751e-032	3.4775e-032	3.645087e-031	5.482325e-033	3.910034e-032	8.693749e-033	4.547252e-031	1.247502
5700	7.684368e-033	5.357986e-032	4.156691e-032	4.254685e-031	6.061363e-033	4.579473e-032	1.039173e-032	5.294644e-031	1.244427
5800	8.630245e-033	6.269447e-032	4.940651e-032	4.95237e-031	6.70628e-033	5.345007e-032	1.235163e-032	6.148372e-031	1.241501
5900	9.650982e-033	7.325914e-032	5.841925e-032	5.749686e-031	7.426645e-033	6.218328e-032	1.460481e-032	7.121538e-031	1.238956
6000	1.074053e-032	8.552736e-032	6.874249e-032	6.659944e-031	8.233608e-033	7.212457e-032	1.718562e-032	8.220751e-031	1.235559
6100	1.188821e-032	9.981192e-032	8.052678e-032	7.698687e-031	9.140198e-033	8.34195e-032	2.01317e-032	9.486366e-031	1.232206
6200	1.307746e-032	1.165034e-031	9.393755e-032	8.884353e-031	1.016169e-032	9.623152e-032	2.348439e-032	1.091277e-030	1.228313
6300	1.428445e-032	1.360954e-031	1.091573e-031	1.023921e-030	1.13161e-032	1.107454e-031	2.728933e-032	1.252876e-030	1.223606
L4 6328	1.46214e-032	1.421828e-031	1.1377e-031	1.065247e-030	1.166597e-032	1.151423e-031	2.844251e-032	1.301836e-030	1.222098
L3 6764	2.809819e-032	2.953323e-031	3.714935e-031	2.523843e-030	2.854673e-032	1.962011e-031	9.887338e-032	2.302007e-030	0.912104
L6 6943	3.833146e-032	3.977735e-031	4.738543e-031	3.338803e-030	1.959155e-032	2.50554e-031	1.184636e-031	2.917607e-030	0.8738481
L7 7525	1.672778e-031	1.327351e-030	9.378586e-031	1.001917e-029	6.109201e-032	6.022711e-031	2.344646e-031	6.693742e-030	0.6650937
L7 7931	1.826944e-030	6.241754e-030	1.043937e-030	5.172715e-029	3.964679e-031	1.526647e-030	2.609843e-031	1.952091e-029	0.3773822

Fig. 9b : Distribution angulaire normalisée relative à une ionisation au dessus du seuil de photoionisation par absorption de $N = 2$ photons $\lambda = 325$ nm laser He – Cd linéairement polarisés à partir de l'état excité 3d.

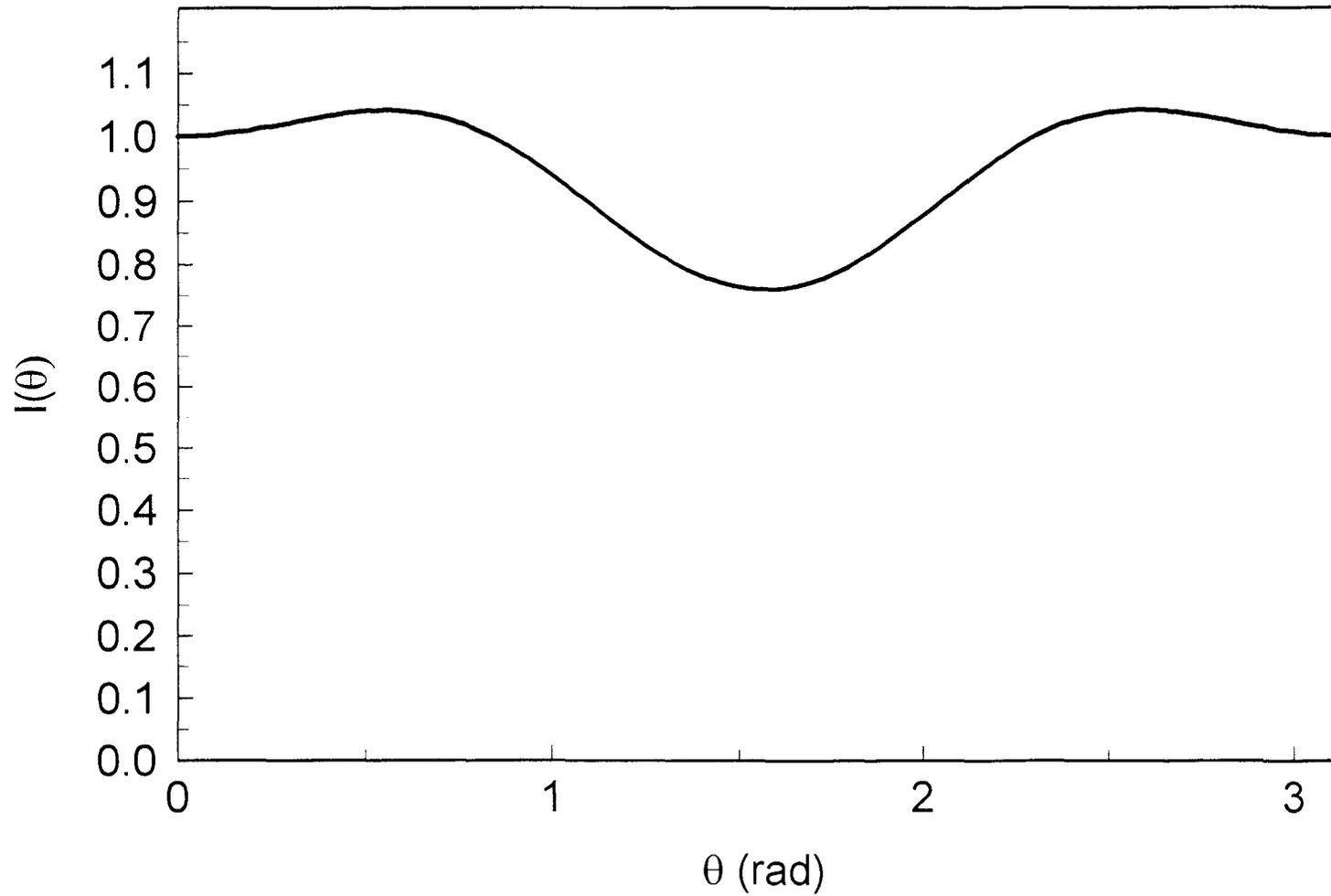
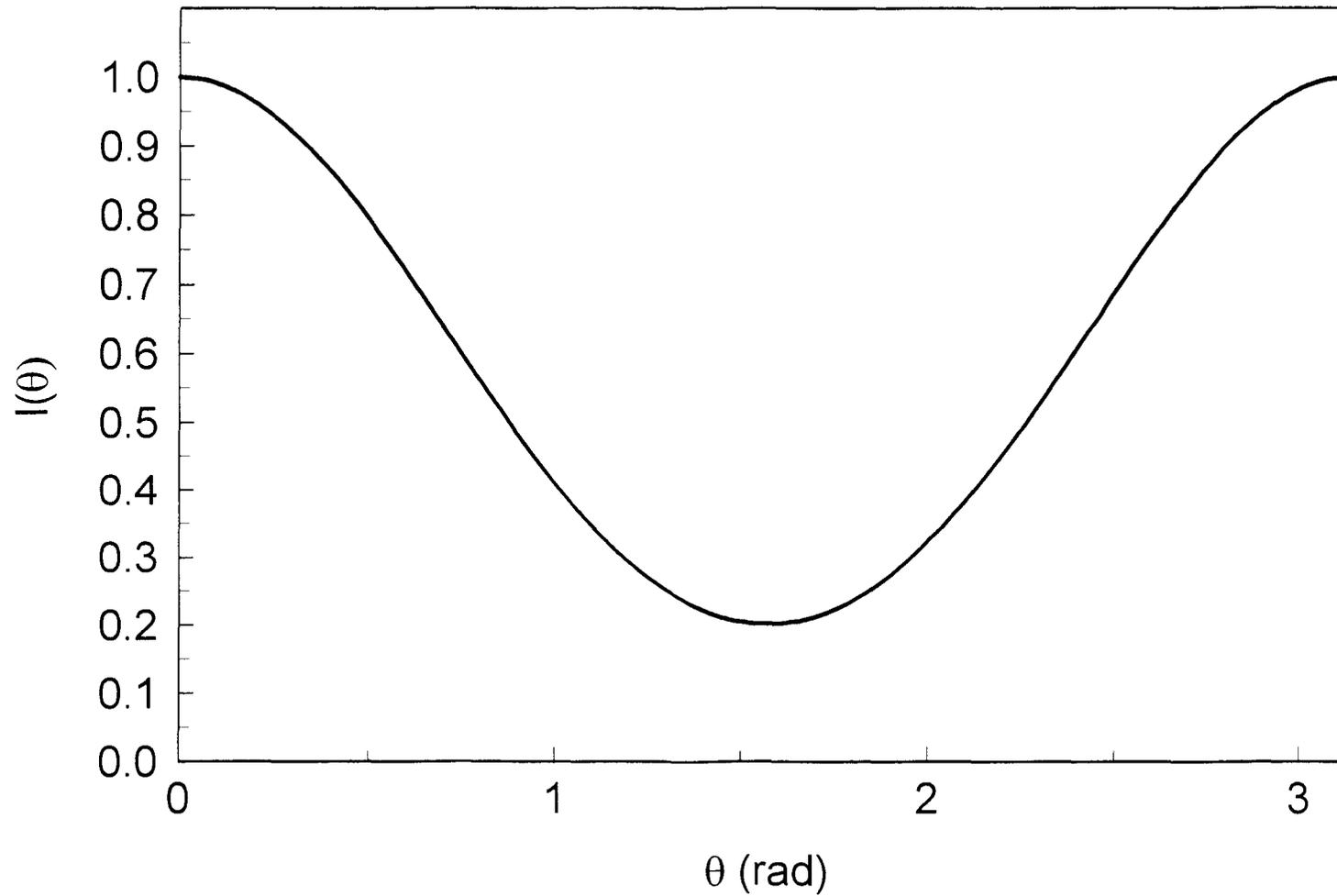


Fig. 9c : Distribution angulaire normalisée relative à une ionisation au voisinage du seuil de photoionisation par absorption de $N = 2$ photons $\lambda = 793,1$ nm laser Kr^+ linéairement polarisés à partir de l'état excité $3d$.



Cette valeur serait due au poids des termes d'interférences destructives entre les canaux (2'') et (3'').

Nous avons tracé sur la figure 9b la distribution correspondant à la longueur d'onde $\lambda = 3250 \text{ \AA}$ du laser L_5 (He – Cd). Elle présente un minimum relativement élevé à $\theta = 90^\circ$ qui serait dû au poids des termes d'interférences constructives entre les canaux 2'' et 3''.

Par contre, sur la figure 9c où est représentée la distribution à la longueur d'onde du laser L_3 : $\lambda = 7931 \text{ \AA}$, le minimum relativement profond serait attribué aux effets d'interférences destructives entre les canaux (1'') – (2'') et entre (2'') et (3'') annulant celles constructives entre les canaux (2'') et (4'').

Nous discutons nos résultats dans le cas des :

III.3.2. Processus d'absorption du troisième ordre

III.3.2.1. Polarisation linéaire .

III.3.2.1.a. Etat initial 1s

Dans le tableau 7, les coefficients angulaires b, c et d ($\text{cm}^6 \text{ w}^{-2} \text{ sr}^{-1}$) ainsi que les sections efficaces totales $\frac{\sigma}{I^2}$ ($\text{cm}^6 \text{ w}^{-2}$) sont donnés en fonction de la longueur d'onde λ . Nous avons fait varier λ entre le seuil $\lambda = 273,528 \text{ nm}$ et 200 nm et avons mentionné les valeurs correspondantes aux longueurs d'onde de la génération du deuxième harmonique du laser à ion dans une matrice cristalline de Bêta Baryum Borate (BBO). Le coefficient c est toujours négatif : les termes d'interférence entre les canaux 1/2 et entre 1/3 sont tantôt constructives, tantôt destructives. Sur la figure 12, nous avons tracé les courbes normalisées correspondant aux longueurs d'onde : (a) $\lambda = 250 \text{ nm}$ et (b) $\lambda = 273,528 \text{ nm}$ (seuil d'ionisation).

Nous notons que la distribution maximale est obtenue sur la figure 12 (a) dans la direction de polarisation (linéaire) du laser ($\theta = 0^\circ$) tandis qu'au seuil, nous avons un pic dans la direction $\theta = 53,7^\circ$. La figure 12 (a) prédit aussi une distribution nulle à $\theta = 90^\circ$, en désaccord avec celle observée à partir du Césium (Dodhy et al 1985) ; et montrant un décalage que Lambropoulos et Tang (Lambropoulos et Tang (1986)) ont attribué à un couplage spin - orbite dans le continuum.

Par ailleurs, les valeurs obtenues pour les sections efficaces totales à diverses longueurs d'onde sont en bon accord avec celles obtenues antérieurement en utilisant le développement des fonctions sturmiennes (Laplanche et al. (1976) ; Khristenko et Vetchinkin (1976)) ou la méthode variationnelle (Gao et Starace (1988)) ; au seuil, elle est en bon accord avec celle de Maquet (Maquet (1977)) utilisant aussi le développement des fonctions sturmiennes.

Tableau 7 : Effets de polarisation et de la longueur d'onde λ sur les coefficients angulaires ($\text{cm}^2 \text{W}^{-1} \text{sr}^{-1}$) et les sections efficaces totales ($\text{cm}^2 \text{W}^{-2}$) correspondants à une ionisation par absorption non résonnante de trois photons à partir de l'état fondamental : b, c, d et σ/I^2 (polarisation linéaire) ; d' et σ'/I^2 (polarisation circulaire) ; $\lambda = 273,528 \text{nm}$ correspond au seuil d'ionisation ; A(n) signifie $A \times 10^n$.

λ (nm)	Nos Résultats						(**)	(***)
	b	c	d	d'	σ / I^2	σ' / I^2	σ / I^2	σ' / I^2
200	7.179(-48)	-2.335(-47)	1.904(-47)	2.380(-48)	5.570(-48)	1.367(-47)	5.577(-48)	1.326(-47)
210	2.755(-47)	-9.381(-47)	8.142(-47)	1.018(-47)	2.580(-47)	5.847(-47)	2.582(-47)	5.776(-47)
220	2.006(-47)	-6.637(-47)	5.494(-47)	6.869(-48)	1.589(-47)	3.946(-47)	1.590(-47)	3.945(-47)
229*	2.197(-47)	-6.558(-47)	5.340(-47)	6.675(-48)	2.308(-47)	3.835(-47)	-	-
230	2.264(-47)	-6.558(-47)	5.344(-47)	6.680(-48)	2.597(-47)	3.838(-47)	2.599(-47)	3.840(-47)
239*	9.221(-47)	-5.615(-47)	5.439(-47)	6.799(-48)	3.427(-46)	3.906(-47)	-	-
240	1.598(-46)	-4.984(-47)	5.451(-47)	6.814(-48)	6.418(-46)	3.914(-47)	6.422(-46)	3.917(-47)
244*	2.880(-45)	-1.877(-46)	5.495(-47)	6.868(-48)	1.169(-44)	3.946(-47)	-	-
248*	1.615(-46)	-1.039(-46)	5.523(-47)	6.904(-48)	5.145(-46)	3.966(-47)	-	-
250	1.870(-46)	-9.998(-47)	5.529(-47)	6.912(-48)	3.032(-46)	3.970(-47)	3.034(-46)	3.972(-47)
257*	6.515(-47)	-9.866(-47)	5.492(-47)	6.864(-48)	1.235(-46)	3.943(-47)	-	-
260	6.061(-47)	-9.968(-47)	5.440(-47)	6.801(-48)	1.010(-46)	3.907(-47)	1.011(-46)	3.906(-47)
264*	5.779(-47)	-1.014(-46)	5.334(-47)	6.667(-48)	8.304(-47)	3.830(-47)	-	-
270	5.665(-47)	-1.039(-46)	5.077(-47)	6.347(-48)	6.732(-47)	3.646(-47)	-	-
273.528	5.679(-47)	-1.051(-46)	4.866(-47)	6.082(-48)	6.100(-47)	3.494(-47)	-	-

* L 7 Laser à ions dans une matrice cristalline de Bêta Barium Borate (BBO)

(**) : Khristenko et Vetchinkin (1976) : Méthode des fonctions Sturmienne

(***) : Gao et Starace (1988) : Méthode variationnelle

Fig. 12a : Distribution angulaire normalisée relative à une ionisation par absorption non résonnante de $N = 3$ photons λ 250 nm (linéairement — ; circulairement --- ; polarisés) à partir de l'état fondamental

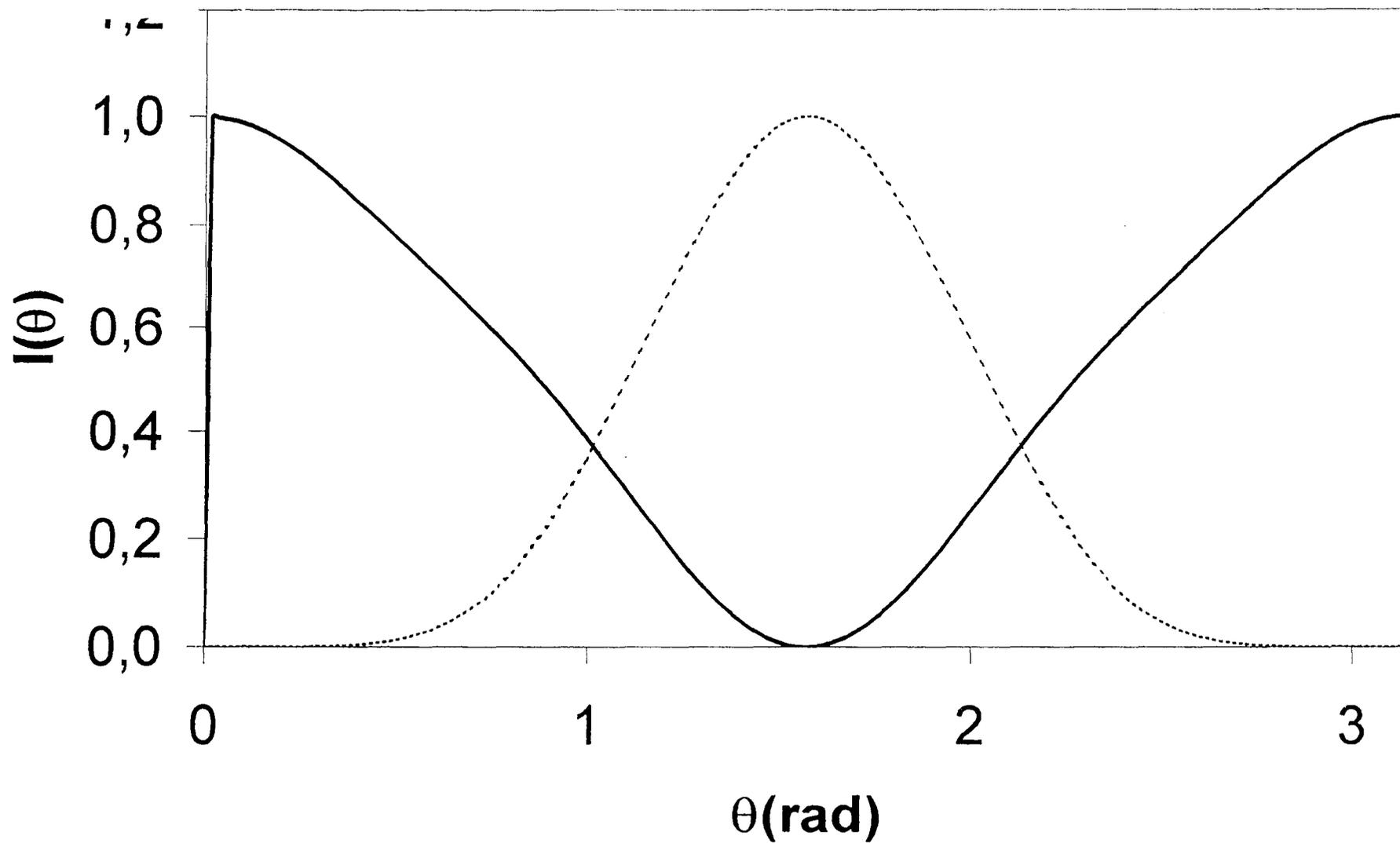
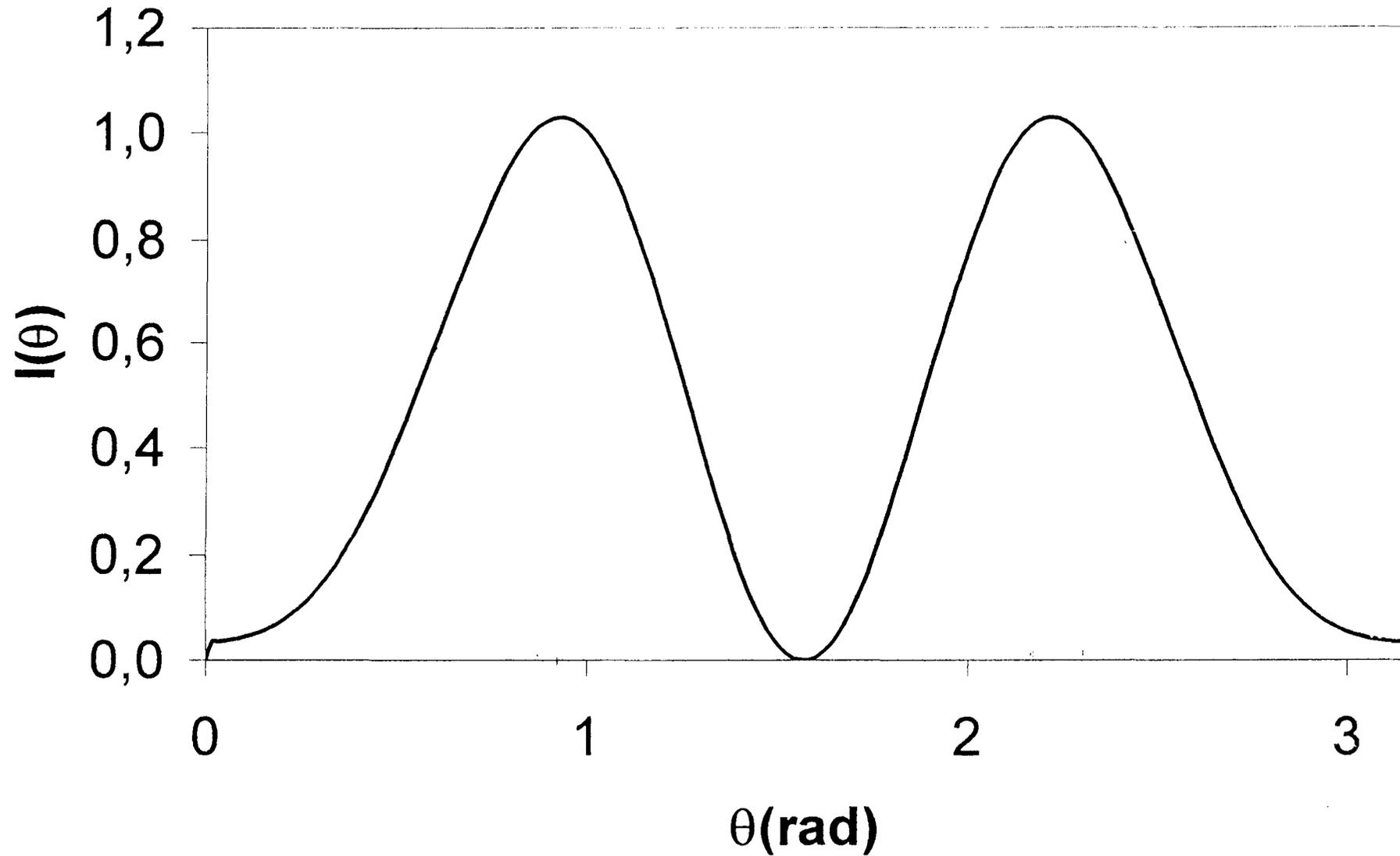


Fig. 12b : Distribution angulaire normalisée relative au seuil d'ionisation par absorption de $N = 3$ photons $\lambda = 273,528$ nm linéairement polarisés à partir de l'état fondamental.



III.3.2.1.b : Etats initiaux 2s et 2p

Dans le tableau 8, les coefficients angulaires a, b, c, d ($\text{cm}^6 \text{w}^{-2} \text{sr}^{-1}$) ainsi que les sections efficaces totales $\frac{\sigma}{I^2}$ ($\text{cm}^6 \text{w}^{-2}$) sont donnés en fonction de λ . Nous avons fait varier λ entre le seuil 1094,112 nm et 810 nm, et avons mentionné les valeurs correspondantes aux longueurs d'onde (810 nm à 1000 nm) du laser à Titanium : Saphir en régime continu et 1060 nm du laser à Nd – YAG.

Nous relevons que le signe négatif du coefficient c persiste pour les états 2s, alors que pour 2p : les coefficients b, c et d peuvent prendre des valeurs négatives ou positives.

Ces signes dépendent de la manière dont les termes constitutifs de leurs expressions explicites compétissent. La même remarque s'impose pour le poids du terme isotrope a qui peut atteindre une valeur relativement faible comme c'est le cas au seuil : fig. 13 c. Cela proviendrait du fait que : parmi les quinze termes d'interférence y apparaissant, les interférences entre les canaux $1'/2'$ sont fortement destructives et annulent presque les effets constructifs des autres termes. La figure 13 b affiche des minima relativement peu profonds à $\theta = 0^\circ$ (180°) où il semblerait que seul le canal $2'$ est peuplé à l'état final. Une allure similaire à la figure 13a a été obtenue par Chen et Robicheaux (Chen et Robicheaux (1996)) en étudiant l'atome de lithium par la méthode de la matrice R de Floquet.

Par ailleurs, la section efficace calculée pour 2s au seuil est en accord avec celle calculée par Maquet (Maquet (1977)) par la méthode du développement des fonctions sturmiennes.

III.3.2.1.c Etats initiaux 3s et 3p.

Dans le tableau 9, les paramètres sont les mêmes que ceux du tableau 8. Nous avons fait varier λ entre le seuil 2461,752 nm et 1850 nm, à l'aide du laser Nd – YAG en régime continu.

Les mêmes remarques faites au 3.2.1.b à propos des signes et des poids des différents coefficients dans le tableau 8, s'appliquent dans ce cas. Comme conséquence, toutes les courbes de la figures 14 présentent un maximum de distribution dans la direction de polarisation du Laser.

On peut relever que la figure 14b a la même forme que celle de la figure 13a.

Par ailleurs, une forme semblable à la figure 14c a été observée à partir du détachement par absorption de trois photons par les ions iodures I^- (Blondel et *al.* (1990)).

En outre, la section efficace calculée pour 3s au seuil est en bon accord avec celle obtenue par Maquet (Maquet (1977)).

Nous abordons les discussions des résultats dans le cas :

Tableau 5 : Effets du nombre quantique orbital l , de la polarisation σ et de la longueur d'onde λ sur les coefficients angulaires a , b , c , d , σ/I^2 ($\text{cm}^2 \text{w}^{-2} \text{sr}^{-1}$) et les sections efficaces totales ($\text{cm}^2 \text{w}^{-2}$) correspondants à une ionisation par absorption non résonnante de $N=3$ photons à partir des états excités $2s$ et $2p$: a , b , c , d , σ/I^2 (polarisation linéaire) ; c' , d' et σ'/I^2 (pol. circulaire).
 $\lambda = 1094,112\text{nm}$ correspond au seuil d'ionisation.

λ (nm)	Etat initial 2s				Nos Résultats			(*)	
	b	c	d	d'	σ/I^2	σ'/I^2	σ/I^2	σ'/I^2	
810	9.914(-44)	-3.074(-43)	2.438(-43)	3.047(-44)	8.027(-44)	1.751(-43)	-	-	
820	3.260(-40)	-1.118(-39)	9.904(-40)	1.238(-40)	3.341(-40)	7.112(-40)	-	-	
830	3.620(-42)	-1.242(-41)	1.081(-41)	1.351(-42)	3.348(-42)	7.763(-42)	-	-	
840	9.480(-43)	-3.233(-42)	2.770(-42)	3.462(-43)	8.184(-43)	1.989(-42)	-	-	
860	1.986(42)	-6.940(-42)	6.292(-42)	7.865(-43)	2.170(-42)	4.518(-42)	-	-	
870	2.171(-40)	-7.561(-40)	6.691(-40)	8.364(-41)	2.103(-40)	4.805(-40)	-	-	
930	1.891(-43)	-6.477(-43)	5.558(-43)	6.947(-44)	1.617(-43)	3.991(-43)	-	-	
940	7.553(-45)	-2.746(-44)	2.571(-44)	3.214(-45)	8.700(-45)	1.846(-44)	-	-	
960	1.061(-41)	-3.685(-41)	3.211(-45)	4.013(-42)	9.442(-42)	2.306(-41)	-	-	
970	5.267(-40)	-1.828(-39)	1.590(-39)	1.987(-40)	4.660(-40)	1.142(-39)	-	-	
1 060	4.783(-42)	-1.700(-41)	1.511(-41)	1.889(-42)	4.451(-42)	1.085(-41)	-	-	
1 094.112	3.532(-42)	-1.301(-41)	1.198(-41)	1.497(-42)	3.603(-42)	8.601(-42)	3.600(-42)	8.600(-42)	

L 1 : Nd-Yag 1060nm

L 8 : Titanium : Saphir de 810nm à 1000nm

(*) : Maquet (1977): Méthodes des fonctions Sturmiennees

Tableau 8 (suite) :

Etat initial 2p

λ (nm)	a	b	c	d	c'	d'	σ / I^2	σ' / I^2
810	2.178(-44)	6.455(-44)	-1.051(-43)	5.604(-44)	2.563(-44)	5.599(-45)	3.806(-43)	2.039(-43)
820	5.334(-36)	-4.235(-36)	2.121(-35)	3.313(-40)	7.757(-37)	-5.311(-43)	1.026(-34)	5.191(-36)
830	1.485(-43)	3.818(-43)	-1.632(-42)	1.987(-42)	6.383(-43)	2.428(-43)	2.931(-42)	5.673(-42)
840	2.946(-44)	2.090(-43)	-5.486(-43)	5.343(-43)	1.760(-43)	7.020(-44)	8.260(-43)	1.583(-42)
850	5.490(-45)	5.839(-44)	-6.932(-44)	2.565(-44)	2.357(-44)	7.660(-45)	1.870(-43)	2.020(-43)
860	5.706(-43)	4.901(-42)	-4.897(-42)	1.004(-42)	3.524(-43)	1.509(-43)	1.719(-41)	3.228(-42)
870	4.197(-37)	-4.568(-37)	1.422(-36)	3.670(-39)	5.324(-38)	-4.259(-40)	6.939(-36)	3.544(-37)
900	6.708(-44)	4.313(-43)	-1.409(-42)	1.514(-42)	4.795(-43)	1.808(-43)	1.825(-42)	4.253(-42)
960	5.944(-42)	2.870(-41)	-4.188(-42)	-1.444(-42)	2.250(-42)	2.261(-42)	1.818(-40)	2.807(-41)
970	3.819(-36)	-2.233(-36)	1.672(-35)	-7.542(-38)	5.933(-37)	9.536(-39)	8.052(-35)	4.064(-36)
980	1.130(-39)	-1.461(-39)	2.272(-39)	6.053(-40)	2.029(-40)	-5.376(-41)	1.487(-38)	1.051(-39)
990	3.247(-42)	7.727(-42)	-3.619(-41)	4.491(-41)	1.065(-41)	5.395(-43)	6.285(-41)	7.446(-41)
1000	6.090(-43)	5.825(-42)	-2.061(-41)	2.235(-41)	5.576(-42)	7.603(-43)	2.039(-41)	4.174(-41)
1060	1.245(-43)	2.417(-42)	-8.786(-42)	1.011(-41)	2.359(-42)	1.720(-43)	7.765(-42)	1.680(-41)
-1094.112	4.961(-44)	2.392(-42)	-8.791(-42)	1.041(-41)	2.254(-42)	-3.079(-44)	7.242(-42)	1.493(-41)

Fig. 13a : Distribution angulaire normalisée relative au seuil d'ionisation par absorption N =3 photon $\lambda = 1094,112$ nm linéairement polarisés à partir de l'état excité 2s.

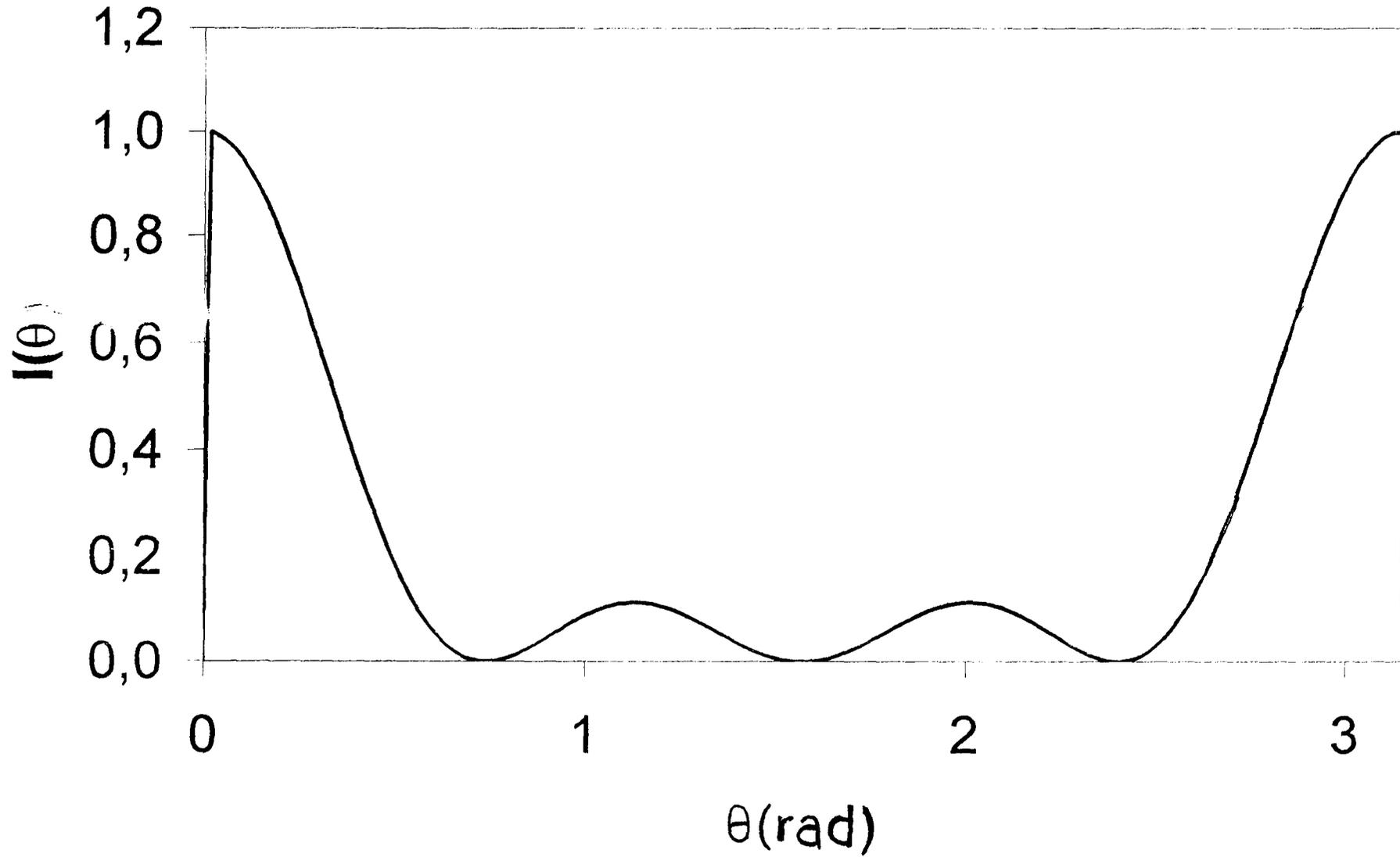


Fig. 13b : Distribution angulaire normalisée relative à une ionisation par absorption non résonnante de $N = 3$ photons $\lambda = 860$ nm (linéairement — ; circulairement--- ; polarisés).à partir de l'état excité $2p$

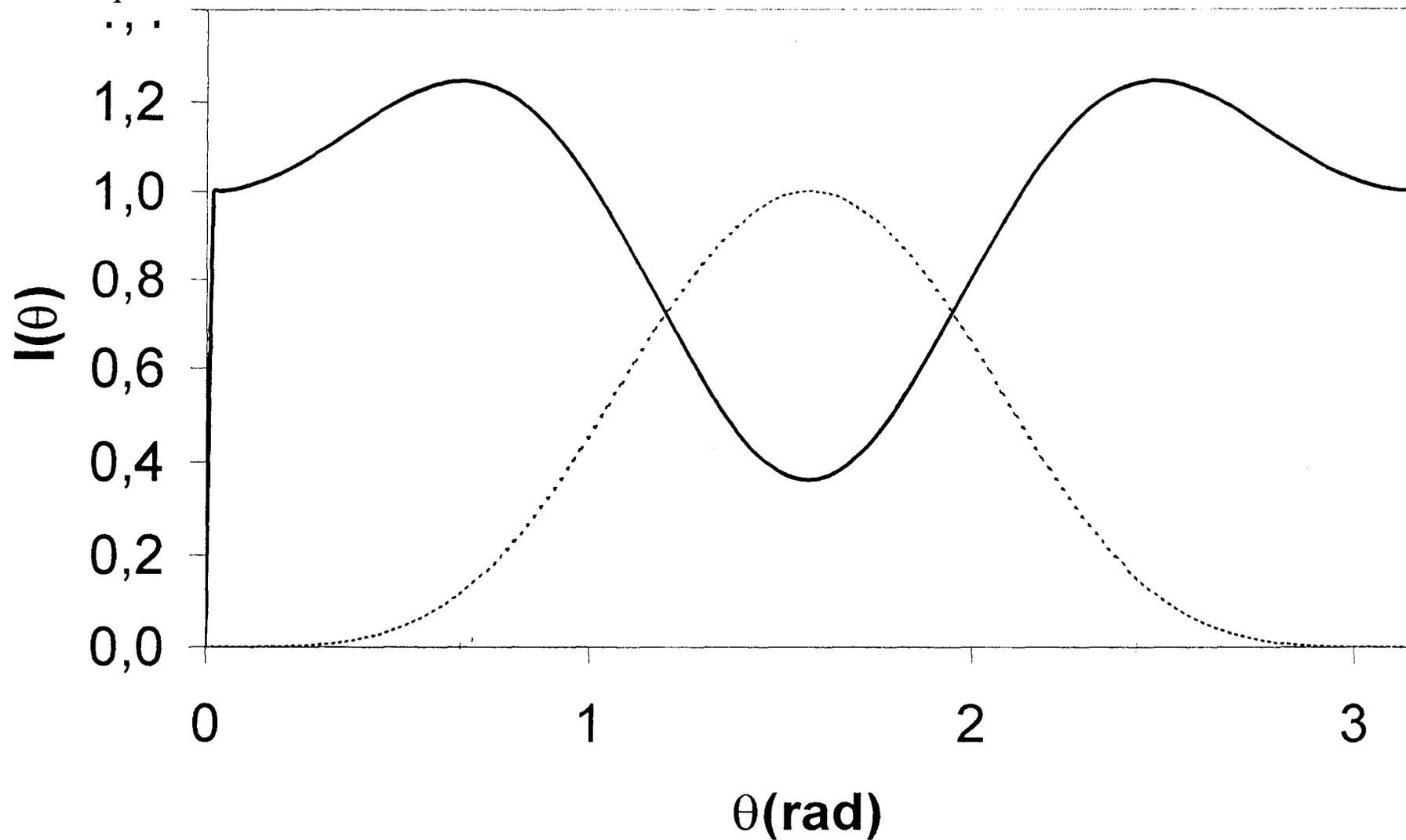


Fig. 13c : Distribution angulaire normalisée relative au seuil d'ionisation par absorption $N = 3$ photons $\lambda = 1094,112$ nm linéairement polarisés à partir de l'état excité $2p$.

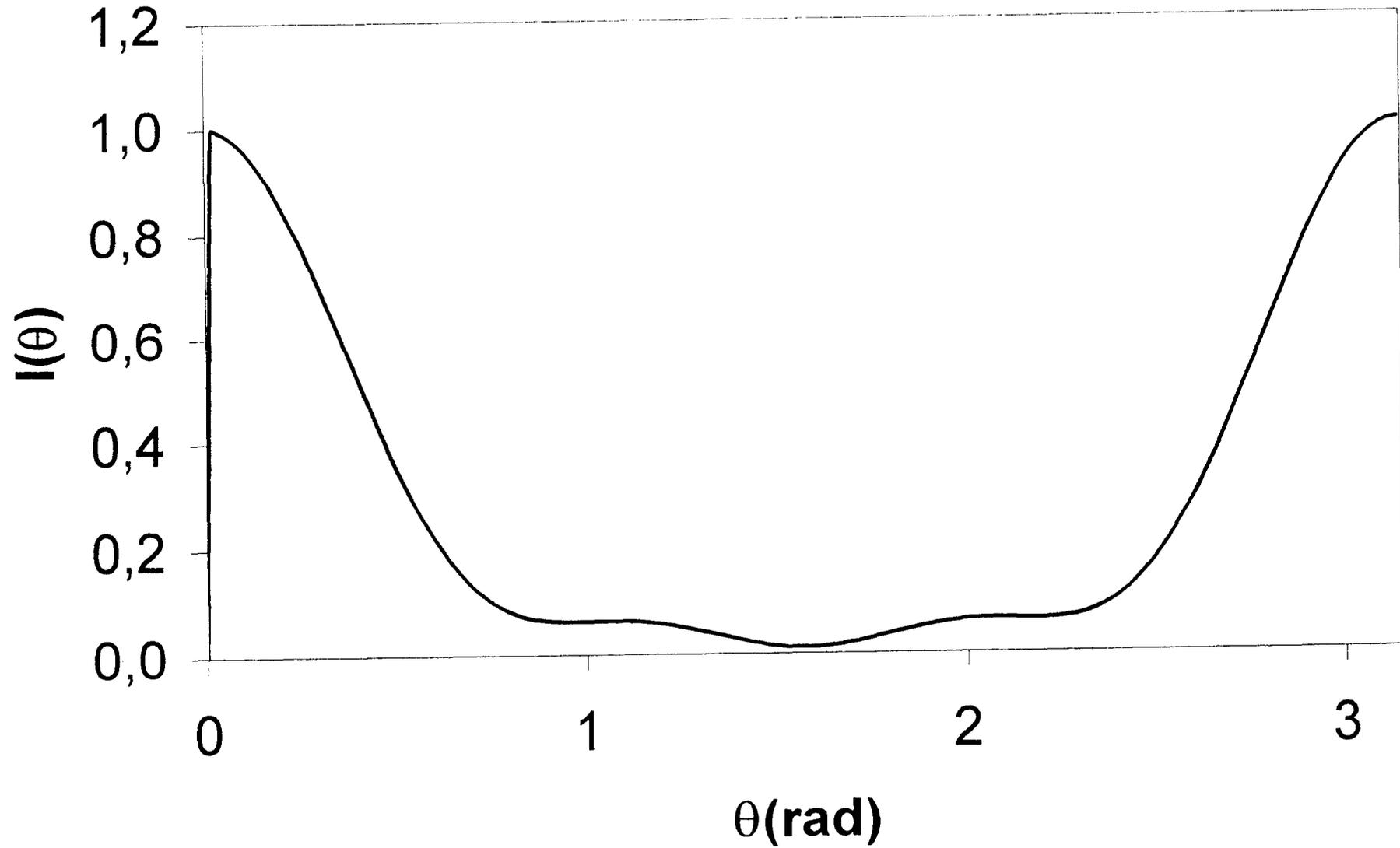


Tableau 9 : mêmes remarques que tableau 8 mais pour les états excités 3s et 3p ;
 $\lambda = 2461,752\text{nm}$ correspond au seuil d'ionisation.

$\lambda(\text{nm})$	b	c	Etat initial 3s		Nos Résultats			(*)	
			d	d'	σ/I^2	σ'/I^2	σ/I^2	σ'/I^2	
1850	1.245(-36)	-4.751(-36)	4.951(-37)	6.189(-37)	2.187(-36)	3.555(-36)	-	-	
1875	1.759(-35)	-5.739(-35)	4.685(-35)	5.856(-36)	1.353(-35)	3.364(-35)	-	-	
1900	3.385(-37)	-1.318(-36)	1.472(-36)	1.840(-37)	7.479(-37)	1.057(-36)	-	-	
1925	9.898(-38)	-3.798(-37)	3.833(-37)	4.791(-38)	1.482(-37)	2.752(-37)	-	-	
1975	7.470(-40)	-2.740(-39)	4.138(-38)	5.173(-40)	3.672(-39)	2.972(-39)	-	-	
2050	8.704(-39)	-3.344(-38)	3.288(-38)	4.111(-39)	1.146(-38)	2.361(-38)	-	-	
2075	2.375(-39)	-8.726(-39)	8.069(-39)	1.009(-39)	2.516(-39)	5.794(-39)	-	-	
2100	3.907(-40)	-1.158(-39)	8.643(-40)	1.080(-40)	2.769(-40)	6.206(-40)	-	-	
2125	1.704(-40)	-7.441(-40)	1.190(-39)	1.488(-40)	9.803(-40)	8.547(-40)	-	-	
2200	1.597(-37)	-6.492(-37)	6.755(-37)	8.444(-38)	2.502(-37)	4.851(-37)	-	-	
2225	2.162(-38)	-8.656(-38)	8.810(-38)	1.101(-38)	3.116(-38)	6.326(-38)	-	-	
2420	3.361(-42)	-3.151(-41)	1.201(-40)	1.501(-41)	1.505(-40)	8.625(-41)	-	-	
2425	2.107(-41)	-1.515(-40)	2.928(-40)	3.660(-41)	2.330(-40)	2.102(-40)	-	-	
2461,752	1.100(-39)	-5.051(-39)	5.798(-39)	7.248(-40)	2.322(-39)	4.164(-39)	2.320(-39)	4.170(-39)	

(*) : Maquet (1977) : Méthode des fonctions Sturmiennes

Nd - YAG en régime continu : 1850 nm à 2461,752 nm

Etat initial 3p

λ (nm)	a	b	c	d	c'	d'	σ / I^2	σ' / I^2
1850	2.161(-33)	-2.782(-33)	7.373(-33)	-6.833(-35)	2.460(-34)	8.829(-36)	3.391(-32)	1.699(-33)
1900	3.682(-33)	-2.225(-33)	1.752(-32)	6.667(-35)	6.229(-34)	-8.248(-36)	8.110(-32)	4.127(-33)
1925	3.339(-38)	6.077(-39)	-2.484(-38)	3.500(-38)	2.650(-38)	2.012(-38)	4.454(-37)	2.932(-37)
1975	9.389(-37)	-3.668(-37)	5.778(-36)	7.047(-38)	2.053(-37)	-8.591(-39)	2.491(-35)	1.327(-36)
2025	1.993(-37)	-3.355(-37)	6.230(-37)	-1.167(-37)	1.692(-38)	3.160(-38)	2.455(-36)	2.960(-37)
2050	9.298(-40)	9.310(-40)	-6.206(-39)	7.249(-39)	2.830(-39)	1.472(-39)	1.300(-38)	2.742(-38)
2075	9.339(-40)	-1.662(-39)	5.436(-39)	-2.221(-39)	5.167(-40)	8.984(-40)	1.445(-38)	8.624(-39)
2150	1.987(-36)	-1.005(-36)	1.194(-35)	3.526(-37)	4.403(-37)	-4.260(-38)	5.141(-35)	2.706(-36)
2175	1.785(-33)	-1.268(-33)	8.178(-33)	4.127(-35)	2.911(-34)	-5.131(-36)	3.775(-32)	1.921(-33)
2250	6.728(-40)	1.895(-39)	-1.014(-38)	1.302(-38)	3.967(-39)	1.372(-39)	1.429(38)	3.447(-38)
2300	2.754(-40)	1.496(-40)	-9.117(-40)	1.564(-39)	1.027(-39)	7.851(-40)	4.603(-39)	1.138(-38)
2325	2.752(-40)	8.944(-42)	1.161(-39)	-1,095(-39)	4.430(-40)	7.185(-40)	4.447(-39)	7.096(-39)
2350	3.971(-40)	-4.241(-40)	4.157(-39)	-2.735(-39)	1.216(-40)	6.542(-40)	8.751(-39)	4.573(-39)
2461.752	6.143(-39)	-2.834(-38)	9.870(-38)	2.665(-38)	5.866(-39)	-2.806(-39)	2.544(-37)	2.320(-38)

Fig. 14a : Distribution angulaire normalisée relative à une ionisation par absorption non résonnante de $N = 3$ photons $\lambda = 2420$ nm linéairement polarisés à partir de l'état excité $3s$.

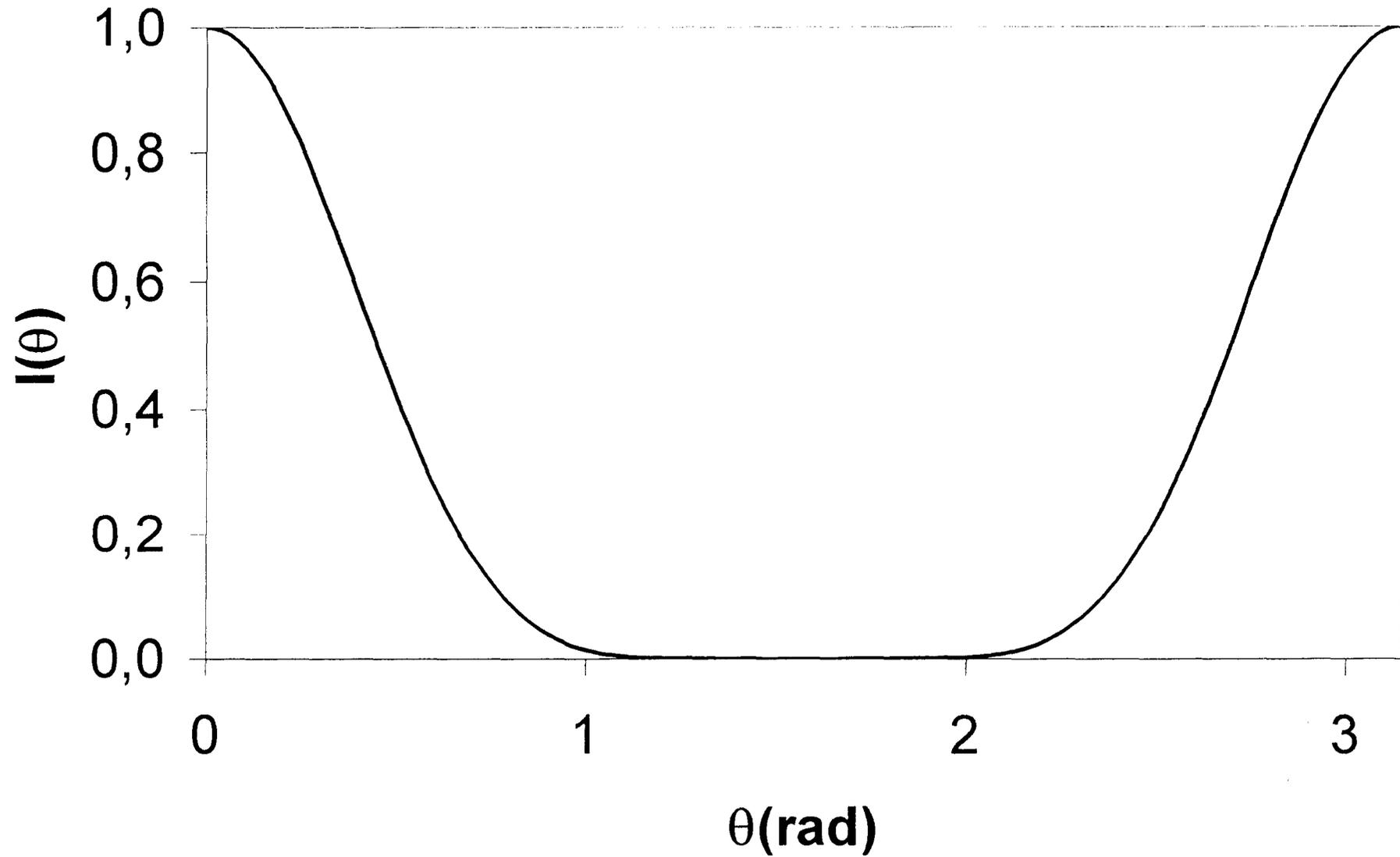


Fig. 14b : Distribution angulaire normalisée relative au seuil d'ionisation par absorption de $N = 3$ photons $\lambda = 2461,752$ nm linéairement polarisés à partir de l'état excité $3s$.

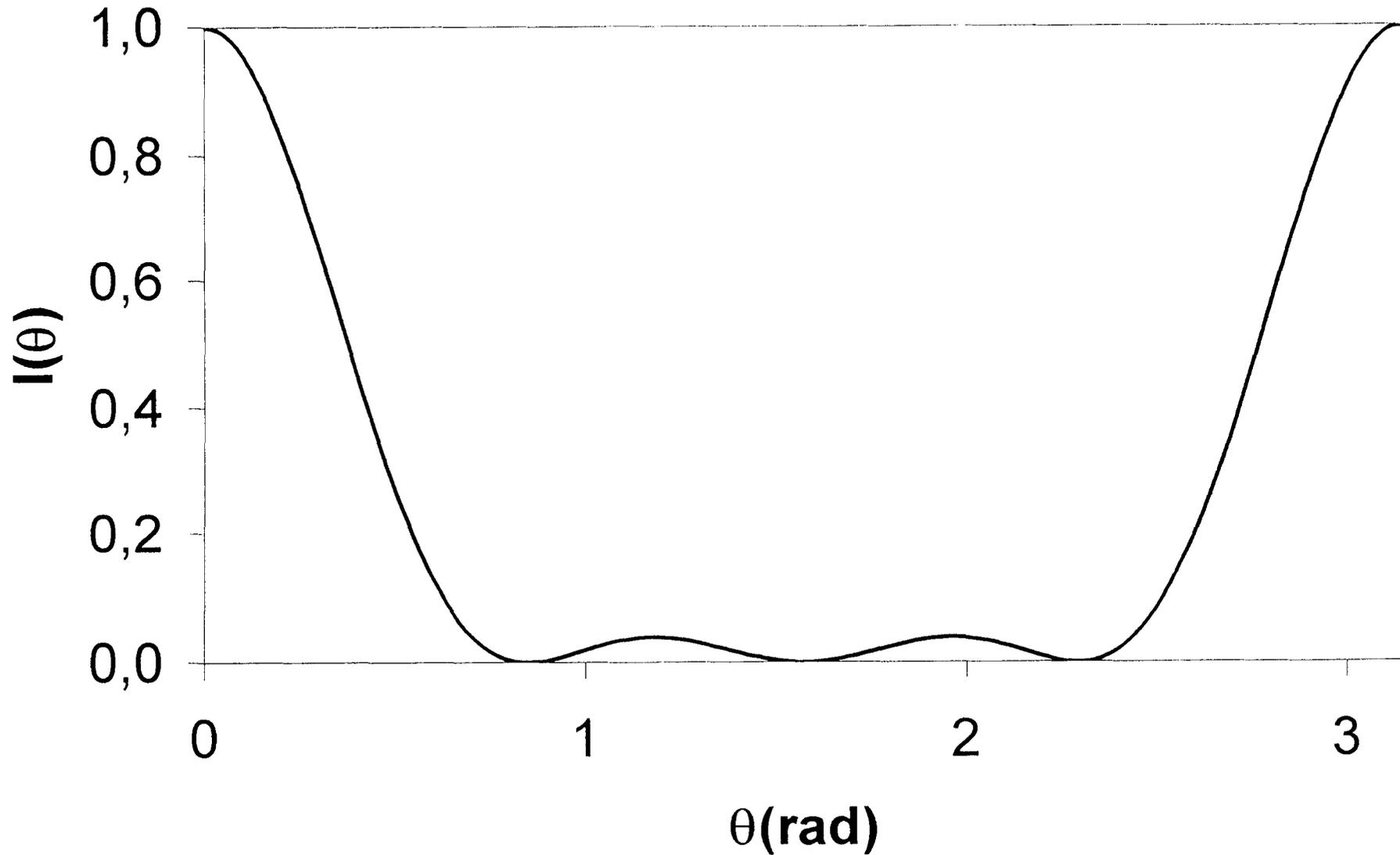


Fig. 14c : Distribution angulaire normalisée relative à une ionisation par absorption non résonnante de $N = 3$ photons $\lambda = 2025$ nm linéairement polarisés à partir de l'excité 3p.

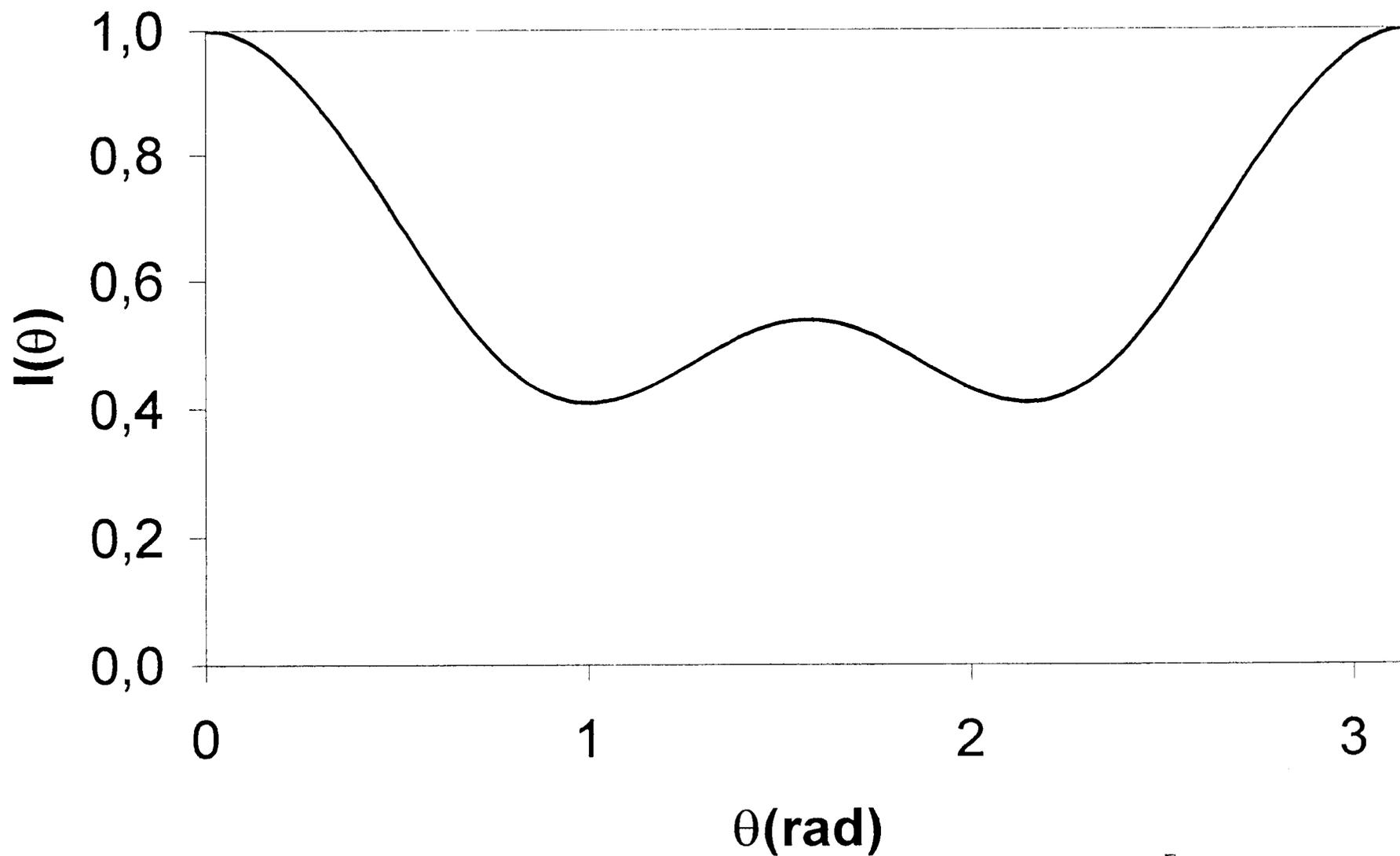
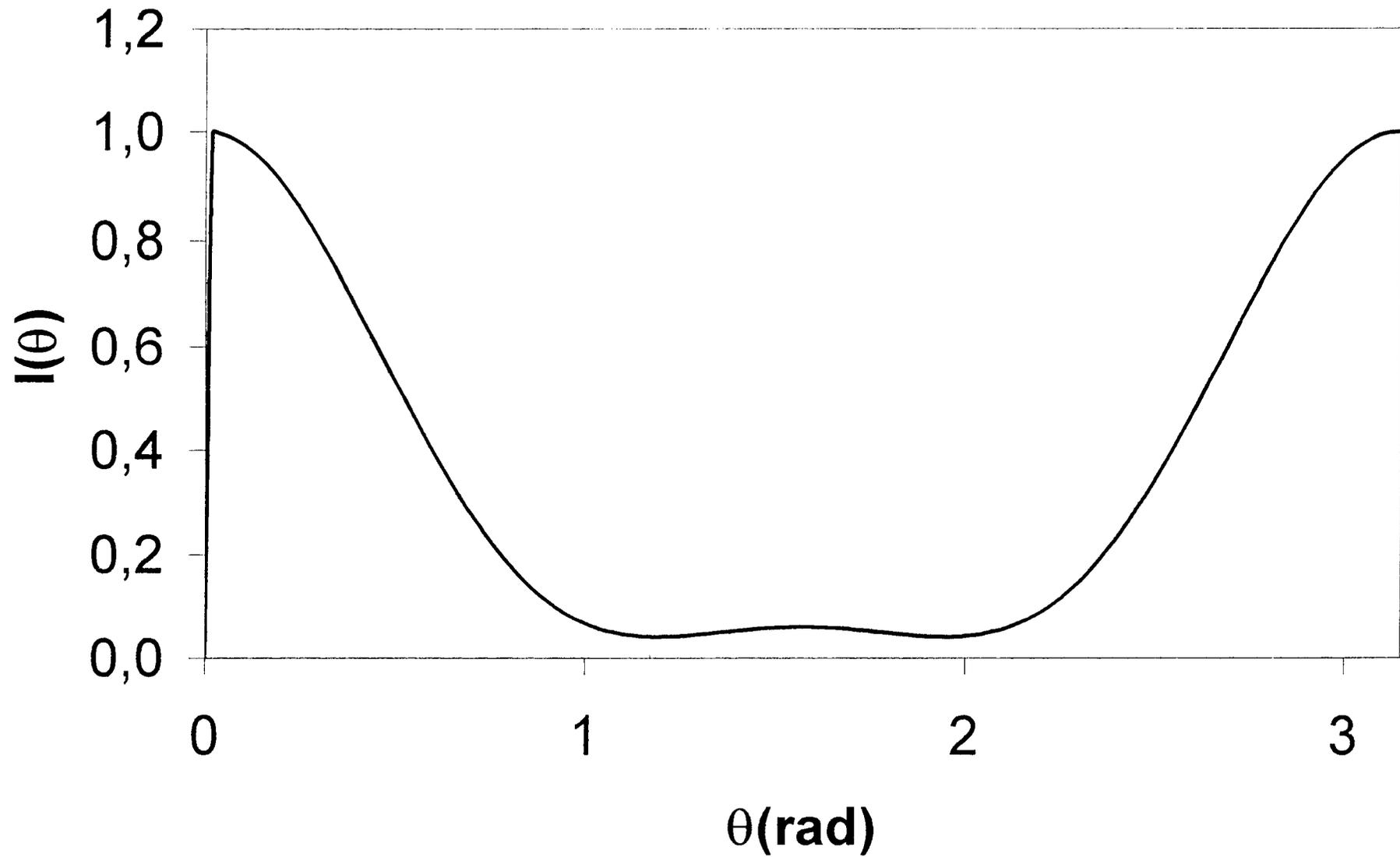


Fig. 14d : Distribution angulaire normalisée relative au seuil d'ionisation par absorption de $N = 3$ photons $\lambda = 2461,752$ nm linéairement polarisés à partir de l'état excité 3p.



III.3.2. 2.Polarisation circulaire.

A partir des tableaux 7, 8 et 9, seul le coefficient d' intervient pour les états initiaux ns ($n = 1, 2$ et 3)

Les sections efficaces totales correspondantes $\frac{\sigma'}{I^2}$ ($\text{cm}^6 \text{ w}^{-2}$) sont en bon accord avec celles obtenues antérieurement en utilisant le développement des fonctions sturmiennes (Laplanche et *al.* 1976 ; Khristenko et Vetchinkin 1976) ou la méthode variationnelle (Gao et Starace (1988)) ; en outre au seuil, elle est en bon accord avec celle de Maquet (Maquet (1977) utilisant aussi le développement des fonctions sturmiennes. Sur la fig. 12a (en pointillés) la distribution présente un pic à $\theta = 90^\circ$ (ici θ est l'angle entre les directions de propagation du rayonnement et de l'électron éjecté) et a un comportement d' $\sin^6\theta$, à l'opposés de celle donnée dans le cas de la polarisation linéaire.

Le passage aux états np , montre l'apparition de deux coefficients c' et d' dans les tableaux 8 et 9 ; cependant, le coefficient d' peut prendre tantôt des valeurs positives, tantôt des valeurs négatives. Cela signifierait que les termes d' interférences destructives qui apparaissent dans l'équation (III.136), annuleraient toujours l'effet du terme quadratique, entraînant ainsi un signe négatif pour d' . Par ailleurs, excepté quelques longueurs d'onde, le coefficient c' est toujours supérieur à d' . Ce qui serait dû à la présence des effets des termes quadratiques correspondant aux quatre voies ouvertes. Ainsi on pourrait s'attendre à ce que la distribution ait un comportement prononcé $c' \sin^4\theta$ à l'opposé des états ns et qu'elle afficherait la même forme que la figure 13b (pointillés) qui en outre est similaire à celle donnée par la figure 12 a. La conséquence directe de ces comportements en est que : si la plupart des photo électrons sont éjectés sous forme d'ondes F pour les états ns , ils seraient au moins éjectés sous forme d'ondes D et / ou G pour les états np .

Au seuil, la section totale obtenue pour les états $2p$ est en bon accord avec celle obtenue par Maquet (Maquet (1977)) utilisant le développement des fonctions sturmiennes.

;

Conclusion

Dans le cadre de la théorie des perturbations dépendantes du temps et à l'approximation dipolaire non relativiste, nous avons montré analytiquement, pour des processus de photo ionisation par absorption non résonnante de deux photons par l'atome d'hydrogène, en utilisant la méthode de la représentation intégrale spéciale, que les éléments de matrices de transitions radiales peuvent s'exprimer sous la forme d'une combinaison d'au plus trois fonctions hypergéométriques d'Appell du premier ordre dont l'une est dégénérée, quelque soit le nombre quantique orbital l de l'état initial considéré. Il est aussi apparu, qu'ils sont réels pour une absorption en dessous du seuil, et complexes dans le cas d'une absorption au dessus du seuil de photo ionisation. Dans ce dernier cas, nous avons alors procédé au prolongement analytique des fonctions hypergéométriques correspondantes pour assurer leur convergence.

En évaluant numériquement ces amplitudes relatives de transitions il ressort :

i) dans le cas d'une absorption en dessous du seuil

- d'une part le caractère résonnant des amplitudes est bien mis en évidence sur l'ensemble des courbes de sections efficaces totales, quelque soit l'état de la polarisation : linéaire ou circulaire ; les pôles de résonance : $\xi = 5, 6, 7 \dots$ etc correspondant aux raies spectrales de la série de Paschen-Back
- Les minima affichés sur les différentes courbes de dispersion sont plus accusés quand le nombre quantique orbital l de l'état initial croît.

Ce qui pourrait être attribué au nombre de canaux ouverts : deux pour $3s$; trois pour $3p$ et quatre pour $3d$;

et d'autre part :

- le rapport de sections efficaces correspondantes à la polarisation circulaire et celle linéaire, admet une valeur finie aux longueurs d'onde de résonance, et peut prendre des valeurs inférieures ou égales à la valeur théorique maximale 1,5, quelque soit l'état initial considéré.
- Ces valeurs seraient dues à la nature constructive ou destructive des termes d'interférence entre les divers canaux ouverts.
- Par ailleurs, les courbes de distribution angulaire indiquent un maximum dans la direction de polarisation du rayonnement Laser, qui pourrait être attribué quelque soit le nombre quantique l , à la prépondérance d'un canal particulier sur les autres.

ii) dans le cas d'une absorption au dessus du seuil :

- les sections efficaces totales croissent de manière monotone en fonction de la longueur d'onde, quelque soit l'intervalle d'énergies, l'état de polarisation ou le nombre quantique orbital initial considérés.
- Leur rapport peut prendre des valeurs inférieures à 1 et atteindre parfois le maximum théorique 1,5. L'efficacité ou l'inefficacité de la polarisation circulaire par rapport à celle linéaire, serait à rechercher dans les poids de canaux particuliers et, ou des termes d'interférence correspondants, impliqués dans un état initial donné.

L'allure des distributions angulaires dépend de l'état initial et de l'intervalle d'énergies considérés, et peut parfois avoir un comportement spécifique des processus du premier ordre : $a + b \cos^2 \theta$.

Généralisant les processus du second ordre, nous avons montré dans le cas des processus d'ionisation par absorption non résonnante de trois photons, que la distribution angulaire peut s'exprimer pour un état initial (n, l) quelconque, sous la forme : $a + b \cos^2 \theta + c \cos^4 \theta + d \cos^6 \theta$ quelque soit l'état de polarisation (linéaire ou circulaire).

A partir des expressions explicites pour les états n_s et n_p , il apparaît dans le cas particulier de la polarisation linéaire, que le terme isotrope a s'annule rigoureusement pour les états n_s et subsiste seulement pour les états initiaux ayant un nombre quantique orbital l différent de zéro. Dans le cas de la polarisation circulaire, la distribution a une allure en $\sin^6 \theta$ pour les états n_s alors que, pour les états initiaux n_p , elle s'exprime analytiquement comme une combinaison de $\sin^4 \theta$ et $\sin^6 \theta$.

De l'évaluation numérique des amplitudes relatives à l'aide de la technique de sommation implicite, il ressort :

- dans le cas de la polarisation linéaire, que les formes dépendent fortement à la fois des nombres quantiques n, l de l'état initial et de la longueur d'onde ; tandis que dans le cas de la polarisation circulaire elles restent la même ; même si elle a tantôt un comportement en $\sin^6 \theta$ (états n_s), tantôt en $\sin^4 \theta$ (états n_p).

Les résultats obtenus sont en bon accord avec ceux obtenus par d'autres méthodes.

Nous avons aussi montré, quelque soit le nombre du processus, que les résultats pourraient être généralisés à des atomes plus complexes et permettre ainsi une meilleure compréhension de ceux-ci.

Nous avons l'intention dans un prochain travail, d'étendre les calculs à des processus d'ordre plus élevé en tenant compte de l'effet quadripolaire et dans le cas où l'un des photons est elliptiquement polarisé.

APPENDICE

Toutes les formules de sommations utilisées dans les calculs (III.2) peuvent être obtenues en utilisant les relations de récurrence entre harmoniques sphériques.
d'une part :

$$\cos \theta \cdot Y_{l,m} = \left(\frac{(l+1)^2 - m^2}{(2l+3)(2l+1)} \right)^{\frac{1}{2}} Y_{l+1,m} + \left(\frac{l^2 - m^2}{(2l+1)(2l-1)} \right)^{\frac{1}{2}} Y_{l-1,m} \quad (\text{A1})$$

En relation avec les Eq (II.25), (II.26), (II.27) et (III.95) ;
par exemple, après l'avoir multiplié par son complexe conjugué et par $(\lambda_1^2 - m^2)(\lambda_2^2 - m^2)$, on obtient :

$$2 \sum_m (\lambda_1^2 - m^2)(\lambda_2^2 - m^2) \left(\frac{(l+1)^2 - m^2}{(2l+3)(2l+1)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{l^2 - m^2}{(2l+1)(2l-1)} \right)^{\frac{1}{2}} Y_{l+1,m} Y_{l-1,m}^* = E_2(\lambda_1, \lambda_2, l) - \frac{E_3(\lambda_1, \lambda_2, l+1, l+1)}{(2l+3)(2l+1)} - \frac{E_3(\lambda_1, \lambda_2, l, l-1)}{(2l+1)(2l-1)} \quad (\text{A.2})$$

En y faisant la substitution $l \rightarrow l-2$ il vient :

$$2 \sum_m (\lambda_1^2 - m^2)(\lambda_2^2 - m^2) \left(\frac{(l-1)^2 - m^2}{(2l-1)(2l-3)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{(l-2)^2 - m^2}{(2l-1)(2l-3)} \right)^{\frac{1}{2}} Y_{l-1,m} Y_{l-3,m}^* = E_2(\lambda_1, \lambda_2, l-2) - \frac{E_3(\lambda_1, \lambda_2, l-1, l-1)}{(2l-3)(2l-1)} - \frac{E_3(\lambda_1, \lambda_2, l-2, l-3)}{(2l-3)(2l-5)} \quad (\text{A3})$$

La substitution de $l \rightarrow l+2$ dans A2 donne :

$$2 \sum_m (\lambda_1^2 - m^2)(\lambda_2^2 - m^2) \left(\frac{(l+3)^2 - m^2}{(2l+5)(2l+7)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{(l+2)^2 - m^2}{(2l+5)(2l+3)} \right)^{\frac{1}{2}} Y_{l+3,m} Y_{l+1,m}^* = E_2(\lambda_1, \lambda_2, l+2) - \frac{E_3(\lambda_1, \lambda_2, l+3, l+3)}{(2l+6)(2l+7)} - \frac{E_3(\lambda_1, \lambda_2, l+2, l+1)}{(2l+5)(2l+3)} \quad (\text{A.4})$$

De la même manière, à partir de la relation :

$$\begin{aligned} \cos^2 \theta Y_{l,m} &= \left(\frac{(l+1)^2 - m^2}{(2l+1)(2l+3)} \right)^{\frac{1}{2}} Y_{l+2,m} + \frac{2l(l+1) - 2m^2 - 1}{(2l-1)(2l+3)} Y_{l,m} \\ &+ \left(\frac{l^2 - m^2}{(2l+1)(2l-1)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{(l-1)^2 - m^2}{(2l-3)(2l-1)} \right)^{\frac{1}{2}} Y_{l-2,m} \end{aligned} \quad (A5)$$

En y substituant $l \rightarrow l+1$, il vient :

$$\begin{aligned} &2 \sum_m \left(\frac{\lambda^2 - m^2}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{(l+3)^2 - m^2}{(2l+5)(2l+7)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{(l+2)^2 - m^2}{(2l+5)(2l+3)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{(l+1)^2 - m^2}{(2l+1)(2l+3)} \right)^{\frac{1}{2}} Y_{l+3,m} Y_{l-1,m}^* \\ &= \frac{E''_1(\lambda, l+1)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)} + \frac{(2(l+2)(l+1)-1)^2 E_1(\lambda, l+1)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)(2l+5)^2(2l+1)^2} - \frac{2(2(l+2)(l+1)-1)E'_1(\lambda, l+1)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)(2l+1)(2l+5)} \\ &+ \frac{4(2(l+1)(l+2)-1)E_2(0, \lambda, l+1)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)(2l+1)^2(2l+5)^2} - \frac{4E'_2(0, \lambda, l+1)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)(2l+1)(2l+5)} + \frac{4E_3(0, 0, \lambda, l+1)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)(2l+1)^2(2l+5)^2} \\ &- \frac{E_3(\lambda, l+2, l+3, l+3)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)(2l+3)(2l+5)^2(2l+7)} - \frac{E_3(\lambda, l+1, l, l-1)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)(2l+3)(2l+1)^2(2l-1)} \end{aligned} \quad (A6)$$

Alors qu'en y substituant $l \rightarrow l-1$

$$\begin{aligned} &2 \sum_m \left(\frac{\lambda^2 - m^2}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{(l-2)^2 - m^2}{(2l-5)(2l-3)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{(l-1)^2 - m^2}{(2l-1)(2l-3)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{(l+1)^2 - m^2}{(2l+1)(2l+3)} \right)^{\frac{1}{2}} Y_{l+3,m} Y_{l-1,m}^* \\ &= \frac{E''_1(\lambda, l-1)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)} + \frac{(2l(l-1)-1)^2 E_1(\lambda, l-1)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)(2l-3)^2(2l+1)^2} - \frac{2(2l(l-1)-1)E'_1(\lambda, l-1)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)(2l+1)(2l-3)} \\ &+ \frac{4(2l(l-1)-1)E_2(0, \lambda, l-1)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)(2l+1)^2(2l-3)^2} - \frac{4E'_2(0, \lambda, l-1)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)(2l+1)(2l-3)} + \frac{4E_3(0, 0, \lambda, l-1)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)(2l+1)^2(2l-3)^2} \\ &- \frac{E_3(\lambda, l, l+1, l+1)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)(2l+3)(2l+1)^2(2l-1)} - \frac{E_3(\lambda, l-1, l-2, l-3)}{(2\lambda+1)(2\lambda-1)(2l-5)(2l-3)^2(2l-1)} \end{aligned} \quad (A7)$$

D'autre part, la relation :

$$\sin \theta \times e^{i\varphi} Y_{l,m+2} = \left(\frac{(l+m+3)(l+m+4)}{(2l+1)(2l+3)} \right)^{\frac{1}{2}} Y_{l+1,m+3} - \left(\frac{(l-m-2)(l-m-3)}{(2l+1)(2l-1)} \right)^{\frac{1}{2}} Y_{l-1,m+3} \quad (A8)$$

Entraîne :

$$2 \sum_m (l-m)(l-m-1)(l+m+1)(l+m+2) \left(\frac{(l+m+3)(l+m+4)}{(2l+1)(2l+3)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{(l-m-2)(l-m-3)}{(2l-1)(2l-1)} \right)^{\frac{1}{2}} Y_{l+1,m+3} Y_{l-1,m+3}^*$$

$$\begin{aligned}
&= -F_4'(-l+2, -(l+1), l-1, l, l) + \frac{F_6(-l+3, -(l+2), l-2, l-1, l, l+1; l+1)}{(2l+1)(2l+3)} \\
&+ \frac{F_6(-l, -(l+1), -(l+2), -(l+3), l-2, l-1, l-1)}{(2l+1)(2l-1)} \tag{A9}
\end{aligned}$$

Avec :

$$E_1(\lambda, l) = \sum_m (\lambda^2 - m^2) |Y_{l,m}|^2 = \left(\frac{2l+1}{4\pi} \lambda^2 \frac{l(l+1)(2l+1)}{8\pi} \right) + \frac{(2l+1)(l+1)}{8\pi} \cos^2 \theta \tag{A10}$$

$$\begin{aligned}
E_2(\lambda_1, \lambda_2, l) &= \sum_m (\lambda_1^2 - m^2)(\lambda_2^2 - m^2) |Y_{l,m}|^2 = \frac{2l+1}{4\pi} \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \frac{l(l+1)(2l+1)}{8\pi} \left(1 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2 + \frac{3}{4}(l+2)(l-1) \right) \\
&- \frac{2l+1}{16\pi} l(l+1) \left(2(1 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2) + 3(l+2)(l-1) \right) \cos^2 \theta \\
&+ \frac{3(2l+1)}{32\pi} l(l+1)(l+2)(l-1) \cos^4 \theta \tag{A11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, l) &= \sum_m (\lambda_1^2 - m^2)(\lambda_2^2 - m^2)(\lambda_3^2 - m^2) |Y_{l,m}|^2 = \frac{2l+1}{4\pi} \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \frac{(2l+1)l(l+1)}{8\pi} \\
&\left(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - \lambda_1^2 \lambda_2^2 - \lambda_1^2 \lambda_3^2 - \lambda_2^2 \lambda_3^2 - 1 \right) + \frac{1}{64\pi} (2l+1)l(l-1)(l+1)(l+2) \left(\begin{array}{l} 6(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 5) \\ -5(l-2)(l+3) \end{array} \right) \\
&- \frac{2l+1}{8\pi} l(l+1) \left(\left(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - \lambda_1^2 \lambda_2^2 - \lambda_1^2 \lambda_3^2 - \lambda_2^2 \lambda_3^2 - 1 \right) + \frac{3}{8}(l-1)(l+2) \left[\begin{array}{l} 4(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 5) \\ -5(l-2)(l+3) \end{array} \right] \right) \cos^2 \theta \\
&+ \frac{3}{64\pi} (2l+1)l(l-1)(l+1)(l+2) \left(2(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 5) - 5(l-2)(l+3) \right) \cos^4 \theta \\
&+ \frac{5}{64\pi} (2l+1)l(l+1)(l+2)(l-2)(l+3) \cos^6 \theta \tag{A12}
\end{aligned}$$

$$F_2(\lambda_1, \lambda_2, l) = \sum_m (\lambda_1 + m)(\lambda_2 + m) |Y_{l,m}|^2 = \frac{2l+1}{4\pi} \lambda_1 \lambda_2 + \frac{2l+1}{8\pi} l(l+1) \sin^2 \theta \tag{A13}$$

$$\begin{aligned}
F_4(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, l) &= \sum_m (\lambda_1 + m)(\lambda_2 + m)(\lambda_3 + m)(\lambda_4 + m) |Y_{l,m}|^2 = \frac{2l+1}{4\pi} \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 \\
&+ \frac{2l+1}{8\pi} l(l+1) (\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_1 \lambda_4 + \lambda_2 \lambda_4 + \lambda_3 \lambda_4 + 1) \sin^2 \theta \\
&+ \frac{3}{32\pi} (2l+1)l(l+1)(l+2)(l-1) \sin^4 \theta \tag{A14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_6(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, l) &= \sum_m (\lambda_1 + m)(\lambda_2 + m)(\lambda_3 + m)(\lambda_4 + m)(\lambda_5 + m)(\lambda_6 + m) |Y_{l,m}|^2 \\
&= \frac{2l+1}{4\pi} \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 \lambda_5 \lambda_6 + \frac{2l+1}{8\pi} l(l+1) (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 + \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_5 + \lambda_1 \lambda_2 \lambda_4 \lambda_5 + \lambda_1 \lambda_3 \lambda_4 \lambda_5 + \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 \lambda_5 \\
&+ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_6 + \lambda_1 \lambda_2 \lambda_4 \lambda_6 + \lambda_1 \lambda_3 \lambda_4 \lambda_6 + \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 \lambda_6 + \lambda_1 \lambda_2 \lambda_5 \lambda_6 + \lambda_1 \lambda_3 \lambda_5 \lambda_6 + \lambda_2 \lambda_3 \lambda_5 \lambda_6 + \lambda_1 \lambda_4 \lambda_5 \lambda_6 \\
&+ \lambda_2 \lambda_4 \lambda_5 \lambda_6 + \lambda_3 \lambda_4 \lambda_5 \lambda_6 + \lambda_1 \lambda_5 + \lambda_2 \lambda_5 + \lambda_3 \lambda_5 + \lambda_4 \lambda_5 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_1 \lambda_4 \\
&+ \lambda_2 \lambda_4 + \lambda_3 \lambda_4 + \lambda_1 \lambda_6 + \lambda_2 \lambda_6 + \lambda_4 \lambda_6 + \lambda_5 \lambda_6) \sin^2 \theta \\
&+ \frac{3}{32\pi} (2l+1)l(l+1)(l-1)(l+2) (\lambda_1 \lambda_5 + \lambda_2 \lambda_5 + \lambda_3 \lambda_5 + \lambda_4 \lambda_5 + \lambda_2 \lambda_4 + \lambda_1 \lambda_3 \\
&+ \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_1 \lambda_4 + \lambda_2 \lambda_4 + \lambda_3 \lambda_4 + \lambda_1 \lambda_6 + \lambda_2 \lambda_6 + \lambda_3 \lambda_6 + \lambda_4 \lambda_6 + \lambda_5 \lambda_6) \sin^4 \theta \\
&+ \frac{5}{64\pi} (2l+1)l(l+1)(l+2)(l-2)(l-1)(l+3) \sin^6 \theta
\end{aligned} \tag{A15}$$

En outre, nous définissons les fonctions :

$$E'_1(\lambda, l) = \cos^2 \theta \times E_1(\lambda, l) \tag{A16}$$

$$E''_1(\lambda, l) = \cos^4 \theta \times E_1(\lambda, l) \tag{A17}$$

$$E'_2(\lambda_1, \lambda_2, l) = \cos^2 \theta \times E_2(\lambda_1, \lambda_2, l) \tag{A18}$$

$$E(1, l) = \sum_m |Y_{l,m}|^2 = \frac{2l+1}{4\pi} \tag{A19}$$

$$E'(1, l) = \cos^2 \theta \times E(1, l) \tag{A20}$$

$$E''(1, l) = \cos^4 \theta \times E(1, l) \tag{A21}$$

$$E'''(1, l) = \cos^6 \theta \times E(1, l) \tag{A22}$$

$$F'''(1, l) = \sin^6 \theta \times F(1, l) = \frac{2l+1}{4\pi} \sin^6 \theta \tag{A23}$$

$$F''_2(\lambda_1, \lambda_2, l) = \sin^4 \theta \times F_2(\lambda_1, \lambda_2, l) \tag{A24}$$

$$F'_4(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, l) = \sin^2 \theta \times F_4(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, l) \tag{A25}$$

REFERENCES

- Agostini P., F. Fabre, G. Mainfray, G. Petite and N.K Rahman Phys. Rev. Lett. 42, 1127 (1979)
- Arfken G. : Mathematical Methods for Physicists : Mc Graw Hill academic Press inc. (1985)
- Appell P., J. De Fériet: Fonctions hypergéométriques et hypersphériques, polynômes d'Hermite – Paris, Gauthier Villars et C^{ie}, Editeurs (1926)
- Arnous E., S. Klarsfeld and S. Wane : Phys Rev A 7, 1559
- Armstrong L. Jr., L.B. Beers, and S. Feneuille : Phys Rev A 12, 1903 (1975)
. Aymard M., and M. Crance : J. Phys. B. Atom. Molec. Phys 13, L 287 (1980)
- Blondel C., M. Crance, C. Delsart and A. Giraud. Multiphoton Processes ed. by Mainfray and P. Agostini Paris, France Sept. 1990.
- Buchholz H.. The confluent hypergeometric function. Springer – Verlag. Berlin (1969).
- Chen C.T. and F. Lobicheaux Phys Rev A 54, 3261 (1996)
- Cooper J. and R.N. Zare : Lectures in Theoretical Physics, Atom Collision Processes, Vol. XIC (New York Gordon and Breach) 317 (1969).
- Crance M. and M. Aymard : J. Phys. B. Atom. Molec Phys 13, 4129 (1980)
- Dalgarno A. and J. J. Lewis Proc. R. Soc. London. Ser A 233 70 (1955)
- Declémy A., A. Rachman, M. Jaouen and G. Laplanche, Phys Rev A 23, 1823 (1981).
- Dehmer J.L., S.T Pratt and P.M. Dehmer : Phys. Rev A 36, 4494 (1987)
- Dodhy A., R. N. Compton and J.A.D. Stockade : Phys. Rev. Lett 54, 422 (1985)
- Dodhy A., R.N. Compton and J.A.D. Stockade : Phys. Rev. A 33, 2167 (1986)
- Edwards M. : Phys. Rev. A 45, 409 (1992a)
- Edwards M. : Phys. Rev. A 46, 7228 (1992b)
- Erdélyi A., ed, Higher Transcendental Function Vol. 1 et 2 Mc Graw Hill Book Company Inc New York. (1953)
- Fabre F., P. Agostini, G. Petite and M. Clement : J. Phys. B. At. Mol. Phys 14, L677(1981)
- Feldmann D., B. Wolff, M. Wemhöner, and K.H. Welge Z. Phys. D6, 293 (1987).
- Feldmann D., B. Wolff, M. Wemhöner and K.H. Welge Multiphoton. Processes Proceeding of the 4th Intern. Confer. on Multiphoton processes. Jila – Boulder Colorado, edit by S.J. Smith and P.L. Knight (1987).

- Gao B. and A.F. Starace : Phys.Rev. Lett. 61,404 (1988)
- Gontier Y. and M. Trahin : Phys. Rev. 172,83 (1968)
- Gontier Y. and M. Trahin : Phys. Rev A 4,1896 (1971)
- Gontier Y., M. Poirier and M. Trahin : J. Phys : B Atom. Molec. Phys.13, 1381 (1980)
- Gontier Y.and M. Trahin : J. Phys B : Atom. Mol. Phys. 13, 4383 (1980)
- Gontier Y., N.K. Rahman and M. Trahin : Phys. Rev. A 34, 1112 (1986)
- Gontier Y., N.K. Rahman and M. Trahin : J. Phys. B 8, L179 (1975)
- Hippler R. , H.J. Humpert, H.Schwier, S.Jetzke and H.O Lutz : J. Phys. B. Atom. Mol. Phys. 16 L 713 (1983)
- Hostler L.: J. Math Phys 5, 591 (1964)
- Hostler L.: J. Math Phys. 11, 2966 (1970)
- Justum Y. and A. Maquet : J. Phys. B. Atom. Molec. Phys 10, L287 (1977)
- Karule E.: Atomic Processes (R.K. Peterkop ed.) Zinatne Rigo
- Karule E.: J. Phys. B. Atom. Mol. Opt Phys 21,1997 (1988)
- Karule E.: Advances in Atomic Molecular and Optical Physics vol. 27, 265 (1991) Academic Press, Inc.
- Kelleher D.E., M.Ligare and L. Brewer : Phys. Rev A 31, 274 (1985)
- Khristenko S.V. and S.I. Vetchinkin : Opt Spectrosk. 40,117 (1976)
- Klarsfeld S. and A.Maquet : Phys. Rev. Lett. 29, 79 (1972)
- Klarsfeld S. and A. Maquet : J. Phys B. Atom. Molec. Phys 7, L288 (1974)
- Klarsfeld S. and A. Maquet : Phys. Lett 73A, 100 (1979 a)
- Klarsfeld S. and A. Maquet : J. Phys B. Atom. Molec. Phys. 12, L553 (1979)
- Klarsfeld S. and A. Maquet : Phys. Lett 78A, 40 (1980)
- Kyrala G.A. and T.D. Nichols : Proceedings of the 5th International Conf. on Multiphoton Processes. Ed. by G. Mainfray and P. Agostoni. Paris- France Sept (1990)
- Lambropoulos P.: Phys. Rev. Letters 28, 585 (1972)
- Lambropoulos P.: Phys. Rev. Lett. 29, 453 (1972)
- Lambropoulos P. : Advances in Atomic and Molecules Physics vol. 12, 87 (1976), academic Press.
- Lambropoulos P. and X.Tang : Phys. Rev. Lett. 56, 401 (1986)
- Langer R.: Phys Rev A 51, 669 (1937).
- Laplanche G. and A. Rachman : Phys. Letters 53A, 91 (1975)
- Laplanche G., A. Durrieu, Y. Flank, A. Rachman : Phys. Rev. Lett. 55A, 13 (1975)
- Leuch G. and S.J. Smith : J. Phys B. At. Mol Phys 15, 1051 (1982)

- L'Huillier A., X. Tang and P. Lambropoulos : Phys Rev. A. 39, 1112 (1989)
- Lu Van M., G. Mainfray, C. Manus, I. Tugov : Phys. Rev. A7, 91 (1973)
- Manakov N.L., and L.P. Rapoport JETP 33, 547 (1972)
- Manakov N.L., V D. Ovsyannikov and L.P Rapoport JETP 38, 115 (1975)
- Mc Guire E.J. : Phys. Rev. A 23, 186 (1981)
- Maquet A.: Phys. Rev. A 15, 1088 (1977)
- Morse P.M. and H. Feshbach : Methods of Theoretical Physics Mc Graw – Hill, New York, 1953.
- Mower L.: Phys. Rev. 142, 799 (1966)
- Muller H.G., H.B. Van Linden van de Heuvell and M.J. Van der Wiel : Phys. Rev. A34, 236 (1986).
- Preobrazhenskii M.A.: Laser Physics vol. 3, 668 (1993)
- Ramesh Babu Thayyullathil and K.J. Prasanna : Phys. Rev. A49, 2432 (1994)
- Rapoport L.P., B.A. Zon and L.P. Manakov, Soviet Phys. JETP 29, 220 (1969)
- Rotenberg M. : Advances in Atomic and Molec. Physics Academic press vol. 6, 233 (1970).
- Schwartz C. and J.I Tiemann : Ann. Phys. (N.Y) 6, 178 (1959).
- Smith S.J. and G. Leuch : Advances in Atomic and Molecular Physics vol. 24, 157 (1988) Academic Press Inc.
- Solel' Man I.I: Introduction to the theory of atomic spectra, Pergamon Press (Oxford, New York, Toronto, Sidney, Braunschweig (1972))
- Tang X., T.N. Chang, P. Lambropoulos, S. Fournier and L.F. DiMauro : Phys. Rev. A41, 5265 (1990).
- Teague M.R. and P. Lambropoulos : Phys. Rev. Lett 56 A, 285 (1976)
- Vilenkin N. Ja: Fonctions spéciales et théorie de la représentation des groupes. Dunod Paris 1969
- Wolff B., H. Rottke, D. Feldmann and K.H. Welge Z. Phys. D10, 35 (1988)
- Yang C.N.: Phys Rev. 74, 764 (1948)
- Zernik W.: Phys. Rev. 133 A 117 (1964 a)
- Zernik W.Phys. Rev. A 135, 51 (1964 b)
- Zernik W.and R. W. Klopfenstein : J. Math. Phys. (N.Y) 6, 262 (1965)
- Zon B.A., N.L. Manakov, L.P. Rapoport : Sov. Phys. JETP 28, 480 (1969).

Contribution à l'étude des processus d'ionisation des atomes hydrogénoïdes par absorption non résonnante de $N = 2$ ou 3 photons : calcul des distributions angulaires et effet de polarisation

Mamadou FAYE

Thèse de Doctorat de troisième cycle : Physique Atomique. Université Cheikh Anta DIOP de DAKAR

JURY :

Président :	MR. Mansour KANE	Professeur
Examineurs :	MR Amadou Lamine N'DIAYE	Maître de Conférences
	MR Mary Teuw NIANE	Professeur
	MR Maguette THIAM	Maître Assistant
	MR Sada Tamimou WANE	Maître de Conférences

24 Novembre 2000 ; 16 heures, A7

Résumé :

Dans le cas des processus d'ordre deux et pour les états excités $3s$, $3p$ et $3d$, il est démontré qu'il est possible d'obtenir à partir du point de vue de Hostler de la fonction de Green, l'intégrale dipolaire sous forme d'une combinaison de trois fonctions hypergéométriques d'Appell $F_1(\alpha, \beta, \beta', \gamma, z, z')$ du premier ordre. Ces calculs ont été effectués entre les deux seuils, au seuil et au dessus du seuil où, il a fallu procéder à leurs prolongements analytiques pour assurer leur convergence.

Dans le cas des processus d'ordre trois et pour un état initial n, l , et pour un état de polarisation linéaire ou circulaire, il a été établi l'expression exacte de la distribution angulaire sous la forme universelle : $a + b \cos^2 \theta + c \cos^4 \theta + d \cos^6 \theta$.

Il a été noté dans le cas particulier des états ns et np , l'influence du nombre quantique orbital l sur la structure analytique des coefficients angulaires et des sections efficaces ; neuf éléments de matrices de transitions ont été calculés à l'aide de la technique de sommation implicite pour l'ensemble des états $1s, 2s, 3s, 2p$ et $3p$.

Pour compléter l'étude, les coefficients angulaires, les sections efficaces totales ainsi que leurs rapports ont été évalués numériquement en fonction de la longueur d'onde. Les diverses valeurs obtenues ont été interprétées à partir du nombre de voies ouvertes lors des transitions du photoélectron, de leurs forces relatives et des interférences pouvant exister entre elles.

Ces hypothèses ont été utilisées pour expliquer des résultats observés sur des atomes alcalins et des ions d'halogénures.

Les résultats obtenus ont été comparés avec les résultats théoriques et expérimentaux existants.

Mots clés : Multiphotoionisation non résonnante, sections efficaces, distributions angulaires, hydrogénoïde, polarisation linéaire ou circulaire.