

REPUBLIQUE DU CAMEROUN

*Paix – Travail – Patrie*

\*\*\*\*\*

UNIVERSITE DE YAOUNDE I  
ECOLE NORMALE SUPERIEURE  
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

\*\*\*\*\*



REPUBLIC OF CAMEROUN

*Peace – Work – Fatherland*

\*\*\*\*\*

UNIVERSITY OF YAOUNDE I  
HIGHER TEACHER TRAINING COLLEGE  
DEPARTMENT OF PHYSICS

\*\*\*\*\*

## **écoulements de fluide et processus de sédimentation dans un bassin hydraulique**

Présentée en vue de l'obtention du Diplôme de Professeur de l'Enseignement  
Secondaire deuxième grade  
Mémoire de D.I.P.E.S II

Par :

**YOUTCHOM BOUOMMEU Jean Lapluy**  
**Licencié ès Sciences**

Sous la direction  
**Dr HONA Jacques,**  
Chargé de cours



Année Académique  
2015-2016



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire de Yaoundé I. Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [biblio.centrale.uyi@gmail.com](mailto:biblio.centrale.uyi@gmail.com)

## WARNING

This document is the fruit of an intense hard work defended and accepted before a jury and made available to the entire University of Yaounde I community. All intellectual property rights are reserved to the author. This implies proper citation and referencing when using this document.

On the other hand, any unlawful act, plagiarism, unauthorized duplication will lead to Penal pursuits.

Contact: [biblio.centrale.uyi@gmail.com](mailto:biblio.centrale.uyi@gmail.com)

---

# Table des matières

---

Dédicace	ii
Remerciements	iii
Résumé	v
Abstract	vi
Introduction Générale	1
<b>1 GENERALITES ET MODELISATION PHYSIQUE D'UN BASSIN HYDRAULIQUE</b>	<b>3</b>
1.1 Introduction . . . . .	3
1.2 Définitions et Quelques rappels . . . . .	4
1.2.1 Fluide incompressible . . . . .	4
1.2.2 Fluide visqueux ou réel . . . . .	4
1.2.3 Fluide parfait . . . . .	4
1.2.4 Modélisation . . . . .	4
1.2.5 Notion de débit de fluide . . . . .	5
1.3 Phénomène de sédimentation. . . . .	5
1.3.1 Définition . . . . .	5
1.3.2 Différentes étapes du processus de sédimentation . . . . .	6
1.3.3 Les types de sédimentation . . . . .	8
1.3.4 Les facteurs favorisant la sédimentation . . . . .	9
1.4 Notion de crues et d'étiage . . . . .	9
1.5 Equations de l'hydrodynamique. . . . .	10

1.5.1	Equation de conservation de la masse . . . . .	10
1.5.2	Equation de conservation de la quantité de mouvement . . . . .	13
1.6	Présentation géométrique d'un bassin contenant un fluide incompressible. . . . .	14
1.7	Conclusion . . . . .	14
<b>2</b>	<b>ETUDE DE L'INFLUENCE DE L'INCLINAISON DU FOND D'UN BASSIN SUR L'ÉCOULEMENT DE FLUIDE</b>	<b>16</b>
2.1	Introduction . . . . .	16
2.2	MODELISATION MATHEMATIQUE DU BASSIN CONTENANT UN FLUIDE INCOMPRESSIBLE . . . . .	16
2.3	POSITION DU PROBLEME ET METHODE DE RESOLUTION . . . . .	20
2.3.1	Position du problème . . . . .	20
2.3.2	Présentation de la méthode de résolution . . . . .	21
2.3.3	Influence de l'inclinaison du fond du bassin sur l'écoulement de l'eau dans celui-ci. . . . .	22
2.4	Conclusion. . . . .	26
<b>3</b>	<b>ANALYSES ET INTERPRETATIONS DES RESULTATS</b>	<b>27</b>
3.1	Introduction. . . . .	27
3.2	Représentation des profils de vitesse : cas du fond horizontal . . . . .	28
3.3	Représentation des profils de pression : cas où le fond est horizontal . . . . .	29
3.4	Représentation des profils de vitesse : cas du fond incliné . . . . .	30
3.5	Représentation des profils de pression : cas du fond incliné . . . . .	32
3.6	Conclusion . . . . .	35
<b>4</b>	<b>IMPLICATIONS PEDAGOGIQUES</b>	<b>37</b>
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>39</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>41</b>

---

# Table des figures

---

1.1	Image satellitaire de l'estuaire de la Gironde . . . . .	7
1.2	Sédiments à l'embouchure d'une rivière . . . . .	7
1.3	Processus de diagenèse . . . . .	8
1.4	Surface fermée à travers laquelle passe le fluide . . . . .	12
1.5	Schéma d'un bassin contenant un fluide . . . . .	14
2.1	Schéma d'une particule fluide soumise à des forces de pressions externes . . . . .	19
2.2	Évolution de la vitesse de propagation avec la hauteur de l'eau dans le bassin. . . . .	23
3.1	(a)- Profil de vitesse pour $k = \frac{i\omega}{v}$ , $P_0 = 1atm$ , $T = 4s$ , $L = 8m$ , $l = 6m$ , $pi = 3, 14$ , $f = 1Hz$ , $S_0 = 6m$ , $h_0 = 0,01m$ , $v = \sqrt{gS_0}$ , $g = 10m/s^2$ ; (b)- Profil de vitesse pour $k = \frac{-i\omega}{v}$ . . . . .	28
3.2	(c)- profil des pressions pour $k = \frac{i\omega}{v}$ et $k = \frac{-i\omega}{v}$ $P_0 = 1atm$ , $T = 4s$ , $L = 8m$ , $l = 6m$ , $pi = 3, 14$ , $f = 1Hz$ , $S_0 = 6m$ , $h_0 = 0,01m$ , $v = \sqrt{gS_0}$ , $g = 10m/s^2$ , $\rho = 1000Kg/m^3$ . . . . .	30
3.3	(d)- profil de vitesse pour $\alpha = 0,5$ et $f = 1Hz$ ; $P_0 = 1atm$ , $T = 4s$ , $L = 8m$ , $l = 6m$ , $pi = 3, 14$ , $S_0 = 6m$ , $h_0 = 0,01m$ , $g = 10m/s^2$ ; (e)- profil de vitesse pour $\alpha = 5$ et $f = 1MHz$ ; (f)- profil de vitesse pour $\alpha = -5$ et $f = 1MHz$ ; (g)- profil de vitesse pour $\alpha = 0.006$ et $f = 1MHz$ ; (h)- profil de vitesse pour $\alpha = 0.006$ et $f = 1Hz$ . . . . .	31

---

3.4 (i)- profil de pression pour $\alpha = 0,5$ et $f = 1Hz$ ; $P_0 = 1atm$ , $T = 4s$ , $L = 8m$ , $l = 6m$ , $pi = 3,14$ , $S0 = 6m$ , $h0 = 0,01m$ , $g = 10m/s^2$ ; (j)- profil de pression pour $\alpha = 5$ et $f = 1MHz$ ; (k)- profil de pression pour $\alpha = -5$ et $f = 1MHz$ ; (l)- profil de presion pour $\alpha = 0.006$ et $f = 1MHz$ ; (m)- profil de pression pour $f = 1Hz$ et $\alpha = 0.006$ . . . . .	33
--	----

---

---

## Dédicace

---

À mes parents :

Mon père, **BOUOMMEU Michel** ;

Ma mère, **NOUPEYIMEU Colette pulcherie.**

---

---

## Remerciements

---

- Nous remercions tout d’abord **DIEU**, le Père Tout Puissant, pour nous avoir donné le courage, la force et la santé de mener ce travail à bout malgré les difficultés qui ont jonchées le chemin. Nos remerciements vont également :
- Au Docteur **HONA Jacques**, notre encadreur, pour le temps, les sacrifices et les connaissances qu’il a bien voulu nous accorder ces deux années de formation, nous permettant ainsi de mettre sur pied ce mémoire ;
- Au Professeur **ANDJIGA Nicolas gabriel** , Directeur de l’ENS Yaoundé pour nous avoir donné la possibilité de s’exprimer dans le cadre de notre formation dans son établissement ;
- Au Professeur **OWONO OWONO Luc Calvin**, Directeur des Etudes à l’ENS Yaoundé pour ses enseignements, ses conseils durant toute notre formation ;
- Au Professeur **BEGUIDE BONOMA**, Chef de Département de Physique à l’ENS de yaoundé ;
- Au Professeur **PEMHA Elkana**, Chef du Laboratoire de Mécanique Appliquée et d’Hydraulique de l’UYI ;
- Au Professeur **MUKAM FOTSING Albert**, enseignant de mécanique au Département de Physique, qui a su impulser en nous le désir de nous familiariser



- avec les logiciels de saisie ;
- Aux membres du jury qui ont accepté d’examiner ce travail ;
  - À tous les enseignants du Département de Physique à l’ENS de Yaoundé pour tous leurs enseignements et conseils ;
  - À mes grands- parents **TCHOUANDOM monique** et **WACHE martine** pour toute l’affection, le soutien de tout ordre qu’elles m’ont toujours donné ;
  - À la famille **KEMENI** et **ETABA** pour leur hébergement et pour tout le soutien financier et morale ;
  - À la famille **TIECHE** pour leur soutien morale, spirituel et financé ;
  - À mes frères et sœurs **KENMOE leocadie**, **NDADA linda** , **BANI-BECK floriant**, **KAMGANG yannick**, **MAGO france**, **TCHOUANDOM ange**, **NGONOU ivan**, **KONLACK miriette** pour tout le soutien fraternel dont vous faites et que vous continuez de faire me permettant de mettre sur pied ce mémoire ;
  - À mes amies **NDZANA AKAMA michel** , **EBONGUE lionel**, **NKI-CHA champlain**, **FRANCK igor** , **MBOGOL achille**, **ZANGA dieudonné**, **BITANG A ZIEM Cassidi**, **Patrick**, **MPESSE géraldin** et à tous mes camarades de promotion, pour leur amitié, leur confiance et leur soutien permanent durant notre formation
  - À tous les résidents des cités de l’ENS de Yaoundé ; plus particulièrement à ceux du **PALIER C100**, pour tout l’amour, la fraternité et le soutien moral et matériel dont vous m’avez offert durant toute ma formation.
  - À tous ceux qui de près ou de loin ont contribué à la réalisation de ce mémoire.

---

## Résumé

---

Nous présentons dans ce travail l'écoulement de fluide incompressible non visqueux et le processus de sédimentation dans un bassin hydraulique. Le modèle mathématique du problème est obtenu par application des principes qui constituent les fondements des équations de la Mécanique des Fluides. Il s'agit des principes de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. La résolution du problème nous a permis d'obtenir les profils de vitesse et de pression dans le bassin. Il ressort de l'analyse des résultats obtenus que la dynamique du fluide est fortement influencée par la configuration géométrique du bassin. Ainsi, nous nous sommes particulièrement intéressés à l'influence de l'inclinaison du fond du bassin sur l'écoulement de fluide. Par ailleurs, le processus de sédimentation quant à lui est régulé par les fortes variations de pression au sein du bassin.

**Mots clés :** modélisation, bassin hydraulique, fluide incompressible et non visqueux, sédimentation.

---

## Abstract

---

We present in this work, the flow of an incompressible fluid and the sedimentation process in a hydraulic basin. The mathematical model of the problem is obtained by applying the principles which form the basis of the equations of fluid mechanics. These are the principles of conservation of mass and momentum. Solving the problem allowed us to obtain the profiles of velocity and pressure in the basin. It appears from the analysis of the results that fluid dynamics is influenced by the geometry of the basin. Thus, we are particularly interested in the influence of the inclination of the bottom of the pond on the fluid flow. Moreover, the sedimentation process in turn is controlled by the strong pressure fluctuations within the basin.

keys words : incompressible fluid, fluid inviscid, modelization, hydraulic basin, sedimentation.

---

## Introduction Générale

---

Les écoulements bidimensionnels naturels ou artificiels dépendent fortement des conditions aux limites qui peuvent être différentes d'un cas à un autre sous l'effet de la diversité des formes des berges et celle du lit [1]. Ces écoulements peuvent être rencontrés dans la nature dont les fleuves, les estuaires, les zones cotières et les retenues. Les bassins contenant les fluides incompressibles en mouvement sont le plus souvent le siège de plusieurs phénomènes physico-chimiques notamment l'advection, convection, la sédimentation. L'impact des propriétés d'un bassin sur un écoulement de fluide dans celui-ci est ce sur quoi nous porterons notre attention dans ce travail. C'est-à-dire la description d'un écoulement dans un bassin suivant que son fond soit horizontal d'une part ou incliné d'autre part.

Notre travail trouve ses applications dans le domaine des transports maritimes dans la mesure où la connaissance des propriétés d'un bassin peut permettre d'envisager des opérations de dragage de celui-ci, lui permettant ainsi de toujours garder maximale sa profondeur et d'avoir une bonne capacité de contenance, tous deux éléments fondamentaux au centre de la réalisation d'un port en eau profonde. Nous utiliserons à cet effet le modèle des fluides parfaits. En effet, l'objectif est de déterminer de manière efficace à l'aide des équations de la mécanique des fluides les grandeurs physiques liées à l'écoulement d'un fluide incompressible dans un bassin. Ainsi, la mécanique des fluides et les simulations par les méthodes numériques

nous apportent des outils complémentaires pour mieux comprendre ce genre de système physique. le modèle des fluides parfaits est un modèle développé à la suite de plusieurs travaux par Leonhard Euleur[2] et appliqué pour le cas des fluides non visqueux pour étudier l'écoulement de ceux-ci.

Le but principal de notre travail est l'étude d'un écoulement de fluide et du processus de sédimentation dans un bassin hydraulique. Pour y parvenir, nous avons élaboré notre travail en quatre chapitres :

Dans les chapitres I et II, nous avons tout d'abord présenté les éléments de base de la mécanique des fluides et les équations de l'hydrodynamique ; ensuite le processus de sédimentation, modélisation physique d'un bassin ; enfin, l'influence de l'inclinaison du fond du bassin sur l'écoulement de fluide dans celui-ci. Il est question dans le deuxième chapitre, d'appliquer le modèle des fluides parfaits à l'eau, puis d'établir les résultats analytiques des équations traduisant la dynamique de l'eau dans le bassin.

Le chapitre III quant à lui, contient les résultats de toutes nos simulations numériques. A travers ce chapitre, nous pouvons présenter les courbes d'évolution des grandeurs physiques telles que le champs de vitesse, le champs de pression, la forme du fond, et la forme de la surface libre. Nous analyserons ces courbes et conclurons sur le comportement sédimentaire dans un système de bassin fluvial.

Dans la dernière partie, nous donnerons l'apport pédagogique de notre travail dans l'enseignement des Sciences au Cameroun, notre pays. Enfin, une conclusion générale et des perspectives seront faites pour parachever ce mémoire.

---

**GENERALITES ET MODELISATION PHYSIQUE D'UN BASSIN  
HYDRAULIQUE**

---

## 1.1 Introduction

Le fluide est un milieu matériel sans rigidité et essentiellement déformable. Sur le plan microscopique, les fluides tout comme les solides sont constitués de molécules ordonnées dans une structure lacunaire, c'est à dire discontinue. Contrairement aux solides qui sont formés de molécules pouvant osciller et se maintenir en moyenne à des distances peu variables les unes des autres ; les fluides sont constitués de molécules dont les distances relatives peuvent varier indéfiniment. Sur le plan macroscopique, les fluides sont constitués de particules matérielles. Une particule étant un ensemble de  $N$  molécules voisines, cet ensemble est suffisamment petit pour être supposé ponctuel et est suffisamment grand pour avoir un volume élémentaire  $dv$ . Physiquement, cet ensemble est caractérisé par le fait que les grandeurs physiques comme la température, la pression, la masse volumique et d'autres paramètres restent constants à l'intérieur d'une particule. Le transport de ces particules globalement d'un point à un autre constitue donc un écoulement. L'étude d'un écoulement en Mécanique des Fluides revient à résoudre les équations de NAVIER-STOKES qui régissent cet écoulement[3,6]. Il sera question pour nous dans ce chapitre de décrire un bassin hydraulique, puis le modéliser physiquement.

## 1.2 Définitions et Quelques rappels

### 1.2.1 Fluide incompressible

On dit d'un fluide qu'il est incompressible lorsque pour un élément de volume quelconque considéré, la masse volumique du fluide reste constante quelqu'en soient les variations de pression à l'intérieur de cet élément de volume[7].

### 1.2.2 Fluide visqueux ou réel

Un fluide est dit visqueux lorsqu'il possède la caractéristique de s'opposer à toute action qui tend à déformer un quelconque élément de volume d'un domaine (D) considéré de celui-ci. Il est caractérisé par une viscosité dynamique notée  $\mu$  et une viscosité cinématique notée  $\nu$ . Ces viscosités sont liées à la masse volumique du fluide par la relation :  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

### 1.2.3 Fluide parfait

Un fluide est parfait lorsqu'il ne possède pas la caractéristique de s'opposer aux actions extérieures qui tendent à déformer un quelconque élément de volume d'un domaine (D) considéré de celui-ci. Pour un tel fluide, les viscosités cinématique et dynamique sont négligeables.

### 1.2.4 Modélisation

Modéliser, c'est retenir l'essentiel en adoptant des hypothèses et approximations qui permettent de simplifier les phénomènes réels complexes par nature. Autrement dit, la modélisation consiste en une représentation simplifiée des phénomènes phy-

siques.

### 1.2.5 Notion de débit de fluide

- Débit volumique

C'est la quantité de volume de fluide traversant une surface donnée par unité de temps. Dans la pratique, la connaissance de ce paramètre est très capitale lorsque nous envisageons exploiter un fleuve par exemple pour la production de l'énergie électrique. La connaissance de ce paramètre peut également permettre de prévoir les risques d'inondation dans les zones riveraines à un fleuve. Pour un fleuve donné, l'estimation de son débit se fait souvent durant une longue période en tenant compte des paramètres climatiques. En pratique, il se donne généralement en  $m^3$  par an. Le débit volumique se note généralement  $q_v$ . En général, le débit d'un fleuve est l'ensemble des cours d'eau drainés par ce fleuve et ses affluents.

- Débit massique

C'est la quantité de masse de fluide traversant une surface donnée par unité de temps. On le note généralement  $q_m$ .

## 1.3 Phénomène de sédimentation.

### 1.3.1 Définition

La sédimentation est l'ensemble des processus qui concourent à la formation des roches sédimentaires. Les fonds de bassin en sont généralement le siège de ces processus, ceux-ci favorisés par les fortes variations de pressions et les grandes variations de températures en ces lieux. L'action de l'homme également impacte fortement dans ces processus. La sédimentation dans les fonds de bassins constitue un réel handicap



au niveau de la capacité ou la contenance en fluide du bassin. Si la surface libre du fluide contenu dans celui-ci constitue une voie maritime, après dépôt d'une grande quantité de sédiments en son fond, la libre circulation des navires par exemple peut être interrompue jusqu'à ce que des opérations d'éventuels dragage soient faites pour libérer la voie.

### 1.3.2 Différentes étapes du processus de sédimentation

La formation des roches sédimentaires passe par plusieurs étapes notamment :

- L'érosion : l'érosion est le processus de destruction des roches préexistantes. On distingue deux types d'érosion qui sont :

- L'érosion physique ou mécanique : C'est la dégradation des roches en petits morceaux par des processus physiques ou mécaniques. (L'action de l'homme par exemple)

- L'érosion chimique : C'est la dissolution des éléments chimiques par les eaux qui conduit à la décomposition des roches préexistantes ou des minéraux.

L'érosion est favorisée par de multiple agents notamment : L'homme, les vents, le gel, la température, et les eaux de ruissellement.

- Le transport

Les sédiments issus de l'érosion peuvent être transportés sur de grandes distances par les vents ou par les eaux des fleuves, rivières ou courants océaniques.

- Le dépôt

Lorsque la vitesse de l'agent de transport devient faible pour continuer à transporter les sédiments, ces derniers se déposent. Le dépôt se fait dans un premier temps à l'entrée du bassin, puis progressivement vers le fond comme nous indiquent les figures (1.1) et (1.2) suivantes :



FIGURE 1.1 – Image satellitaire de l'estuaire de la Gironde



FIGURE 1.2 – Sédiments à l'embouchure d'une rivière

- La diagenèse est l'ensemble des processus physico-chimiques qui transforme un sédiment meuble en roche consolidée. La diagenèse passe par deux étapes :
  - La compaction : les sédiments se rapprochent entre eux avec diminution des vides ou des pores. Ceci sous fortes pressions.
  - La cimentation ou lithification : les sédiments se lient entre eux par un ciment d'origine chimique. Les sédiments se transforment alors en une roche solide. Ces étapes sont résumées d'après la Figure(1.3) :

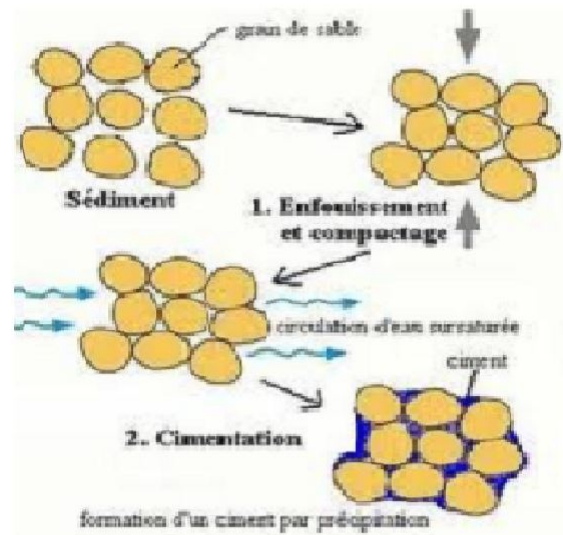


FIGURE 1.3 – Processus de diagenèse

### 1.3.3 Les types de sédimentation

Les rivières, les eaux de pluies, les océans et les vents ont la capacité de transporter les particules issues de la dégradation des roches par érosion. Ces particules matérielles sont composées de fragments de roches et de minéraux. Lorsque l'énergie de transport n'est plus assez forte pour déplacer ces particules, ces dernières se déposent : C'est le processus de sédimentation. Ce processus de sédimentation est appelé sédimentation détritique ou clastique. Un autre type de dépôt sédimentaire se produit lorsque les matériaux se dissolvent dans l'eau et précipitent. Ce type de sédimentation est dite chimique. Un troisième type de sédimentation se produit lorsque les organismes aquatiques vivants extraient les ions dissous dans l'eau pour former des coquilles et des os. Ce type est dit biogénique. Ainsi, il existe trois types de roches sédimentaires.

- les roches d'origine détritique

- les roches d'origine chimique
- roches d'origine biogénique

#### 1.3.4 Les facteurs favorisant la sédimentation

Le phénomène de sédimentation est généralement favorisé par plusieurs facteurs tels que La température, la pression, le climat.

### 1.4 Notion de crues et d'étiage

Les bassins fluviaux sont généralement le siège des variations de volumes du fluide qu'ils contiennent. A certains moments, suite aux variations climatiques, de pression, et de température ; tout ceci couronné par de fortes précipitations, une grande augmentation de volume peut se constater : on parle de phénomène de crue. Ce phénomène s'observe généralement en saison pluvieuse en vertu des précipitations accentuées durant celle-ci. Des études ont été menées et des méthodes de détermination efficace des crues ont été mises sur pieds notamment la méthode du GRADEX proposée par Guillot et Duband en 1967[8]. Cependant, en saison sèche, le volume de fluide peut baisser considérablement par rapport au volume habituel et pendant un certain temps suite aux fortes températures et de faibles précipitations : On parle de phénomène d'étiage.

## 1.5 Equations de l'hydrodynamique.

### 1.5.1 Equation de conservation de la masse

Les équations de l'hydrodynamique expriment le principe de la conservation de la masse à travers l'équation de continuité et du principe de conservation de la quantité de mouvement à travers les équations de NAVIER-STOKES [3,6].

- Enoncé du principe de conservation de la masse. quelque soit le domaine (D) de fluide limité par une surface fermée (S) et entièrement contenu dans le fluide, la masse de fluide contenue dans (D) reste constante quand on suit le domaine (D) dans son mouvement.

- Equation locale de conservation de la masse soit m, la masse de fluide contenue dans (D), c'est à dire la masse d'une particule de fluide. en suivant la particule dans son mouvement, elle ne perd pas d'identité. Sa masse restant constante dans le temps, on a :

$$\frac{dm}{dt} = 0 \tag{1.1}$$

Etant donné que la masse m de la particule est un ensemble d'élément de masse de chaque molécule de volume dv, cette équation peut se réécrire telle que :

$$\frac{d}{dt} \left( \int \int \int_{(D)} \rho dv \right) = 0 \tag{1.2}$$

La masse volumique étant continue sur (D), on peut écrire :

$$\int \int \int_{(D)} \frac{d(\rho dv)}{dt} = 0 \tag{1.3}$$

En dérivant les membre à l'intérieur de l'intégrale, on a :

$$\int \int \int_{(D)} \left( \frac{d\rho}{dt} dv + \rho \frac{d}{dt}(dv) \right) = 0 \tag{1.4}$$

Et en remarquant que :

$$\frac{d(dv)}{dt} = \text{div} \vec{V} dv \quad (1.5)$$

il en ressort l'équation locale suivante traduisant la continuité de la masse dans le fluide :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div} \vec{V} = 0 \quad (1.6)$$

En considérant que la masse volumique est à la fois fonction du temps et des coordonnées d'un point M du domaine, nous pouvons appliquer la dérivée lagrangienne à notre masse volumique et en remplaçant sa nouvelle expression dans l'équation de continuité précédente; nous obtenons une nouvelle forme d'équation locale de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (1.7)$$

- Equation globale de conservation de la masse

Partant de la nouvelle forme d'équation de continuité précédente, en intégrant sur tout le domaine (D), nous obtenons :

$$\int \int \int_{(D)} \frac{\partial(\rho dv)}{\partial t} + \int \int \int_{(D)} \text{div}(\rho \vec{V}) dv = 0 \quad (1.8)$$

En considérant la masse volumique continue sur le domaine (D) fixé, nous pouvons écrire :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \int \int \int_{(D)} (\rho dv) \right) = - \int \int \int_{(D)} \text{div}(\rho \vec{V}) dv \quad (1.9)$$

La masse de la particule de fluide étant m, cette équation devient :

$$\frac{\partial m}{\partial t} = - \int \int \int_{(D)} \text{div}(\rho \vec{V}) dv \quad (1.10)$$

En considérant que dans le domaine (D), le champ  $\rho \vec{V}$  n'admet pas de singularité, appliquons le théorème d'Oestrasgraski au membre de droite de l'équation et on

obtient :

$$\frac{\partial m}{\partial t} = - \oint_S \rho \vec{V} \cdot \vec{n} ds \quad (1.11)$$

la variation de masse étant égale au débit massique à travers (S), surface fermée de frontière (D), nous pouvons écrire :

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -q_m \quad (1.12)$$

Pour exprimer  $q_m$  en fonction du débit entrant et du débit sortant, nous allons considérer le schéma suivant :

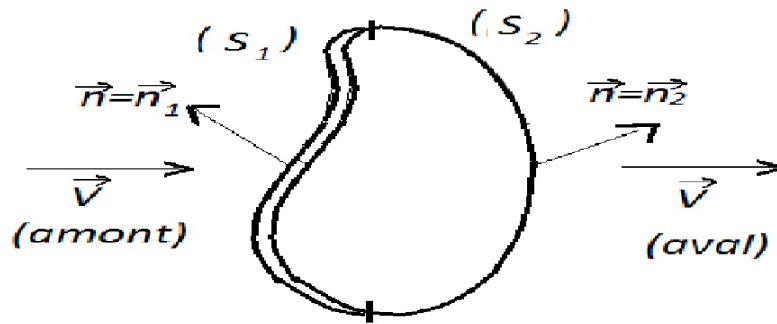


FIGURE 1.4 – Surface fermée à travers laquelle passe le fluide

Nous notons que  $S = S_1 + S_2$  et  $q_m = q_e + q_s$  avec

$$q_e = \int \int \rho \vec{V} \cdot \vec{n}_1 ds$$

$$\text{et } q_s = \int \int \rho \vec{V} \cdot \vec{n}_2 ds$$

Quelques soient  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  étant les normales sortantes respectivement des surfaces amont et aval, nous pouvons écrire quelque en soit le point M appartenant à la surface  $(S_1)$  :  $q_e = \int \int \vec{V}(M) \cdot \vec{n}_1 ds < 0$ . Pour maintenir le débit entrant positif, nous

posons :  $q_e = -|q_e|$  De la même manière, pour tout point M appartenant à  $(S_2)$ ,  $q_s = \int \int \vec{V} \cdot \vec{n}_2 \cdot ds > 0$ . Par ailleurs,  $q_s = |q_s|$ .

En remplaçant ces expressions de débit massique entrant et débit massique sortant par leur expression dans l'équation (1.12) on obtient :

$$\frac{\partial m}{\partial t} = |q_e| - |q_s| \tag{1.13}$$

Cette équation est donc l'équation de conservation de la masse.

### 1.5.2 Equation de conservation de la quantité de mouvement

Enoncé : quelque soit le domaine (D) de fluide que l'on suit dans son mouvement, la dérivée par rapport au temps du torseur des quantités de mouvement est égale au torseur des forces extérieures appliquées au domaine (D).

Toute particule de fluide en mouvement dans un fluide est soumise à deux forces notamment les forces de masse  $\vec{F}$  et les forces de contact  $\vec{T}$ . Ainsi, en considérant un champ de vitesse  $\vec{V}$ , nous pouvons réécrire l'énoncé précédent sous la forme :

$$\frac{d}{dt} \left[ \int \int \int \overline{\vec{V}(M)} dm \right] = \int \int \int \vec{F} dm + \oint \vec{T} ds \tag{1.14}$$

Après plusieurs transformations, nous obtenons l'équation suivante :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{F} + \text{div} \overline{\vec{\sigma}} \tag{1.15}$$

En utilisant la relation de NAVIER-STOKES suivante :

$$\overline{\vec{\sigma}} = (-P + \eta \text{div} \vec{V}) \vec{I} + 2\mu \overline{\vec{\varepsilon}}$$

dans l'équation précédente, tout en sachant que :  $\overline{\vec{\varepsilon}} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{\text{grad} \vec{V}} + \overrightarrow{\text{grad}^t \vec{V}})$  nous obtenons l'équation :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{F} - \overrightarrow{\text{grad} P} + \mu [\Delta \vec{V} + \frac{1}{3} \overrightarrow{\text{grad}(\text{div} \vec{V})}] \tag{1.16}$$



qui l'équation générale traduisant la conservation de la quantité de mouvement dans le fluide en mouvement.

## 1.6 Présentation géométrique d'un bassin contenant un fluide incompressible.

Étant donné qu'un bassin hydraulique possède un volume, il peut être représenté en dimensions trois. Nous admettons que celui-ci est limité à l'air libre par la surface libre du fluide qu'il contient que nous notons  $S$ ; et en bas par son fond d'équation  $f$ . Nous adoptons les coordonnées cartésien  $(x, y, z)$  pour décrire la géométrie de notre système. Nous supposons la dimension du bassin infinie dans la direction  $z$ . Ainsi, notre bassin se présente sous la forme suivante :

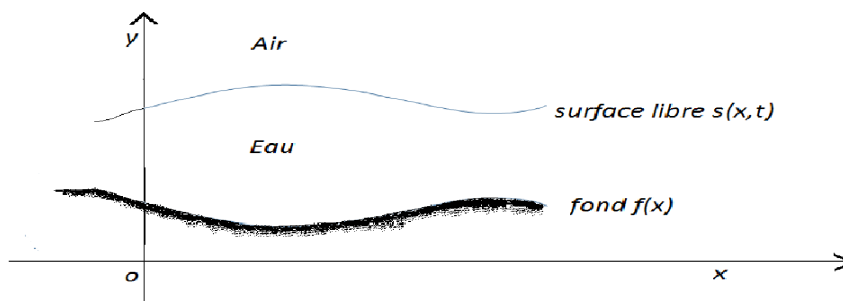


FIGURE 1.5 – Schéma d'un bassin contenant un fluide

## 1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit quelques phénomènes dont le bassin en est le siège notamment la sédimentation, les phénomènes de crue et d'étiage. A partir de

---

plusieurs hypothèses, nous avons pu modéliser physiquement le bassin.

ETUDE DE L'INFLUENCE DE L'INCLINAISON DU FOND D'UN BASSIN SUR  
L'ÉCOULEMENT DE FLUIDE

---

## 2.1 Introduction

La Mécanique des Fluides est une branche de la physique qui permet d'étudier le comportement des fluides tant au repos qu'en mouvement. L'étude d'un écoulement quelconque revient tout simplement à résoudre les équations de NAVIER-STOKES régissant cet écoulement. Cependant, vue la complexité de ces équations, diverses méthodes sont généralement utilisées pour retrouver les solutions de celles-ci. Dans ce chapitre, il est question pour nous dans un premier temps de modéliser mathématiquement le bassin contenant un fluide incompressible modélisé physiquement au chapitre 1 ; puis utiliser une méthode de résolution adéquate pour dégager les solutions desdites équations modélisant notre système.

## 2.2 MODELISATION MATHÉMATIQUE DU BASSIN CONTENANT UN FLUIDE INCOMPRESSIBLE

Nous considérons dans ce travail que l'écoulement est bidimensionnel, car nous supposons que le bassin est infini dans la direction  $Z$ . nous nous référons dans la suite à la figure (1.5) où  $S(x,t)$  et  $f(x)$  représentent respectivement la forme de la surface

libre de l'eau et celle du fond du bassin. Pour réaliser les simulations numériques afin d'observer l'influence de l'inclinaison du fond du bassin sur l'écoulement, nous sommes amenés à modéliser analytiquement l'écoulement dans le bassin par une équation voire un système d'équations caractérisant la dynamique du système.

Nous supposons la composante horizontale  $U(x,t)$  de la vitesse  $\vec{V}(x, y, z)$  indépendante de  $y$  car nous considérons que les dimensions suivant  $Z$  sont très grandes devant celles suivant  $Y$ .

Dans un premier temps, nous déterminons la relation traduisant l'incompressibilité dans le bassin. Pour cela nous étudions aux instants  $t$  et  $t + dt$  le volume d'eau d'épaisseur  $dx$  compris entre le fond et la surface libre.

Les volumes de la partie d'épaisseur  $dx$  par unité de  $Z$  aux instants  $t$  et  $t + dt$  sont :

$$[S(x, t) - f(x)]dx = V(t) \quad (2.1)$$

$$[S(x, t + dt) - f(x)] = V(t + dt) \quad (2.2)$$

La variation de volume entre ces deux instants est donnée par :

$$\Delta V = [S(x, t + dt) - f(x) - S(x, t) + f(x)]dx \quad (2.3)$$

Après développement limité à l'ordre un autour de  $t$ , nous obtenons :

$$\Delta V = \frac{\partial S(x, t)}{\partial t} dt \cdot dx \quad (2.4)$$

Cette équation représente celle d'un débit volumique multiplié par  $dt$ .

Par ailleurs, le débit volumique est tel que :

$$q_v = -(q_{ve} + q_{vs});$$

Exprimons les différentes grandeurs  $q_{ve}$ ,  $q_{vs}$  représentant respectivement le débit volumique entrant et le débit volumique sortant.

Le débit entrant se calcule comme suit :

$$q_{ve} = \int -u(x, t)[S(x, t) - f(x)]dz \quad (2.5)$$

Par unité de z, cette équation devient :

$$q_{ve'} = -u(x, t)[S(x, t) - f(x)] \quad (2.6)$$

De la même manière, le débit volumique sortant se calcule comme suit :

$$q_{vs} = \int u(x + dx, t)[S(x + dx, t) - f(x + dx)]dz \quad (2.7)$$

Par unité de Z, nous pouvons écrire :

$$q_{vs'} = u(x + dx, t)[S(x + dx, t) - f(x + dx)] \quad (2.8)$$

ainsi nous pouvons écrire le débit volumique par unité de Z total tel que :

$$-q_{v'} = u(x, t)[S(x, t) - f(x)] - u(x + dx, t)[S(x + dx, t) - f(x + dx)] \quad (2.9)$$

En effectuant un développement limité à l'ordre un autour de x, cette équation devient :

$$-q_{v'} = \left\{ u(x, t) \left[ -\frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} (-S(x, t) + f(x)) \right] \right\} dx - \frac{\partial u}{\partial x} \left( \frac{\partial S}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} \right) dx^2 \quad (2.10)$$

En négligeant le terme en  $dx^2$ , nous obtenons le débit volumique par unité de z telque :

$$-q_{v'} = -\frac{\partial}{\partial x} \{ u(x, t) \cdot S(x, t) - f(x) \} dx \quad (2.11)$$

En multipliant cette équation par dt, nous obtenons la variation de volume par unité de z dont en introduisant dans l'équation (2.4) nous conduit à l'équation :

$$\frac{\partial S(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \{ u(x, t) \cdot S(x, t) - f(x) \} \quad (2.12)$$

qui est la relation traduisant l'incompressibilité dans le bassin.

Nous admettons que dans le fluide en mouvement, la pression est identique à ce qu'elle serait si le fluide était en équilibre, car notre étude se passe à vitesse de fluide très modérée. Ceci étant, nous écrivons :

$$P(x, y, t) = P_0 + g\rho(S(x, t) - y) \quad (2.13)$$

Dans le but d'écrire la conservation de la quantité de mouvement dans la direction  $x$  pour un volume élémentaire par unité de longueur suivant  $z$ , considérons que sur la face située à la position  $x$  s'exerce une pression  $P(x, y, t)$  et sur celle située à la position  $x + dx$ , s'exerce la pression  $P(x + dx, y, t)$ . La figure suivante illustre la situation :

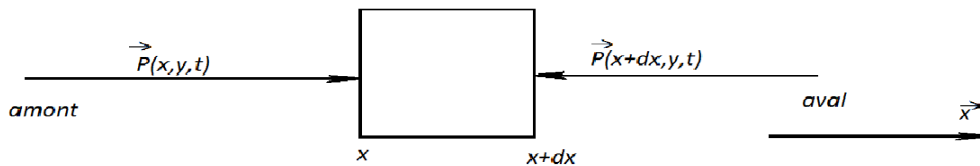


FIGURE 2.1 – Schéma d'une particule fluide soumise à des forces de pressions externes

Nous pouvons écrire :

$$\rho \frac{d}{dt} u(x, t) = -\frac{\partial P(x, y, t)}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t) \quad (2.14)$$

qui est l'équation de conservation de la quantité de mouvement pour un fluide réel incompressible.

En introduisant l'équation (2.12) dans cette dernière et en appliquant la dérivée lagrangienne dans celle-ci, nous obtenons l'équation :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial}{\partial x} S(x, t) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.15)$$

Ainsi, le système d'équations formé de (2.12) et de (2.15) représente la modélisation mathématique de notre système. La résolution de ce système d'équations nous permettra de retrouver les paramètres liés à notre système et d'en tirer d'éventuelles conclusions.

## 2.3 POSITION DU PROBLEME ET METHODE DE RESOLUTION

### 2.3.1 Position du problème

En supposant que la surface libre  $S(x, t)$  reste voisine de la surface d'équilibre  $S_0$  ; posons  $S(x, t) = S_0 + h(x, t)$ .

Notre problème dans ce chapitre consiste à étudier l'influence de l'inclinaison du fond d'un bassin sur l'écoulement de fluide dans celui-ci. Pour y parvenir, nous allons résoudre le système d'équations (2.12) et (2.15) modélisant notre système. La résolution de ce système consiste à déterminer les paramètres liés à l'écoulement notamment le champ de vitesse, le champ de pression . Pour cela, nous allons utiliser un fond horizontal, puis différents autres fonds suivant leur inclinaison par rapport à l'horizontale, et suivant les profils trouvés, conclure sur l'influence de l'inclinaison dudit fond. La connaissance de ces profils peut nous permettre par exemple de repérer les zones où l'activité sédimentaire est susceptible d'avoir une forte intensité.

### 2.3.2 Présentation de la méthode de résolution

L'étude d'un écoulement donnée revient à résoudre l'équation de NS correspondant à celui-ci. Cependant, la résolution de celles-ci ne s'avère pas le plus souvent facile, raison pour laquelle nous adoptons plusieurs approches pour y parvenir. Pour le cas présent, nous linéarisons le système d'équations précédent en considérant que  $h$ ,  $\frac{\partial h}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial h}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial t}$ , et  $u$  sont des infiniments petits d'ordre 1.

Etant donné que la surface libre  $S(x,t)$  peut osciller autour de sa position d'équilibre  $S_0$ , nous nous proposons de poser  $h(x,t)$  sous la forme d'onde plane telle que :

$$h(x, t) = h_0 e^{i(\omega t - kx)} \quad (2.16)$$

où  $K$  est un nombre complexe, et  $w$  est la fréquence de vibration de la surface libre.

Cette méthode de résolution consiste à déterminer à chaque fois l'expression de  $k$ , puis remplacer dans  $h$ , afin de remonter à la forme de  $u$  en utilisant notre système d'équation précédent modélisant le système.

En insérant l'expression de  $S(x,t)$  dans les équations (2.14) et (2.11), ces équations deviennent :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial h}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -(h + S_0 - f) \frac{\partial u}{\partial x} - u \frac{\partial h}{\partial x} + u \frac{\partial f}{\partial x} \quad (2.18)$$

En dérivant l'équation (2.14) par rapport à  $x$  et (2.11) par rapport à  $t$  et en linéarisant d'après les hypothèses évoquées précédemment, nous obtenons :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} = -g \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = -(S_0 - f) \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{df}{dx} \quad (2.20)$$



En introduisant l'équation (2.17) dans l'équation (2.18), nous obtenons l'équation liant tous les paramètres de notre système tel que :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = g(S_0 - f) \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - g \frac{\partial h}{\partial x} \frac{df}{dx} - \nu(S_0 - f) \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \quad (2.21)$$

Nous considérons dans la suite que le fluide ici est l'eau que nous allons assimiler à un fluide parfait ( $\nu \approx 0$ ). Ainsi, l'équation précédente reliant tous les paramètres de notre système devient :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = g(S_0 - f) \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - g \frac{\partial h}{\partial x} \frac{df}{dx} \quad (2.22)$$

### 2.3.3 Influence de l'inclinaison du fond du bassin sur l'écoulement de l'eau dans celui-ci.

- cas où le fond est horizontal :  $f(x) = f_0$

l'équation vérifiant  $h(x,t)$  devient :

$$\frac{\partial^2 h(x, t)}{\partial t^2} = g(S_0 - f_0) \frac{\partial^2 h(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.23)$$

cette équation est similaire à celle de la corde vibrante avec pour vitesse de groupe ou vitesse de propagation des ondes :

$$v = \sqrt{g(S_0 - f_0)}$$

L'expression de cette vitesse nous montre qu'elle croît avec la hauteur ( $S_0 - f_0$ ) de l'eau dans le bassin. Le schéma suivant illustre clairement l'évolution de la vitesse de groupe avec la hauteur de l'eau dans le bassin.

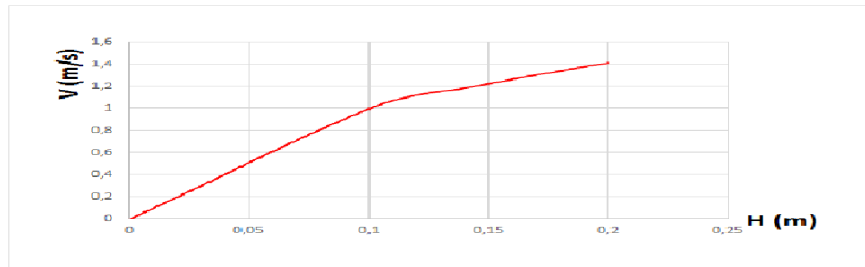


FIGURE 2.2 – Évolution de la vitesse de propagation avec la hauteur de l'eau dans le bassin.

En remplaçant  $h(x,t)$  par son expression dans l'équation (2.21), on obtient équation de dispersion :

$$-w^2 = g(S_0 - f_0)k^2 \quad (2.24)$$

ou

$$-w^2 = v^2.k^2 \quad (2.25)$$

de cette relation, nous obtenons l'expression de  $k$  telque :

$$k = \pm i \frac{w}{v} \quad (2.26)$$

En remplaçant l'expression de  $k$  dans  $h(x,t)$ , nous obtenons les differentes formes de  $h$  telles que :

$$h(x, t) = h_0 e^{iwt} . e^{\frac{w}{v}x} \quad (2.27)$$

ou

$$h(x, t) = h_0 e^{iwt} . e^{-\frac{w}{v}x} \quad (2.28)$$

Etant donné que la relation liant  $u(x,t)$  et  $h(x,t)$  pour un fluide parfait est donnée par l'équation :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial h(x,t)}{\partial x} \quad (2.29)$$

En remplaçant  $h$  par ses expressions, on obtient les équations suivantes vérifiées par  $u$  :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{w}{v} h_0 e^{iwt} \cdot e^{\frac{w}{v}x} \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g \frac{w}{v} h_0 e^{iwt} \cdot e^{-\frac{w}{v}x} \quad (2.31)$$

En intégrant cette expression membre en membre, nous obtenons l'expression de  $u(x,t)$  à une constante près tel que :

$$u_+ = -\frac{g}{v} h_0 e^{iwt} \cdot e^{\frac{w}{v}x} + A \quad (2.32)$$

ou

$$u_- = \frac{g}{v} h_0 e^{iwt} \cdot e^{-\frac{w}{v}x} + B \quad (2.33)$$

où  $A$  et  $B$  sont des constantes complexes que nous déterminerons à partir des conditions initiales et aux limites que nous évoquerons dans le chapitre III.

- cas où le fond est de la forme linéaire :  $f(x) = \alpha x$

En introduisant l'expression de  $f(x)$  dans l'équation(2.21), nous obtenons l'équation de dispersion suivante :

$$-w^2 = -gS_0k^2 + i\alpha gk \quad (2.34)$$

$k$  étant un nombre complexe, nous pouvons le mettre sous la forme :

$$k = k' + ik''$$

En remplaçant la forme de  $k$  dans l'équation de dispersion précédente nous obtenons la nouvelle forme d'équation de dispersion vérifiée par  $k'$ ,  $k''$  telle que :

$$w^2 = gS_0(k'^2 - k''^2 + i2k'k'') - ig\alpha(k' + ik'') \quad (2.35)$$

En égalant les parties réelles entre elles et les parties complexes entre elles, nous obtenons les équations :

$$w^2 = gS_0(k'^2 - k''^2) + \alpha k'' g \quad (2.36)$$

$$0 = 2gS_0 k' k'' - \alpha g k' \quad (2.37)$$

De l'équation (2.28), nous obtenons l'équation de  $k''$  telle que :

$$k'' = \frac{\alpha}{2S_0}$$

Connaissant l'expression de  $k''$ , nous déduisons celle de  $k'$  à partir de l'équation ( 2.27 ) telle que :

$$k' = \frac{1}{\sqrt{gS_0}} \sqrt{[w^2 - \frac{\alpha^2 g}{4S_0}]}$$

La relation entre  $w$  et  $k'$  est une relation de dispersion. La vitesse de propagation dépend non seulement de la profondeur, mais aussi de la fréquence. La solution prend la forme :

$$h(x, t) = h_0 e^{k'' x} e^{i(wt - k' x)} \quad (2.38)$$

En remplaçant cette expression de  $h$  dans l'équation la reliant avec  $u$  évoquée précédemment, nous obtenons l'équation :

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -i(k' + ik'')h(x, t) \quad (2.39)$$

L'équation en  $u$  est donnée par :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g[i(k' + ik'')]h(x, t) \quad (2.40)$$

En intégrant de par et d'autre de l'égalité par rapport au temps, nous obtenons l'expression de  $u(x, t)$  à une constante complexe près donnée par la relation :

$$u(x, t) = \frac{g}{w} [(k' + ik'')] h_0 e^{k'' x} e^{i(wt - k' x)} + C_1 \quad (2.41)$$

où  $C_1$  est une constante complexe.

Dans la suite de notre travail, nous nous intéressons à la partie réelle de  $u$ ,  $u_-$ ,  $u_+$ .

## 2.4 Conclusion.

Dans ce chapitre, il était question pour nous d'étudier l'influence de l'inclinaison du fond du bassin sur l'écoulement dans celui-ci. Pour cela, nous avons considéré une forme exponentielle de surface libre de paramètre  $k$ , vecteur d'onde que nous avons déterminé plusieurs fois, suivant l'inclinaison du fond de notre bassin. Puis nous avons établi les expressions de vitesse de l'écoulement, ainsi que celle des champs de pression. Nous avons utilisé une méthode classique pour résoudre les équations régissant la dynamique de notre système. Il vient d'après les formes de  $u(x,t)$  et  $p(x,y,t)$  que ceux-ci dépendent fortement des paramètres constituant le bassin notamment son fond et sa surface libre, d'où l'influence de l'inclinaison du fond sur l'écoulement de fluide dans celui-ci. Pour notre travail, le fluide considéré étant l'eau, si nous considérons un bassin fluvial donné, nous pouvons estimer les zones de celui-ci où les dépôts de sédiments sont probables.

### **3.1 Introduction.**

Dans le chapitre précédent, nous avons modélisé un bassin contenant un fluide incompressible à partir des principes notamment de continuité de la masse et celui de conservation de la quantité de mouvement en régime non stationnaire. Nous avons adopté l'eau comme fluide incompressible et non visqueux et avons linéarisé les équations modélisant notre bassin afin d'obtenir les équations d'évolution de la vitesse de l'écoulement et de de la surface libre. Nous sommes parvenus aux équations du premier ordre. Dans cette partie, nous résolvons ces équations en tenant compte des conditions aux limites et initiales, puis nous représentons les courbes donnant l'évolution de la vitesse de l'écoulement et de la pression dans le bassin en 3D. Enfin, une comparaison des courbes que nous avons obtenues de manière théorique sera faite par rapport à celles obtenues de manière pratique[3] afin d'apprécier l'influence de l'inclinaison du fond du bassin sur le régime d'écoulement de l'eau dans celui-ci, également sur le processus de sédimentation.

### 3.2 Représentation des profils de vitesse : cas du fond horizontal zontal

Les profils de vitesse dans un bassin de fond horizontal sont donnés par la Figure 3.1 :

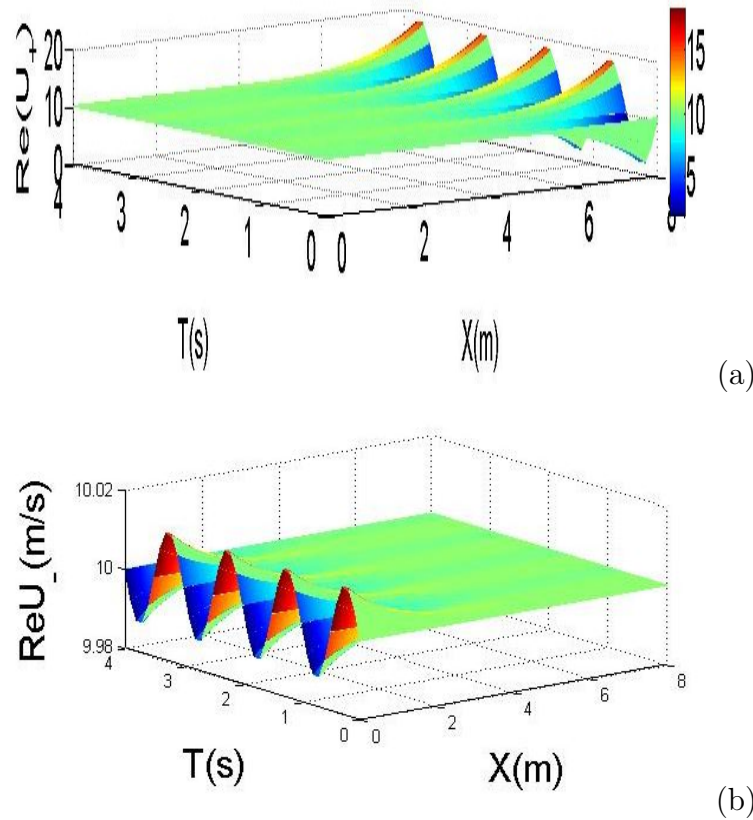


FIGURE 3.1 – (a)- Profil de vitesse pour  $k = \frac{i\omega}{v}$ ,  $P_0 = 1atm$ ,  $T = 4s$ ,  $L = 8m$ ,  $l = 6m$ ,  $pi = 3, 14$ ,  $f = 1Hz$ ,  $S_0 = 6m$ ,  $h_0 = 0,01m$ ,  $v = \sqrt{gS_0}$ ,  $g = 10m/s^2$ ; (b)- Profil de vitesse pour  $k = \frac{-i\omega}{v}$

les figures 3.1(a) et 3.1(b) représentent respectivement les profils de vitesse qui gouvernent un écoulement laminaire dans un bassin hydraulique de fond horizontal lorsque la surface libre est soumise à une perturbation de faible fréquence. Ayant supposé une forme de perturbation de la surface libre sous forme d’onde plane, nous aboutissons à deux profils de vitesse presque symétriques. Cette quasi symétrisation

des champs de vitesse est en accord avec des resultats obtenus suites à une expérience pratique réalisée dans un bassin hydraulique de longueur 6m, de largeur 4m, et de hauteur  $H=0,2m$  [3]. Ce qui traduit le fait qu'une perturbation de la surface libre de l'eau qui s'écoule tend à déplacer certaines particules fluides dans le sens contraire de l'écoulement à des vitesses moins fortes que celles des particules fluides qui sont déplacées dans le sens de l'écoulement. C'est ce qui explique par exemple le fait qu'un flotteur qui tombe normalement à la surface d'une eau qui s'écoule a tendance à effectuer des mouvements va-et-vient tout en oscillant avant de se déplacer définitivement dans le sens de l'écoulement. A cause des effets de bords, les vitesses sont considérablement modifiées aux extrémités du bassin tant en amont qu'en aval, ceci du fait que chaque particule de l'eau est soumise à la pesanteur. De plus, proche du bord, bien qu'accéléérées, certaines de ces particules influencées par celui-ci auront tendance à descendre sous ce bord avec une vitesse moins que celle des particules qui traverseront ledit bord.

### **3.3 Représentation des profils de pression : cas où le fond est horizontal**

Les profils de pression pour un fond de bassin horizontal sont présentés à la Figure3.2 :



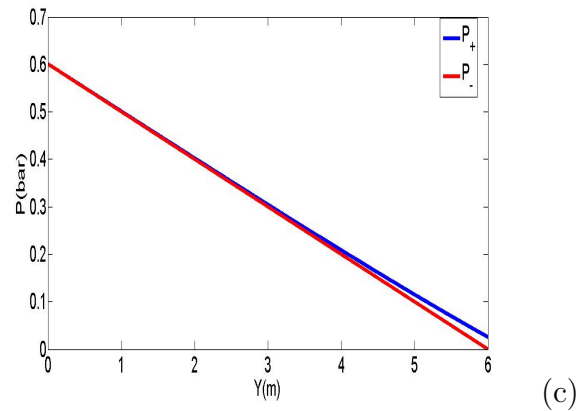


FIGURE 3.2 – (c)- profil des pressions pour  $k = \frac{i\omega}{v}$  et  $k = \frac{-i\omega}{v}$   $P_0 = 1atm$ ,  $T = 4s$ ,  $L = 8m$ ,  $l = 6m$ ,  $pi = 3, 14$ ,  $f = 1Hz$ ,  $S0 = 6m$ ,  $h0 = 0, 01m$ ,  $v = \sqrt{gS_0}$ ,  $g = 10m/s^2$ ,  $\rho = 1000Kg/m^3$

La figure 3.2(c) représente le profil des pressions qui règnent dans le bassin de fond horizontal lorsque le liquide qu’il contient est en mouvement et sa surface libre perturbée à faible fréquences. Etant donné que le phénomène de sédimentation est favorisé par les fortes variations de pressions, cette figure nous permet d’apprécier les zones du bassin où la sédimentation est favorable. Par exemple ; sur ce graphe, nous remarquons que entre les points d’altitude respectives 6m et 1m, les variations de pression sont intenses, le point de rencontre des deux profils de pressions constitue le point isobare. En dessous de ce point, les variations de pression étant faibles dans ce cas, le phénomène de sédimentation n’est pas très favorable, car bien que le dépôt des sédiments sera fait, le temps de compaction sera très grand.

### 3.4 Représentation des profils de vitesse : cas du fond incliné

Les profils de pression correspondant à un fond du bassin incliné sont présentés à la Figure3.4 :

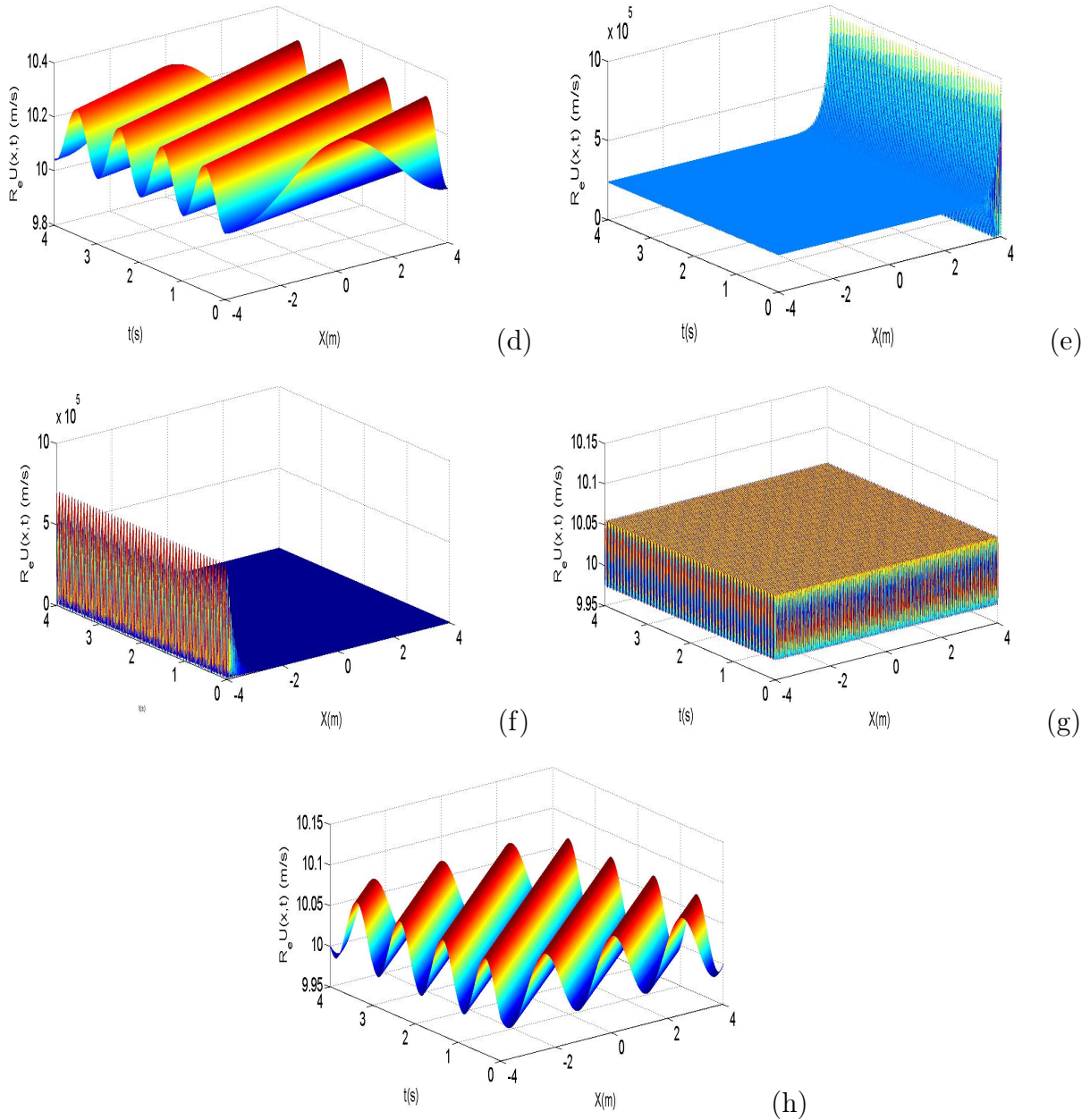


FIGURE 3.3 – (d)- profil de vitesse pour  $\alpha = 0,5$  et  $f = 1Hz$ ;  $P_0 = 1atm$ ,  $T = 4s$ ,  $L = 8m$ ,  $l = 6m$ ,  $pi = 3,14$ ,  $S0 = 6m$ ,  $h0 = 0,01m$ ,  $g = 10m/s^2$ ; (e)- profil de vitesse pour  $\alpha = 5$  et  $f = 1MHz$ ; (f)- profil de vitesse pour  $\alpha = -5$  et  $f = 1MHz$ ; (g)- profil de vitesse pour  $\alpha = 0.006$  et  $f = 1MHz$ ; (h)- profil de vitesse pour  $\alpha = 0.006$  et  $f = 1Hz$

Les figures 3.3(d),3.3(e), 3.3(f), 3.3(g) et 3.3(h) en sont quelques profils de vitesse qui peuvent gouverner l'écoulement dans un bassin hydraulique selon l'inclinaison du

fond de celui-ci. Nous avons supposé l'écoulement laminaire dans nos hypothèses de départ, c'est-à-dire que la vitesse de l'écoulement était modérée de l'ordre de  $10m/s$ , mais les figures 3.3(e) et 3.3(f) nous montrent que pour des grandes pentes et des perturbations de grandes fréquences, le régime de l'écoulement devient rapidement turbulent avec des vitesses de l'ordre de  $10^5m/s$ . Par contre, pour les bassins de fond moins inclinés c'est-à-dire dont la pente est de l'ordre de  $10^{-3}$ , peu importe la fréquence de la perturbation de la surface libre, le régime turbulent s'apparente faiblement : ceci est illustré par les figures 3.3(d), 3.3(g) et 3.3(h).

### 3.5 Représentation des profils de pression : cas du fond incliné

Les profils correspondant à un fond incliné du bassin sont présentés à la figure 3.4 :

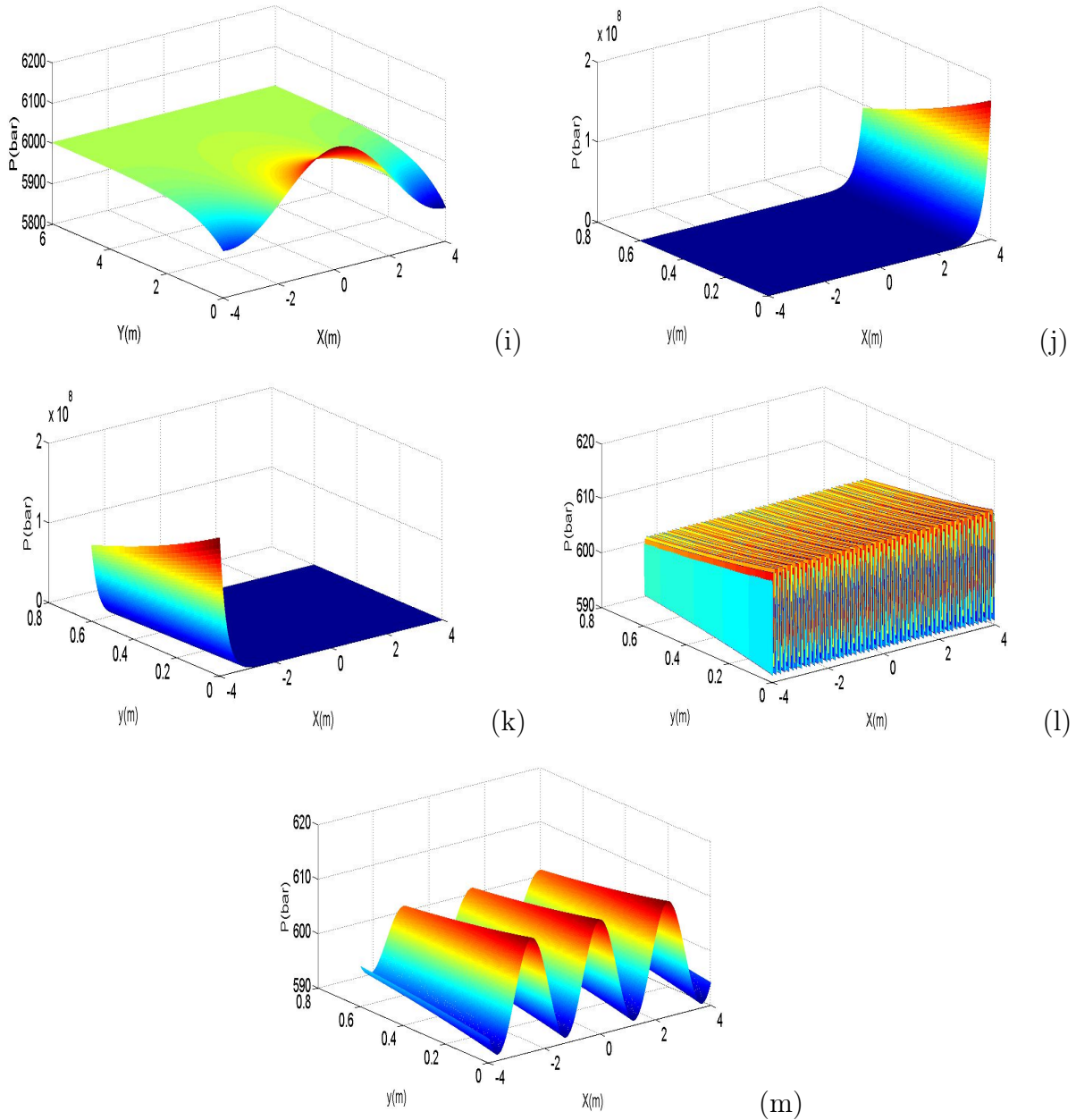


FIGURE 3.4 – (i)- profil de pression pour  $\alpha = 0,5$  et  $f = 1Hz$ ;  $P_0 = 1atm$ ,  $T = 4s$ ,  $L = 8m$ ,  $l = 6m$ ,  $\pi = 3,14$ ,  $S0 = 6m$ ,  $h0 = 0,01m$ ,  $g = 10m/s^2$ ; (j)- profil de pression pour  $\alpha = 5$  et  $f = 1MHz$ ; (k)- profil de pression pour  $\alpha = -5$  et  $f = 1MHz$ ; (l)- profil de pression pour  $\alpha = 0.006$  et  $f = 1MHz$ ; (m)- profil de pression pour  $f = 1Hz$  et  $\alpha = 0.006$

Les figures 3.4(i), 3.4(j), 3.4(k), 3.4(l) et 3.4(m) représentent certains profils de pression qui règnent dans un bassin hydraulique quelconque lorsque la surface du

liquide qu'il contient est perturbée suivant différents cas. Etant donné que la pression dans un fluide en mouvement varie suivant l'altitude et suivant la géométrie du fond du bassin, la Figure 3.4(i) nous présente trois points où les variations de pressions sont importantes. Cet ensemble de points constitue la zone du bassin où la compaction des différents amas de sédiments et le dépôt de sédiments nouveaux peuvent être probables car de plus ici, le régime demeure laminaire.

La Figure 3.4(j) correspondant au cas où le fond du bassin est fortement incliné ( $\alpha = 5$ ), nous montre que lorsque la surface libre est perturbée à grande fréquence ( $f = 1\text{MHz}$ ), les variations importantes de pression ont lieu sous le bord aval dudit bassin. En effet, l'écoulement ayant lieu de l'amont (fond profond) vers l'aval (fond moins profond), le volume d'eau arrivant sur le bord aval avec une grande vitesse va se séparer en deux parties dont l'une va traverser ledit bord et l'autre se heurtera par influence et redescendra vers les profondeurs créant ainsi une variation de pression en cette zone. Ce volume qui descend dans les profondeurs à grande vitesse va généralement se heurter à certaines roches préexistantes et présentes dans le bassin. Ces roches, sous l'effet de la vitesse sont le plus souvent transportées sur les berges du bassin. C'est le cas des espèces de coquillages masqués d'une variété de ciment issu de la cimentation (étape importante du phénomène de sédimentation). Par contre, pour un fond fortement incliné ( $\alpha = -5$ ), les variations de pressions sont plutôt enregistrées sous le bord amont (peu profond) du bassin. Le volume arrivant à grande vitesse va être influencé par le bord amont, l'obstacle traversé, ce volume va se verser brutalement dans le bassin plus précisément sous les zones environnantes dudit bord avant d'évoluer vers le fond aval (le plus profond). L'atténuation de la vitesse (Figure 3.4f) en ce bord aval va favoriser le dépôt des sédiments. Ainsi, une étape de sédimentation présente en cette zone avant la perturbation de la surface

libre se vera favorisée.

La figure 3.4(l) correspond au cas où le fond est très peu incliné ( $\alpha = 0.06$ ). Une perturbation à grande fréquence ( $f=1\text{MHz}$ ) de la surface libre favorise une forte variation de pression dans toutes les zones du bassin (de manière plus intense au fond), pression variante entre [590 à 612]bar. Cependant, l'écoulement demeurant laminaire (car la vitesse modérée de l'ordre de 10m/s), le dépôt des sédiments est probable en toute zone dudit bassin. De même, la compaction des amas de sédiments présents initialement avant la perturbation sera accentuée par la forte variation de pression, par conséquent le phénomène de sédimentation favorisé.

Pour la figure 3.4(m), correspondant toujours au cas où le fond est très peu incliné ( $\alpha = 0.06$ ), lorsque la surface libre est perturbée à une faible fréquence, les variations de pression enregistrées nous montrent qu'ici la pression varie suivant l'intervalle [590 à 605]bar. Ce résultat nous permet de comprendre que, dans un bassin hydraulique de fond très peu incliné, la pression varie fortement, et presque uniformément non seulement avec l'altitude, mais aussi avec la fréquence de perturbation de la surface libre.

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, il était question pour nous de représenter les profils de vitesses et de pressions correspondant à différentes inclinaisons du fond de notre bassin, puis de traduire l'influence du fond du bassin sur l'écoulement et son impact sur le processus de sédimentation. Après analyse, nous pouvons retenir que, dans les bassins hydrauliques à surface libre, le régime de l'écoulement et le processus de sédimentation dépendent fortement de la géométrie du fond notamment son inclinaison s'il

---

s'agit d'un fond linéaire et de la fréquence de perturbation de la surface libre de l'eau qui s'écoule dans celui-ci.

---

**IMPLICATIONS PEDAGOGIQUES**

---

L'apport pédagogique d'un travail scientifique est l'ensemble des techniques dégagées par celui-ci dans le but de favoriser la compréhension, voire même la résolution des problèmes liés à l'apprentissage ou à l'enseignement de la discipline cadre du dit travail. L'écoulement de fluide et le processus de sédimentation dans un bassin hydraulique est le thème qui a été soumis à notre étude. Ce thème embrasse les notions telles que l'hydrostatique, les phénomènes ondulatoires, le phénomène de sédimentation. Par ailleurs, notre travail ayant développé les notions de variations de pression nous permettra d'aborder de manière efficace le chapitre IV en classe de 4<sup>ème</sup> portant sur "*la distribution de l'eau courante*" qui est régulée par le principe fondamental de l'hydrostatique. Ce même principe étant à la base des vases communicants va nous permettre de mieux les édifier sur l'importance des châteaux d'eau et le fonctionnement des robinets présent dans leur environnement. La réalisation d'un dispositif expérimental formé de deux communicant par le biais du tube les permettra de mieux cerner le problème. De même, les notions d'ondes planes va nous permettre de mieux aborder le chapitre I du thème III en terminale scientifique portant sur "*les ondes mécaniques*". L'eau étant un milieu matériel qui, après avoir subi une déformation (perturbation de la surface libre), retrouve sa forme initiale sans déformation résiduelle va nous permettre d'introduire la notion de milieu élastique qui, constitue un vaste chapitre en quatrième année de physique. Dans la société,



---

notre travail présente un intérêt dans la mesure où, pour la quête du sable, il nous renseigne sur la géométrie des creux envisagés pour recueillir de manière optimale les sédiments.

---

## Conclusion générale et perspectives

---

Dans ce mémoire, nous avons étudié l'écoulement de fluide et le processus de sédimentation dans un bassin hydraulique. Il était question pour nous dans un premier temps de donner les généralités sur le processus de sédimentation, les débits, et enfin de présenter un bassin hydraulique. Dans un second temps, nous avons modélisé mathématiquement notre système par des équations en utilisant le modèle des fluides parfaits. Après avoir linéarisé ces équations, nous avons obtenu les équations de premier et second ordre que nous avons résolues en s'appuyant sur deux formes de fond de bassin notamment le fond horizontal et le fond incliné. Des solutions analytiques ont été obtenues et une représentation en 3D des courbes correspondantes nous a permis d'apprécier les différents régimes d'écoulement qu'on peut rencontrer dans un bassin hydraulique. L'interprétation de ces courbes nous a également permis d'appréhender l'impact de l'inclinaison du fond et de la perturbation de la surface libre sur le processus de sédimentation dans le bassin. Les résultats obtenus montrent que en fonction de la fréquence de la perturbation de la surface libre et de l'inclinaison du fond, le régime de l'écoulement est très sensible aux conditions de bords qui influencent significativement le champ de vitesse à la surface du bassin favorisant ainsi ou non certaines étapes du processus de sédimentation en de différentes zones du bassin. Par ailleurs, comme tout travail scientifique objectif, un

apport pédagogique de notre travail dans le système éducatif à été mis en exergue.

En guise de perspectives, nous souhaitons dans la suite de nos travaux, étudier l'influence du fond lorsque celui-ci présente une forme non linéaire, car la nature étant non linéaire, les fonds de bassin naturels par conséquent eux aussi. Cela nous permettra davantage de s'approcher de la réalité dans les bassins fluviaux afin d'avoir par exemple des bonnes bases dans le choix d'un site pour réaliser une carrière de sable, ou bien une zone portuaire.

---

# Bibliographie

---

- [1] L.CHOUPI, A.KETTAB, A.J-SCHLEISS, "*effet de la rugosité du fond d'un réservoir rectangulaire à faible profondeur sur le champ d'écoulement*," *La houille blanche*, N<sup>0</sup>5, 2014, P.83-92, DOI 10.1051/lhb/2014054.
- [2] T.ALBOUSSIÈRE, *Cours de Mécanique des Fluides*, (20 juin 2006).
- [3] R.B HAMOUDA, *Notion de Mécanique des Fluides*, Centre de Publication Universitaire ; Tunis 2008.
- [4] J.ROUSSEL, *Cours de Mécanique des Fluides*, C.P.I.2-Chem I St2 : 2005-2006.
- [5] J.P CATALGLOIRE, *Physique des écoulements continus*, Université de Bordeaux, janvier 2005.
- [6] L.LANDEAU, *LIFCHITZE - Mécanique des Fluides*, Ed. de Moscou, 1971.
- [7] E.PEMHA, *Cours de Mécanique des Fluides master1*, (UY1, 2015).
- [8] B.LAYAN, A.Dridri, L. BERNAABIDATE, M.Zemgami", *détermination des crues de projet par les aspects du débit de pointe et de l'hydrogramme de crue au niveau de la commune AIN BOUKELLAL, bassin versant de l'OUED LAR-BAA*," *European Scientific Journal* December édition vol.8, N<sup>0</sup>.29 ISSN : 1857-7881(print)e-ISSN1857-7431.