

ANALYSE FRÉQUENTIELLE D'UN SYSTÈME DE
RELAXATION DIÉLECTRIQUE DANS LES MILIEUX
BIOLOGIQUES NON LINÉAIRES

Mémoire présenté et soutenu publiquement en vue de l'obtention du DIPES II

Par :

ONDOUA ABESSOLO Thadée Boris

Matricule : 14Y465

Licencié ès Physique

Sous la direction de

Pr ATANGANA Jacques

Maître de Conférences (UYI)

Département de Physique

Année Académique 2018/2019

Dédicaces

Je dédie ce mémoire à :

Mafamille

REMERCIEMENTS

Mes remerciements s'adressent :

- Au Professeur Atangana Jacques en tant que directeur de ce mémoire, pour avoir accepté de diriger ce travail malgré ses diverses occupations. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.
- Au Professeur Luc Calvin Owono Owono, chef du Département de Physique de l'ENS pour les enseignements et les conseils reçus pendant ses cours.
- Aux Doctorants Djioko et Feussi, pour l'élaboration de ce mémoire.
- À l'endroit de tous les membres du jury pour l'honneur qu'ils me font en acceptant de participer au jury.

J'adresse également mes remerciements à tous les Enseignants du Département de Physique de l'E.N.S pour la qualité de leurs enseignements dispensés.

Je tiens également à remercier tous mes amis et camarades de promotion pour les débats édifiants de tous les jours.

À tous ceux qui ont pu m'assister au cours de mes études, je leurs exprime mes sincères remerciements.

Que ceux dont les noms ne sont pas ici ne se sentent pas oubliés.

Table des matières

Dédicaces.....	i
Remerciements.....	ii
Résumé	vii
Abstract.....	ix
Liste des abréviations	xii
Liste de figures	xiii
Liste de tableaux	xiv
INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
CHAPITRE 1 : REVUE DE LITTERATURE.....	4
1.1 mécanisme de Polarisation des matériaux diélectriques	4
1.1.1 Définition de milieu diélectrique	4
1.1.2 mécanisme de Polarisation	5
1.2 Les différents mécanisme de polarisation	5
1.2.1 polarisation électronique	6
1.2.2 polarisation atomique	7
1.2.3 La polarisation dipolaire ou d'orientation	7

1.2.4	La polarisation interfaciale	9
1.3	Réponse en fréquence des différents mécanismes de polarisation	10
1.4	Phénomène de relaxation dans les matériaux diélectriques	11
1.5	Les milieux biologiques	13
1.5.1	Liquides extracellulaires	13
1.5.2	La cellule	14
1.5.3	Spectre diélectrique caractéristique des tissus biologiques	17
1.5.3.1	Conductivité	18
1.5.3.2	Permittivité	19
1.6	Circuit électrique équivalent d'une cellule biologique	19
1.6.1	Valeurs de conductivité et de permittivité en fonction de la fréquence disponible dans la littérature	20
1.7	Permittivité et facteur de dissipation diélectrique	22
1.8	Influence de la fréquence	23
1.9	Modélisation électrique des tissus biologiques	24
CHAPITRE 2 : MATERIELS ET METHODES		26
2.1	Matériels	26
2.2	Formulations analytiques des spectres	27
2.2.1	Modèle de Debye	27
2.2.2	Diagramme de Cole - Cole	29
2.3	Modèle de Cole – Cole	32
2.3.1	Modèle de Davidson – Cole	33
2.3.2	Modèle de Havriliak – Negami	34
2.4	Distribution de temps de relaxation dans le Modèle de Debye . .	35
2.4.1	Méthode d'inversion de Morgan-Lesmes	36

2.5	Modélisation et approches mathématique du modèle de Debye d'ordre 8	38
2.5.1	Circuit électrique du modèle	38
2.6	Modélisation mathématique	39
2.6.1	Détermination des paramètres	40
CHAPITRE 3 : RÉSULTATS ET DISCUSSIONS		43
3.1	Simulation de l'équation de Debye	43
3.2	Variation fréquentielle de la permittivité complexe de l'eau 37 ⁰ c	44
3.3	Simulation de l'équation de K. S. Cole et R. H. Cole	45
3.4	Simulation de l'équation de Davidson-Cole	47
3.5	Simulation de l'équation de Havriliak-Negami	48
3.6	Simulation de la distribution de temps de relaxation dans l'équa- tion de Debye	50
CHAPITRE 4 : IMPLICATION PEDAGOGIQUE SUR LE SYS- TEME EDUCATIF		55
4.1	Présentation du système éducatif	55
4.2	Fiche pédagogique	56
4.2.1	Les thèmes traités	56
4.2.2	Le niveau des apprenants	56
4.2.2.1	Classes Terminales scientifiques	56
4.2.2.2	Classes de secondes scientifiques	57
4.2.2.3	Les objectifs généraux	57
4.3	Intérêt didactique	57
4.3.0.4	Définition de quelques concepts	58
4.3.1	Objectif de l'étude	58

4.3.2	Méthodologie	58
4.4	Difficulté de ce travail	59
4.5	Application	59
	Bibliographie	62

RÉSUMÉ

Dans ce mémoire nous étudions les phénomènes de relaxation diélectrique dans les milieux biologiques non linéaires. Deux méthodes sont utilisées pour l'investigation des résultats : la méthode analytique et la méthode numérique dont les paramètres de contrôle sont la fréquence du champ électrique appliqué, les constantes de distribution (α et β) et le paramètre de non linéarité τ (ou temps de relaxation). Concernant la première méthode, les différents modèles analytiques qui décrivent les variations fréquentielles des propriétés diélectriques des milieux biologiques ont été étudiés à savoir le modèle de relaxation de Debye, le modèle de Cole - Cole, le modèle de Davidson - Cole et le modèle de Havriliak - Negami. À l'issue de cette étude, il a été retenu que contrairement aux autres modèles, le modèle de Debye a une réponse linéaire et ne prend en compte qu'un seul temps de relaxation par conséquent ne permet pas de décrire fidèlement le comportement diélectrique des substances et milieux biologiques. Pour repousser cette limite nous avons développé dans ce travail le modèle de Debye en introduisant une distribution de temps de relaxation d'ordre 8 dont les paramètres sont déterminés par la méthode d'inversion de spectre diélectrique de Morgan et Lesmes. Les résultats analytiques et numériques sont obtenus respectivement à l'aide des logiciels Maple 18 et MATLAB pour les simulations numériques avec des conditions initiales similaires. Des simulations numériques

confirment à quelques erreurs près les résultats obtenus par l'approche analytique.

ABSTRACT

In this thesis we study dielectric relaxation phenomena in nonlinear biological media. Two methods are used for the investigation of the results : the analytical method and the numerical method whose control parameters are the frequency of the applied electric field, the distribution constants (α and β) and the nonlinearity parameter τ (or time relaxation). Concerning the first method, the different analytical models that describe the frequency variations of the dielectric properties of biological media have been studied, namely the Debye relaxation model, the Cole-Cole model, the Davidson-Cole model and the Havriliak-Negami model. At the end of this study, it was held that unlike the other models, the Debye model has a linear response and takes into account only one relaxation time and therefore does not allow a faithful description of the dielectric behavior of the cells. biological substances and media. To push back this limit we have developed in this work the Debye model by introducing an order 8 relaxation time distribution whose parameters are determined by the dielectric spectrum inversion method of Morgan and Lesmes. Analytical and numerical results are obtained using Maple 18 and MATLAB software respectively for numerical simulations with similar initial conditions. Numerical simulations confirm to some errors the results obtained by the analytical approach.

LISTE DES ABRÉVIATIONS

DEP : Diélectrophorèse

Liste des figures

Figure 1.1 : Moment dipolaire induit par un champ électrique exogène.	6
Figure 1.2 : Un modèle diélectrique classique montrant l'interaction du champ électrique avec un atome.	7
Figure 1.3 : Polarisation atomique.	8
Figure 1.4 : Polarisation d'orientation.	8
Figure 1.5 : Moment dipolaire d'une molécule d'eau.	9
Figure 1.6 : Polarisation de charge d'espace.	10
Figure 1.7 : Evolution de la permittivité en fonction de la fréquence et mise en évidence des différents mécanismes de relaxation des matériaux diélectriques [12].	11
Figure 1.8 : A gauche, un phospholipide seul représenté par sa tête polaire et sa queue hydrophobe. A droite, membrane formée par une double couche de phospholipides.	15
Figure 1.9 : Principaux phénomènes de relaxation observés dans les tissus biologiques [16].	17

Figure 1.10 : Modèle cellulaire de Fricke (à gauche) et schéma électrique (à droite)[22].....	20
Figure 1.11 : Conductivité et permittivité de quelques tissus biologiques [32] (modèle Cole – Cole).....	21
Figure 2.1 : Circuit électrique équivalent du modèle de relaxation de Debye [5].....	28
Figure 2.2 : Variation de ε' et ε'' en fonction de la fréquence.	30
Figure 2.3 : Diagramme de Cole – Cole de l'équation de Debye [28].	31
Figure 2.4 : Diagramme de Cole – Cole de l'équation de Debye avec conductivité [29].	33
Figure 2.5 : Circuit électrique équivalent au modèle de Debye d'ordre 8....	39
Figure 3.1 : a) : Variation fréquentielle de la permittivité complexe de l'eau à 37 ⁰ c b) : Diagramme de K. S. Cole - R. H. Cole de l'eau à 37 ⁰ c.....	45
Figure 3.2 : a) : Variation de ε' en fonction de $\omega\tau$. b) : variation de ε'' en fonction de $\omega\tau$	46
Figure 3.3 : a) : Variation de ε'' en fonction de ε'' selon le paramètre α	47
Figure 3.4 : a) : Variation de ε'' en fonction de $\omega\tau$. b) : Variation de ε'' en fonction de $\omega\tau$	48
Figure 3.5 : Variation de ε'' en fonction de ε' selon le paramètre β	48

Figure 3.6 : a) : Variation de ε' en fonction de $\omega\tau$. b) : Variation de ε'' en fonction de $\omega\tau$	49
Figure 3.7 : Variation de ε'' en fonction de ε' selon les paramètres β et β	49
Figure 3.8 : Variation de ε'' en fonction de $\omega\tau$	51
Figure 3.9 : Variation de ε' en fonction de $\omega\tau$	51
Figure 3.10 : Variation des pertes diélectriques ($\tan \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$) en fonction de la fréquence.	53

Liste des tableaux

Tableau 3.1 : Paramètres de simulation de l'eau. 44

Tableau 3.2 : Variations des permittivités aux fréquences intermédiaires.... 50

Tableau 3.3 : Temps de relaxation du modèle de Debye d'ordre 8. 50

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les propriétés diélectriques des matériaux biologiques en fonction de la fréquence sont depuis très longtemps étudiées. Dans les années 1850, l'intérêt d'étudier ces propriétés est né à partir du moment du développement d'appareils permettant une mesure précise des résistances et des capacités électriques [1]. Au début des années 1900, la mesure de la réponse des matériaux biologiques excités par des courants alternatifs sinusoïdaux est devenue possible, grâce aux progrès technologiques des appareils électriques, et elle montrait une dépendance complexe des propriétés diélectriques des tissus avec la fréquence. Stewart a mesuré la résistivité du sang à basses fréquences [2] et a conclu que les érythrocytes se comportent comme des particules non conductrices. Les travaux d'Höber [3] sur la conductivité de solutions sanguines en fonction de la fréquence ont mis en évidence l'existence et l'effet de la membrane cellulaire en fonction de la fréquence mais aussi d'identifier les mécanismes de dispersion. Ensuite, Tesla remarqua que les tissus biologiques offraient une faible résistivité sur une gamme de fréquence de quelques dizaines de kHz [4]. Au début du 20e siècle, Peter Joseph William Debye [5] dans le cadre de ses travaux s'est rendu compte que certaines molécules des matériaux diélectriques étaient associées à des moments dipolaires électriques permanents, responsables des propriétés diélectriques macroscopiques (permittivité, conductivité) de ces matériaux. Une

autre contribution majeure de Debye à la théorie diélectrique est qu'il a appliqué le concept de moment dipolaire moléculaire permanent pour déterminer la dispersion anormale de la constante diélectrique observée par Drude [6]. En effet, Debye a déduit que pour un champ électrique externe appliqué, le décalage entre l'orientation moyenne des moments et le champ devient perceptible lorsque la fréquence du champ est dans le même ordre de grandeur que le temps de relaxation. Ce processus conduit ainsi aux phénomènes macroscopiques de relaxation diélectrique, c'est-à-dire à la dispersion anormale de la constante diélectrique sur une certaine plage de fréquences. La théorie de Debye a eu un succès lorsqu'on l'a appliquée pour se rendre compte des résultats expérimentaux concernant les substances liquides polaires, tandis que le comportement diélectrique des solides s'écartait considérablement. Ces désaccords se manifestent par le fait que la dispersion s'étend en réalité dans un domaine de fréquence plus large, alors que le maximum des pertes diélectriques se trouve abaissé. Plusieurs modifications et extensions de la théorie de Debye ont été proposées par quelques chercheurs pour corriger les défauts de cette théorie. Parmi les nombreux travaux qui tentaient de faire face aux défauts de la théorie de Debye, nous pouvons citer entre autre celui de Kenneth S. Cole et Robert H. Cole [7]. L'idée de Kenneth S. Cole et Robert H. Cole est d'introduire un paramètre α compris entre 0 et 1 dans le modèle de Debye, par lequel la distribution du temps de relaxation est caractérisée. Davidson et Cole [8], dans le souci de corriger les défauts de la théorie de Debye ont proposé une expression qui dérive de celle de Debye, de la constante diélectrique auquel on observe une distribution du temps de relaxation selon les valeurs du paramètre α (compris entre 0 et 1). En combinant l'équation de Cole et Cole, et Davidson et Cole, Havriliak et

Negami [9] en 1951 ont proposés un modèle empirique qui prend en compte les deux (02) paramètres α et β cités haut pour obtenir une distribution du temps de relaxation. Nous nous proposons dans ce mémoire de repousser la limite de la théorie de Debye en introduisant une distribution de temps de relaxation d'ordre 8 dans ce modèle et ainsi proposer un modèle qui prend en compte plusieurs temps de relaxation. À cet effet, le travail énoncé dans ce mémoire s'appuie d'une part sur l'étude analytique et numérique des modèles empiriques cités et d'autre part, sur l'étude du modèle proposé et est structuré de la manière suivante : Un chapitre 1 intitulé Revue de la littérature, dans lequel nous présentons les phénomènes de polarisation et de relaxation diélectrique, puis les notions fondamentales relative au comportement électrique des tissus biologiques ainsi que leurs propriétés diélectriques, enfin les modèles qui permettent de décrire le comportement électrique des tissus vivants. Un chapitre 2 intitulé Matériels et méthodes, dans lequel nous présentons les formulations analytiques des spectres en passant par les différents modèles de relaxation, puis la méthode d'inversion de données diélectriques de Morgan et Lesmes. Un chapitre 3 intitulé Résultats et Discussions où nous présentons les résultats et les discussions y afférentes et enfin un chapitre 4 dans lequel nous relevons l'intérêt pédagogique et didactique de ce travail. Tous les quatres chapitres sont encadrés par une Introduction générale et une Conclusion générale.

REVUE DE LITTERATURE

Introduction

Dans ce chapitre il sera question pour nous de présenter un certain nombre de notions importantes sur les processus de polarisation et phénomènes de transport ou de conduction qui apparaissent dans les matériaux diélectriques lorsqu'ils sont soumis à un champ électrique, d'étudier les propriétés diélectriques des milieux biologiques, et enfin, nous présenterons les notions fondamentales relatives au comportement électrique des tissus biologiques ainsi que leurs propriétés diélectriques et Les différents modèles permettant de décrire le comportement électrique des milieux biologique.

1.1 mécanisme de Polarisation des matériaux diélectriques

1.1.1 Définition de milieu diélectrique

Les matériaux diélectriques sont des matières ou substances qui présentent une très faible conductivité électrique. Ils laissent s'exercer des actions électriques entre les corps qui y sont plongés ou entre lesquelles elles sont interposées [10]. Ils sont capables de stocker l'énergie électrique, puisqu'ils permettent au champ électrique de les pénétrer, cette aptitude de pénétration est caractérisée par leur permittivité diélectrique. Ils contiennent un certain volume de

charges libres provenant des impuretés. Ainsi, dans les diélectriques, on peut observer une très légère conduction, détectable surtout à basses fréquences.

1.1.2 mécanisme de Polarisation

Un processus de polarisation correspond au déplacement ou à la réorientation des particules chargées dans la direction du champ électrique appliqué. Un matériau se polarise sous l'effet d'un champ électrique externe si les charges liées (c'est-à-dire les charges qui ne peuvent se déplacer librement dans la roche) se déplacent sur des courtes distances ou se réorientent. La polarisation contribue à la conductivité totale tant que le champ électrique est alternatif, mais cette contribution va dépendre de la fréquence du champ. Cette dépendance en fréquence est due au fait que les charges liées ont d'autant plus de mal à suivre les variations du champ lorsqu'elles deviennent rapides ; et cette difficulté est d'autant plus grande que la masse de la particule chargée est grande. Ainsi les charges de plus petite masse peuvent se polariser jusqu'à des fréquences élevées, tandis que les charges de masse plus importante ne peuvent se polariser qu'aux basses fréquences. La polarisation totale est la contribution de plusieurs mécanismes distincts dus à des types de charge différents, qui se mettent en place sur des gammes de fréquence différentes [11]. A chaque processus de polarisation correspond une constante de temps différente, encore appelée temps de relaxation du processus.

1.2 Les différents mécanisme de polarisation

Les principaux mécanismes de polarisation sont dus à la réponse des différents types de charges du milieu (électrons, ions, molécules dipolaires) à l'appli-

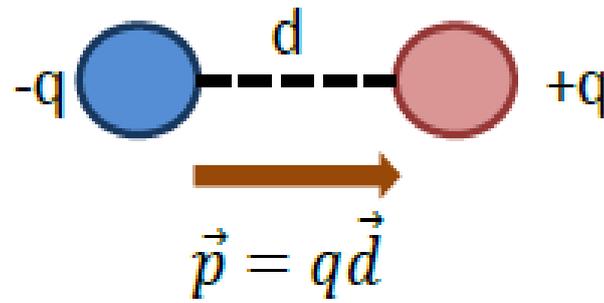


Figure 1.1 – Moment dipolaire induit par un champ électrique exogène.

cation d'un champ électrique. Si l'on exclut les processus de polarisation extrêmement peu courants dans les matériaux généralement étudiés (polarisations magnétoélectrique, pyroélectrique, ferroélectrique ...), les différentes contributions observées dans les milieux biologiques sont :

- La polarisation électronique.
- La polarisation atomique.
- La polarisation permanente des dipôles ou d'orientation.
- La polarisation des charges d'espace ou interfaciale.

1.2.1 polarisation électronique

Elle résulte de la distorsion des couches électroniques par rapport au noyau atomique sous l'effet du champ électrique; elle a lieu dans un atome neutre et lui confère un moment dipolaire. Les électrons ont des masses très petites, ils suivent donc les oscillations du champ électrique jusqu'à des fréquences très élevées de l'ordre de 10^{15} Hz (correspondant à un temps de relaxation de l'ordre de 10–15s). En deçà de cette fréquence, la polarisation électronique peut être considérée comme constante et proportionnelle au nombre d'électrons par unité de volume. Cette polarisation existe dans tous les matériaux. (figure1.2)

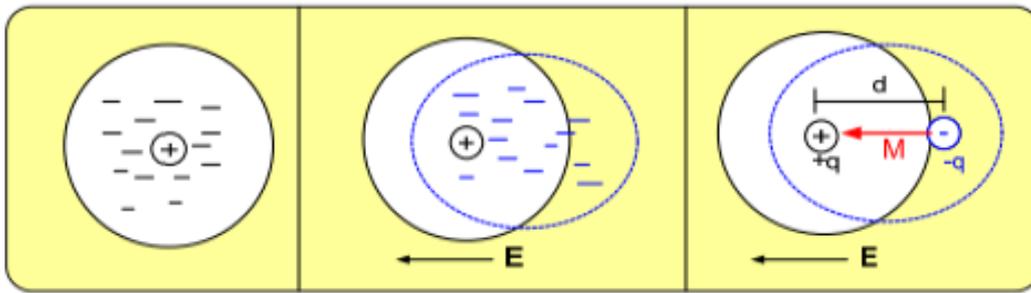


Figure 1.2 – Un modèle diélectrique classique montrant l’interaction du champ électrique avec un atome

1.2.2 polarisation atomique

La polarisation atomique ou ionique (dans le cas des liaisons ioniques), résulte du déplacement des atomes ou des ions au sein d’une molécule, par rapport à leurs positions d’équilibre. Les électrons de valence parcourent les orbitales partagées avec d’autres atomes. Vu l’inertie des ions relativement lourds, ce type de polarisation s’établit en environ 10^{-13} seconde ($10^{-14} \leq \tau \leq 110^{-12}$), donc plus lentement que la polarisation électronique, et dépend de la charge de l’ion et des forces de liaisons ioniques mutuelles. La polarisation ionique, de même que la polarisation électronique, crée des dipôles induits ; elle ne provoque pas de pertes d’énergie et disparaît avec la suppression du champ appliqué (figure 1.3). Elle existe jusqu’aux fréquences correspondant à l’infrarouge .

1.2.3 La polarisation dipolaire ou d’orientation

La polarisation d’orientation ou dipolaire consiste en l’orientation des molécules polaires c’est-à-dire qui possèdent un moment dipolaire permanent. À titre d’exemple, on a la molécule polaire de l’eau H_2O . La somme géométrique des moments dipolaires se trouvant dans la molécule n’est pas nulle, ce qui fait

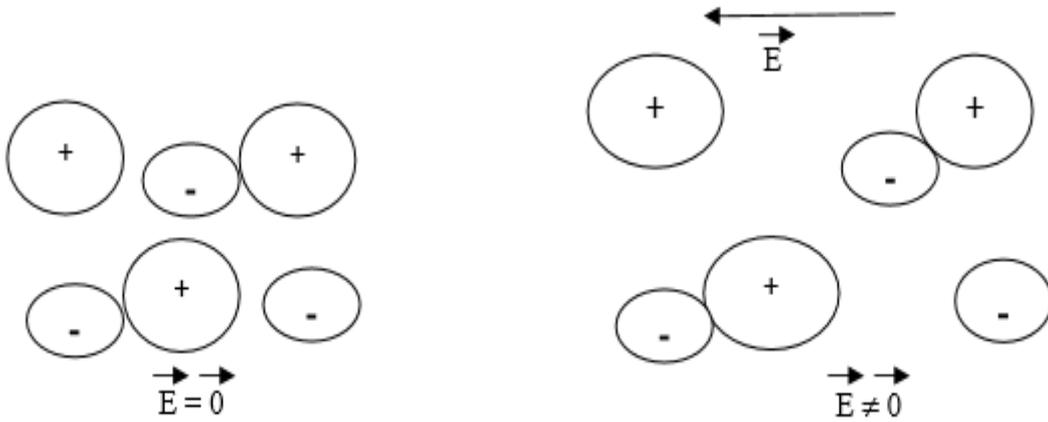


Figure 1.3 – Polarisation atomique.

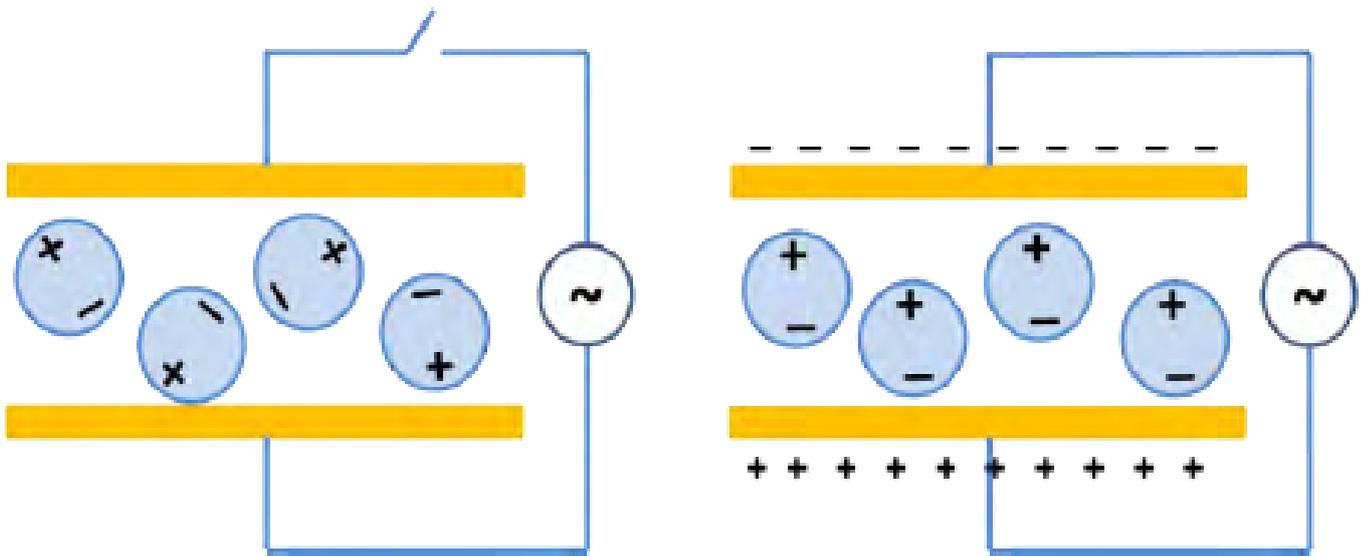


Figure 1.4 – Polarisation d’orientation.

que la molécule d’eau présente un dipôle permanent (de moment dipolaire \vec{p}), comme le montre la Figure 1.5 Cette polarisation est au cœur de l’analyse diélectrique de liquide. En effet, en absence du champ électrique, les dipôles sont orientés de façon aléatoire. Par contre, lors de l’application d’un champ électrique, tous ces dipôles ont tendance à s’aligner dans la direction du champ électrique (Figure 1.5) et ceci d’autant plus facilement que l’on est en milieu liquide au sein duquel les molécules (d’eau notamment) sont libres de tous mou-

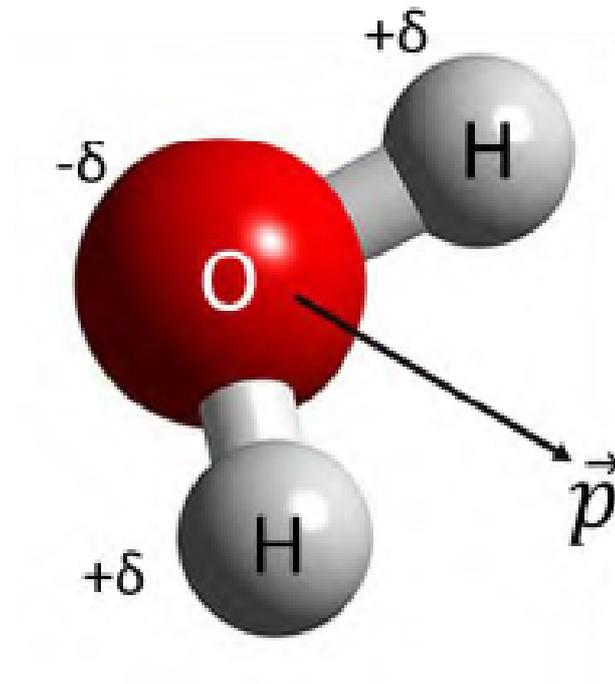


Figure 1.5 – Moment dipolaire d’une molécule d’eau.

vements. En milieu aqueux, la polarisation d’orientation dipolaire est plus de dix fois supérieure à celles des autres polarisations.

1.2.4 La polarisation interfaciale

La polarisation d’interface (aussi désignée par polarisation des charges d’espace) a lieu lorsque des porteurs de charges migrent sous l’effet du champ électrique externe et se retrouvent piégés, ou limités dans leurs mouvements, par des potentiels chimiques ou électriques locaux, ce qui induit une distorsion macroscopique du champ électrique total. Les milieux hétérogènes (composés par exemple d’une matrice isolante et de particules conductrices) peuvent présenter de fortes polarisations dues à ces effets d’interface. Ces effets dépendent de la microstructure et des minéraux constitutifs, et sont importants à des fréquences relativement faibles, de l’ordre du kilohertz. Si un milieu biologique contenant

une solution d'électrolyte est placée dans un champ électrique, les ions de charges opposées se déplacent dans des directions opposées et s'accumulent aux interfaces solide/liquide où ils restent bloqués ; ce phénomène est connu sous le nom d'effet Maxwell-Wagner.

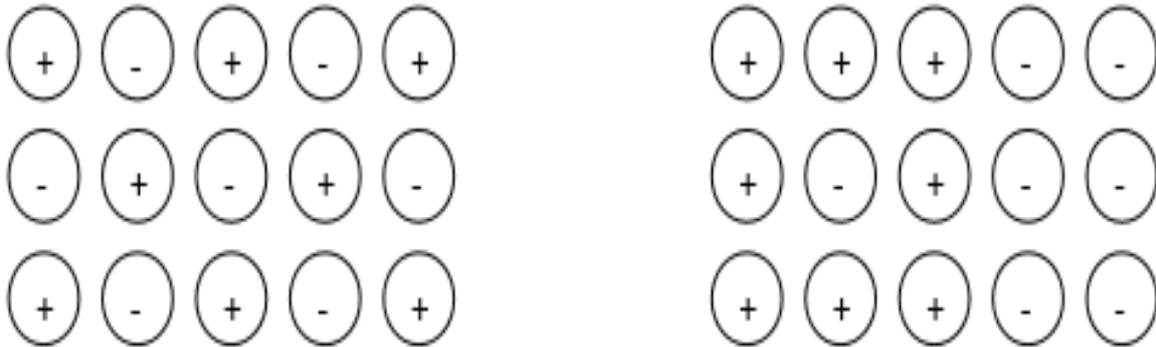


Figure 1.6 – Polarisation de charge d'espace.

1.3 Réponse en fréquence des différents mécanismes de polarisation

A basse fréquence, tous les mécanismes de polarisation (électronique, ionique, dipolaire, charges d'espace) sont présents, puisque toutes les charges liées, même les plus lourdes, peuvent suivre les variations du champ. Avec l'augmentation de la fréquence du champ appliqué, la contribution des différents types de polarisation disparaît progressivement, car l'entité polarisable n'a pas le temps de répondre au champ pendant la demi-période. La figure 1.7 représente les différents processus en fonction de la fréquence par un spectre de permittivité diélectrique réelle simplifié. Les processus de polarisation de charges d'espaces et de polarisation dipolaire sont des phénomènes de relaxation. Chacun de ces mécanismes de relaxation a une traduction dans la réponse en fréquence du

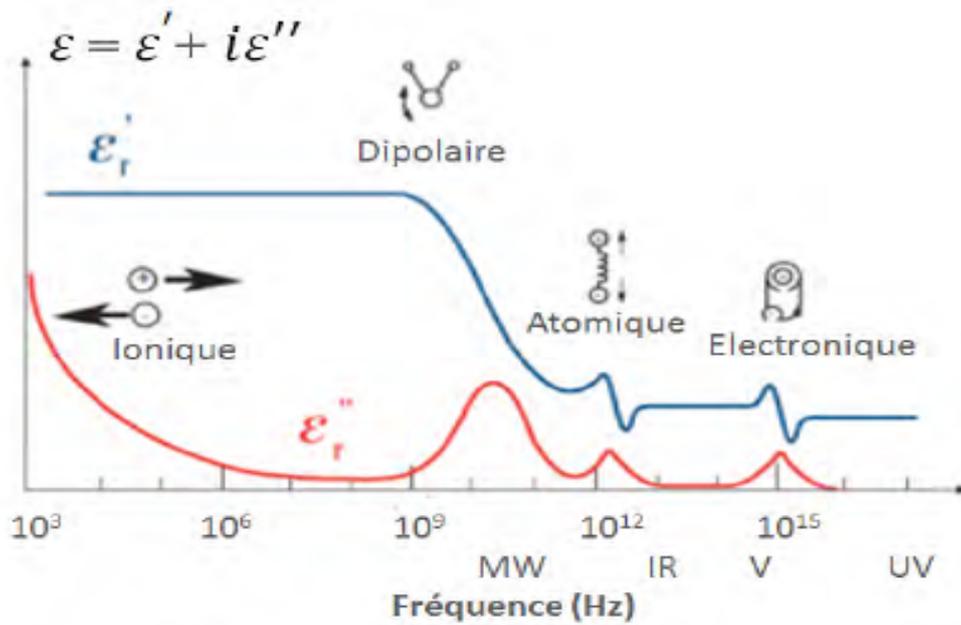


Figure 1.7 – Evolution de la permittivité en fonction de la fréquence et mise en évidence des différents mécanismes de relaxation des matériaux diélectriques [12]

matériau diélectrique.

$$P(\omega) = \varepsilon_r^*(\omega)E(\omega) \quad (1.1)$$

avec

$$\varepsilon_r^* = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r'' \quad (1.2)$$

1.4 Phénomène de relaxation dans les matériaux diélectriques

La relaxation est un concept très important pour comprendre la dépendance fréquentielle des propriétés électriques des matériaux. Enonçons la définition générale au sens de la physique : *L'ensemble des phénomènes qui se produisent spontanément lorsque l'équilibre d'un système physique a été rompu et grâce auxquels le système revient progressivement à l'état d'équilibre.* Dans un matériau soumis à un champ électrique, cette notion de relaxation indique le retour

à une position d'équilibre du système de charges après l'excitation électrique [13]. Ce concept de relaxation est donc lié à l'étude d'un matériau perturbé par un échelon de champ électrique. La grandeur caractéristique du phénomène est la durée de relaxation τ qui informe du temps nécessaire pour le retour à l'équilibre. Ce temps varie en fonction du mécanisme de polarisation concerné. Par exemple, la polarisation des nuages électroniques des atomes est un processus très rapide (de l'ordre de la picoseconde) et se caractérise donc par une durée de relaxation très courte. En revanche, la polarisation liée à l'orientation de molécules polaires (polarisation d'orientation), ou encore à l'accumulation des charges à des interfaces (polarisation interfaciale) est beaucoup plus lente, et ce temps ne peut pas être négligé surtout si les cycles de variations du champ électrique sont du même ordre de grandeur. La relaxation est donc un phénomène temporel caractérisé par sa durée τ . Lorsque l'on s'intéresse à l'impact dans le domaine fréquentiel du phénomène de relaxation, on parle de dispersion diélectrique caractérisé par une chute de permittivité $\varepsilon(\omega)$ autour de la fréquence caractéristique f_c donnée par : $f_c = \frac{1}{2\pi\tau}$. Dans le domaine fréquentiel, une dispersion traduit la perte d'un processus de polarisation au fur et à mesure que la fréquence augmente, et le passage par un maximum du facteur de pertes $\varepsilon''(\omega)$ à la fréquence caractéristique f_c . Dans les milieux biologiques, les phénomènes de relaxations sont variés. Ce sont principalement les relaxations dipolaires liées typiquement à l'orientation des molécules d'eau, les relaxations d'interfaces type Maxwell - Wagner, on encore les relaxations des contre - ions. Pour tenir compte de ces effets, on introduit une partie imaginaire ε'' à la permittivité du matériau qui reflète les pertes diélectriques. La permittivité devient

alors complexe et se définit comme suit :

$$\varepsilon_r^*(\omega) = \varepsilon_r'(\omega) - j\varepsilon_r''(\omega) \quad (1.3)$$

1.5 Les milieux biologiques

Les tissus biologiques sont composés d'environ soixante pour cent d'eau. Deux tiers de cette eau se situe à l'intérieur des cellules (cytoplasme), et le tiers restant dans le milieu extracellulaire (milieu interstitiel) [14]. Les propriétés électriques de cette eau sont principalement influencées par des espèces ioniques dissoutes. Les tissus biologiques ont donc un comportement fortement électrolytique. Cependant, l'intérieur des cellules est isolé du milieu extra-cellulaire par une membrane entourant la cellule. Cette membrane constitue une barrière presque infranchissable pour les espèces ioniques présentes de part et d'autre, et confère au tissu biologique un comportement fortement capacitif. D'un point de vue électrique, il est souvent convenu, en première approche de voir le tissu comme une suspension de cellules dans le milieu liquide extra-cellulaire. Le sang contenant des cellules érythrocytes est l'exemple naturel le plus proche de cette représentation [15]. On traitera dans les paragraphes qui suivent, du rôle des principaux constituants énoncés (cytoplasme, liquide extra-cellulaire et membrane) dans le comportement électrique global d'un tissu biologique.

1.5.1 Liquides extracellulaires

Les cellules doivent contrôler une gamme de substances chimiques. Pour réguler leurs concentrations, les cellules effectuent des échanges de substances qui interviennent dans leur fonctionnement. Les liquides extracellulaires peuvent être considérés dans la majorité des cas comme des solutions aqueuses, conte-

nant majoritairement les ions Na^+ et Cl^- . La conductivité moyenne de ces liquides est de l'ordre $1.8S/m$ [16]. On peut remarquer également que des protéines libres dans le plasma forment des porteurs de charges négatifs (macroions) pouvant contribuer à la conductivité globale. La permittivité d'un tel milieu est quasiment celle de l'eau, à savoir environ 80 même si celle-ci peut avoir tendance à diminuer légèrement par la présence d'une grande quantité d'ions [16].

1.5.2 La cellule

La cellule est la plus petite unité capable de manifester les propriétés d'un être vivant : se nourrir, croître et se développer. Mis à part les virus, tous les tissus biologiques sont composés de cellules ayant une structure similaire faite de trois éléments principaux : la membrane plasmique, le cytoplasme et le noyau. Les deux premiers ont une influence prépondérante sur le comportement électrique passif global d'un tissu biologique.

a) Cytoplasme

Le cytoplasme désigne le contenu de la cellule. Plus exactement, il s'agit de la totalité du matériel cellulaire contenu dans la membrane plasmique, excepté le noyau. Il a une structure complexe. Composé à 80 pour cent d'eau, il contient également une grande quantité de sels, de protéines, d'acides nucléides, et de petites molécules et dans la plupart des cas des structures de membranes variées (organelles) qui peuvent également affecter les propriétés d'électriques. La valeur de la permittivité relative du cytoplasme s'est vue attribuée des valeurs allant de 50 à 200 [17]. Dans de nombreux cas, le cytoplasme peut cependant être considéré simplement comme un électrolyte. A des fréquences élevées (su-

périeur à 20 MHz), des dispersions liées aux mouvements des petites molécules à l'intérieur du cytoplasme peuvent commencer à apparaître.

b) Membrane

La membrane cellulaire est un constituant essentiel dans une cellule. Elle a un double rôle de protection du cytoplasme et de zone d'échanges entre le milieu intracellulaire et extracellulaire. Elle est principalement constituée à partir d'une double couche de lipides, qui dans la majorité des cas, sont des phospholipides. Ceux-ci sont les composants clé de la membrane biologique. Ils sont caractérisés par une tête polaire hydrophile (c'est - à- dire une extrémité portant une charge électrique négative soluble dans l'eau), et de longues queues apolaires hydrophobes (lesquelles, n'ayant pas de charge électrique, ne se mélangent pas avec l'eau) (Fig 1.8). Ces caractéristiques moléculaires font que les phospholipides,

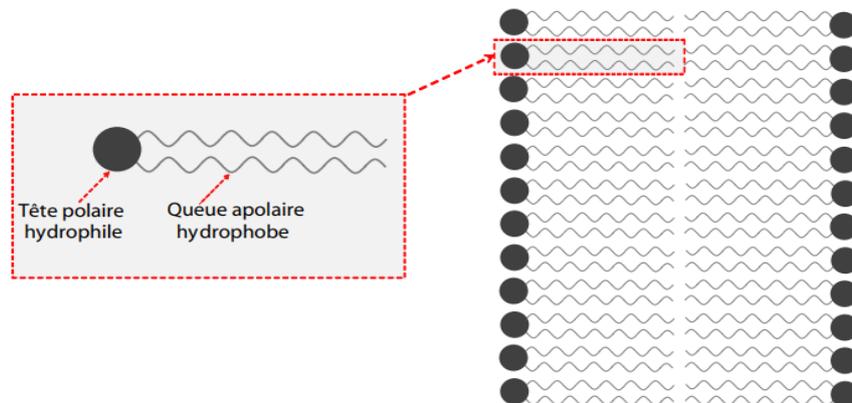


Figure 1.8 – A gauche, un phospholipide seul représenté par sa tête polaire et sa queue hydrophobe. A droite, membrane formée par une double couche de phospholipides.

plongés dans une solution aqueuse, forment spontanément une bicouche fluide (ou micelle) dans laquelle les têtes hydrophiles entrent en contact avec l'eau, tandis que les longues queues hydrophobes se disposent vers l'intérieur, s'isolant du milieu aqueux. D'un point de vue électrique, de par sa composition la

membrane constitue une interface particulièrement isolante électriquement séparant deux milieux conducteurs (fluide intra et extracellulaire), et peut donc être assimilée à une capacité (C_m). En supposant que la permittivité relative de la double couche est proche de celle des lipides (soit environ 3) [18], la valeur de la capacité membranaire peut alors être approchée par :

$$C_m = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_m}{d} \quad (1.4)$$

Où ε_m est la permittivité relative de la membrane, ε_0 est la permittivité du vide, et d est l'épaisseur de la membrane. Même si, par nature, les membranes sont largement hydrophobes, des molécules d'eau peuvent néanmoins être présentées à l'intérieur de la membrane [16]. La présence de ces molécules ainsi que de toutes autres petites molécules polaires dans la membrane peut avoir tendance à augmenter la valeur de la capacité annoncée ci-dessus. D'autre part, des protéines présentées intégrées à la membrane présentent intrinsèquement de grands moments dipolaires mais leur contribution globale à la polarisabilité de la membrane est négligeable car leurs mouvements de rotation sont en grande partie bloqués par les lipides avoisinants [16]. Notre travail étant focalisé sur l'analyse fréquentielle des milieux biologiques, nous rappelons ci-après quelques connaissances importantes vis à vis des propriétés diélectriques d'une cellule.

c) Surface de la cellule

La surface de la cellule est le contact de celle-ci avec le milieu extracellulaire, sa structure peut être très compliquée [17]. La surface est chargée négativement pour presque toutes les cellules en raison de la prédominance des charges négatives (carboxylates, phosphates). Cela entraîne que les ions positifs du milieu extracellulaire (contre-ions) sont attirés à la surface de la cellule formant ainsi une double couche.

1.5.3 Spectre diélectrique caractéristique des tissus biologiques

La réponse d'une cellule en présence d'un champ électrique dépend de deux paramètres que sont la permittivité diélectrique relative notée (ϵ_r) qui reflète la capacité à polariser un matériau par accumulation de charges et la conductivité électrique notée (σ) qui reflète la capacité à laisser passer un courant électrique avec un minimum de pertes. La complexité et l'inhomogénéité des matériaux biologiques (tissu ou cellule) ajoutent des niveaux supplémentaires de polarisation à celle décrite à la section plus haut. En observant l'évolution des parties réelles de la permittivité et de la conductivité en fonction de la fréquence (Figure 1.10) [19], trois phénomènes de relaxation peuvent être mis en évidence : α , β et γ , plus une dispersion plus discrète δ se situant entre les dispersions β et γ . Ce phénomène de dispersion δ a été mis en évidence par Schwan [19]. Les

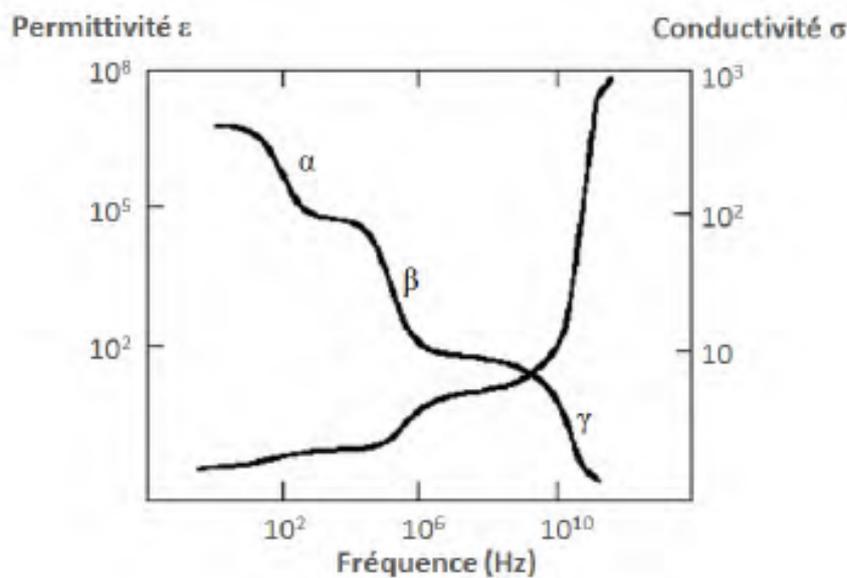


Figure 1.9 – Principaux phénomènes de relaxation observés dans les tissus biologiques [16].

origines de ces relaxations sont précisées à la suite :

- Dispersion α : Elle intervient dans la gamme des basses fréquences, entre quelques hertz et quelques kilohertz. Elle est liée à l'apparition d'un cou-

rant électrique de surface lié à la conductivité ionique des milieux intra et extracellulaires. A ces fréquences, l'effet capacitif de la membrane inhibe le passage du courant dans le milieu intracellulaire. Cette dispersion se traduit par une baisse de la permittivité tout en gardant une conductivité quasi constante.

- Dispersion β : intervient dans la gamme de fréquences de 0.1 à 100 MHz. L'orientation dipolaire des protéines dans les tissus à ces fréquences et le chargement capacitif de la membrane cellulaire, induisent ce type de dispersion. A ces valeurs de fréquences, la membrane plasmique présente une impédance de plus en plus faible et les lignes de courant électrique pénètrent de plus en plus dans le milieu intracellulaire. Il en résulte donc une augmentation de la conductivité du milieu (intra et extracellulaire).
- Dispersion γ : Elle surgit à la gamme de fréquence des microondes, de 0.1 à 100 GHz. Elle est associée à la relaxation dipolaire des molécules d'eau. A ces fréquences, la membrane devient diélectriquement transparente et le milieu intracellulaire est considéré comme une solution d'électrolyte.

Une faible dispersion δ peut se rajouter entre β et γ : elle résulte de la relaxation des molécules d'eau liées à des protéines, polypeptides, polysaccharides, etc.

1.5.3.1 Conductivité

Pour de basses fréquences, le tissu est caractérisé par une conductivité ionique (conductivité statique) qui dépend fortement du volume de fluide extracellulaire présent (les cellules pouvant être considérées comme isolantes). Lorsque la fréquence augmente, la conductivité augmente progressivement jusqu'à atteindre un palier entre 10 à 100 MHz. Ensuite, aux fréquences micro-ondes une large augmentation de la conductivité est visible du fait de la relaxation

diélectrique de l'eau.

1.5.3.2 Permittivité

L'augmentation de la conductivité est inévitablement associée à une chute de permittivité. En basses fréquences, la permittivité relative peut être incroyablement élevée (de l'ordre de 10^5 à 10^6 ou plus). Au fur et à mesure que la fréquence augmente, trois régions principales de dispersions entraînant une chute de permittivité. Selon la terminologie de Schwan [19], Lorsque la fréquence augmente, les dispersions observées sont associées à des structures de plus en plus petites, en commençant par les cellules et leur environnement en basses fréquences, puis les organelles subcellulaires et de larges molécules pour des fréquences intermédiaires, puis finalement les molécules d'eau pour les fréquences les plus élevées.

1.6 Circuit électrique équivalent d'une cellule biologique

La modélisation électrique des cellules fut premièrement proposée par R. Höber dans les années 1910, qui a étudié l'évolution de la résistivité d'un échantillon de sang aux basses et hautes fréquences [12]. A la suite de ces premières observations, plusieurs modèles électriques de la cellule ont été construits dans le milieu du XXe siècle, tels que le modèle de Fricke [20], Debye [5], et Cole-Cole [21]. Le modèle présenté ici est celui proposé par Fricke pour qui, la cellule en suspension est assimilée à un circuit électrique composé d'une capacité C_m représentant la membrane (modélisation du phénomène de polarisation apparaissant à l'interface) associée en série avec une résistance R_i représentant le milieu intracellulaire ou plutôt les charges libres internes à la cellule. Le milieu extracellulaire est modélisé par une résistance R_e .

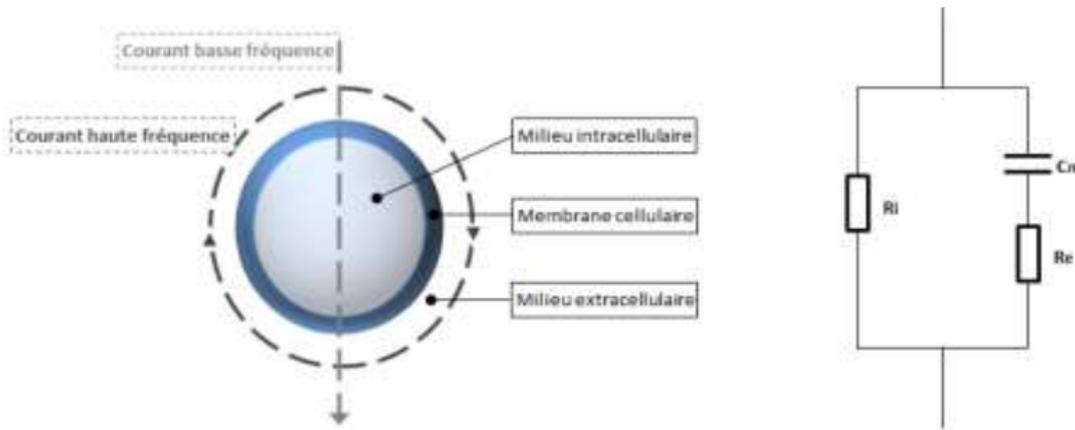


Figure 1.10 – Modèle cellulaire de Fricke (à gauche) et schéma électrique (à droite)[22]

1.6.1 Valeurs de conductivité et de permittivité en fonction de la fréquence disponible dans la littérature

Depuis l'après-guerre, beaucoup de mesures de caractérisation électrique des milieux biologiques ont été effectuées. Une grande partie des valeurs de conductivité et de permittivité des milieux biologiques ayant été publiées avant 1996 sont compilées dans les travaux de C.Gabriel et S.Gabriel [23]. Quelques valeurs issues de mesures plus récentes sont disponibles :

- V. Raicu fournit des valeurs de permittivité et de conductivité du foie [24] et de la peau [25] entre 1kHz et 100MHz,
- Alabaster propose des valeurs de la permittivité complexe de la peau humide et sèche autour de 60GHz [26]

De nombreuses mesures récentes des caractéristiques électriques des milieux biologiques sont destinées à un usage de diagnostic médical. Ces mesures dites de bio-impédance peuvent avoir différents objectifs comme par exemple :

- Le monitoring de la croissance et de l'état de cultures de cellules [27]
- La quantification de l'altération de tissus ayant subi certains traitements

thérapeutiques [28], [29]

- La localisation de structures intra - cérébrales [30]
- La détection de tissus cancéreux [31]

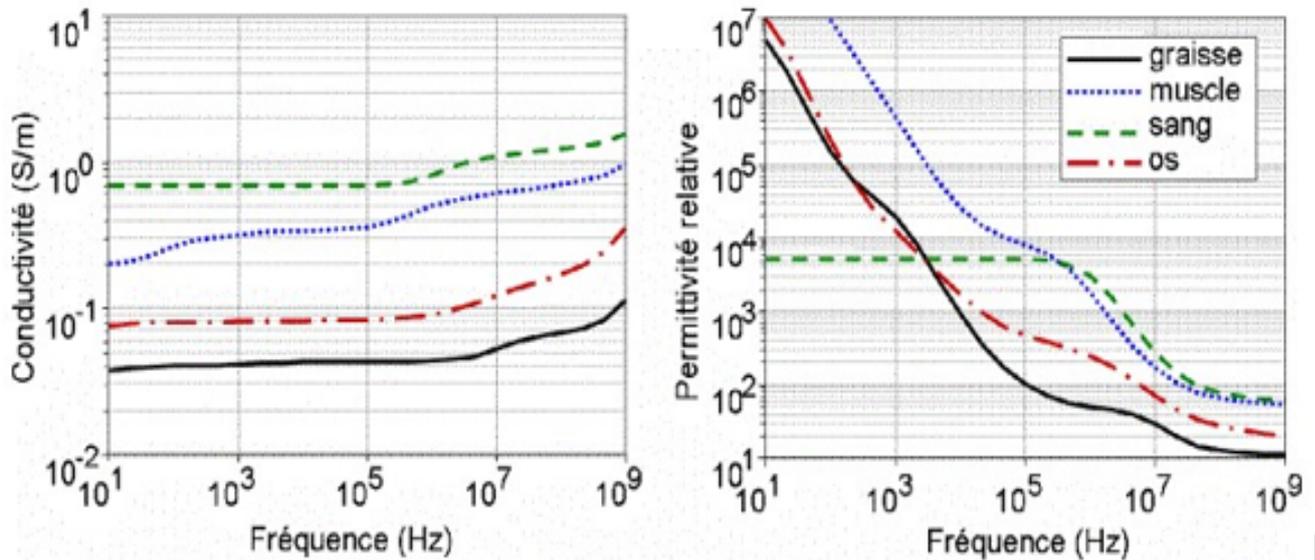


Figure 1.11 – Conductivité et permittivité de quelques tissus biologiques [32] (modèle Cole – Cole).

Dans tous les cas, la méthode consiste à comparer les réponses électriques en fréquence de différents tissus pour identifier la présence de certains tissus (tumeurs par exemple) ou pour quantifier leur altération. Ces mesures sont souvent limitées à des tissus très particuliers et sont effectuées dans une bande de fréquences réduite. Les valeurs de la permittivité et de la conductivité ne sont pas toujours explicitement répertoriées. De plus une partie des mesures est effectuée sur des cultures de cellules. Ces mesures ne sont donc, en général, pas exploitables pour la quantification des champs électromagnétiques induits dans le corps humain.

1.7 Permittivité et facteur de dissipation diélectrique

Un diélectrique est caractérisé par sa permittivité relative ou constante diélectrique ε_r . Dans le cas d'un diélectrique parfait, ε_r , est le quotient de la capacité C_x entre deux électrodes, supposées noyées dans ce diélectrique, par la capacité de la même configuration d'électrodes dans le vide :

$$\varepsilon_r = \frac{C_x}{C_v} \quad (1.5)$$

La permittivité absolue ε est le produit de la permittivité relative par la permittivité du vide ε_0 , ($\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12} F/m$)

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 \quad (1.6)$$

La permittivité absolue définit la possibilité d'être traversé par un courant électrique, sous l'action du champ électrique. Ceci résulte de diverses contributions de déplacements des charges; déplacement des électrons, déplacements des atomes et des ions, orientation des dipôles électriques et déplacement des charges d'espace. En effet, la densité de courant traversant ce diélectrique en présence d'un champ électrique sinusoïdal est [33,34] :

$$J(t) = \sigma E(t) + \frac{\partial D(t)}{\partial t} \quad (1.7)$$

En passant par la transformé de fourrier, on aura :

$$J(\omega) = \sigma E(\omega) + j\omega D(\omega) \quad (1.8)$$

$$J(\omega) = [\sigma_c + j\omega\varepsilon_0(1 + \chi'(\omega) - j\chi''(\omega))] .E(\omega) \quad (1.9)$$

Ou encore

$$J(\omega) = [\sigma_c + \omega\varepsilon'(\omega) + j\omega\varepsilon''(\omega)] .E(\omega) \quad (1.10)$$

Ou

$$\varepsilon_0(1 + \chi'(\omega) - j\chi''(\omega)) = \varepsilon'(\omega) + j\omega\varepsilon''(\omega) = \varepsilon^*(\omega) \quad (1.11)$$

χ' et χ'' sont les composantes réelle et imaginaire de la susceptibilité électrique χ du milieu. ε' et ε'' sont les composantes réelle et imaginaire de la permittivité électrique complexe du milieu. Cette permittivité complexe tient compte de dissipation d'énergie, des pertes par absorption et par diffusion. On définit également une permittivité complexe relative :

$$\varepsilon_r^* = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r'' \quad (1.12)$$

Ou ε_r^* joue le rôle qu'avait dans le cas des isolants parfaits. La permittivité complexe absolue est de la même manière, égale au produit de la permittivité complexe par ε_0 . La composante en phase que présente \mathbf{J} avec \mathbf{E} est à l'origine des pertes diélectriques, elle représente la dissipation d'une puissance dans le diélectrique. Ces pertes sont dues au travail nécessaire à l'établissement de la polarisation et la conduction ohmique résiduelle σ_c du diélectrique [35]. Le facteur de dissipation diélectrique est égale au quotient $\frac{\varepsilon_r''}{\varepsilon_r'}$, ce quotient est appelé aussi tangente de l'angle de perte ou $\tan\delta$, δ est l'angle complémentaire du déphasage entre la tension appliquée au diélectrique et le courant qui en résulte $\left(\tan\delta = \frac{\varepsilon_r''}{\varepsilon_r'}\right)$. En pratique, il n'est pas possible de s'affranchir des pertes par conduction [10]; dans ce cas :

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon_r''(\omega)}{\varepsilon_r'(\omega)} + \frac{\sigma_c}{\varepsilon_r'(\omega)\omega\varepsilon_0} \quad (1.13)$$

1.8 Influence de la fréquence

L'apparition des pertes diélectriques en général peut être expliquée comme suit : aux très basses fréquences, la polarisation suit le champ alternatif, ce qui

fait que sa contribution à la constante diélectrique est maximale et les pertes n'apparaissent pas. Aux fréquences très élevées, le champ alterne est trop vite pour que la polarisation puisse augmenter et il n'y a aucune contribution à la constante diélectrique, aucune énergie n'est perdue dans le milieu [36]. Mais quelque part entre ces deux extrêmes, la polarisation commence à prendre du retard par rapport au champ électrique d'où dissipation de l'énergie. Le facteur de pertes atteint une valeur maximale à une fréquence f_m , liée au temps de relaxation caractéristique par la relation :

$$\tau = \frac{1}{2\pi f_m} = \frac{1}{\omega_m} \quad (1.14)$$

La permittivité et la polarisation de relaxation dépendent du temps ; on distingue deux états d'équilibre pour chacune de ces caractéristiques. Dans un champ statique ($\omega \rightarrow 0$) , la permittivité diélectrique vaut ε_s , et dans les fréquences optiques ($\omega \rightarrow \omega_{opt}$) , elle vaut ε_∞ . L'équation typique décrivant ce modèle simple de relaxation diélectrique est l'équation de dispersion de Debye [5]

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + \omega^2\tau^2} - j \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (1.15)$$

1.9 Modélisation électrique des tissus biologiques

Afin d'interpréter le comportement diélectrique des tissus biologiques, plusieurs modèles ont été proposés et découlent des théories de Maxwell [25], Debye [5] , Cole et Cole [27] et Fricke [18]. Ces différents auteurs ont mis en place au cours de la première moitié du 20ème siècle des approches encore utilisées à ce jour. Selon le modèle de Debye, constituant la base de tous ces modèles, la variation de permittivité relative du matériau est linéaire et a pour inconvénient

qu'il ne prend en compte qu'un seul temps de relaxation et omet les interactions moléculaires alors que les diélectriques dipolaires réels correspondent rarement à ce modèle. De ce fait, on ne peut pas toujours décrire le phénomène de relaxation à l'aide de cette équation simple de Debye, car bien souvent les diélectriques se caractérisent par plusieurs temps de relaxation, comme c'est le cas par exemple des milieux biologiques. Cole-Cole, Davidson-Cole ainsi que d'autres chercheurs ont proposé des modifications de l'équation de Debye en y introduisant des exposants empiriques menant à une augmentation du nombre de temps de relaxation pris en considération. Ces principaux modèles seront décrits succinctement dans le chapitre 2.

Conclusion

Il était question de présenter les notions de polarisation et de relaxation, d'étudier les propriétés diélectriques des milieux biologiques, il en ressort que divers modèles électriques des milieux biologiques ont déjà été mis sur pied mais sont moins en moins utilisés à cause de la complexité des phénomènes mis en jeu lors des différents mécanisme de polarisation. Il est donc nécessaire au chapitre suivant de faire une étude analytique des modèles sus - mentionnés.

MATERIELS ET METHODES

Introduction

Ce deuxième chapitre est consacré à la formulation mathématique de quelques méthodes visant à la modélisation de la relaxation diélectrique dans les milieux biologiques. Dans ce chapitre, nous étudions les différents modèles analytiques qui décrivent la variation fréquentielle des propriétés électriques des milieux biologiques (la permittivité complexe ε^*), ainsi que la détermination des différents phénomènes de relaxation diélectrique par la méthode d'inversion de spectre diélectrique de Morgan et Lesmes.

2.1 Matériels

Lors de la résolution numérique nous avons utilisé le logiciel de calcul MAPLE, et le logiciel de calcul itératif MATLAB, qui permet de réaliser des simulations numériques basées sur des algorithmes d'analyse numérique ; auquel nous associons la méthode itérative d'Euler qui est une méthode à pas constant, car le calcul de y_{i+1} réclame la valeur de y_i . Afin d'atteindre la solution $\tau_k = \frac{\tilde{y}_k}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}$ sur un intervalle $[\tau_{max}; \tau_{min}]$ nous choisissons M points et le pas h de discrétisation, soit $\Delta\tau$ est défini par $\Delta\tau = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{M-1}$. L'équation de la méthode d'Euler s'écrit :

$$\tilde{y}_1(i + 1) = \tilde{y}_2\partial(i)e^{\Delta x} \tag{2.1}$$

2.2 Formulations analytiques des spectres

Les modèles analytiques donnant les équations des spectres séparent les effets de la polarisation diélectrique (ε^*) et ceux de la conduction (σ^*). L'intérêt de ces fonctions est qu'elles permettent de décrire fidèlement la forme des spectres de conductivité et de permittivité diélectrique complexe, avec un minimum de paramètres. Afin de rendre compte du comportement diélectrique des matériaux, plusieurs modèles ont été proposés et découlent des théories de Debye [5], Cole-Cole [7], Davidson-Cole et HvriliakNegami [8, 9]. Ces différents auteurs ont mis en place au cours de la première moitié du 20ème siècle des approches encore utilisées à ce jour. Ces principaux modèles sont décrits succinctement dans ce chapitre.

2.2.1 Modèle de Debye

Ce modèle constitue la base des modèles utilisés actuellement. La permittivité et la polarisation de relaxation dépendent du temps ; on distingue deux états d'équilibre pour chacune de ses caractéristiques. Dans un champ statique ($\omega \rightarrow 0$), la permittivité diélectrique vaut ε_s , et dans les fréquences optiques ($\omega \rightarrow \omega_{opt}$), elle vaut ε_∞ . L'équation typique décrivant ce modèle simple de relaxation diélectrique est l'équation de dispersion de Debye [5].

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} \quad (2.2)$$

Cette expression est la relation de relaxation de Debye (*1er ordre*). Au début du XXème siècle, en s'inspirant de diélectriques liquides, P.W. Debye a constaté que si tous les dipôles ont le même temps d'orientation τ et n'interagissent pas entre eux [5], la permittivité complexe ε^* en fonction de la fréquence suit la loi

donnée en équation (2.2). Où ε_s est la permittivité mesurée en basse fréquence, ε_∞ est la permittivité mesurée en haute fréquence et ε_s est la constante de temps du phénomène de relaxation observé. En multipliant la relation de Debye par le facteur de cellule K, la capacitance diélectrique s'écrit :

$$C(\omega) = C_\infty + \frac{\Delta C}{1 + j\omega\tau} \quad (2.3)$$

où C_∞ et $\Delta C = K(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)$. Nous pouvons définir τ par $\tau = R\Delta C$. Ainsi la relation de Debye est équivalente au circuit électrique suivant : Cette réponse

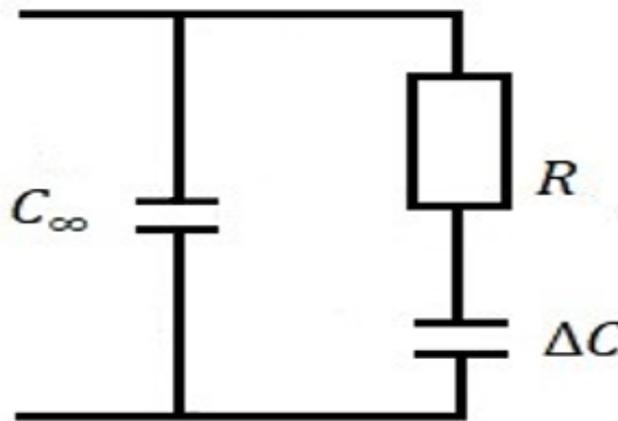


Figure 2.1 – Circuit électrique équivalent du modèle de relaxation de Debye [5].

est dite idéale, car tous les dipôles participant au phénomène de relaxation ont le même temps de relaxation τ . Ce comportement a été principalement observé dans des diélectriques liquides tels que l'eau [13]. En pratique, il est assez rare d'observer une telle relaxation dans des diélectriques solides. En effet, généralement les interactions entre les dipôles ne peuvent pas être négligées dans ces matériaux, ce qui induit une dispersion du temps de relaxation τ . En séparant la partie réelle et la partie imaginaire, l'équation (2.2) devient alors :

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + \omega^2\tau^2} - j \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} = \varepsilon' - j\varepsilon'' \quad (2.4)$$

Par identification, on a :

$$\varepsilon'' = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (2.5)$$

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (2.6)$$

l'angle de pertes est donné par :

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{\varepsilon_s + \varepsilon_\infty(\omega\tau)} \quad (2.7)$$

- pour des petites valeurs de $\omega\tau$, la partie réelle $\varepsilon' \simeq \varepsilon_s$ et ε'' est très petit.
- pour des plus grandes valeurs de $\omega\tau$, $\varepsilon' = \varepsilon_\infty$ et ε'' est petit.
- pour des valeurs intermédiaires de fréquences, ε'' atteint un maximum à une valeur particulière de $\omega\tau$.

Le maximum de ε'' est obtenu à la fréquence donnée par :

$$\left(\frac{\partial \varepsilon''}{\partial(\omega\tau)} \right)_{\omega=\omega_p} = 0 \Rightarrow \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)(\omega_p^2\tau^2 - 1)}{1 + \omega_p^2\tau^2} = 0 \quad (2.8)$$

En résolvant cette équation, on obtient :

$$\omega_p\tau = 1 \quad (2.9)$$

Où ω_p est la fréquence à laquelle ε'' atteint le maximum noté ε''_{max} donné par :

$$\varepsilon''_{max} = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{2} \quad (2.10)$$

la valeur de ε correspondante est

$$\varepsilon'' = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{2} \quad (2.11)$$

2.2.2 Diagramme de Cole - Cole

Le diagramme de Cole – Cole est une représentation graphique dans un plan complexe où l'axe des abscisses d'un système de coordonnées cartésiennes

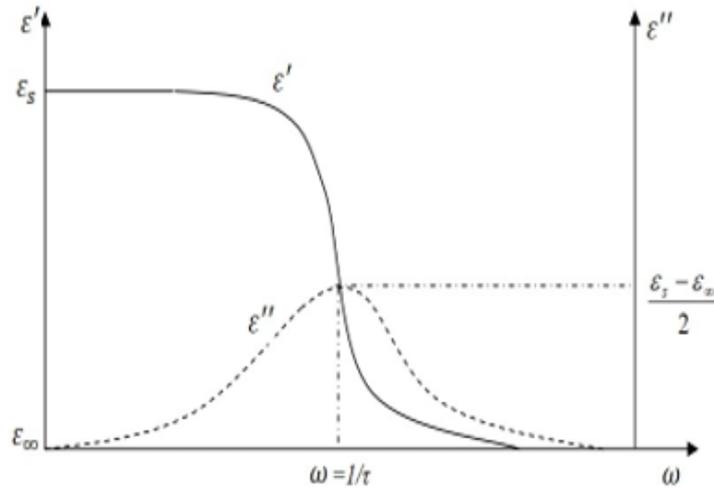


Figure 2.2 – Variation de ε' et ε'' en fonction de la fréquence.

correspond à la partie réelle de la permittivité complexe et l'axe des ordonnées correspond à sa partie imaginaire. En utilisant les équations (2.5) et (2.6), on aboutit à :

$$(\varepsilon'')^2 + (\varepsilon' - \varepsilon_\infty)^2 = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)^2}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (2.12)$$

Ou encore :

$$(\varepsilon'')^2 + (\varepsilon' - \varepsilon_\infty)^2 = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)(\varepsilon' - \varepsilon_\infty) \quad (2.13)$$

En développant on obtient finalement :

$$(\varepsilon'')^2 - (\varepsilon_s + \varepsilon_\infty)\varepsilon' + \varepsilon_s \varepsilon_\infty + (\varepsilon')^2 = 0 \quad (2.14)$$

En se servant de l'identité algébrique :

$$\varepsilon_s \varepsilon_\infty = \frac{1}{4} [(\varepsilon_s + \varepsilon_\infty)^2 - (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)^2] \quad (2.15)$$

L'équation (2.14) devient :

$$\left(\varepsilon' - \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_\infty}{2}\right)^2 + (\varepsilon'')^2 = \left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{2}\right)^2 \quad (2.16)$$

on retrouve ainsi l'équation d'un cercle de rayon $\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{2}$ et de coordonnées $\left(\frac{\varepsilon_s + \varepsilon_\infty}{2}, 0\right)$. Cette théorie de Debye a une limite. Elle ne prend en compte

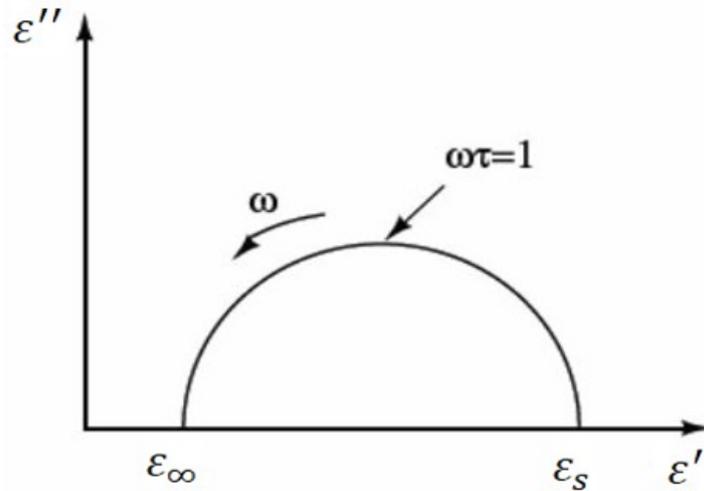


Figure 2.3 – Diagramme de Cole – Cole de l'équation de Debye [28].

qu'un seul temps de relaxation car au début du 20e siècle, en s'inspirant de diélectriques liquides [5], Debye a supposé que lorsque les dipôles dans un diélectrique sous l'action d'un champ électrique, n'interagissent pas entre eux ont un même temps d'orientation (ou de relaxation). Dans la plupart des diélectriques lorsqu'ils sont sous l'action d'un champ électrique externe, il est très difficile qu'il n'y ait pas d'interaction entre les dipôles. De ce fait, on ne peut pas toujours décrire les phénomènes de relaxations à l'aide de cette équation simple de Debye, car bien souvent les diélectriques se caractérisent par plusieurs temps de relaxation, comme c'est le cas par des substances et milieux biologiques. Cole-Cole, Davidson-Cole ainsi que d'autres chercheurs comme nous l'avons dit dans l'introduction générale, ont proposé des modifications de l'équation de Debye en y introduisant des exposants empiriques menant à une augmentation du nombre de temps de relaxation.

2.3 Modèle de Cole – Cole

En 1941 K.S Cole et R.H Cole [7] ont proposé l'expression de la permittivité qui dérive de l'équation de Debye (2.2), ce modèle introduit la notion de dispersion au sens où les constantes de temps sont réparties suivant une distribution symétrique autour d'une constante de temps moyenne τ_{cc} par la relation [7] :

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + (j\omega\tau_{cc})^{1-\alpha}} \quad (2.17)$$

Lorsque la conductivité statique est prise en compte, l'équation de Cole-Cole est donnée par la relation (2.17)

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + (j\omega\tau_{cc})^{1-\alpha}} - j \frac{\sigma_s}{\omega\varepsilon} \quad (2.18)$$

avec $0 < \alpha \leq 1$, un paramètre qui permet d'ajuster la largeur de la dispersion. Lorsque $\alpha = 0$, on retrouve l'équation de Debye. Plus α est proche de 1, plus la distribution de temps de relaxation est large.

Cette relation empirique permet d'avoir une réponse fréquentielle symétrique, mais plus aplatie qu'une réponse de Debye. Il est la plupart du temps utilisé dans des diélectriques solides amorphes [13].

En développant cette équation, on obtient :

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)(1 + (\omega\tau)^{1-\alpha} \cos((1-\alpha)\frac{\pi}{2}))}{1 + 2(\omega\tau)^{1-\alpha} \cos((1-\alpha)\frac{\pi}{2}) + (\omega\tau)^{2(1-\alpha)}} - j \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)(\omega\tau)^{1-\alpha} \sin((1-\alpha)\frac{\pi}{2})}{1 + 2(\omega\tau)^{1-\alpha} \cos((1-\alpha)\frac{\pi}{2}) + (\omega\tau)^{2(1-\alpha)}} \quad (2.19)$$

Par identification, on trouve que :

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)(1 + (\omega\tau)^{1-\alpha} \cos((1-\alpha)\frac{\pi}{2}))}{1 + 2(\omega\tau)^{1-\alpha} \cos((1-\alpha)\frac{\pi}{2}) + (\omega\tau)^{2(1-\alpha)}} \quad (2.20)$$

$$\varepsilon'' = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)(\omega\tau)^{1-\alpha} \sin((1-\alpha)\frac{\pi}{2})}{1 + 2(\omega\tau)^{1-\alpha} \cos((1-\alpha)\frac{\pi}{2}) + (\omega\tau)^{2(1-\alpha)}} \quad (2.21)$$

Et ou encore :

$$\varepsilon' = \varepsilon_{\infty} + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty})(1 + (\omega\tau)^{1-\alpha} \sin(\frac{\alpha\pi}{2}))}{1 + 2(\omega\tau)^{1-\alpha} \sin(\frac{\alpha\pi}{2}) + (\omega\tau)^{2(1-\alpha)}} \quad (2.22)$$

$$\varepsilon'' = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty})(\omega\tau)^{1-\alpha} \cos(\frac{\alpha\pi}{2})}{1 + 2(\omega\tau)^{1-\alpha} \sin(\frac{\alpha\pi}{2}) + (\omega\tau)^{2(1-\alpha)}} \quad (2.23)$$

Pour $\omega\tau = 1$, on obtient :

$$\varepsilon''_{max} = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty}}{2} \tan\left(\frac{(1-\alpha)\pi}{4}\right) \quad (2.24)$$

La figure (2.4) montre l'apport du modèle de Cole-Cole par rapport au modèle de Debye :

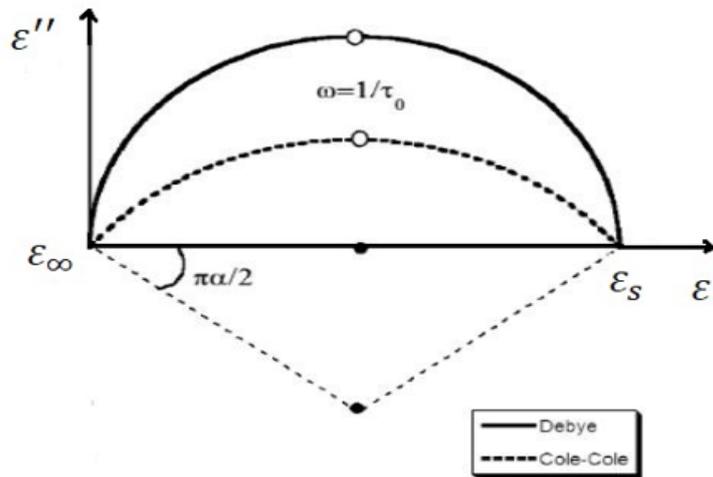


Figure 2.4 – Diagramme de Cole – Cole de l'équation de Debye avec conductivité [29].

2.3.1 Modèle de Davidson – Cole

Ce modèle est très proche du modèle de Cole-Cole. Il inclut un second coefficient qui permet d'introduire un comportement dissymétrique, observé lors de mesures sur du glycérol à basses températures [32]. Davidson et Cole [8] ont attribué ce comportement à un processus de réorientation des groupes hydroxyles, accompagné de cassure de liaisons, qui provoquerait un élargissement

de la distribution de temps de relaxation vers les hautes fréquences. La relation de Davidson - Cole s'écrit :

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{(1 + j\omega\tau)^\beta} \quad (2.25)$$

avec $0 < \beta \leq 1$ la constante de Davidson-Cole [8] Cette relation empirique permet d'avoir une réponse fréquentielle asymétrique, qui suit la courbe de Debye dans les basses fréquences et qui a une pente plus faible dans les hautes fréquences. Ce modèle est utile pour décrire la situation où plusieurs phénomènes de relaxation distincts sont présents.

En décomposant cette expression en partie réelle et imaginaire, on trouve :

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)(\cos \phi)^\beta \cos(\beta\phi) - j(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)(\cos \phi)^\beta \sin(\beta\phi) = \varepsilon' - j\varepsilon'' \quad (2.26)$$

On obtient finalement après identification :

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)(\cos \phi)^\beta \cos(\beta\phi) \quad (2.27)$$

$$\varepsilon'' = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)(\cos \phi)^\beta \sin(\beta\phi) \quad (2.28)$$

ou $\tan(\phi) = \omega\tau$

2.3.2 Modèle de Havriliak – Negami

En combinant l'équation de Debye et de Cole – Cole, Havriliak et Negami [9] ont proposé une fonction pour la constante diélectrique complexe suivante :

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{[1 + (j\omega\tau)^{(1-\alpha)}]^\beta} \quad (2.29)$$

Où α et β sont des constantes (comprises entre 0 et 1) [9]. En séparant cette expression en partie réelle et imaginaire, nous obtenons :

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \cos(\beta\theta)}{\left[1 + 2(\omega\tau)^{(1-\alpha)} \cos\left(\frac{(1-\alpha)\pi}{2}\right) + (\omega\tau)^{2(1-\alpha)}\right]^{\frac{\beta}{2}}} \quad (2.30)$$

$$\varepsilon'' = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \sin(\beta\theta)}{\left[1 + 2(\omega\tau)^{(1-\alpha)} \cos\left(\frac{(1-\alpha)\pi}{2}\right) + (\omega\tau)^{2(1-\alpha)}\right]^{\frac{\beta}{2}}} \quad (2.31)$$

Avec $\theta = \arctan\left[\frac{(\omega\tau)^{(1-\alpha)} \cos(\beta\theta)}{1 + (\omega\tau)^{(1-\alpha)} \sin(\frac{\alpha\pi}{2})}\right]$ Les modèles décrits s'appliquent surtout aux diélectriques uniformes. Dans le cas de mélanges de différents diélectriques, on observe des relaxations multiples. Nous pouvons évoquer les raisons suivantes :

- La présence de molécules différentes ayant chacune un temps de relaxation spécifique ;
- La non uniformité des tailles des particules ;
- Différents mécanismes de relaxation peuvent coexister.

2.4 Distribution de temps de relaxation dans le Modèle de Debye

D'une manière générale, on peut exprimer l'existence d'une distribution de temps de relaxation $(\Delta\varepsilon_k, \tau_k)$ dans un matériau quelconque par la superposition des phénomènes de relaxation de type Debye [35] :

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \sum_{k=1}^M \frac{\Delta\varepsilon_k}{1 + j\omega\tau_k} \quad (2.32)$$

Où M est le nombre total de relaxations, et $\Delta\varepsilon_k$ la contribution relative de chaque processus de polarisation à ε^* . Il est donc possible d'inverser les spectres de permittivité diélectrique pour obtenir une distribution de temps de relaxation au moyen de l'équation (2.32). Ceci est particulièrement utile pour retrouver par exemple les fréquences de relaxation des différents processus observés et de caractériser la largeur des distributions de temps. En 1993 Morgan et Lesmes [36] ont présentés une technique d'inversion vraiment efficace.

2.4.1 Méthode d'inversion de Morgan-Lesmes

Morgan et Lesmes (1994) développent une méthode d'inversion par moindres carrés de données diélectriques pour la distribution de temps de relaxation arbitraire. Afin d'améliorer la stabilité de l'inversion, le problème de base est transformé sous une forme logarithmique. La constante diélectrique complexe d'un matériau peut être généraliser par [36] :

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_\infty + \int_0^\infty \frac{\tilde{y}(\tau)}{1 + j\omega\tau} d\tau \quad (2.33)$$

Où $\tilde{y}(\tau)$ est la distribution des temps de relaxation. Lorsque $\omega \rightarrow 0$, on obtient :

$$\varepsilon^* = \varepsilon_s = \varepsilon_\infty + \int_0^\infty \tilde{y}(\tau) d\tau \quad (2.34)$$

D'où une normalisation de la distribution s'écrit :

$$y(\tau) = \frac{\tilde{y}(\tau)}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty} \quad (2.35)$$

Avec $\int_0^\infty \tilde{y}(\tau) d\tau = 1$ ou encore sous la forme discrète :

$$\varepsilon^*(\omega_n) = \varepsilon_\infty + \sum_{k=1}^M \frac{\tilde{y}_k(\tau) \Delta\tau_k}{1 + j\omega\tau_k} \quad (2.36)$$

\tilde{y}_k est l'amplitude de la relaxation au temps τ_k , $\Delta\tau_k$ est l'intervalle entre 2 valeurs de \tilde{y}_k et M le nombre de valeurs de \tilde{y}_k à calculer. Si tous les temps sont espacés uniformément sur une échelle linéaire, on a :

$$\Delta\tau_k = \Delta\tau = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{M - 1} \quad (2.37)$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_\infty + \Delta\tau \sum_{k=1}^M \tilde{y}_k \quad (2.38)$$

$$y_k = \frac{\tilde{y}_k}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty} \quad (2.39)$$

Toutefois, la plupart des relaxations ont lieu sur plusieurs décades en fréquence. Il est donc avantageux de discrétiser la distribution avec des échantillons espacés

uniformément sur une échelle logarithmique. Il faut donc procéder pour cela à un changement des variables précédentes. On pose : $s = \log_{10}(\tau)$

$$\Delta s = \frac{\log_{10} \left(\frac{\tau_{\max}}{\tau_{\min}} \right)}{M - 1} \quad (2.40)$$

L'équation (2.36) devient donc :

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_{\infty} + \frac{\Delta s}{\log_{10}(e)} \sum_{k=1}^M \frac{\tilde{y}_k}{1 + j\omega_k 10^{s_k}} \quad (2.41)$$

En séparant en partie réelle et imaginaire, nous obtenons :

$$\varepsilon'(\omega_n) = \varepsilon_{\infty} + \frac{\Delta s}{\log_{10}(e)} \sum_{k=1}^M \frac{\tilde{y}_k}{1 + \omega_k^2 10^{2s_k}} = \varepsilon'_{mes}(\omega_n) \quad (2.42)$$

$$\varepsilon''(\omega_n) = \frac{\Delta s}{\log_{10}(e)} \sum_{k=1}^M \frac{\tilde{y}_k \omega_k 10^{s_k}}{1 + \omega_k^2 10^{2s_k}} \quad (2.43)$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{\infty} + \frac{\Delta s}{\log_{10}(e)} \sum_{k=1}^M \tilde{y}_k \quad (2.44)$$

En considérant que la conductivité intrinsèque est une constante réelle, seule la partie réelle de (2.42) qui nous intéresse car c'est elle qui nous permet d'inverser la partie réelle des données diélectriques pour obtenir le spectre de temps de relaxation y_k , et la constante diélectrique hautes fréquences ε_{∞} . Dans cette équation (2.43), les quantités connues sont : ω_n , ε'_{mes} , Δs , s_k , avec $n = 1 \dots N$ ou N est le nombre de points de mesure, $m = 1 \dots M$ ou M est le nombre de valeurs de la distribution des constantes de temps à calculer. Lors des inversions, les positions des temps de relaxation à calculer sont fixées, de telle sorte que l'équation (2.43) soit linéaire en les paramètres inconnus \tilde{y}_k . En principe, on est censé pouvoir résoudre l'équation (2.43) par moindres carrés. Cependant, à cause du très grand étalement des valeurs de ω et τ , la solution par moindres carrés linéaires est très mal conditionnée, et les \tilde{y}_k estimés sont très peu significatifs. Afin de remédier à ce problème de conditionnement, le problème linéaire

est transformé en un problème itératif, où le programme converge vers la solution par itérations successives. On travaille sous forme logarithmique ; au lieu d'évaluer la sensibilité des dérivées via la matrice :

$$A = \left[\frac{\partial \varepsilon'(\omega_n)}{\partial \tilde{y}_k} \right] \quad (2.45)$$

on calcule :

$$A = \left[\frac{\partial \varepsilon'(\omega_n)}{\partial \tilde{y}_k} \right] \left[\frac{\tilde{y}_k}{\varepsilon'(\omega_n)} \right] = \frac{\partial \log_{10}(\varepsilon'(\omega_n))}{\partial \log_{10}(\tilde{y}_k)} \quad (2.46)$$

A est la matrice de sensibilité (sans dimension) sous forme logarithmique. Le problème va être résolu de manière itérative. Dans ce cas, l'inversion est calculée par moindres carrés amortis :

$$\Delta x = (A^T A + \lambda^2 I)^{-1} A^T \Delta b \quad (2.47)$$

. A la fin de la $i^{\text{ème}}$ itération, les paramètres du modèle sont donnés par :

$$\tilde{y}_k(i+1) = \tilde{y}_k(i) e^{\Delta x} \quad (2.48)$$

Le vecteur Δb est donné par :

$$\Delta b = \ln \frac{\varepsilon'_{mes}(\omega_n)}{\varepsilon'_{mod}(\omega_n)} \quad (2.49)$$

Où $\varepsilon'_{mes}(\omega_n)$ sont les valeurs mesurées et $\varepsilon'_{mod}(\omega_n)$ les valeurs modélisées. λ est un facteur d'amortissement qui est ajusté à chaque itération en fonction de l'erreur obtenue par l'itération.

2.5 Modélisation et approches mathématique du modèle de Debye d'ordre 8

2.5.1 Circuit électrique du modèle

Le modèle de Debye d'ordre 8 étant une contribution de huit réponses de type Debye, il peut être représenté en se basant sur le circuit électrique équivalent

présenté à la figure 2.2. Le modèle de Debye d'ordre 8 peut être modéliser par le circuit électrique équivalent suivant :

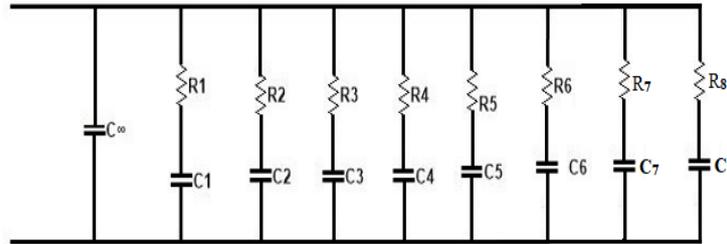


Figure 2.5 – Circuit électrique équivalent au modèle de Debye d'ordre 8

2.6 Modélisation mathématique

L'admittance équivalente du circuit s'écrit :

$$Y = jC_0\omega + \frac{jC_1\omega}{1+j\tau_1\omega} + \frac{jC_2\omega}{1+j\tau_2\omega} + \frac{jC_3\omega}{1+j\tau_3\omega} + \frac{jC_4\omega}{1+j\tau_4\omega} + \frac{jC_5\omega}{1+j\tau_5\omega} + \frac{jC_6\omega}{1+j\tau_6\omega} + \frac{jC_7\omega}{1+j\tau_7\omega} + \frac{jC_8\omega}{1+j\tau_8\omega} \quad (2.50)$$

Avec $\tau_1 = R_1C_1$, $\tau_2 = R_2C_2$, $\tau_3 = R_3C_3$, $\tau_4 = R_4C_4$, $\tau_5 = R_5C_5$, $\tau_6 = R_6C_6$, $\tau_7 = R_7C_7$, $\tau_8 = R_8C_8$, la capacitance diélectrique $C(\omega) = \frac{Y}{j\omega}$ s'écrit alors :

$$C(\omega) = C_0 + \frac{C_1}{1+j\tau_1\omega} + \frac{C_2}{1+j\tau_2\omega} + \frac{C_3}{1+j\tau_3\omega} + \frac{C_4}{1+j\tau_4\omega} + \frac{C_5}{1+j\tau_5\omega} + \frac{C_6}{1+j\tau_6\omega} + \frac{C_7}{1+j\tau_7\omega} + \frac{C_8}{1+j\tau_8\omega} \quad (2.51)$$

La capacitance diélectrique étant liée à la constante diélectrique complexe par la relation : $C(\omega) = K\varepsilon^*(\omega)$ ou k est la constante de la cellule définie plus haut.

On décrit ainsi le modèle de Debye d'ordre 8 par l'équation suivante :

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\Delta\varepsilon_1}{1+j\tau_1\omega} + \frac{\Delta\varepsilon_2}{1+j\tau_2\omega} + \frac{\Delta\varepsilon_3}{1+j\tau_3\omega} + \frac{\Delta\varepsilon_4}{1+j\tau_4\omega} + \frac{\Delta\varepsilon_5}{1+j\tau_5\omega} + \frac{\Delta\varepsilon_6}{1+j\tau_6\omega} + \frac{\Delta\varepsilon_7}{1+j\tau_7\omega} + \frac{\Delta\varepsilon_8}{1+j\tau_8\omega} \quad (2.52)$$

Ou $\Delta\varepsilon_1$, $\Delta\varepsilon_2$, $\Delta\varepsilon_3$, $\Delta\varepsilon_4$, $\Delta\varepsilon_5$, $\Delta\varepsilon_6$, $\Delta\varepsilon_7$, $\Delta\varepsilon_8$, sont les variations de la permittivité mesurées aux fréquences intermédiaires. Et τ_1 , τ_2 , τ_3 , τ_4 , τ_5 , τ_6 , τ_7 , τ_8 , sont les temps des différents phénomènes de relaxation diélectrique.

2.6.1 Détermination des paramètres

D'après l'algorithme de Morgan et Lesmes, l'équation 2.52 devient :

$$\begin{aligned} \varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\tilde{y}_1 \Delta \tau_1}{1+j\omega_n \tau_1} + \frac{\tilde{y}_2 \Delta \tau_2}{1+j\omega_n \tau_2} + \frac{\tilde{y}_3 \Delta \tau_3}{1+j\omega_n \tau_3} + \frac{\tilde{y}_4 \Delta \tau_4}{1+j\omega_n \tau_4} + \frac{\tilde{y}_5 \Delta \tau_5}{1+j\omega_n \tau_5} \\ + \frac{\tilde{y}_6 \Delta \tau_6}{1+j\omega_n \tau_6} + \frac{\tilde{y}_7 \Delta \tau_7}{1+j\omega_n \tau_7} + \frac{\tilde{y}_8 \Delta \tau_8}{1+j\omega_n \tau_8} \end{aligned} \quad (2.53)$$

Ou

$$\Delta \tau_1 = \Delta \tau_2 = \Delta \tau_3 = \Delta \tau_4 = \Delta \tau_5 = \Delta \tau_6 = \Delta \tau_7 = \Delta \tau_8 = \Delta \tau = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{7} \quad (2.54)$$

Et

$$\varepsilon_s = \varepsilon^*(\omega_n = 0) = \varepsilon_\infty + \Delta \tau [\tilde{y}_1 + \tilde{y}_2 + \tilde{y}_3 + \tilde{y}_4 + \tilde{y}_5 + \tilde{y}_6 + \tilde{y}_7 + \tilde{y}_8] \quad (2.55)$$

Nous faisons un changement de variables en posant :

$$S = \log_{10}(\tau) \quad (2.56)$$

$$\Delta S = \frac{\log_{10}\left(\frac{\tau_{\max}}{\tau_{\min}}\right)}{7} \quad (2.57)$$

L'équation 2.53 devient donc :

$$\begin{aligned} \varepsilon^*(\omega_n) = \varepsilon_\infty + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_1}{1+j\omega_n 10^{S_1}} + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_2}{1+j\omega_n 10^{S_2}} + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_3}{1+j\omega_n 10^{S_3}} + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_4}{1+j\omega_n 10^{S_4}} \\ + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_5}{1+j\omega_n 10^{S_5}} + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_6}{1+j\omega_n 10^{S_6}} + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_7}{1+j\omega_n 10^{S_7}} + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_8}{1+j\omega_n 10^{S_8}} \end{aligned} \quad (2.58)$$

Comme nous l'avons dit, seule la partie réelle nous intéresse. Cette partie réelle est donnée par :

$$\begin{aligned} \varepsilon'(\omega_n) = \varepsilon_\infty + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_1}{1+j\omega_n^2 10^{2S_1}} + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_2}{1+j\omega_n^2 10^{2S_2}} + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_3}{1+j\omega_n^2 10^{2S_3}} + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_4}{1+j\omega_n^2 10^{2S_4}} \\ + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_5}{1+j\omega_n^2 10^{2S_5}} + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_6}{1+j\omega_n^2 10^{2S_6}} + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_7}{1+j\omega_n^2 10^{2S_7}} + \frac{\frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} \tilde{y}_8}{1+j\omega_n^2 10^{2S_8}} \end{aligned} \quad (2.59)$$

Et

$$\varepsilon_s = \varepsilon_\infty + \frac{\Delta S}{\log_{10}(e)} [\tilde{y}_1 + \tilde{y}_2 + \tilde{y}_3 + \tilde{y}_4 + \tilde{y}_5 + \tilde{y}_6 + \tilde{y}_7 + \tilde{y}_8] \quad (2.60)$$

On travaille sous forme logarithmique ; au lieu d'évaluer la sensibilité des dérivées via la matrice ;

$$A = \left[\frac{\partial \varepsilon'(\omega_n)}{\partial \tilde{y}_k} \right] \quad (2.61)$$

on calcule :

$$A = \left[\frac{\partial \varepsilon'(\omega_n)}{\partial \tilde{y}_k} \right] \left[\frac{\tilde{y}_k}{\varepsilon'(\omega_n)} \right] = \frac{\partial \log_{10}(\varepsilon'(\omega_n))}{\partial \log_{10}(\tilde{y}_k)} \quad (2.62)$$

ou encore :

$$A = \frac{\Delta S}{\log_{10}} \left[\frac{1}{1+\omega_n^2 10^{2S_1}} + \frac{1}{1+\omega_n^2 10^{2S_2}} + \frac{1}{1+\omega_n^2 10^{2S_3}} + \frac{1}{1+\omega_n^2 10^{2S_4}} \right. \\ \left. + \frac{1}{1+\omega_n^2 10^{2S_5}} + \frac{1}{1+\omega_n^2 10^{2S_6}} \frac{1}{1+\omega_n^2 10^{2S_7}} + \frac{1}{1+\omega_n^2 10^{2S_8}} \right] \quad (2.63)$$

L'inversion est calculée par moindres carrés amortis :

$$\Delta x = (A^T A + \lambda^2 I)^{-1} A^T \Delta b \quad (2.64)$$

Avec

$$\Delta b = \frac{\varepsilon'_{mes}(\omega_n)}{\varepsilon'_{mod}(\omega_n)} \quad (2.65)$$

À la i^{me} itération, les paramètres du modèle sont donnés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{y}_1(i+1) = \tilde{y}_2 \partial(i) e^{\Delta x} \\ \tilde{y}_2(i+1) = \tilde{y}_2 \partial(i) e^{\Delta x} \\ \tilde{y}_3(i+1) = \tilde{y}_3 \partial(i) e^{\Delta x} \\ \tilde{y}_4(i+1) = \tilde{y}_4 \partial(i) e^{\Delta x} \\ \tilde{y}_5(i+1) = \tilde{y}_5 \partial(i) e^{\Delta x} \\ \tilde{y}_6(i+1) = \tilde{y}_6 \partial(i) e^{\Delta x} \\ \tilde{y}_7(i+1) = \tilde{y}_7 \partial(i) e^{\Delta x} \\ \tilde{y}_8(i+1) = \tilde{y}_8 \partial(i) e^{\Delta x} \end{array} \right. \quad (2.66)$$

Les temps des différents phénomènes de relaxation sont donnés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_1 = \frac{\tilde{y}_1}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty} \\ \tau_2 = \frac{\tilde{y}_2}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty} \\ \tau_3 = \frac{\tilde{y}_3}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty} \\ \tau_4 = \frac{\tilde{y}_4}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty} \\ \tau_5 = \frac{\tilde{y}_5}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty} \\ \tau_6 = \frac{\tilde{y}_6}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty} \\ \tau_7 = \frac{\tilde{y}_7}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty} \\ \tau_8 = \frac{\tilde{y}_8}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty} \end{array} \right. \quad (2.67)$$

Conclusion

Ce deuxième chapitre était consacré à la formulation mathématique et l'étude analytique des modèles de relaxation diélectrique. Il en ressort de cette étude que le modèle de Debye ne permet pas de décrire le comportement électrique des milieux biologiques du fait qu'il ne prend en compte qu'un seul temps de relaxation. Nous avons ainsi proposé un modèle de distribution du temps de relaxation de Debye d'ordre 8 dont les paramètres sont déterminés par la méthode d'inversion de Morgan et Lesmes, afin de mieux décrire le comportement électrique d'un mélange diélectrique. Le prochain chapitre s'accentuera sur la simulation numérique des modèles étudiés afin de s'assurer que les résultats ainsi obtenus sont en accord avec la réalité.

RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Introduction

Ayant présenté les résultats et les méthodes analytiques utilisées. Nous procédons, dans ce chapitre, à la présentation des résultats numériques obtenus et des discussions qui leur sont liées.

Nous commencerons par la simulation numérique des équations obtenues au chapitre précédent l'influence des paramètres de contrôle sur la configuration de la structure et les conditions d'apparition des différentes configurations.

3.1 Simulation de l'équation de Debye

Nous utilisons les équations (2.5) et (2.6) où les paramètres issus de [3] sont : $\varepsilon_s = 10000$, $\varepsilon_\infty = 82$, $\tau = 0.001592s$. Les variations de la partie réelle (ε^*) et imaginaire (ε'') de la constante diélectrique par le modèle de Debye sont données sur la figure 3.1

Nous constatons que la relaxation diélectrique de type Debye est caractérisée par une valeur constante $\varepsilon'(\omega)$ suivie d'une chute brutale, alors que ε'' présente un pic large qui passe par un maximum à la fréquence de relaxation $\omega_r\tau = 1$. Le diagramme de ε'' en fonction de ε' est un demi-cercle centré en $\omega_r\tau = 1$ sur l'axe des abscisses comme le la figure 3.1 Cette théorie de Debye a une limite. Elle ne prend en compte qu'un seul temps de relaxation car au début du 20e siècle,

en s'inspirant de diélectriques liquides [3], Debye a supposé que les dipôles dans un diélectrique sous l'action d'un champ électrique, n'interagissent pas entre eux et ont tous un même temps pour s'orienter suivant le champ électrique appliqué, autrement dit un même temps de relaxation. Or dans la plupart des diélectriques lorsqu'ils sont sous l'action d'un champ électrique externe, il est très difficile qu'il n'y ait pas d'interaction entre les dipôles. Par conséquent, il peut y avoir plus d'un (01) temps d'orientation des dipôles. Une approche pour repousser la limite de la théorie de Debye est la distribution du temps de relaxation mais toute distribution discontinue du temps de relaxation se heurte à des difficultés essentielles :

- La symétrie logarithmique de la courbe d'absorption ne peut pas se maintenir.
- Le comportement $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$ de l'absorption reste essentiellement régi par un seul temps de relaxation (le plus proche).

3.2 Variation fréquentielle de la permittivité complexe de l'eau 37^0c

Pour décrire le comportement diélectrique de l'eau, nous utilisons l'équation de Debye donnée à la relation 2.2. et les valeurs présentes dans le tableau ci-dessous.

η	$a(m)$	ε_s	ε_∞
0.01	2.2×10^{-10}	74	4

Tableau 3.1 – Paramètres de simulation de l'eau.

À $T = 37^0c$ le temps de relaxation moléculaire τ_m définie à l'équation 2.31 vaut :

$\tau_m = 2.9374 \times 10^{-12}$. Avec tous ces paramètres, les variations fréquentielles de la permittivité complexe de l'eau à 37^0c sont donc illustrées sur la figure 3.2 suivante : Nous remarquons que La permittivité diélectrique de l'eau est

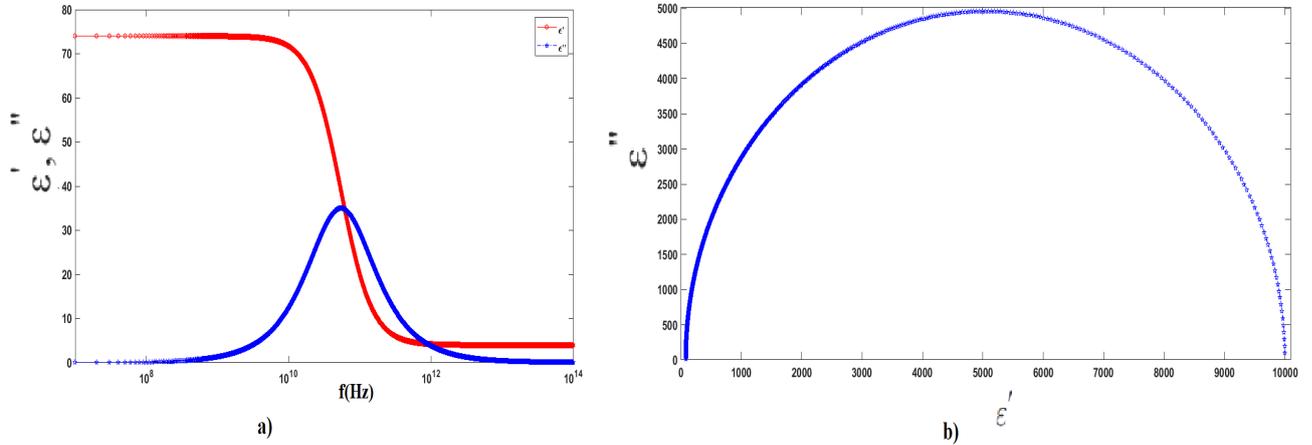


Figure 3.1 – a) : Variation fréquentielle de la permittivité complexe de l'eau à 37^0c b) : Diagramme de K. S. Cole - R. H. Cole de l'eau à 37^0c

influencée par la température. L'augmentation de cette dernière contribue à la diminution de la force et de l'extension de la liaison de l'hydrogène, par conséquent à faire décroître les permittivités statiques et hautes fréquences (ϵ_s et ϵ_∞), à faciliter le mouvement de dipôles pour permettre à la molécule d'eau d'osciller à des fréquences plus élevées et en fin à réduire la friction lors de la rotation de la molécule d'eau.

3.3 Simulation de l'équation de K. S. Cole et R. H. Cole

Nous présentons ici les résultats de simulation de l'équation de K. S. Cole - R. H. Cole pour les paramètres diélectriques : $\epsilon_s = 8099,35$; $\epsilon_\infty = 82$ et $\tau_{cc} = 3,2967 \times 10^{-4}$ issus de [35]. La figure 3.3 ci-dessous présente les résultats numériques du temps de relaxation dans le modèle de K. S. Cole - R. H.

Cole pour les valeurs du paramètre α allant de 0 à 1. Nous remarquons égale-

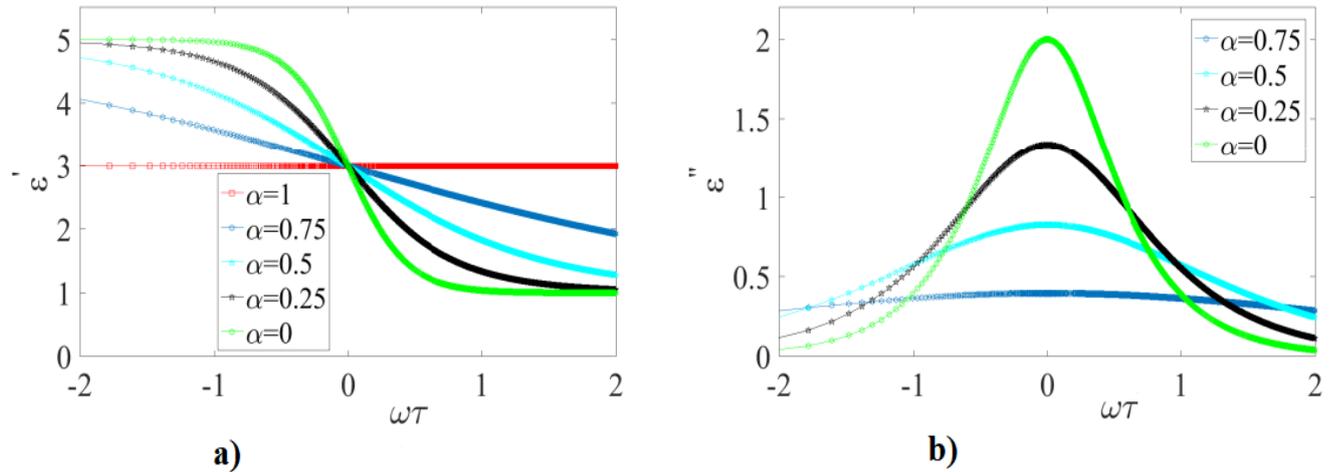


Figure 3.2 – a) : Variation de ε' en fonction de $\omega\tau$. b) : variation de ε'' en fonction de $\omega\tau$

ment que le modèle de K. S. Cole - R. H. Cole présente une réponse fréquentielle symétrique mais plus aplatie pour différentes valeurs du paramètre α par rapport au modèle de Debye. Cet aplatissement de la courbe d'absorption observé traduit une distribution du temps de relaxation (présence de plusieurs types de relaxation).

- Pour $\alpha = 1$, la variation de la partie réelle $\varepsilon'(\omega)$ de la constante diélectrique ε^* reste constante sur toute la gamme de fréquence ;
- Pour les valeurs de α de 0,75 et 0,5, nous observons des légères variations de la partie réelle $\varepsilon'(\omega)$ en fonction de la fréquence et nous observons également que la courbe d'absorption $\varepsilon''(\omega)$ est symétrique mais plus aplatie par rapport à la courbe d'absorption de type Debye ;
- Pour $\alpha = 0,25$, nous remarquons que les variations de $\varepsilon'(\omega)$ en fonction de la fréquence sont proches de celles de Debye. La courbe d'absorption quant à elle maintient sa symétrie avec une amplitude proche de celle de la réponse de Debye ;

- Pour $\alpha = 0$, la réponse fréquentielle issue du modèle de K. S. Cole - R. H. Cole coïncide avec celle de Debye.

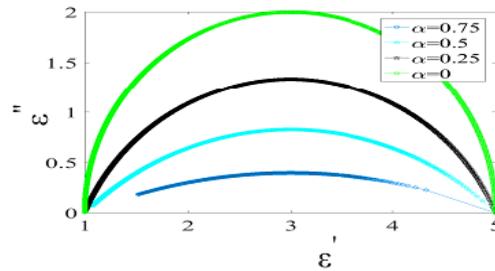


Figure 3.3 – a) : Variation de ε'' en fonction de ε' selon le paramètre α .

Lorsqu'on observe la représentation dans le plan complexe de l'équation de K. S. Cole - R. H. Cole à travers la figure 3.5, nous remarquons qu'elle présente une dispersion selon les valeurs du paramètre α . Cette dispersion témoigne de la présence de plusieurs temps de relaxation (Distribution du temps de relaxation) dans le modèle de K. S. Cole - R. H. Cole. Ce modèle repousse ainsi la limite du modèle de Debye.

3.4 Simulation de l'équation de Davidson-Cole

Dans cette partie nous présentons les résultats de simulation du modèle de Davidson - Cole avec les paramètres de simulation suivants : $\varepsilon_s = 5$, $\varepsilon_\infty = 1$ et $\tau_c = 0.0016s$. En faisant varier le paramètre β nous obtenons par simulation la distribution du temps de relaxation comme on peut l'observer sur la figure 3.5 ci-dessous. En observant les variations de $\varepsilon'(\omega)$ et de $\varepsilon''(\omega)$ du modèle de Davidson - Cole, nous remarquons que la symétrie de la courbe d'absorption de ce modèle n'est pas maintenue contrairement au modèle de K. S. Cole - R. H. Cole décrit précédemment. Nous remarquons également que cette réponse fréquentielle suit celle de Debye dans les basses fréquences et elle a une pente

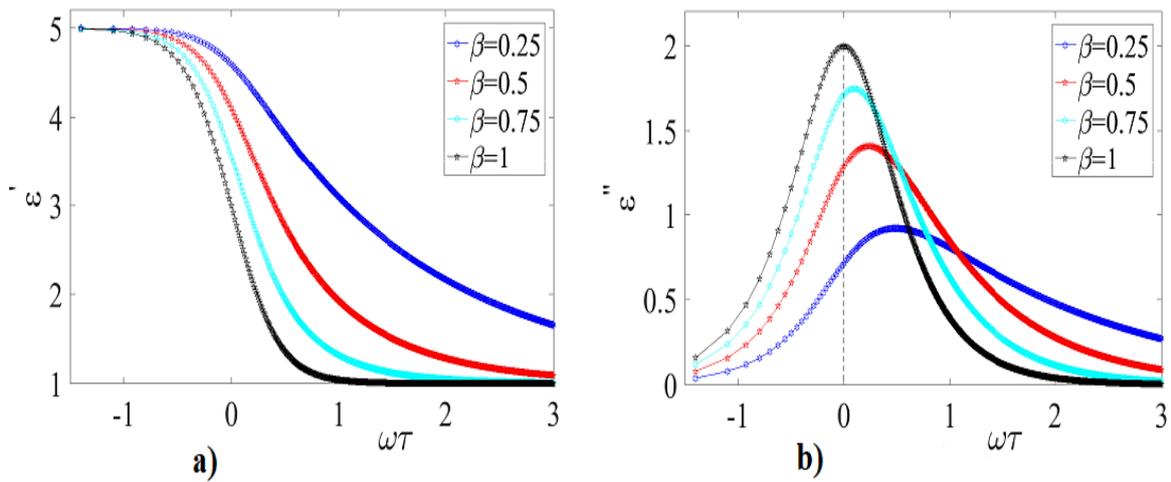


Figure 3.4 – a) : Variation de ε'' en fonction de $\omega\tau$. b) : Variation de ε'' en fonction de $\omega\tau$.

plus faible dans les hautes fréquences. Nous remarquons aussi que pour $\beta = 1$ cette réponse coïncide avec celle de Debye.

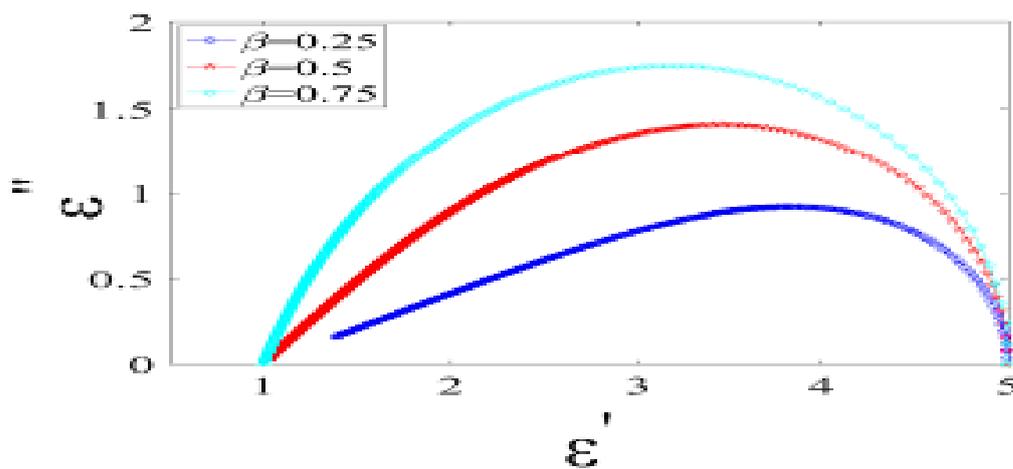


Figure 3.5 – Variation de ε'' en fonction de ε' selon le paramètre β .

3.5 Simulation de l'équation de Havriliak-Negami

Pour la simulation du modèle de relaxation de Havriliak-Negami, nous utilisons les paramètres suivantes : $\varepsilon_s = 10000$, $\varepsilon_\infty = 82$ et $\tau = 0.00159s$. issus de [35]. La distribution de temps de relaxation est illustrée par les variations

fréquentielles de la constante diélectrique complexe sur la figure 3.7 ci-dessous.

De même que le modèle de Davidson - Cole nous remarquons que les variations

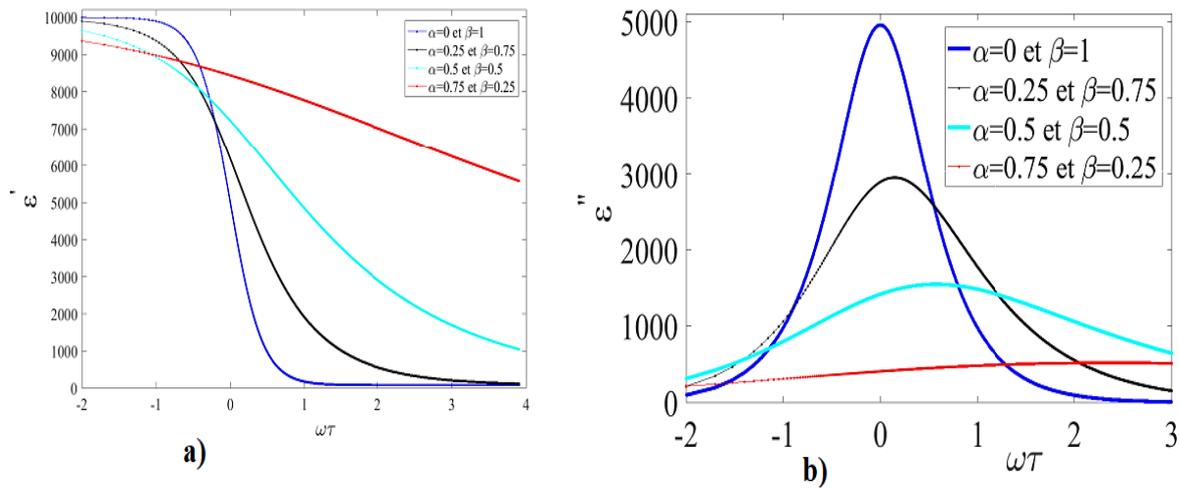


Figure 3.6 – a) : Variation de ϵ' en fonction de $\omega\tau$. b) : Variation de ϵ'' en fonction de $\omega\tau$.

de la partie réelle et imaginaire de la constante diélectrique $\epsilon^*(\omega)$ en fonction de la fréquence du modèle de Havriliak - Negami présentent des asymétries par rapport à la valeur de fréquence $\omega\tau$. De plus nous remarquons aussi que ce modèle suit la réponse de Debye dans les basses fréquences mais présente par contre une dispersion remarquable à des hautes fréquences.

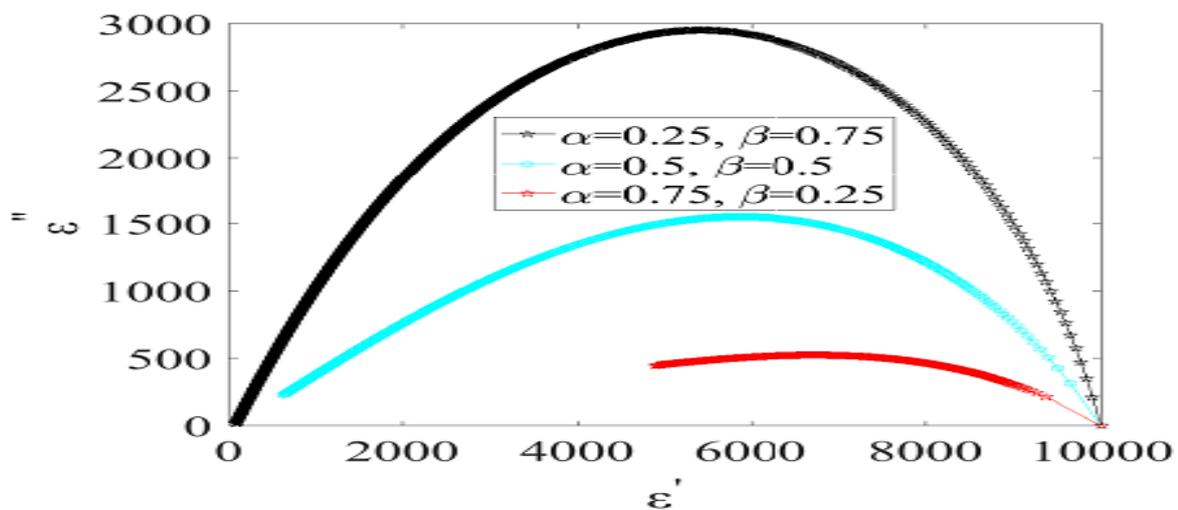


Figure 3.7 – Variation de ϵ'' en fonction de ϵ' selon les paramètres α et β .

3.6 Simulation de la distribution de temps de relaxation dans l'équation de Debye

Les spectres diélectriques à analyser ont été obtenus par simulation de l'algorithme de Morgan et Lesmes avec différents jeux de paramètres.

Dans ce premier cas les paramètres utilisés sont : $\varepsilon_\infty = 1,78$ et $\varepsilon'_{mes}(\omega_n)$ issus de [35], les autres paramètres sont consignés dans les tableaux 3.2 et 3.3 ci-dessous.

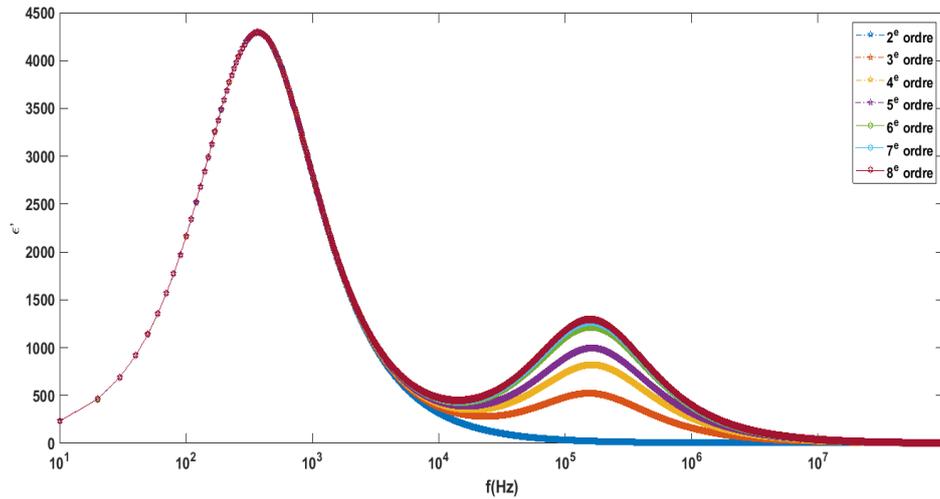
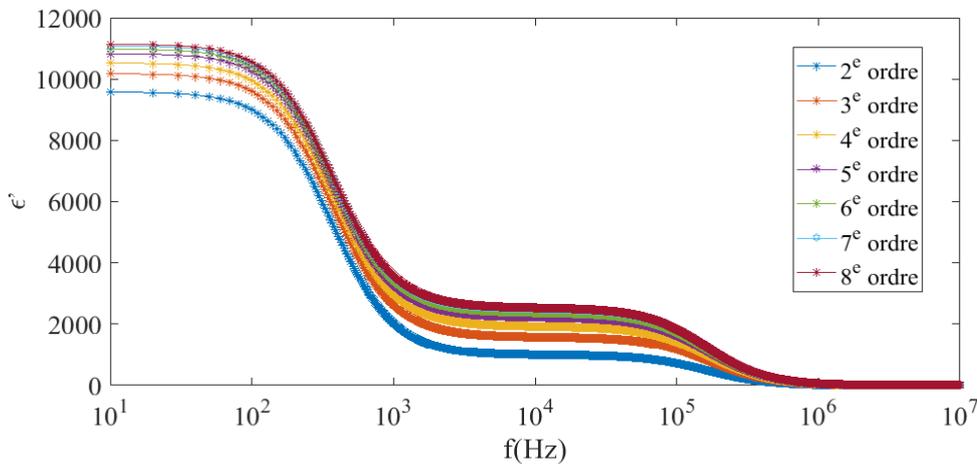
$\Delta\varepsilon_1$	$\Delta\varepsilon_2$	$\Delta\varepsilon_3$	$\Delta\varepsilon_4$	$\Delta\varepsilon_5$	$\Delta\varepsilon_6$	$\Delta\varepsilon_7$	$\Delta\varepsilon_8$
8581.5042	999.936	599.99	410.50	350	250	150	75

Tableau 3.2 – Variations des permittivités aux fréquences intermédiaires.

τ	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5	τ_6	τ_7	τ_8
10^{-6}	4.29	9.24	8.93	9.90	10.6	10.93	11.25	11.75

Tableau 3.3 – Temps de relaxation du modèle de Debye d'ordre 8.

Les résultats numériques, donc les spectres de relaxations obtenus sont donnés par les figure 3.8 et 3.9 ci dessous. Ces spectres décrivent les variations fréquentielles de la constante diélectrique complexe $\varepsilon^* = \varepsilon' - j\varepsilon''$ par le modèle de distribution de temps de relaxation de Debye. En observant les variations de la permittivité réelle (figure 3.9) (ε') et de la permittivité complexe(figure 3.9) (ε'') en fonction de la fréquence, on remarque 3 zones de variation distinctes : La première zone se situe dans les basses fréquences, gamme de fréquence allant de $10Hz$ à $100Hz$. Dans cette zone nous constatons que la permittivité

Figure 3.8 – Variation de ε'' en fonction de $\omega\tau$ Figure 3.9 – Variation de ε' en fonction de $\omega\tau$.

réelle (ε') reste constante alors que la permittivité complexe (ε'') présente une croissance exponentielle, étant donné que la partie imaginaire de la permittivité diélectrique complexe rend compte de la dissipation d'énergie, liée aux phénomènes d'absorption et de diffusion des ions et contre ions. Ce comportement diélectrique observée dans cette zone traduit une forte absorption du milieu qui peut aussi être expliqué d'une part par la contribution de la polarisation interfaciale liée à l'apparition d'un courant électrique de surface.

Dans la deuxième zone qui se situe entre $100Hz$ et 10^3Hz , nous observons une chute brutale de la permittivité réelle (ϵ'), alors que la permittivité complexe (ϵ'') atteint son maximum dans cette gamme de fréquence. Cette diminution de la constante diélectrique réelle (ϵ') dans cette zone montre que la polarisation interfaciale devient négligeable et la polarisation dipolaire est prédominante, conséquence d'une première forme de relaxation marquée par la présence d'un pic à $10^{3,5}Hz$. Une deuxième forme de relaxation est ensuite observée dans la troisième zone qui s'étend de 10^3Hz à $10MHz$. Elle se traduit par une dispersion de spectres observée sur les variations de la partie réelle de la constante diélectrique et sur le second pic de la permittivité complexe (ϵ'') du fait de la difficulté des dipôles présents dans le milieu à s'orienter assez rapidement et à suivre la fréquence du champ électrique appliqué. Ce deuxième pic traduit aussi la présence de plusieurs temps de relaxation dans le milieu et est croissante selon l'ordre du modèle comme nous pouvons le voir sur la figure 3.8. Elle est attribuable aux molécules d'eau présent en forte quantité dans les milieux biologiques. Dans ce cas la membrane devient électriquement transparente. Concernant les pertes diélectriques présentées sur la figure 3.10, on observe 2 pics de pertes distincts :

- Un premier pic qui se situe entre $10Hz$ et $1000Hz$ d'amplitude plus faible qui traduit une faible absorption du milieu dans cette gamme de fréquence ;
- Un second pic qui se situe entre $10Hz$ et 10^7Hz d'amplitude plus élevée par rapport au premier pic. Dans cette zone l'absorption du milieu est plus importante.

La non linéarité constatée sur les courbes des pertes diélectriques ($\tan \delta$) et les courbes de la partie imaginaire (ϵ'') témoigne de la présence de plusieurs types

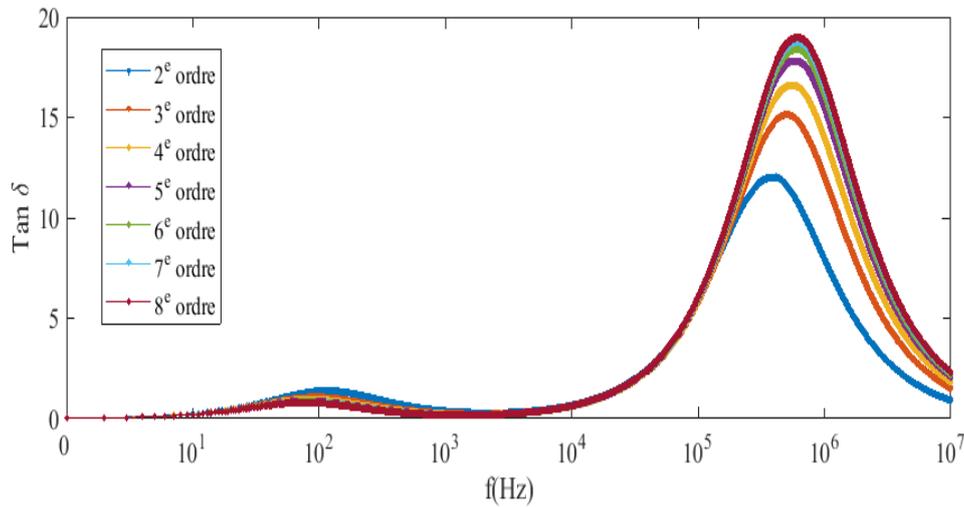


Figure 3.10 – Variation des pertes diélectriques ($\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}$) en fonction de la fréquence

de relaxation par conséquent présence d'une distribution de temps de relaxation dans ce modèle. Les valeurs élevées des pertes à haute fréquence peuvent être expliquée par le phénomène de conduction ionique. En effet, l'application d'un champ électrique provoque une dissociation des molécules et une migration des ions en délivrant l'énergie cinétique. Cette énergie cinétique devient plus importante avec les collisions des ions migrants avec des molécules non ionisées. Ce qui engendre une dissipation de l'énergie électrique sous forme de chaleur. D'autre part, les pertes sont dues au travail nécessaire à l'établissement de la polarisation. Le frottement engendré par la rotation des dipôles cherchant à s'orienter suivant le champ électrique génère de la chaleur. Ce phénomène est appelé perte par relaxation diélectrique qui est causée principalement par la présence des molécules d'eau polaires. Nous remarquons aussi qu'avec une fréquence croissante de l'ordre de 10^6 , l'influence du phénomène de conductivité ionique devient négligeable et les pertes dissipées dans le milieu tendent vers zéro.

Conclusion

Il en ressort de l'analyse des résultats numériques que les milieux biologiques présentent des comportements non linéaires et qu'il existe plusieurs types de phénomènes de relaxation du fait que les variations fréquentielles de la constante diélectrique observées présentent un second pic de relaxation dans les hautes fréquences. Par conséquent le comportement diélectrique de ces milieux ne pouvait donc pas être décrit par le modèle de Debye linéaire d'ordre 1.

IMPLICATION PEDAGOGIQUE SUR LE SYSTEME EDUCATIF

Introduction

Dans ce chapitre nous présentons le système éducatif en vigueur au Cameroun, élaborons une fiche pédagogique faisant le lien entre la recherche menée et le métier d'enseignant du secondaire

4.1 Présentation du système éducatif

Le système éducatif au Cameroun, concernant l'enseignement secondaire général est composé de deux sous-systèmes : le sous-système Francophone et le sous-système anglophone, chacun d'eux divisé en deux cycles à savoir :

- Le 1^{er} cycle : composé de 4 classes pour les francophones (de la 6^e en 3^e) et est sanctionné par le Brevet d'étude du Premier cycle (BEPC) et de 5 classes pour les anglophones (form 1 to form 5) sanctionné par le *General Certificate of Education - Ordinary level* (GCE Ordinary Level).
- Le 2nd cycle : composé de 3 classes pour les francophones (seconde, première) avec le Probatoire comme diplôme, la terminale sanctionnée par le Baccalauréat et de 2 classes pour les anglophones (lower sixth et upper sixth) sanctionné par le *Général Certificate of Education - Advanced Level* (*GCE Advanced Level*)

La pédagogie en vigueur pour l'apprentissage des sciences physiques selon le programme officiel en vigueur au Cameroun repose sur deux approches à savoir : l'approche par objectifs(APO) appliquée dans les classes de première et terminale, et l'approche par compétences(APC) dans les classes de 6^{ème} en 2nd. Avec l'avènement des Nouvelles Technologies de l'Information et de la Communication, le système éducatif doit rester dynamique et les cadres d'apprentissages doivent être modernisé.

4.2 Fiche pédagogique

L'analyse du système de spectre diélectrique fait dans ce mémoire tient compte de la connaissance des milieux diélectriques et de la composition des tissus cellulaires. La fiche pédagogique décrit le déroulement des activités pédagogiques, elle comprend les éléments importants suivants :

4.2.1 Les thèmes traités

Les thèmes traités dans ce mémoire relèvent des domaines de :

- L'étude de de quelques dipôles électriques en physique.
- Analyse cellulaire en biologie.
- Les oscillateurs électriques en physique

4.2.2 Le niveau des apprenants

4.2.2.1 Classes Terminales scientifiques

Ce travaille concerne les élèves des classes de terminales scientifiques en ce qui concerne les oscillateurs électriques qui entre dans le thème II au programme intitulé les systèmes oscillants. On s'intéresse ici plus précisément au circuit RC

en série comme parallèle. On développe plus en profondeur la notion d'impédance d'un circuit.

Ce travail permet d'illustrer la constitution des cellules vivantes permettant une meilleure compréhension des mécanismes de transport dans ceux-ci.

4.2.2.2 Classes de secondes scientifiques

Ce travail concerne les élèves des classes de secondes scientifiques aux travers du thème IV intitulé étude de quelques dipôles électriques. Plus précisément les chapitres sur les résistors et les condensateurs. L'enseignant pourrait présenter ce travail comme une application directe de ces chapitres.

4.2.2.3 Les objectifs généraux

Faire acquérir aux apprenants les éléments de bases leur permettant de comprendre la notion d'impédance en classes de terminale et donner les applications de l'étude de quelques dipôles en classes de secondes. En générale les amener à voir le lien entre ce qu'ils apprennent et leurs applications dans la vie courante.

4.3 Intérêt didactique

La didactique est la science qui étudie pour un domaine particulier les phénomènes d'enseignements, les conditions de la transmission de la culture scientifique propre à une institution et les conditions de l'acquisition des connaissances par les apprenants. Pour parvenir à fournir l'intérêt didactique de cette étude il est nécessaire de procéder à la définition de quelques concepts de bases.

4.3.0.4 Définition de quelques concepts

- **Condensateur** : ensemble constitué de deux surfaces conductrices parallèles et séparés par un diélectrique.
- **Diélectrique** : matériaux qui possède une très faible conductivité macroscopique à basse fréquence et qui se laisse

4.3.1 Objectif de l'étude

Cette étude a pour objectif de faire aux apprenants le fonctionnement des dipôles tels que les condensateurs, les résistors, des cellules et leurs constitution, leurs rôles et de leurs différentes modélisations électriques ou physique. Pour y parvenir nous définissons les objectifs intermédiaires suivant :

- Décrire les différents phénomènes qui naissent dans un diélectrique lorsqu'il est soumis à un échelon de tension.
- Présenter un modèle permettant de faire une modélisation phénoménologique.
- Formuler les méthodes d'étude.
- Interpréter et discuter les résultats obtenus.

4.3.2 Méthodologie

La méthodologie désigne ici le moyen d'investigation des résultats. Dans ce travail est d'une part analytique : c'est à dire que les résultats sont obtenus par une suite de calculs logiques et cohérentes en appliquant les lois de la physique et d'autre part numérique : c'est à dire que l'investigation des résultats est faite avec des algorithmes et à l'aide des logiciels d'aide à la décision tel que Matlab, Maple ...

4.4 Difficulté de ce travail

Cette étude a été uniquement théorique. Une étude expérimentale sera adéquat pour une meilleur compréhension du sujet par les apprenants.

4.5 Application

La diélectrophorèse (D.E.P) ou encore l'interaction des ondes électromagnétiques avec les systèmes de cellules vivant présente un intérêt attrayant, car elle est non - ionisante et non destructive. En fonction de la fréquence d'analyse du champs électrique appliqué à une cellule, les informations obtenues révèlent différentes caractérisation de la cellule à savoir : sa morphologie, son état vital, la modification de sa structure macromoléculaire

Conclusion

En définitive, il a été question pour nous dans ce chapitre de présenter le système éducatif en vigueur au Cameroun dans l'enseignement secondaire et une fiche pédagogique faisant un lien entre la recherche menée et le métier d'enseignant du secondaire. Il en ressort que cette étude peut avoir un apport aux enseignants de science, et de physique du secondaire respectivement dans la compréhension de la structure cellulaire et dans le comportement des matériaux diélectriques tel que les condensateurs.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans ce mémoire Il était question de faire une analyse fréquentielle des spectres d'un système de relaxation diélectrique dans les milieux biologiques non linéaires. Pour y parvenir nous avons repousser la limite de la théorie de Debye en introduisant une distribution de temps de relaxation d'ordre 8 afin de proposer un modèle qui prend en compte plusieurs temps de relaxation dans les milieux biologiques non linéaires. Nous avons présenté les différents mécanismes de polarisation et relaxation diélectrique où il a été remarqué que ces différents types de polarisation se regroupent en deux sous - groupes selon leurs critères : la polarisation de résonance et la polarisation de relaxation. La polarisation totale étant la somme de toutes ces différentes polarisations. Nous avons analysé les différents modèles de relaxations en passant par le modèle de Debye, le modèle de K. S. Cole - R. H. Cole, Davidson - Cole et celui de Havriliak - Negami. Cette étude nous a permis de vérifier que le modèle de Debye décrit bien le comportement diélectrique de l'eau [5], par contre ne permet pas de déterminer le comportement diélectrique des milieux biologique [18]. Nous avons fait une étude numérique relative aux résultats analytiques sus - mentionné. Nous avons constaté que la distribution du temps de relaxation se traduit d'une part par l'aplatissement de la courbe des pertes diélectriques et d'autres part par l'asymétrie de cette dernière. Le modèle d'ordre 8 proposé dans ce manuscrit

présente non seulement une asymétrie de la courbe des pertes mais aussi un double pic de relaxation qui témoigne de la présence de plusieurs types de phénomènes de relaxation dans les milieux biologique à des hautes fréquences.

En guise de perspectives, nous projetons dans l'avenir de :

- Étudier la stabilité de notre modèle.
- Faire l'étude expérimentale des substances biologiques à l'aide du modèle électrique.

Bibliographie

- [1] C. Polk and E. Postow, *Handbook of Biological Effects of Electromagnetic Fields, Third Edition - 2 Volume Set*. CRC Press, 1995.
- [2] G. N. Stewart, “The relative volume or weight of corpuscles and plasma in blood,” *J. Physiol.*, vol. 24, no. 5, pp. 356–373, Jul. 1899.
- [3] R. Höber, “Ein zweites Verfahren, die Leitfähigkeit im Innern von Zellen zu messen,” *Pflüg. Arch. Für Gesamte Physiol. Menschen Tiere*, vol. 148, no. 4–5, pp. 189–221, Oct. 1912.
- [4] N. Tesla, “High frequency oscillators for electro-therapeutic and other purposes”, *Proc. IEEE*, vol. 87, no. 7, p. 1282-, Jul. 1999.
- [5] P. DEBYE. *Polar molecules* , The Chemical Catalog Company, 1929.
- [6] P. Drude. *Polar molecules* , Z.phys.Chem, 23,267, 1897.
- [7] Kenneth S. Cole et Robert H. Cole. *Dispersion and Absorption in Dielectrics I. Alternating Current Characteristics* , J. Chem. Phys. 9, 341, 1941.
- [8] D. W. Davidson et R. H. Cole. *Dielectric Relaxation in Glycérol, Propylène Glycol, and nPropanol*, J. Chem. Phys. 19, 1484, 1951.
- [9] S. HAVRILIAK et S. NEGAMI.
- [10] S. Zekeng *Cours de propriété de la matière*, chapitre 3

- [11] L. COMPARON « Etude expérimentale des propriétés électriques et diélectriques des matériaux argileux consolidés ».thèse, Institut de physique du Globe de paris, (2005)
- [12] “Agilent Basics of Measuring the Dielectric Properties of Materials. Application note.” [Online]. Available : <http://docplayer.net/20857877-Agilent-basics-of-measuring-the-dielectric-propertiesof-materials-application-note.html>. [Accessed : 21-Nov-2016].
- [13] “Agilent Basics of Measuring the Dielectric Properties of Materials. Application note.” [Online]. Available : <http://docplayer.net/20857877-Agilent-basics-of-measuring-the-dielectric-propertiesof-materials-application-note.html>. [Accessed : 21-Nov-2016].
- [14] G. M. Cooper, “Structure of the Plasma Membrane,” 2000.
- [15] K. Simons and E. Ikonen, “Functional rafts in cell membranes,” *Nature*, vol. 387, no. 6633, pp. 569 – 572, Jun. 1997.
- [16] K. Simons and D. Toomre, “Lipid rafts and signal transduction,” *Nat. Rev. Mol. Cell Biol.*, vol. 1, no. 1, pp. 31–39, Oct. 2000
- [17] H. P. Schwan, “Electrical properties of tissue and cell suspensions,” *Adv. Biol. Med. Phys.*, vol. 5, pp. 147–209, 1957.[16]
- [18] J. Gimsa, “Particle characterization by AC-electrokinetic phenomena : 1. A short introduction to dielectrophoresis (DP) and electrorotation (ER),” *Colloids Surf. Physicochem. Eng. Asp.*, vol. 149, no. 1–3, pp. 451–459, Apr. 1999.
- [19] H. Fricke, “The Electric Capacity of Suspensions of Red Corpuscles of a Dog,” *Phys. Rev.*, vol. 26, no. 5, pp. 682–687, Nov. 1925.

- [20] T. Sun, S. Gawad, C. Bernabini, N. G. Green, and H. Morgan, “Broadband single cell impedance spectroscopy using maximum length sequences : theoretical analysis and practical considerations,” *Meas. Sci. Technol.*, vol. 18, no. 9, p. 2859, 2007.
- [21] C. Gabriel, S. Gabriel, and E. Corthout, “The dielectric properties of biological I. literature survey,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 39, pp. 2183–2200, 1994.
- [22] V. Raicu, “Dielectric dispersion of biological matter : model combining Debye - type and universal responses,” *Phys. Rev. E*, vol. 60, pp. 4677–4680, 1999. Conclusion générale et perspectives 123
- [23] V. Raicu, N. Kitagawa, and A. Irimajiri, “A quantitative approach to the dielectric properties of the skin,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 45, 2000.
- [24] C.M. Alabaster, “The Microwave Properties of Tissue and Other Lossy Dielectrics,” Cranfield University, 2004.
- [25] A. Kyle, C. Chan, and A. Minchinton, “Characterization of three - dimensional tissue cultures using electrical impedance spectroscopy,” *Biophys. J.*, vol. 76, no. 5, p. 2648, 1999.
- [26] A. Molckovsky and B. Wilson, “Monitoring of cell and tissue responses to photodynamic therapy by electrical impedance spectroscopy,” *Phys. Med. Biol.*, p. 2001, 2001.
- [27] K. Osterman and P. Hoopes, “Non-invasive assessment of radiation injury with electrical impedance spectroscopy,” *Phys. Med. . . .*, vol. 49, no. 5, p. 2004, 2004.
- [28] H. Axer, D. Grassel, M. Steinhauer, P. Stohr, A. John, V. A. Coenen, R. H. Jansen, and D. G. Keyserlingk, “Microwave dielectric measurements and

- tissue characteristics of the human brain : potential in localizing intracranial tissues,” *Phys. Med. Biol.*, vol. 47, no. 10, p. 2002, 2002.
- [29] J. Jossinet, “The impedivity of freshly excised human breast tissue,” vol. 19, no. 1, p. 1998, 1998.
- [30] R. Fournié, *Diélectriques : bases théoriques*, Technique de l’ingénieur (D2 I), D213.
- [31] Beroual, *Matériaux pour le génie électrique*, cours de DEA de génie électrique Centrale de Lyon, France, 1996.
- [32] J.C. Mage, *Origine des pertes dans les matériaux*, RGE, N^o7 (Juin 1991), p.24.
- [33] Chelkowski, *Fizyka dielektrykow*, PWN, Warszawa 1993.
- [34] D.J.Fisher, “Defects and Diffusion in Ceramic”. An Annual Retrospective I. Scitec Publicaions Ltd
- [35] Carl Friedrich Gauss. *Dielectric loss and relaxation-I*, 2003.
- [36] Frank Dale Morgan et David P. Lesmes. *Inversion for dielectric relaxation spectra*. *J. Chem. Phys.* 100, 671, 1994.
- [37] BELHIRECH Houda. *Memoire de Magister : Les differentes techniques d’investigation des propriétés diélectriques des substances biologiques en hyperfréquence*. Université FARHAT ABBAS-SETIF UFAS (ALGERIE), 2011.