

REPUBLIQUE DU CAMEROUN

Paix – Travail – Patrie

UNIVERSITE DE YAOUNDE I
ECOLE NORMALE SUPERIEURE
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE



REPUBLIC OF CAMEROUN

Peace – Work – Fatherland

UNIVERSITY OF YAOUNDE I
HIGHER TEACHER TRAINING COLLEGE
DEPARTMENT OF PHYSICS

ETUDE DU CONTRASTE CHALEUR-HUMIDITE DANS LES BATIMENTS : ANALYSE NUMERIQUE DU TAUX D'HUMIDITE DANS UN MUR DE BATIMENT

Présentée en vue de l'obtention du Diplôme de Professeur de l'Enseignement
Secondaire deuxième grade
Mémoire de D.I.P.E.S II

Par :

MBAMI NJEUTEN Jeanne Claude
Licenciée en Physique

Sous la direction
Dr ELIE SIMO

Habilité à diriger des recherches en science de l'université de Rouen - France



Année Académique
2015-2016



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire de Yaoundé I. Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : biblio.centrale.uyi@gmail.com

WARNING

This document is the fruit of an intense hard work defended and accepted before a jury and made available to the entire University of Yaounde I community. All intellectual property rights are reserved to the author. This implies proper citation and referencing when using this document.

On the other hand, any unlawful act, plagiarism, unauthorized duplication will lead to Penal pursuits.

Contact: biblio.centrale.uyi@gmail.com

TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES MATIÈRES	i
DÉDICACE.....	iii
REMERCIEMENTS	iv
ABSTRAT	v
LISTE DES TABLEAUX	vi
LISTE DES FIGURES	vii
INTRODUCTION GENERALE.....	1
CHAPITRE 1 : REVUE DE LA LITTÉRATURE.....	4
I - AU CŒUR DU BÂTIMENT	5
I-1 - LE BATIMENT ET L'ENERGIE	5
I-2 - L'IMPACT DE L'HUMIDITE DANS LES BATIMENTS	6
II- QUELQUES PARAMETRES PHYSIQUE DU BATIMENT	10
CHAPITRE 2 : MATERIEL ET METHODES	13
I - TRANSFERT DE L'HUMIDITE DANS LE BATIMENT.....	14
I.1 - PROCESSUS DE TRANSFERT DE LA PHASE VAPEUR	14
I.2 - PROCESSUS DE TRANSFERT DE LA PHASE LIQUIDE	14
II - MODELE D'ETUDE.....	17
II.1 - BREF APERÇU SUR LA NOTION DU BETON	18
II.2 – PARAMETRES PHYSIQUES AFFECTES PAR L'HUMIDITE	20
III – TECHNIQUE NUMERIQUE	22
CHAPITRE 3 : RESULTAT ET DISCUSSION.....	26
I- RESULTATS DE L'ETUDE	27
II – ANALYSE ET DISCUSSION	47
CHAPITRE4 : IMPLICATION DANS LE SYSTEME ÉDUCATIF.....	51
I-IMPACT DE NOTRE ETUDE SUR LES MOYENS DE L'ECOLE.	52
II-MISE EN EVIDENCE DES NOTIONS ABORDEES DANS LE PROGRAMME DU SECONDAIRE.....	52
III-IMPACT DE NOTRE ETUDE SUR LES METHODES : INTERET DIDACTIQUE	53
CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES	55

.BIBLIOGRPHIE..... 58
ANNEXES ix

DÉDICACE

À

- Mon feu père le regretté NJEUTEN.
- Ma mère, la nommée WONTCHOUANG Marthaleine.
- la famille KENGNE.

REMERCIEMENTS

J'adresse mes sincères remerciements :

- Au Dr. HDR SIMO Elie, pour m'avoir guidé et encouragé tout au long de ce mémoire, pour ses conseils et pour ses aides appréciables, qui ont enrichies ce travail.
- Au Professeur BEGUIDE BONOMA, chef de département Physique de l'École Normale Supérieure de Yaoundé 1, pour ses enseignements et son encadrement tout au long de ce cycle de formation.
- Aux membres du jury de mon mémoire, pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de participer au jury de soutenance.
- A tous les enseignants du Département de PHYSIQUE de l'ENS pour leur encadrement tout au long de notre formation durant ces deux années
- A mon tendre époux NTA'ATA Cedrique pour son soutien et ses encouragements tout au long de cette formation.
- A tout celles et ceux qui m'ont soutenu moralement et/ou financièrement pendant la réalisation de ce travail ; Madame NJEUTEN, Monsieur et Madame KENGNE, mes parents, mes frères, mes sœurs et mes camarades de promotion.

ABSTRAT

We present a numerical technique for the investigation of the moisture transfer in buildings made by concrete. We considered three types of concrete: normal concrete, pumice concrete and cellular concrete. We evaluate, numerically, the moisture content in building materials using the Runge-Kutta method of fourth-and-fifth-order. The DOPRI5 code being used as integrator. We also compute the indoor temperature, the coefficient of thermal conductivity and the thermal resistance. We analyze the impact of the moisture on these physical parameters. Calculations are performed for four different values of the outdoor temperature: -5C, 0C, 5C and 10C. For each type of concrete and for different outdoor temperatures, we find the amount of the energy supplied to the heating apparatus to maintain the indoor temperature at 20C. We demonstrate that heat losses in buildings could be avoided substantially by the use of cellular concrete, for instance. Our calculations show that the quality of the material of construction could contribute, significantly, to the protection of the environment.

Key words: concrete; moisture content; thermal conductivity; coefficient of diffusivity; DOPRI5 code.

LISTE DES TABLEAUX

- Tableau 1** : Les données numériques liées aux trois différents types de bétons considérés dans ce travail. 23
- Tableau 2** : Tableau 2: La puissance fournie à l'appareil de chauffage, par unité de surface du mur du bâtiment, nécessaire pour maintenir la température intérieure autour de la valeur $T=20\text{ C}$ pour les trois différents types de béton étudiés. Les calculs sont effectués pour différentes température extérieure ($-5^{\circ}\text{C}, 0^{\circ}\text{C}, 5^{\circ}\text{C}, 10^{\circ}\text{C}$) 27
- Tableau 3** : La puissance fournie pour le chauffage, par unité de surface du mur du bâtiment, nécessaire pour maintenir la température à l'intérieur autour de la valeur $T=20\text{C}$, pour différentes valeurs de la température extérieure. On suppose que le mur du bâtiment est fait en béton normal 47

LISTE DES FIGURES

Photo 1 : Développement de la moisissure sur un mur.....	7
Figure 1.0 : Les différentes origines de l’humidité.....	9
Figure1.1 : Description d’un milieu poreux avec les trois phases représentées	10
Figure 2.0 : La forte porosité du béton cellulaire (Source : python couverture construction) Erreur ! Signet non défini.	9
Figure 1 : Évolution temporelle du profil de la teneur en humidité dans le mur fait en béton cellulaire en fonction de la distance mesurée à partir de la face du mur exposé aux intempéries Erreur ! Signet non défini.	8
Figure 2 : La température intérieure en fonction de la teneur en eau calculée à différentes distances de la surface mouillée. Le matériau de construction considéré étant le béton cellulaire Erreur ! Signet non défini.	9
Figure 3 : Représentation temporelle de la conductivité thermique en fonction de la teneur en humidité. Le matériau de construction impliqué dans les calculs étant le béton cellulaire.....	30
Figure 4 : Représentation temporelle de la température intérieure en fonction de la teneur en humidité dans le cas du béton cellulaire	31
Figure 5 : Évolution temporelle de la température en fonction de la conductivité thermique. Le matériau de construction considéré est le béton cellulaire..	32
Figure 6 : Profil temporel de la conductivité thermique à différentes distances de la surface altérée.le matériau de construction considéré est le béton cellulaire	33
Figure 7 : Profil temporel de la résistance thermique en fonction la teneur en humidité. Le matériau de béton étudié est le béton cellulaire	34
Figure 8 : La teneur en humidité dans le béton cellulaire en fonction de la distance mesurée par rapport à la surface altérée.....	35
Figure 9 : La température intérieure en fonction de la teneur en humidité. Le matériau de construction considérée étant le béton cellulaire.....	36
Figure 10 : Représentation graphique semblable à celle de la figure (9). Le matériau de construction étant plutôt le béton en pierre ponce.....	37
Figure 11 : Représentation graphique semblable à celle de la figure (9). Le matériau de construction étant plutôt le béton traditionnel..... Erreur ! Signet non défini.	38
Figure 12 : La température intérieure représentée en fonction de la conductivité thermique pour une température extérieur $T=5$ C. le matériau de construction est le béton cellulaire Erreur ! Signet non défini.	39
Figure 13 : Représentation graphique similaire à celle de la figure (12) pour une température extérieur	

T=0 C.....	40
Figure 14 : Idem comme dans la figure (12) pour une température extérieure T= -5 C.....	41
Figure 15 : Idem comme dans la figure (12) pour une température extérieure T= 10 C. Erreur ! Signet non défini.	42
Figure 16 : Idem comme dans la figure (6). Ici, nous considérons plutôt le béton traditionnel. Erreur ! Signet non défini.	43
Figure 17 : Idem comme dans la figure (6). Sauf qu'ici, nous considérons plutôt le béton en pierre ponce	Erreur ! Signet non défini. 44
Figure 18 : Idem comme dans la figure (7). Sauf que nous considérons plutôt le béton traditionnel	Erreur ! Signet non défini. 45
Figure 19 : Représentation graphique semblable à celle de la figure (7). Ici, nous considérons plutôt le béton en pierre ponce.....	Erreur ! Signet non défini. 46

INTRODUCTION GENERALE

Aujourd'hui, le réchauffement climatique est une réalité pour tous ; la raréfaction des ressources d'énergies fossiles sur notre planète est moins connue. À moyen terme, le pétrole, le gaz et l'uranium sont amenés à disparaître. Pour le charbon ce sera à peine plus long. Mais la consommation de ces ressources n'est pas sans incidence sur l'environnement, nous assistons à des pollutions de tout genre qui attaquent l'atmosphère et réduit notre confort de vie sur terre. En Occident, en Asie et en Amérique, nous constatons que les habitants constituent le maillon fort de consommation de ces ressources dans les habitats. En effet, d'après les statistiques, le secteur du bâtiment est responsable de 46 % des émissions de gaz à effet de serre et de 25 % de la consommation énergétique normale. Par contre, l'Afrique constitue le maillon faible de cette consommation, ceci peut s'expliquer par la souplesse climatique de cette partie de la planète qui n'impose pas des besoins en ventilation, ni en chauffage sévère dans l'habitat.

Le bâtiment est un site indispensable à la protection de l'homme. Il est fait de différents types de matériaux de construction. Nous avons, entre autres, le bois, les vitres, le béton, les pierres, la terre cuite. De nos jours, le matériau le plus utilisé dans les constructions est le béton (Moreau, 2003). Le béton est composé principalement de granulats, de minéraux rigides, de ciment, de sable et de l'eau. Sa structure fait de lui un matériau hygroscopique. Or l'eau a, inéluctablement, un impact négatif sur les bâtiments. Sa mauvaise gestion peut entraîner une dégradation des matériaux, des isolants associés ou des menuiseries. Ceci peut même aboutir à des sinistres plus importants tels que l'écroulement partiel ou total du bâti. Nous pouvons aussi assister à la formation des condensations et des moisissures qui sont des sources de pollution de l'air intérieur pouvant générer des réactions allergiques ou asthmatiques chez des personnes sensibles.

Il va de soi que la présence de l'eau dans les murs entraîne un surplus de consommation d'énergie pour le chauffage. La question principale qui taraude les esprits est la suivante : Comment faire pour réduire la consommation en énergie du bâtiment tout en assurant non seulement une bonne pérennité du bâtiment, mais aussi toutes les exigences liées au confort des occupants ?

Après avoir relevé les différents problèmes rencontrés, nous nous appesantirons beaucoup sur sa conception et sa réalisation. Ainsi, il convient de faire une revue de littérature permettant de regarder les différents facteurs causes des problèmes d'humidité dans le

bâtiment. Ensuite nous présenterons notre matériel et méthode d'étude, nous permettant de fournir des résultats discutables sur la résolution de notre problème. Enfin, dans le cadre de notre formation, nous analyserons l'implication de notre étude dans le système éducatif.

CHAPITRE 1 : REVUE DE LA LITTÉRATURE

Dans ce chapitre, nous présenterons d'une part, de façon concrète le problème de l'humidité dans le bâtiment, son impact sur le confort des occupants et d'autre part, nous décrirons ce milieu en ressortant les sources et les manifestations de cette humidité dans le bâtiment.

I - AU CŒUR DU BÂTIMENT

I-1 - LE BATIMENT ET L'ENERGIE

Pendant des siècles, et jusqu'à très récemment, le monde du bâtiment et celui de l'énergie n'évoluaient pas en synergie. Dans les premiers temps, les attentes des occupants vis à vis de leur bâtiment se limitaient à un confort relatif (à certains endroits et à certains moments) pour lequel le besoin énergétique était minime. Le bâtiment était alors vu comme un abri (des intempéries) et le problème de confort était plus considéré pendant les saisons (adaptation du bâtiment à des climats chauds ou froids) qu'au quotidien.

En France, comme dans tous les pays développés, cette situation a duré très longtemps, jusqu'à l'avènement du chauffage central au sortir de la seconde guerre mondiale. La généralisation du chauffage central marque le début de la période où l'inconfort d'hiver devient inacceptable. Cependant, les bâtiments étaient toujours construits sans aucune considération pour l'énergie, qui pourtant y était dépensée en exploitation. Les systèmes énergétiques intégrés aux bâtiments étaient simplement mis en place pour répondre aux besoins, mais sans souci d'optimisation des consommations.

C'est dans ce contexte que le premier choc pétrolier est arrivé au début des années 70. La première réaction des pouvoirs publics fût de prêcher pour une certaine modération de la consommation dans le bâtiment, notamment en incitant les habitants à diminuer leur température intérieure pendant la période de chauffage. Cette campagne ne fut pas bien accueillie par la population qui refusait de renoncer au confort auquel elle s'était déjà habituée. Elles laissèrent alors la place à une réaction plus technique, menant à l'élaboration de la toute première réglementation thermique (1974) applicable, comme toutes les suivantes, aux nouvelles constructions.

Le domaine du bâtiment connaîtra plusieurs réglementations et la question environnementale finira par prendre le pas suite aux multiples constats des experts. Le GIEC (Groupe d'Experts Intergouvernemental sur l'Evolution du Climat) rassemblait les

premières preuves du réchauffement climatique et commençait à évoquer la responsabilité des gaz à effets de serre dans cette évolution. Beaucoup ont alors eu la surprise de constater que dans tous les pays développés, le bâtiment était le premier poste de consommation d'énergie finale (un peu plus de 40%) et partout, sauf en France, le premier poste responsable des émissions de gaz à effet de serre (un peu plus de 40% également, alors qu'en France ce taux se situe à 25%). (Duforestel, 2014.)

L'idéal recherché demeure, la construction généralisée de bâtiments extrêmement performants, avec des besoins de chauffage très faibles.

I-2 - L'IMPACT DE L'HUMIDITE DANS LES BATIMENTS

Par le simple fait de la respiration des occupants, qui produisent de la vapeur du fait de leurs activités (douche ou cuisine dans un logement...), l'eau est en permanence présente à l'intérieur d'un bâtiment. Elle se trouve également naturellement à l'extérieur du bâtiment : dans le sol, dans l'atmosphère où elle peut se manifester sous forme de pluie, de neige ou de grêle.

Des accidents à l'intérieur (débordement d'une baignoire, rupture d'une canalisation) ou à l'extérieur des bâtiments (inondation par exemple) exposent également les ouvrages à un contact direct avec l'eau. Son impact vis-à-vis des matériaux et des ouvrages dépend notamment de son état physique (solide, liquide, vapeur). Les conditions normales d'exploitation des bâtiments exposent les matériaux et ouvrages à l'eau sous ces différents états physiques ceci est susceptible de fragiliser leur structure et affaiblir leurs propriétés physiques. Dans ce cas on peut assister à long terme à une destruction partielle ou totale du bâtiment. L'eau est et a probablement toujours été l'ennemi numéro un du bâtiment. Les Moisissures et réactions allergiques provenant de ces moisissures s'inscrivent dans la liste des effets courants des liaisons dangereuses qu'entretient l'eau (sous toutes ses formes: liquide, vapeur, solide) avec les matériaux de construction. Nous pouvons énumérer ici la pourriture du bois, la corrosion des matériaux, l'altération des joints de maçonneries et des enduits, la dégradation des revêtements de sol et des peintures, l'éclatement des canalisations. (SALAGNAC, 2008).

L'humidité est la cause de nombreuses affection respiratoire, telle que : la rhinite allergique chronique, l'allergie respiratoire et l'asthme. Ces maladies se manifestent

généralement par une toux, des éternuements, des problèmes respiratoires, etc. Elles anéantissent la vie de plusieurs personnes, qui parfois, sont loin de s'imaginer que cela provient de l'environnement humide du logement. Ces affections respiratoires peuvent être graves : bloquer le développement pulmonaire des enfants, engendrer un cancer. ([Lamy Expertise, 2015](#)).

Cependant, la température est la traduction à l'échelle macroscopique d'un état énergétique de la matière à l'échelle microscopique. Ne pouvant accéder directement aux phénomènes qui sont à l'origine de la chaleur, on décrit donc l'état thermique d'un corps, sa température, à l'aide des manifestations extérieures que l'on peut constater et mesurer. Dans le bâtiment le taux d'humidité se traduira par la présence d'air humide relative, perceptible par la température. Plus la température est faible, plus la présence de la vapeur d'eau contenu dans l'air sec est réduite et plus le taux d'humidité relatif est élevé. L'humidité peut augmenter la conductivité thermique des matériaux et réduire sa résistivité thermique jusqu'alors isolants induisant un surplus de dépense énergétique (Piton, 2013).

La Photo1 ci-dessous nous montre un exemple de la manifestation de l'humidité dans le bâtiment :

Par [Lamy Expertise](#) le 14 janvier 2013



Photo 1 : Développement de la moisissure sur un mur

Les différentes sources d'humidités sont :

-La condensation :

La quantité de vapeur d'eau que peut contenir un volume d'air initialement sec est

limitée. Cette limite augmente avec la température. Dès lors que cette limite est atteinte, il y a condensation, c'est-à-dire passage de l'état gazeux à l'état liquide de toute vapeur en excès.

-Les remontées capillaires (ou humidité ascensionnelle) :

Ce phénomène se produit dans des matériaux de construction poreux, c'est-à-dire dont la structure présente de nombreuses cavités de faible dimension. Ces cavités sont souvent reliées entre elles et forment de très longs canaux appelés CAPILLAIRES. La migration de l'eau qui se produit du bas vers le haut, peut atteindre plusieurs mètres. Elle est particulièrement active dans les murs enterrés qui sont en contact avec le sol humide. Les matériaux très peu poreux ne sont pas sujets à ce phénomène.

-L'adsorption :

La grande majorité des matériaux de construction sont naturellement humide. L'hygroscopicité est plus ou moins marquée suivant les matériaux. Elle est liée notamment à leur nature poreuse. L'air ambiant (plus ou moins chargé d'humidité sous forme de vapeur) circule à travers les pores. Suivant la taille de ceux-ci et l'humidité relative de l'air, de l'eau liquide se dépose au sein du matériau. Mis en relation suffisamment longtemps avec une ambiance contrôlée, un matériau poreux finit par atteindre une teneur en eau d'équilibre. La mise en équilibre est un phénomène lent qui est régi par la structure interne du matériau : Taille et distribution spatiale des pores.

-Les infiltrations directes :

Elles surviennent sur une façade suffisamment mouillée. Par exemple, le cas d'une façade exposée à une pluie battante (dont la force de pénétration peut être renforcée par le vent) ou aux gouttières. (Grenoble, 2010). Dans le cadre de ce travail, nos investigations seront axées sur ce dernier cas.

En résumé, les différentes origines de l'humidité sont représentées par la figure 1.0.

porosité selon la disposition des vides :

- **porosité ouverte** ou **percolante**, qui est l'ensemble des pores connectés formant un réseau complexe et tortueux, communiquant entre eux et avec l'extérieur du matériau, et permettant un transfert de masse à travers le matériau.

- **porosité fermée**, constitué des autres réseaux qui n'ont pas d'ouverture avec l'extérieur, ou les pores qui sont isolés. La phase liquide est quant à elle constituée généralement d'eau contenue dans l'espace poral. Enfin, la phase gazeuse, contenue elle aussi dans l'espace poral est constitué de vapeur d'eau et d'air sec.

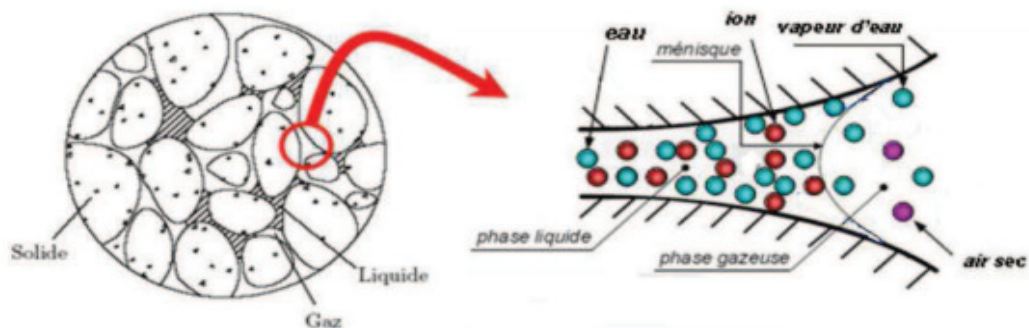


Figure 1.1 : Description d'un milieu poreux avec les trois phases représentées
(WALID, 2012).

Le bâtiment est constitué d'un ensemble de plusieurs matériaux ; la brique, le béton, les terres de construction, les revêtements, les boiseries. Tous sont poreux, ce qui influe sur leur comportement mécanique, capital dans leur utilisation en construction.

II- QUELQUES PARAMETRES PHYSIQUE DU BATIMENT

Les grandeurs physiques suivantes sont les plus couramment utilisées pour caractériser un milieu poreux:

-Hygroscopicité

Un matériau est dit « *hygroscopique* » s'il peut fixer une quantité mesurable d'humidité de l'air environnant. L'hygroscopicité est plus marquée pour les matériaux présentant des pores

très fins (< 100 nm).

- Teneur en eau en masse par volume : w

La teneur en humidité en masse par volume est le rapport de la masse d'eau

Sur le volume apparent du matériau sec. Elle est exprimée en kg/m^3 .

- Perméabilité à l'eau d'un matériau :

La perméabilité d'un matériau δ_p , définit sa capacité à se laisser traverser par l'eau sous l'action d'une pression entre ses deux faces opposées. Dans le cas où l'eau est liquide, il s'agit du rapport de la quantité d'eau traversant un matériau par unité d'épaisseur, de temps et par unité de différence de pression capillaire régnant de part et d'autre du matériau. Cette grandeur dépend des caractéristiques physiques du matériau telles que le diamètre des pores ou la géométrie des vides.

La perméabilité liquide ou conductivité liquide sera notée k_l et s'exprime en **kg/(m.s.Pa)**

-Conductivité thermique λ (W/m.K) : est la quantité d'énergie traversant un mètre carré de matériau d'un mètre d'épaisseur et pour une différence d'un degré de température. Elle représente l'aptitude ou la Capacité à conduire la chaleur. Plus λ est faible, plus le matériau s'oppose au transfert de l'humidité, et plus il est isolant.

-Résistance à la diffusion d'eau

Le rapport de l'épaisseur du matériau sur la perméabilité à l'eau est la résistance à la diffusion notée R_D en **$[\text{m}^2.\text{s.Pa} / \text{kg}]$** .

-Résistance thermique :

La résistance thermique **R** ($\text{m}^2\text{K/W}$), détermine le pouvoir isolant du matériau, plus R est élevée plus le matériau est isolant.

- La capacité thermique :

C'est l'énergie qu'il faut apporter à un matériau pour augmenter sa température. Elle augmente lorsque la température diminue.

-Capillarité :

C'est la propriété d'un matériau se chargeant en eau liquide à son contact par succion. Les murs du bâtiment étant poreux comme on l'a vu plus haut, à l'intérieur se produit à la fois des échanges thermiques et des transferts d'eau (liquide, vapeur) qui dépendent les uns des autres.

CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons évoqué quelques généralités nous permettant de mieux comprendre les rouages de notre étude. Nous avons présenté le problème du bâtiment au plan environnemental, structural et même sur le plan du confort des occupants. Ensuite, nous avons défini certains termes physiques sur lesquels s'appuieront nos investigations et qui permettront une meilleure compréhension de ce qui va suivre. Dans le prochain chapitre, nous-nous intéresserons au processus de transfert proprement dit.

CHAPITRE 2 : MATERIEL ET METHODES

Le transport d'humidité en milieux poreux résulte d'une composition de différents phénomènes à l'origine du mouvement de chacune des phases présentes (liquide et vapeur). La part de chacun de ces mécanismes sur la quantité d'eau fixée dépend particulièrement des propriétés du matériau, des conditions climatiques dans lequel il est placé (pression de vapeur et température) et enfin de la nature de la phase aqueuse (liquide ou vapeur). Dans ce chapitre, on s'attardera principalement sur les transferts induits par la présence de pores remplis d'eau liquide. Ensuite, on établira l'équation de diffusion qui régit ce transfert. Enfin, nous présenterons notre modèle d'étude.

I - TRANSFERT DE L'HUMIDITE DANS LE BATIMENT

I.1 - PROCESSUS DE TRANSFERT DE LA PHASE VAPEUR

Le transfert de cette phase s'effectue par deux modes différents, fonction des dimensions des pores dans le matériau : soit par diffusion moléculaire, soit par transport de knudsen ou effusion ; ou alors plus réellement par combinaison des deux modes.

I.2 - PROCESSUS DE TRANSFERT DE LA PHASE LIQUIDE

L'écoulement de l'eau liquide est dû à une différence de pression liquide au sein de l'eau dirigé dans le sens des pressions décroissantes. Ce processus intervient à la suite du mécanisme de fixation d'eau liquide dans le matériau par succion ; c'est-à-dire qu'il est dû à la capillarité et dépend du matériau en présence.

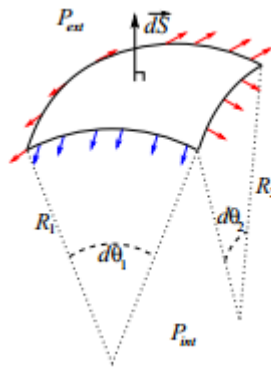
I.2.1 - PHENOMENE DE CAPILLARITE

C'est un phénomène naturel qui explique le cheminement de l'eau entre les phases immiscibles du matériau. Elle décrit la discontinuité de pression de part et d'autre d'une interface courbée. Ce phénomène obéit à la loi de LAPLACE qui stipule : « étant donné un élément de surface dS courbé, dont les rayons de courbure sont R_1 et R_2 dans deux directions orthogonales. Il subit par ses côtés des forces linéiques de tension de surface, exercées par le reste de l'interface.

À l'équilibre, la résultante de ces forces s'annule avec les forces de pression exercées

sur la surface. Les composantes tangentielles s'annulent deux à deux, on calcule la composante normale à la surface de la résultante des forces. La force subie par Un côté (par exemple le côté bleu) de l'élément de surface est :

$$-d\theta_1 R_1 \gamma \sin \frac{D\theta_2}{2} = -\frac{1}{2} d\theta_1 d\theta_2 R_1 \gamma \quad (1)$$



La projection de la résultante s'écrit donc :

$$-\gamma d\theta_1 d\theta_2 R_1 - \gamma d\theta_1 d\theta_2 R_2 + (p_{int} - p_{ext}) d\theta_1 R_1 D\theta_2 R_2 = 0 \quad (2)$$

Avec γ la tension superficielle.

On en déduit :

$$p_{int} - p_{ext} = \gamma \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (3)$$

En posant, R le rayon de courbure moyen au point considéré, défini par :

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

On a :

$$p_{int} - p_{ext} = \frac{2\gamma}{R} \quad (4)$$

$\frac{2}{R}$ est la courbure moyenne. R ne dépend que du point de la surface considéré, et pas des plans de coupe. » (Mouette, 2002).

Supposons qu'à l'extérieur on a le liquide et qu'à l'intérieur on a le solide, la pression intérieure est p_s et celle extérieure est p_l on a :

$$p_s - p_l = \frac{2\gamma}{R} \quad (5)$$

I.2.2 - MISE EN EQUATION DU PROCESSUS DE TRANSFERT DE L'HUMIDITE

Dans ce paragraphe et dans la suite, on considère le cas où le mur est bien mouillé, arrosé par l'eau de pluie. On suppose que les forces gravitaires sont négligeables. D'après la loi de LAPLACE, telle que démontrée ci-dessus, nous avons :

$$P_c = P_s - P_l \quad (6)$$

Où P_c désigne la pression capillaire qui est une surpression ; encore appelée pression de succion ou tout simplement succion. Dans la suite, on posera $P_c = S$. Le lecteur peut se référer aussi à (Boucher, 1980).

D'après la loi de DARCY, la densité de flux liquide est déterminée par l'équation :

$$g_l = -k_l \nabla S \quad (7)$$

Où k_l est la perméabilité du matériau à l'eau liquide. Cette perméabilité est liée au coefficient de transport capillaire D_l , par la relation :

$$k_l = D_l \frac{\partial w}{\partial S} \quad (8)$$

Ici, w désigne la teneur massique en eau du matériau. Substituons (8) dans (7), il vient :

$$g_l = -D_l \nabla w \quad (9)$$

L'équation qui régit ce transport est donnée par la loi de FICK :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\nabla g_l \quad (10)$$

Les équations (9) et (10) conduisent à :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nabla (D_l \nabla w) \quad (11)$$

Philip (1969) fut le tout premier physicien à introduire la non-linéarité dans le processus de diffusion de l'eau liquide.

I.2.3 - ETUDE DE DEUX CAS SIMPLE DE DIFFUSION EN DIMENSION 1

Nous nous intéresserons d'abord à deux cas simple:

a) - Cas de KIRCHOFF, $D_l = 1$. L'équation de diffusion (11) se réduit à :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (12)$$

On obtient une équation linéaire qui peut être résolue par la méthode de séparation de variables. Pour y parvenir, posons :

$$w(x, t) = X(x)T(t) \quad (13)$$

Introduisons (13) dans l'équation (12). Après quelques transformations mathématiques, nous déduisons :

$$\begin{cases} T(t) = c_1 e^{\beta t} \\ X(x) = c_2 e^{\beta x} + c_3 e^{-\beta x} \end{cases} \quad (14)$$

Où β est un entier relatif ; c_1, c_2, c_3 sont des constantes qui peuvent être déterminées en considérant les conditions aux limites suivante:

$$\begin{cases} w(0, t) = 0 \\ w(e, t) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

e Désigne l'épaisseur du mur. En définitive, nous obtenons comme solution (voir Annexe 1)

$$w(x, t) = -4c_1 \sinh \beta e \cdot \sinh \beta x \cdot e^{\beta t} \quad (16)$$

b) - cas où D_t est une constant différent de 1:

L'équation de diffusion (11) devient :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D_t \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial w}{\partial x} \right] \quad (17)$$

Qui se ramène à la même forme que le cas étudié en (a), à une constante près. L'équation (17) peut se résoudre par une méthode semblable à celle utilisée dans l'équation (12). Dans la suite de ce travail, nous nous intéresserons au cas où le coefficient de diffusion n'est pas constant et dépend de la teneur en eau.

II - MODELE D'ETUDE

Notre travail se rapporte au cas particulier du mur fait en béton. Nous nous limitons à trois types de bétons différents, à savoir : Le béton traditionnel, Le béton en pierre ponce, Le béton cellulaire. Nous analyserons l'influence de la qualité du béton sur la question énergétique. Ainsi, pour un mur de 20cm d'épaisseur, dont la face extérieure est exposée aux intempéries climatiques, nous étudierons l'impact de l'humidité sur la conductivité, la résistance de chaque béton en fonction du temps. Nous nous intéressons également à son impact sur la température intérieur du mur. Pour y parvenir, nous ferons une simulation numérique à l'aide de la méthode de Runge-Kutta d'ordre (4-5) avec comme intégrateur le DOPRI5.

II.1 - BREF APERÇU SUR LA NOTION DU BÉTON

En fonction des modifications apportées au mélange de base (Picardat, 2014), nous étudions trois types de béton :

II.1.1 - LE BÉTON TRADITIONNEL

C'est le bloc béton-parpaing ou moellon arrivé tout droit des Etats-Unis après la 2nde guerre mondiale, pour une reconstruction rapide et économique. Il est composé de granulats à 87%, de ciment à 7% et de 6% d'eau, le mélange est moulé. Actuellement, le parpaing sert à la construction de murs porteurs et de cloisons. Recyclable en gravats ou éléments de base pour la fabrication de blocs béton. Le bloc béton est composé de matières non renouvelables mais disponibles en très grandes quantités, à peu près partout et moins coûteux. Le béton n'isole que très peu des bruits environnants.

Il est de Performances thermiques moyennes : du fait de sa structure peu poreuse, le bloc béton n'isole que très peu thermiquement.

La présence de ciment peut présenter un risque de dermatite lors de la pose. Lors de cette pose, la sciure des blocs peut également être dangereuse suite à l'émission de poussières fines (<5µm) pouvant pénétrer dans les alvéoles pulmonaires. Il est Composé exclusivement de ressources minérales, le bloc béton n'émet pas de substances toxiques dans l'atmosphère. Sans ventilation efficace, des moisissures ou d'autres formes d'organismes nocifs pour l'être humain peuvent se développer. Le bloc béton est classé M0 au comportement au feu (incombustible). (Guide de choix des éco-matériaux "Le gros œuvre", cd2e, 2008).

II.1.2 - LE BÉTON EN PIERRE PONCE

Les blocs de béton légers sont composés de granulats de pierre ponce (matériau poreux) à 92% ou plus rarement des billes d'argile expansées liés par du ciment à 8%.(Guide de choix des éco-matériaux' 'le gros œuvre'',cd2e, 2008). La pierre ponce est une roche volcanique de faible densité provenant de Grèce ou d'Amérique du sud. Elle se forme à partir de fragments de magma, projetés en l'air lors d'une éruption volcanique, ce qui provoque une chute brutale de pression associée un dégazage et crée ainsi une formation de bulles séparées par de minces parois de verre. Ces bulles renforcent son système d'isolation.

La fabrication de ce béton est peu gourmande en énergie grise, c'est-à-dire l'énergie consommée pour l'extraction, la production et le transport (Tucker, 2000 et De Herde, 2007). Il a une durabilité assez appréciable. Il est Incombustible, et résiste au feu pendant plusieurs heures sans émettre de fumée toxiques. En générale, il n'émet pas de substances toxiques lors de son utilisation. Mais seulement, si c'est de la pierre ponce provenant de l'activité sidérurgique qui entre dans la composition du bloc, il peut y avoir un risque d'émissions toxique. La pierre ponce présente également un taux moyen en isotopes radioactifs. De plus, signalons que la pierre ponce est disponible en quantité limitée (d'ici 25 ans, les ressources seront épuisées). (LAFARGE, 2010).

II.1.3 - LE BÉTON CELLULAIRE : BÉTON À HAUTE PERFORMANCE

Le béton cellulaire a été mis au point par un architecte suédois, J.-A Erikson en 1924. Il cherchait un matériau de construction possédant les caractéristiques du bois (isolation, solidité), sans ses inconvénients comme la combustibilité. Le béton cellulaire répond à ces critères. Le matériau est constitué par un mélange de sables siliceux (50 à 60%), de ciments (20 à 30%) et de chaux (10 à 20%) auquel on ajoute de la poudre d'aluminium (0,05%). Cette dernière réagit avec la chaux pour former de l'hydrogène qui s'échappe donc et crée des grandes quantités de bulles et fait gonfler le matériau. Ce qui implique la formation de pores après celle-ci. On obtient, ensuite, un matériau relativement léger. Le matériau est ensuite durci à la vapeur à 190°C dans un autoclave pendant 6 à 12 heures.

La haute densité de cellules d'air dans le matériau confère donc au matériau un pouvoir isolant intéressant. C'est un matériau très friable et fragile. Le matériau est facile à mettre en œuvre de par sa légèreté et l'existence d'un système de poignées. Malheureusement, ses constituants ne sont pas renouvelables et sont très coûteux.

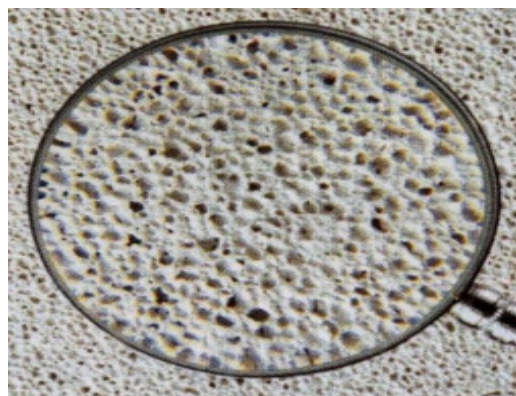


Figure 2.0 : La forte porosité du béton cellulaire (Source : python couverture construction)

II.2 – PARAMETRES PHYSIQUES AFFECTES PAR L'HUMIDITE.

Nous considérons désormais l'équation (11) pour la description de notre système. Kieβl (1983) a proposé une formule reliant le coefficient de diffusivité à la teneur en humidité :

$$D_w = 3,8 \cdot \left(\frac{A}{w_f}\right)^2 \cdot 1000^{\frac{w}{w_f}-1} \quad (18)$$

w_f Désigne la teneur en eau libre ; A est le coefficient d'absorption de l'eau ($\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}^{\frac{1}{2}}$).

En substituant la relation (18) dans l'équation (11), nous obtenons :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[3,8 \left(\frac{A}{w_f}\right)^2 \cdot 1000^{\frac{w}{w_f}-1} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right] \quad (19)$$

(19) est une équation non-linéaire qui est insolvable analytiquement.

Par ailleurs, l'absorption de l'eau par un matériau hygroscopique accentue les déperditions thermiques. Il s'en suit que la présence de l'humidité a un impact sur la conductivité thermique des matériaux de construction. La variation de la conductivité thermique du béton, en fonction de l'humidité peut être modélisée par la formule suivante (Künzel, 1986) :

$$\lambda_w = \lambda_o \cdot \left(1 + \frac{b \cdot w}{\rho_s}\right) \quad (20)$$

Ici,

λ_w est la conductivité thermique du matériau à l'état humide (W/mK)

λ_o est la conductivité thermique du matériau sec (W/mK)

ρ_s est la masse volumique du matériau sec (Kg/m^3)

b désigne le supplément de conductivité thermique, il indique en terme de pourcentage, l'augmentation de la conductivité thermique en présence de l'humidité

Le mode de transfert par conduction résulte d'une différence de température entre deux régions d'une même substance. L'effet macroscopique observable est une égalisation des températures du système. Ce mode de transfert est décrit par la loi de Fourier qui stipule qu'en régime permanent la quantité de chaleur élémentaire dQ qui traverse en x une surface S d'épaisseur dx durant le temps dt est :

$$dQ = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx} \cdot dt \quad (21)$$

Où λ désigne la conductivité thermique.

Le flux de chaleur ϕ en watt qui circule à travers la surface S est donné par :

$$\phi(w) = \frac{dQ}{dt} = -\lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dx} \quad (22)$$

S : section en m^{-1}

La densité de chaleur φ en $w \cdot m^{-2}$

$$\varphi = \frac{\phi}{S} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx} \quad (23)$$

Pour un mur homogène d'épaisseur e de section S, de conductivité thermique λ dont la face en $x=0$ est maintenue à la température T_1 et la face en $x=e$ à la température T_2 . Le flux de chaleur $\phi(w)$ qui traverse le mur est donné par l'équation (22), En régime permanent, la répartition de la température est linéaire :

$$T(x) = -\frac{T_1 - T_2}{e} \cdot x + T_1 \quad (24)$$

D'où

$$\frac{dT(x)}{dx} = -\frac{T_1 - T_2}{e} \quad (25)$$

On a alors :

$$\phi = \frac{\lambda \cdot S}{e} \cdot (T_1 - T_2) \quad (26)$$

ϕ est proportionnel à la différence de température $(T_1 - T_2)$. Le coefficient de proportionnalité représente la conduction thermique.

Donc,

$$G_{th}(w / K) = \frac{\lambda \cdot S}{e} \quad (27)$$

D'où la résistance thermique du matériau est :

$$R_{th} = \frac{1}{G_{th}} = \frac{e}{\lambda \cdot S} \quad (28)$$

D'après l'équation (26), La différence de température entre les deux faces s'écrit :

$$T_1 - T_2 = R_{th} \cdot \phi \quad (29)$$

Considérons le flux de chaleur par unité de surface, avec $\bar{\lambda}$ fonction de ω . On a :

$$R = \frac{e}{\lambda_{\omega}} \quad (30)$$

(Pour un mur de plusieurs épaisseurs, voir annexe 3)

À chaque valeur de ω est associé une conductivité thermique, à chaque conductivité thermique est associé une résistance thermique donné par la formule ci-dessus.

Si l'on veut obtenir une température confortable pendant un période d'hiver ou lorsque la face extérieure du mur est bien arrosée, on doit chauffer le mur avec un appareil de chauffage en lui apportant de l'énergie. D'après la relation (26) cette puissance est donné par :

$$\phi(\omega) = \lambda_{\omega} \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{e} \quad (31)$$

Où $\Delta T = T_i - T_e$, avec T_i température à l'intérieur du mur et T_e température à l'extérieur du mur.

Connaissant la température du mur à l'extérieur, en introduisant l'expression donnée en(23) on peut avoir la température du mur à la position x par la relation :

$$T_x = T_o + \frac{x \cdot \varphi}{\lambda_{\omega}} \quad (32)$$

φ est la densité de chaleur

III – TECHNIQUE NUMERIQUE.

L'équation de base qui sous-tend notre étude est donnée par la relation (19). Afin de faciliter notre simulation numérique, nous allons écrire cette équation sous la forme adimensionnelle. Pour y parvenir nous posons:

$$w_f = ww_f \cdot \bar{w}_f, \quad W = c_o \bar{w}, \quad x = l_o \bar{x}, \quad t = t_o \bar{t} \quad \text{et} \quad A = AA_1 \cdot \bar{A} \quad (33)$$

\bar{w}_f , \bar{w} , \bar{x} , \bar{t} et \bar{A} sont des grandeurs normalisées mesurées en unités de ww_f , c_o , l_o , t_o et AA_1 , respectivement.

$$\text{En plus on a l'artifice :} \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \cdot \frac{\partial \bar{x}}{\partial x} = \frac{1}{l_o} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \cdot \frac{\partial \bar{t}}{\partial t} = \frac{1}{t_o} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \quad (34)$$

En substituant les relations (34) et (33) dans l'équation (19), nous aboutissons à (voir

annexe 2) :

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[3,8 \cdot \left(\frac{A}{w_f} \right)^2 \cdot 1000^{\frac{w}{w_f}-1} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right] \quad (34)$$

Avec $t_0 = \frac{(l_0 \cdot c_0)^2}{(AA_1)^2}$ $w w_f = c_0$

nous résolvons numériquement cette équation et nous obtenons \bar{w} , Puis w .

Pour chaque valeur de w nous calculons la conductivité thermique, λ_{cb} , selon l'équation (20), puis celle de la résistance thermique du matériau en chaque point suivant l'équation (30).

Connaissant la température à l'extérieur du bâtiment, nous fournissons de l'énergie à un appareil de chauffage pour réchauffer le bâtiment de façon à maintenir une température d'environ 20°C à l'intérieur du bâtiment pour le confort de ses occupants. Nous déterminons la puissance nécessaire pour ce chauffage en fonction de la température extérieure et du type de béton utilisé dans la construction. Nous calculons la température en chaque point du mur à partir de la relation (32).

Pour ce faire, nous utilisons les données suivantes pour nos trois types de béton.

Type de béton	Masse volumique du matériau sec (Kg/m ³)	Conductivité thermique (W/m K)	Coefficient spécifique de chaque matériau (%)	Teneur en eau libre (Kg/m ³)	coefficient d'absorption d'eau (kg/m ² · s ^½)
Béton conventionnel	2300	1,40	8	128	0,228
Béton en pierre ponce	1550	0,7	4	277	0,166
Béton cellulaire	600	0,12	4	340	0,10

Tableau 1 : Les données numériques liées aux trois différents types de bétons considérés dans ce travail.

Comme on peut le constater, le traitement analytique de ce modèle n'est pas évident. Manifestement, l'équation de diffusion non linéaire (34) régissant le système ne se prête pas à

une résolution analytique, nous avons alors opté pour une approche numérique du problème. Il convient de rappeler que seule une procédure numérique assez stable pourrait conduire à des solutions physiques acceptables. Une méthode numérique est qualifiée de stable si les erreurs numériques telles que celles générées par des arrondis ne sont pas amplifiées. De plus, il faut que la solution approximative soit limitée. Cette exigence s'applique aux schémas de progression temporelle et de solveurs itératifs. Il vaut la peine de souligner que la notion de stabilité met en lumière la relation entre la solution exacte du problème discret et la solution calculée prenant en compte les erreurs d'arrondi et d'itération.

De nos jours, tous les outils mathématiques nécessaires à l'étude de la stabilité sont disponibles dans les cas de problèmes linéaires à coefficients constants. La technique la plus populaire est incontestablement la Méthode de Von Neumann. Voir, par exemple, les références (Charney, 1950). D'autre part, les problèmes non linéaires sont plus difficiles à analyser et peuvent exiger des techniques de stabilité avancées. Il est donc important de résoudre ce problème en utilisant une technique tout à fait appropriée. Dans ce sens, nous introduisons la méthode de Runge Kutta d'ordre (4-5) (Dormand, 1986) en utilisant comme intégrateur le code DOPRI5 (Hairer, 1987). Ceci nous permet de décrire précisément la diffusion non-linéaire de l'humidité dans les matériaux de construction poreux tels que les bétons.

La base de cette méthode consiste à discrétiser la partie spatiale de l'opérateur tout en maintenant la partie temporelle comme telle. Cette approche permet d'augmenter la précision de l'approximation

Sur le temps et sur l'espace en toute indépendance et en toute simplicité. Cette technique permet de contrôler l'erreur locale en faisant varier le pas temporel. Nous choisissons l'approximation des volumes finis comme technique de discrétisation de la partie spatiale. Ici, l'opérateur est intégré sur des volumes de référence.

CONCLUSION.

Dans ce chapitre, nous avons présenté le processus de diffusion de l'eau liquide dans les murs de bâtiment fait en béton. Nous avons établi l'équation non-linéaire qui décrit cette diffusion. Pour deux cas simples de diffusion où le coefficient de diffusion est constant, nous avons abordé analytiquement cette équation. Nous avons par la suite considéré le cas général où le coefficient de diffusion est variable. Dans ce cas l'équation de diffusion ne peut plus être résolue analytiquement. Face à cette complexité, nous avons opté pour une approche numérique du problème. Nous-nous sommes évertués à résoudre numériquement cette équation par la méthode de Runge-Kutta d'ordres (4-5) en utilisant comme intégrateur le code DOPRI5. Cette démarche numérique, nous a permis de calculer : la teneur en humidité, la conductivité thermique, la résistance thermique et la température à l'intérieur du bâtiment. Ceci nous a permis d'étudier l'impact de l'humidité sur différents paramètres physiques du système. Dans le chapitre suivant, nous allons présenter et discuter les résultats de notre étude numérique.

CHAPITRE 3 : RESULTAT ET DISCUSSION.

Dans ce chapitre nous présenterons dans une première partie, les résultats de notre étude. Dans une deuxième partie, nous ferons une analyse de ces résultats afin de tirer les conclusions nécessaires.

I- RESULTATS DE L'ETUDE.

Pour différentes valeurs de la température extérieure (-5°C , 0°C , 5°C , 10°C), on chauffe le mur pour chaque type de béton et on relève l'énergie qu'il faut pour ramener la température intérieure à 20°C . Ces valeurs sont contenues dans le tableau suivant :

Température extérieur ($^{\circ}\text{C}$)	Type de béton	Energie de chauffage (W)
-5	Béton conventionnel	165
	Béton en pierre ponce	80
	Béton cellulaire	14
0	Béton conventionnel	135
	Béton en pierre ponce	65
	Béton cellulaire	12
5	Béton conventionnel	105
	Béton en pierre ponce	50
	Béton cellulaire	9
10	Béton conventionnel	70
	Béton en pierre ponce	35
	Béton cellulaire	6

Tableau 2: La puissance fournie à l'appareil de chauffage, par unité de surface du mur du bâtiment, nécessaire pour maintenir la température intérieure autour de la valeur $T=20\text{ C}$ pour les trois différents types de béton étudiés. Les calculs sont effectués pour différentes température extérieure (-5°C , 0°C , 5°C , 10°C).

Ainsi on obtient les résultats suivants :

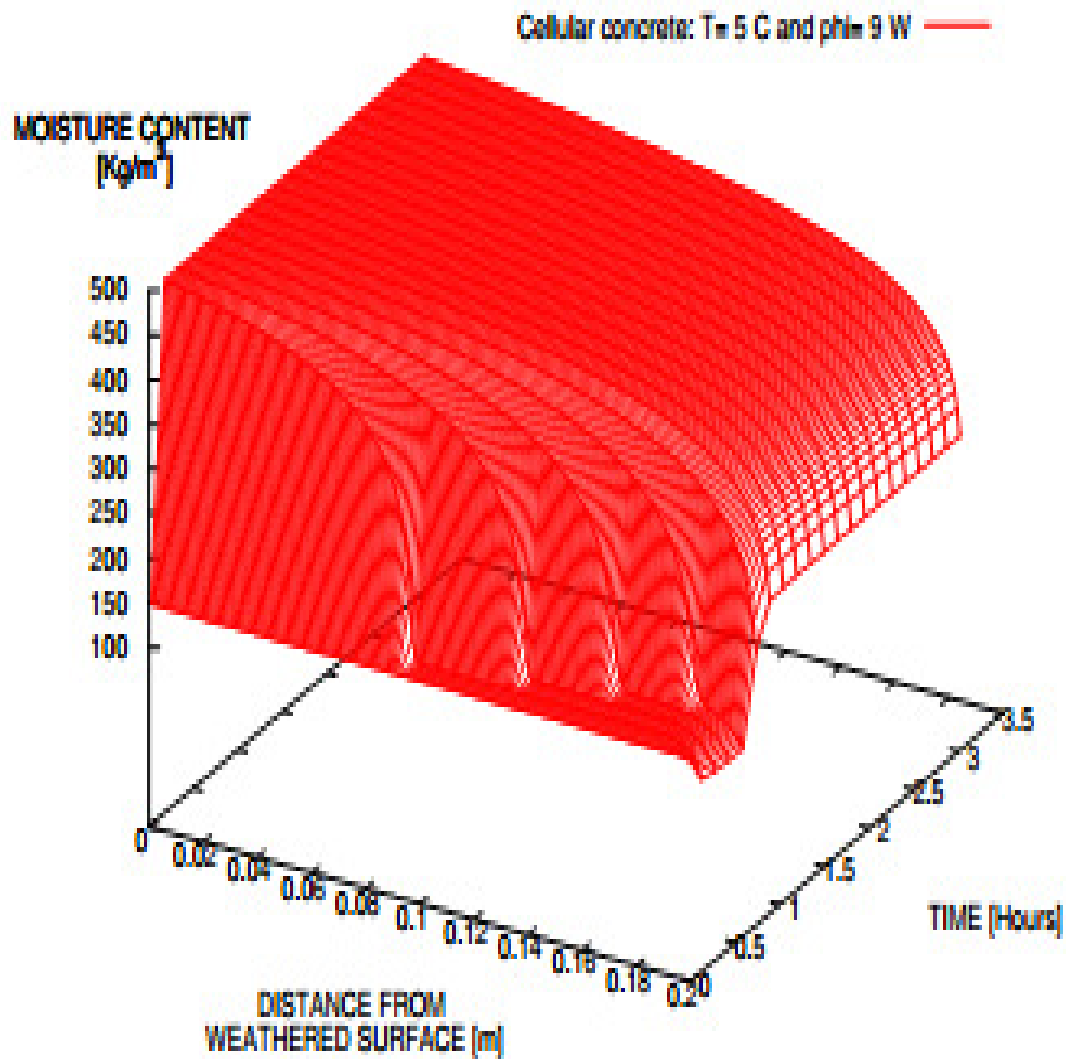


Figure 1 : Évolution temporelle du profil de la teneur en humidité dans le mur fait en béton cellulaire en fonction de la distance mesurée à partir de la face du mur exposée aux intempéries.

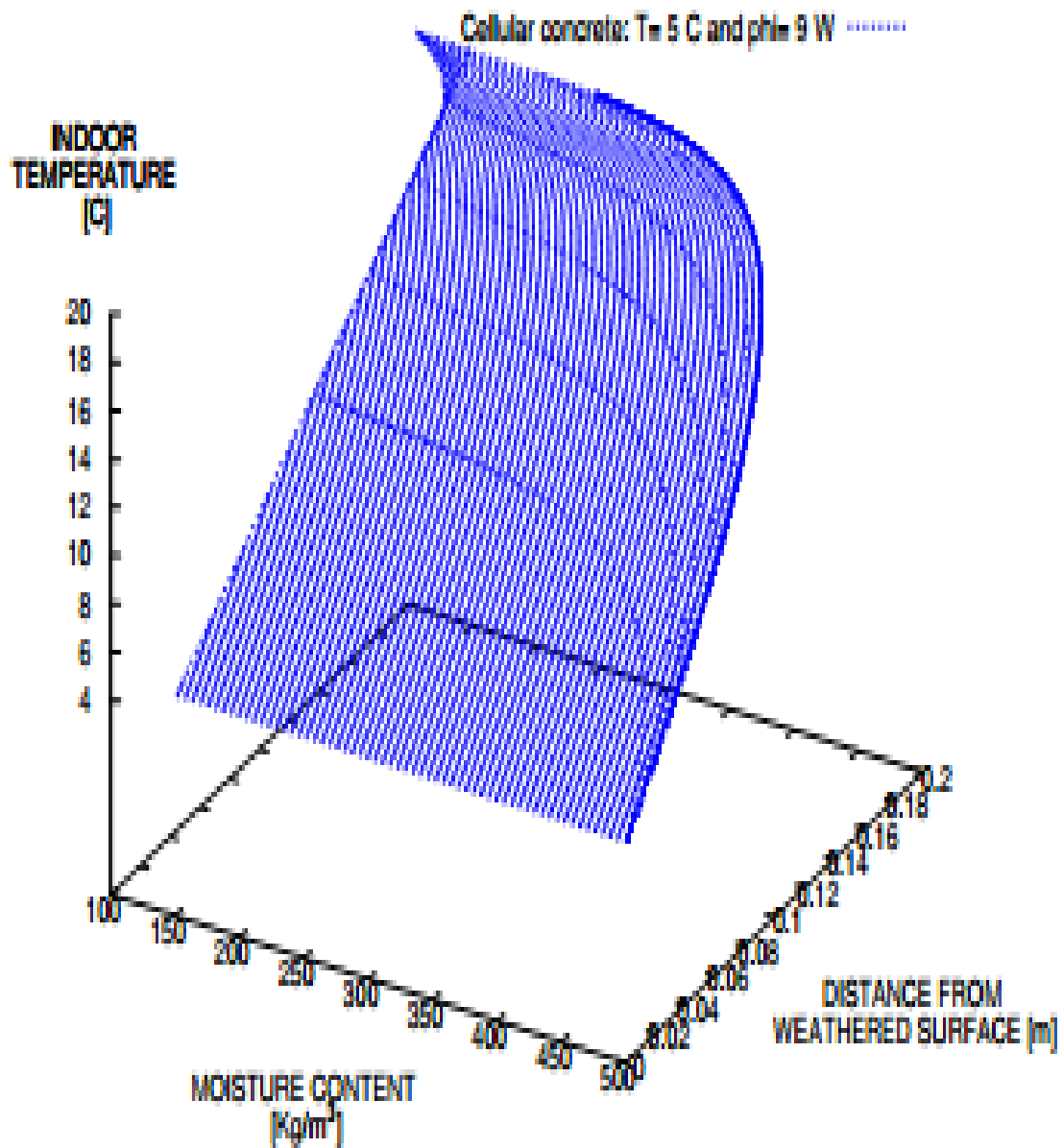


Figure 2: La température intérieure en fonction de la teneur en eau calculée à différentes distances de la surface mouillée. Le matériau de construction considéré étant le béton cellulaire.

Cellular concrete: $T_m = 5\text{ C}$ and $\phi_m = 9\text{ W}$ —

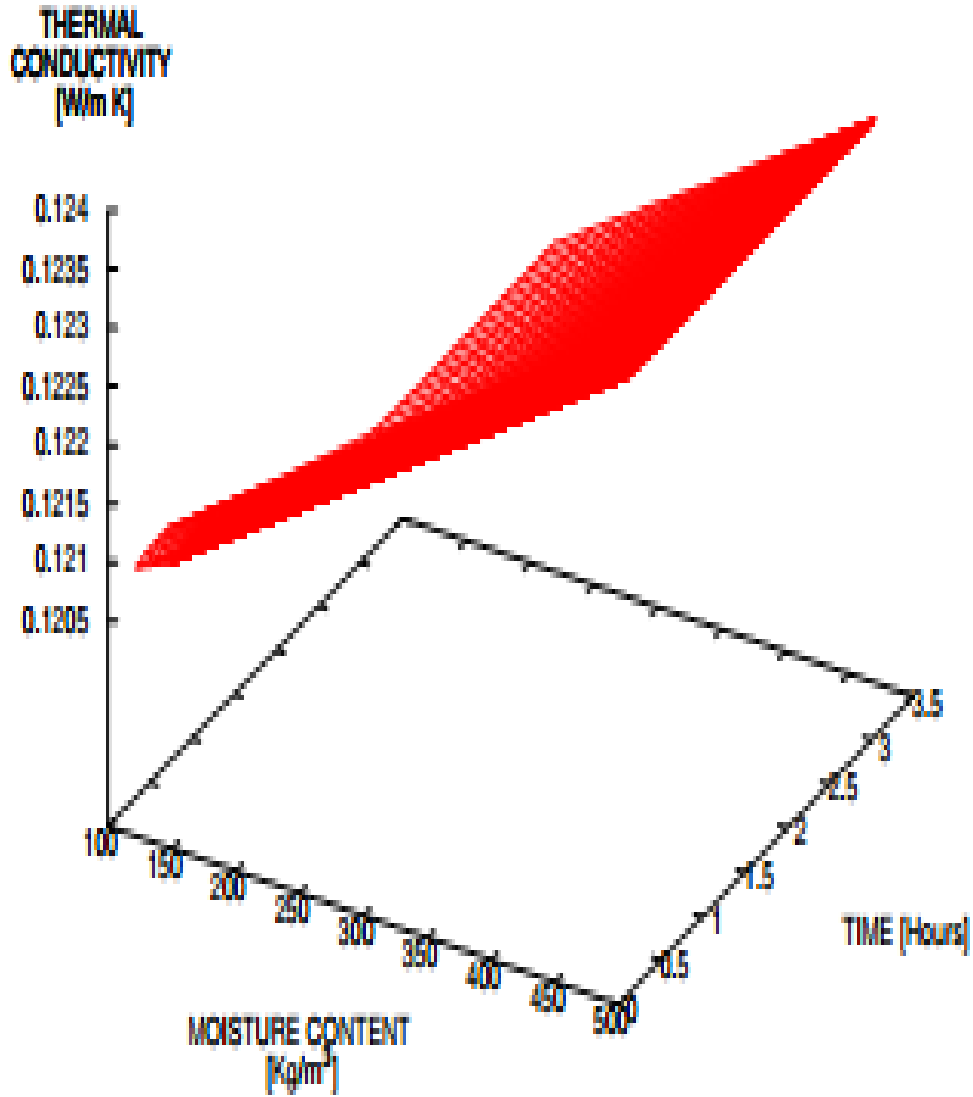


Figure 3 : Représentation temporelle de la conductivité thermique en fonction de la teneur en humidité. Le matériau de construction impliqué dans les calculs étant le béton cellulaire.

Cellular concrete: $T_m = 5\text{ C}$ and $\phi_{lm} = 9\text{ W}$ —

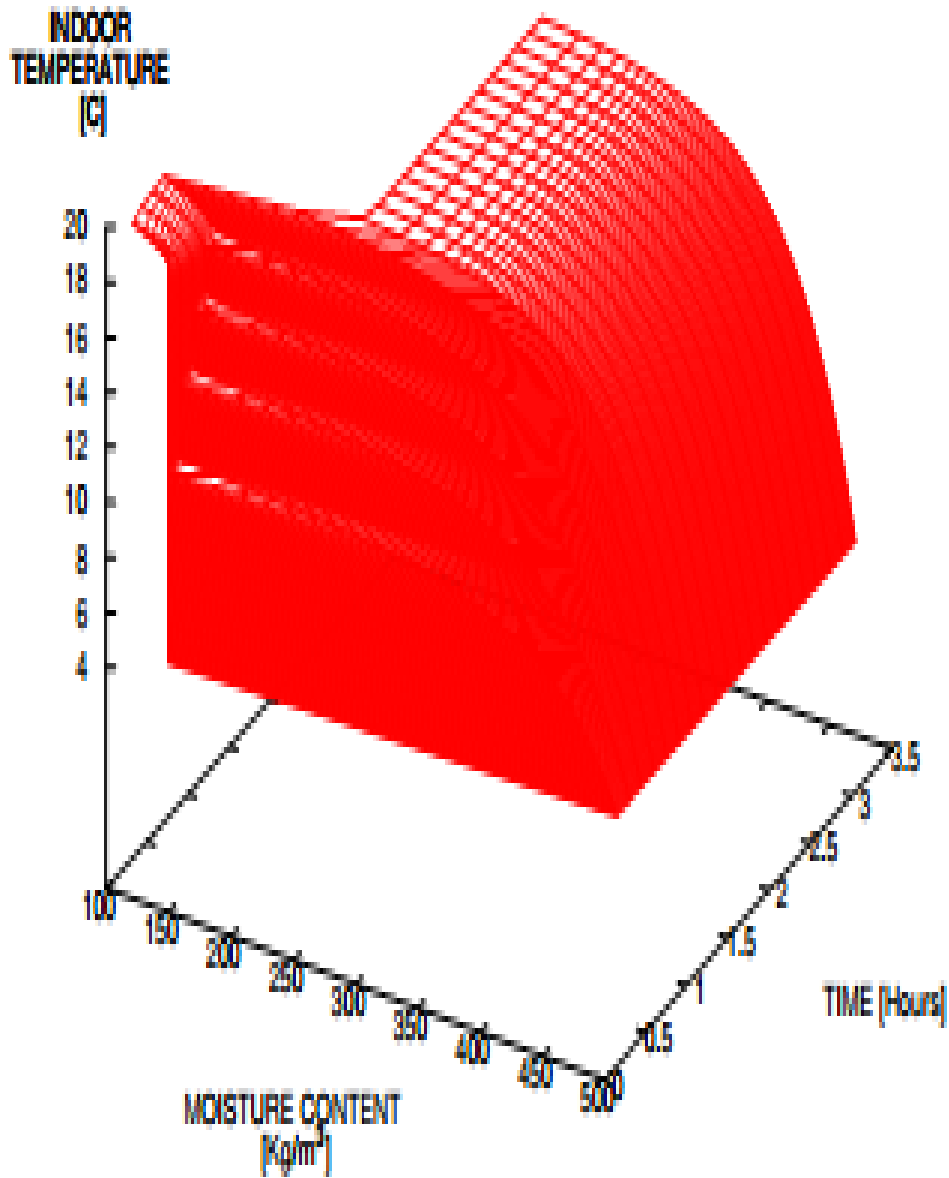


Figure 4 : Représentation temporelle de la température intérieure en fonction de la teneur en humidité dans le cas du béton cellulaire.

Cellular concrete: $T_i = 5\text{ }^\circ\text{C}$ and $q_i = 9\text{ W}$

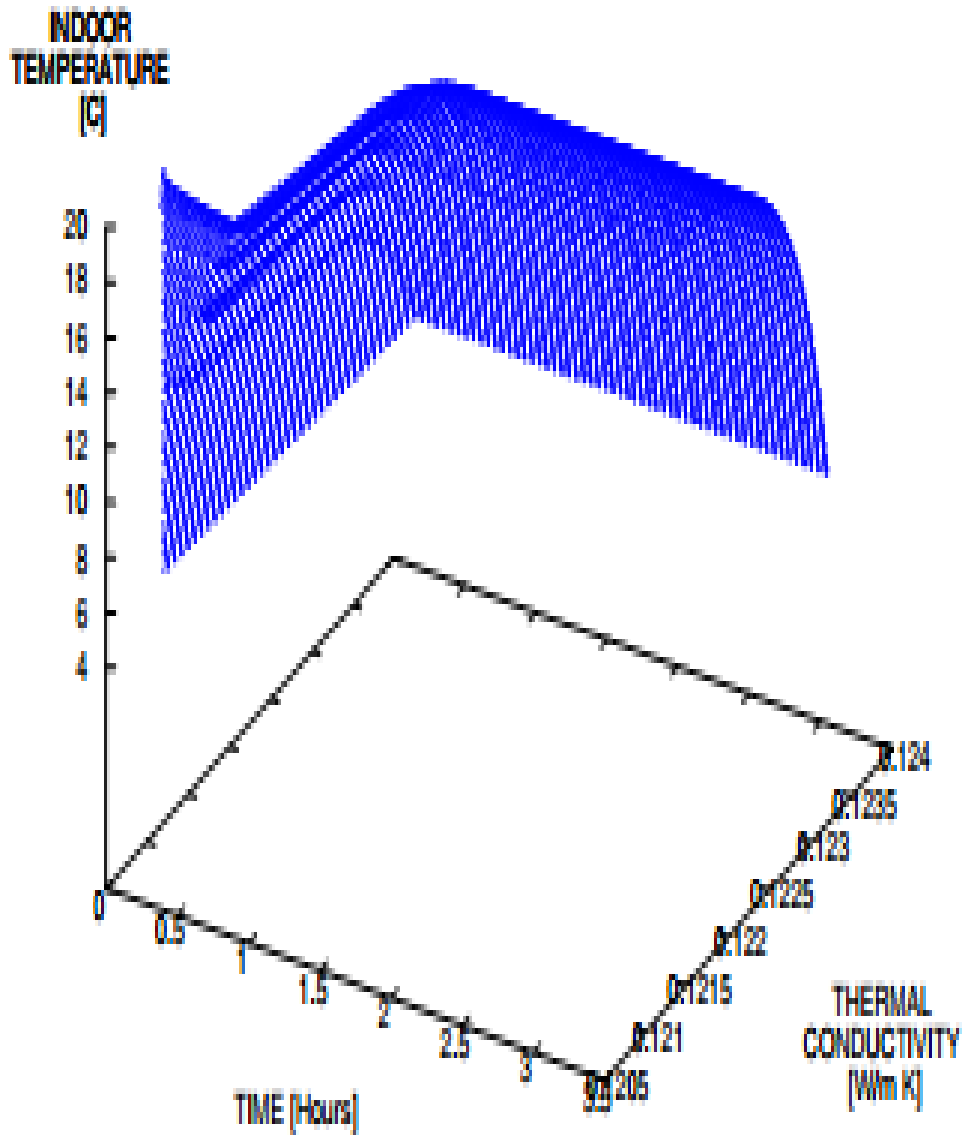


Figure 5 : Évolution temporelle de la température en fonction de la conductivité thermique.
Le matériau de construction considérée étant le béton cellulaire.

Cellular concrete: $T = 5\text{ C}$ and $\phi = 9\text{ W}$

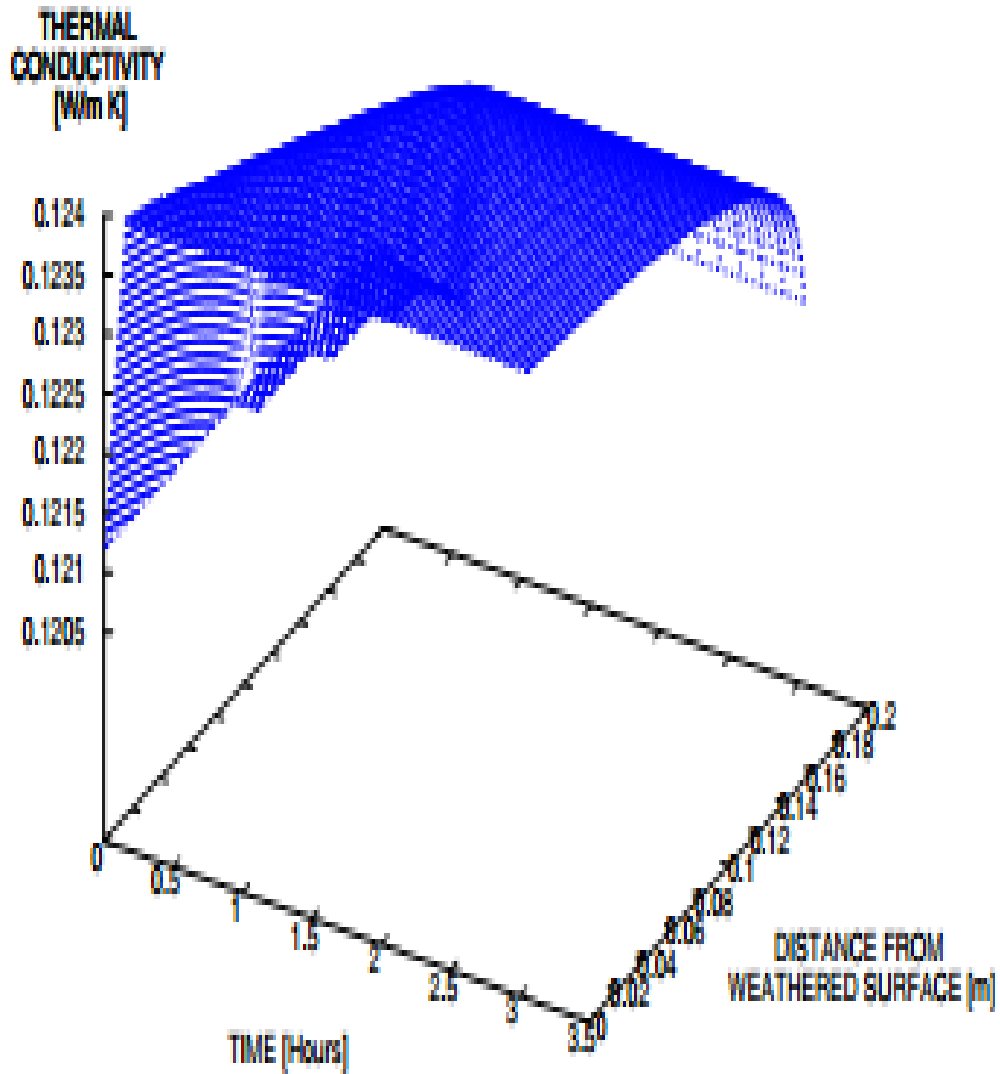


Figure 6 : Profil temporel de la conductivité thermique à différentes distances de la surface altérée. Le matériau de construction considérée est le béton cellulaire.

Cellular concrete: $T = 5\text{ }^{\circ}\text{C}$ and $\phi = 9\text{ W}$ —

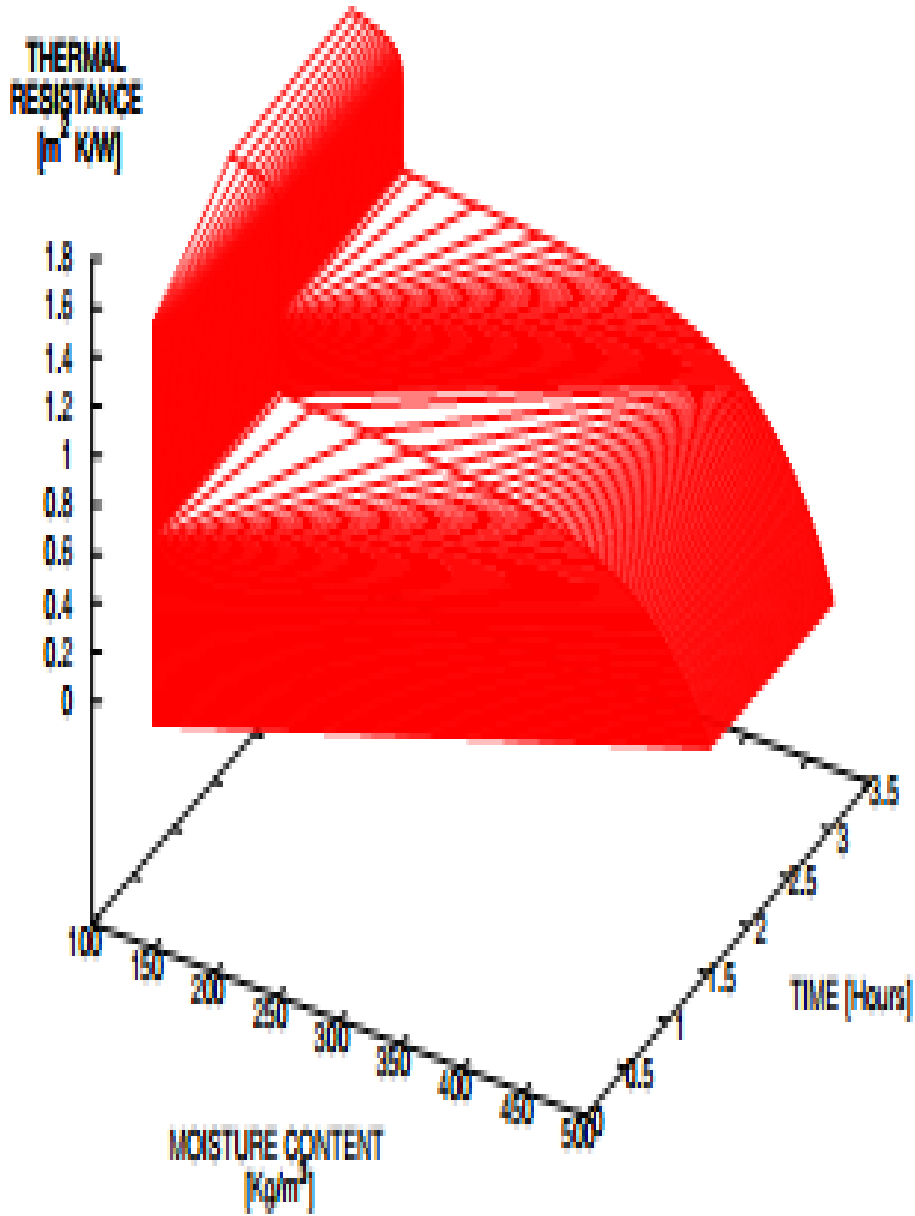


Figure 7 : Profil temporel de la résistance thermique en fonction la teneur en humidité. Le matériau de construction étudié est le béton cellulaire.

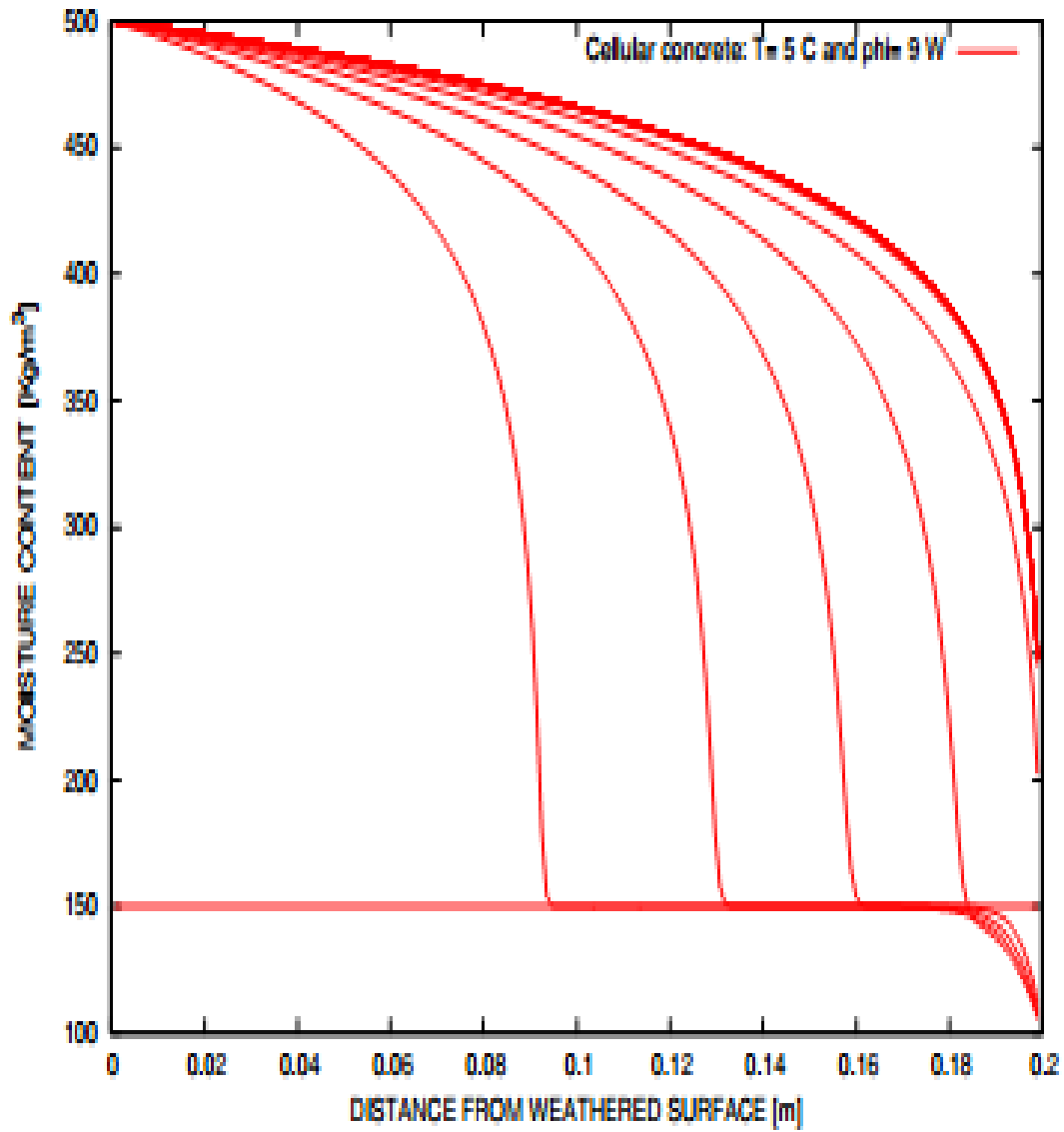


Figure 8 : La teneur en humidité dans le béton cellulaire en fonction de la distance mesurée par rapport à la surface altérée.

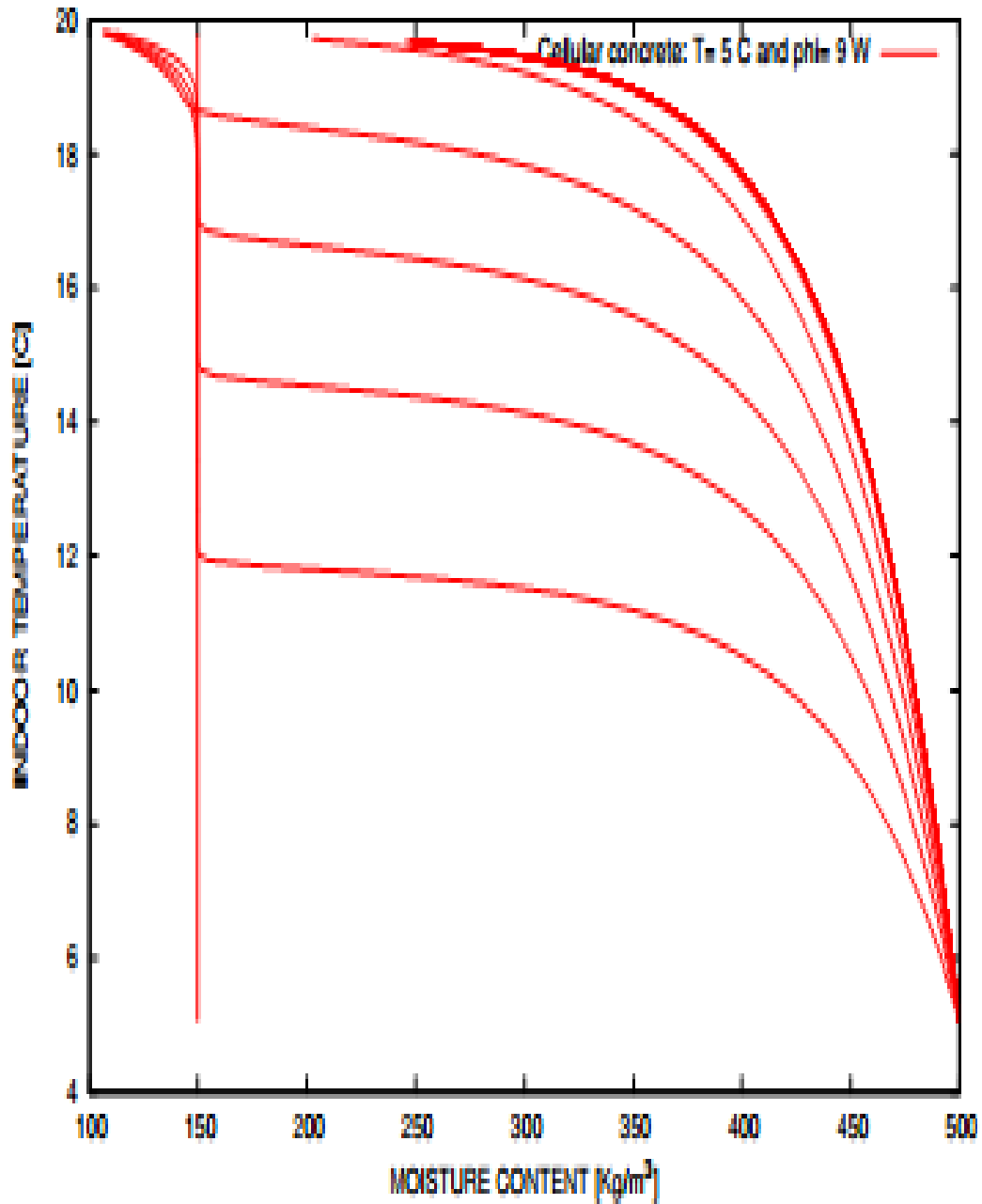


Figure 9 : La température intérieure en fonction de la teneur en humidité. Le matériau de construction considéré étant le béton cellulaire.

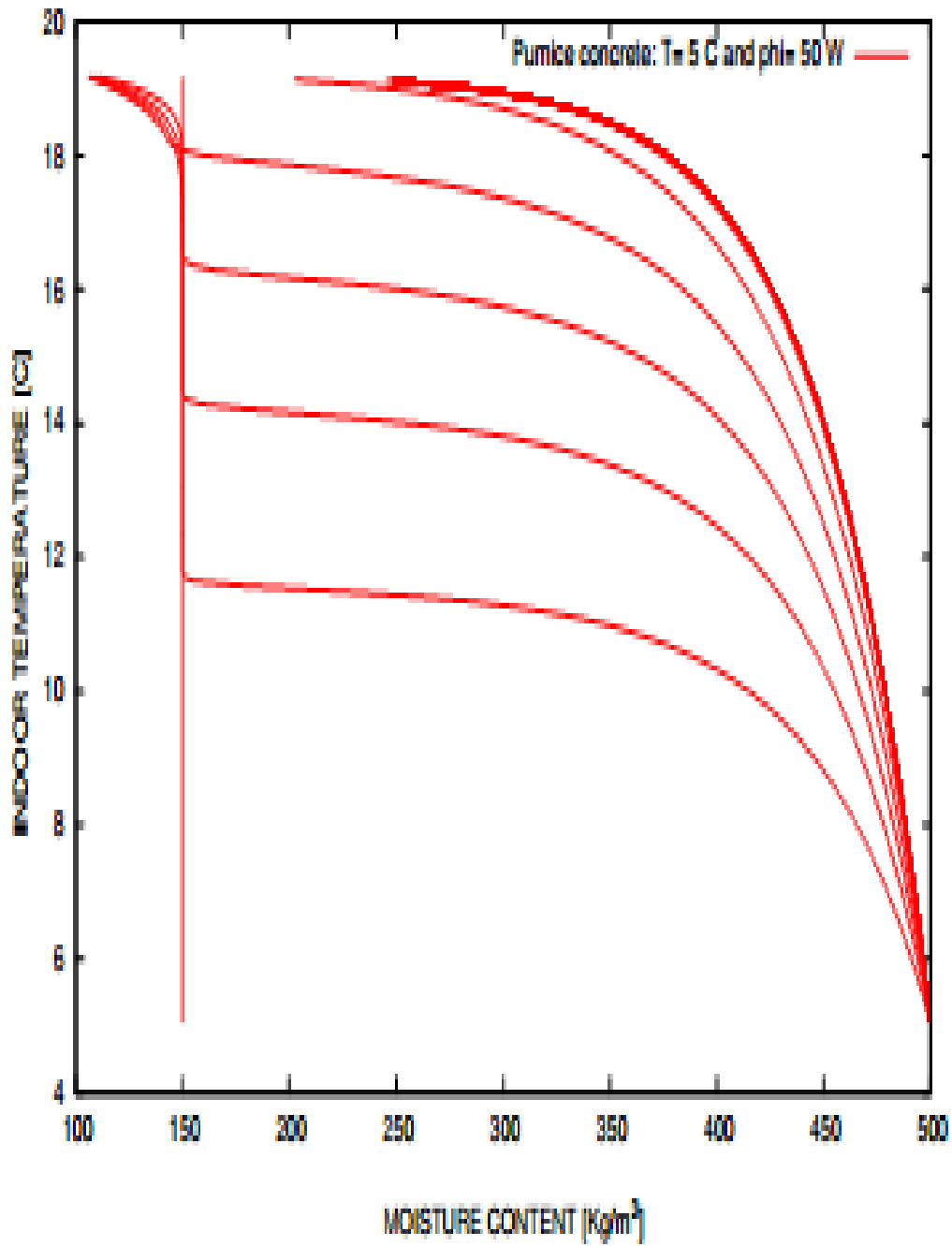


Figure 10 : Représentation graphique semblable à celle de la figure (9). Le matériau de construction étant plutôt le béton en pierre ponce.

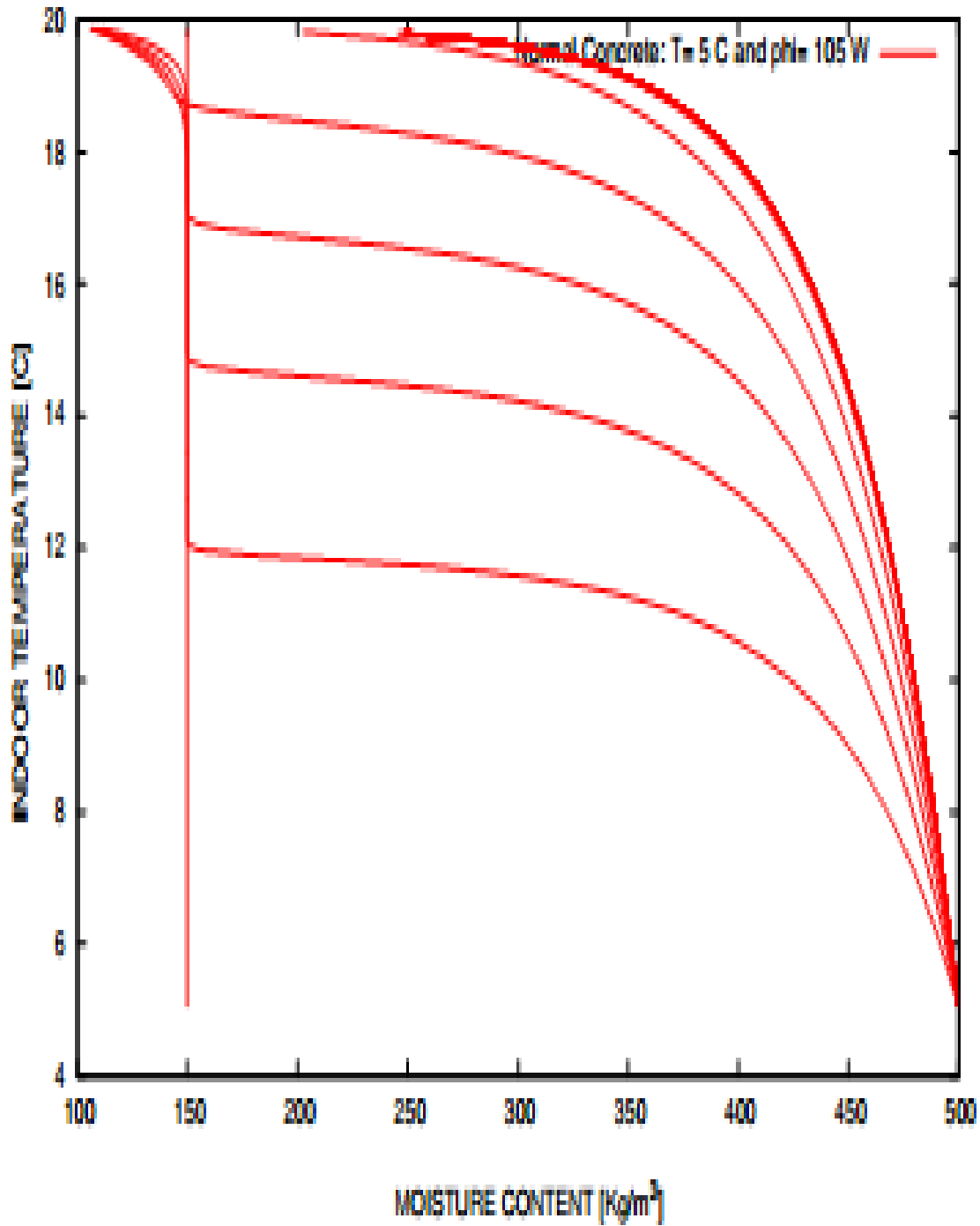


Figure 11 : Représentation graphique semblable à celle de la figure (9). Le matériau de construction étant plutôt le béton traditionnel.

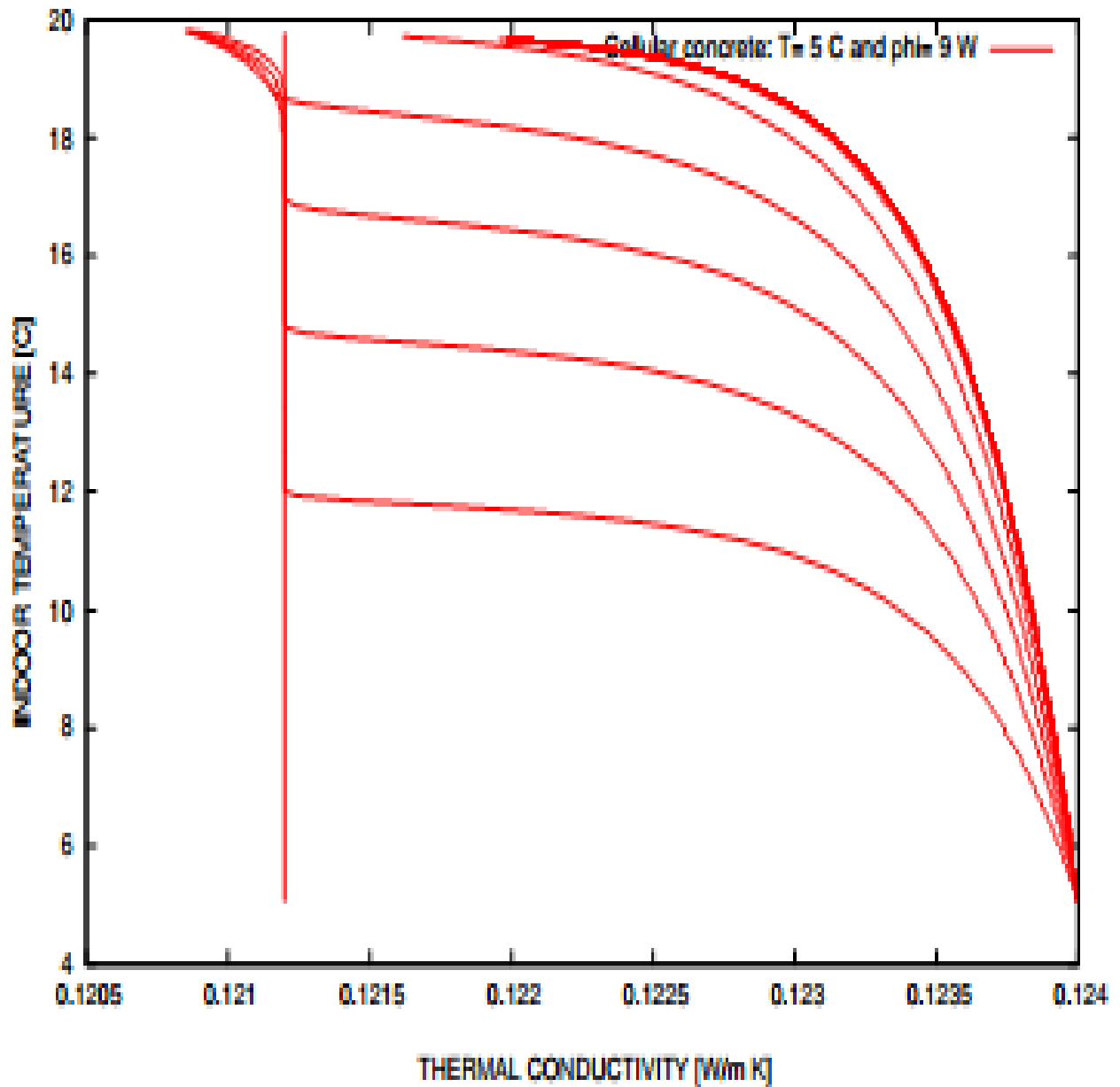


Figure 12 : La température intérieure représentée en fonction de la conductivité thermique pour une température extérieure $T = 5\text{ C}$. Le matériau de construction est le béton cellulaire.

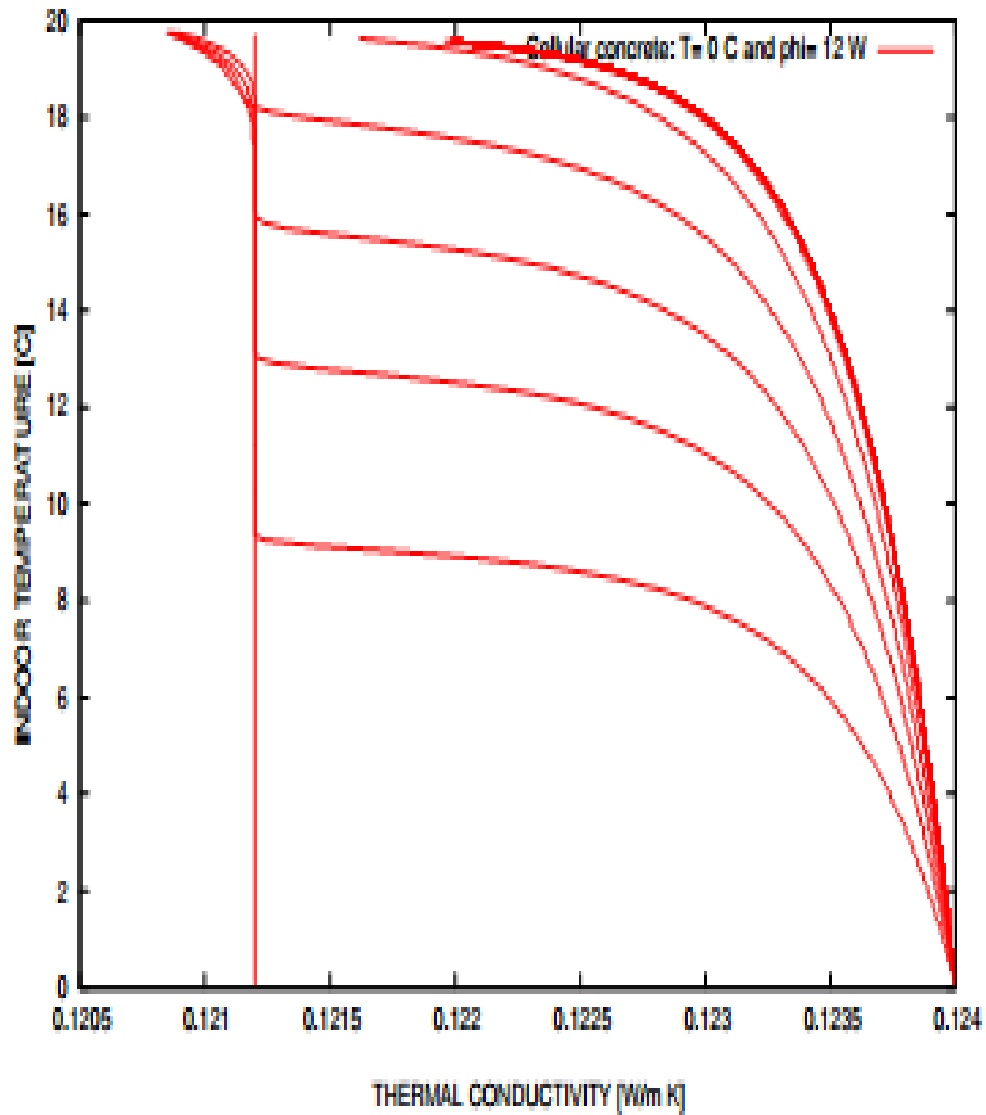


Figure 13 : Représentation graphique similaire à celle de la figure (12) pour une température extérieure $T= 0$ C.

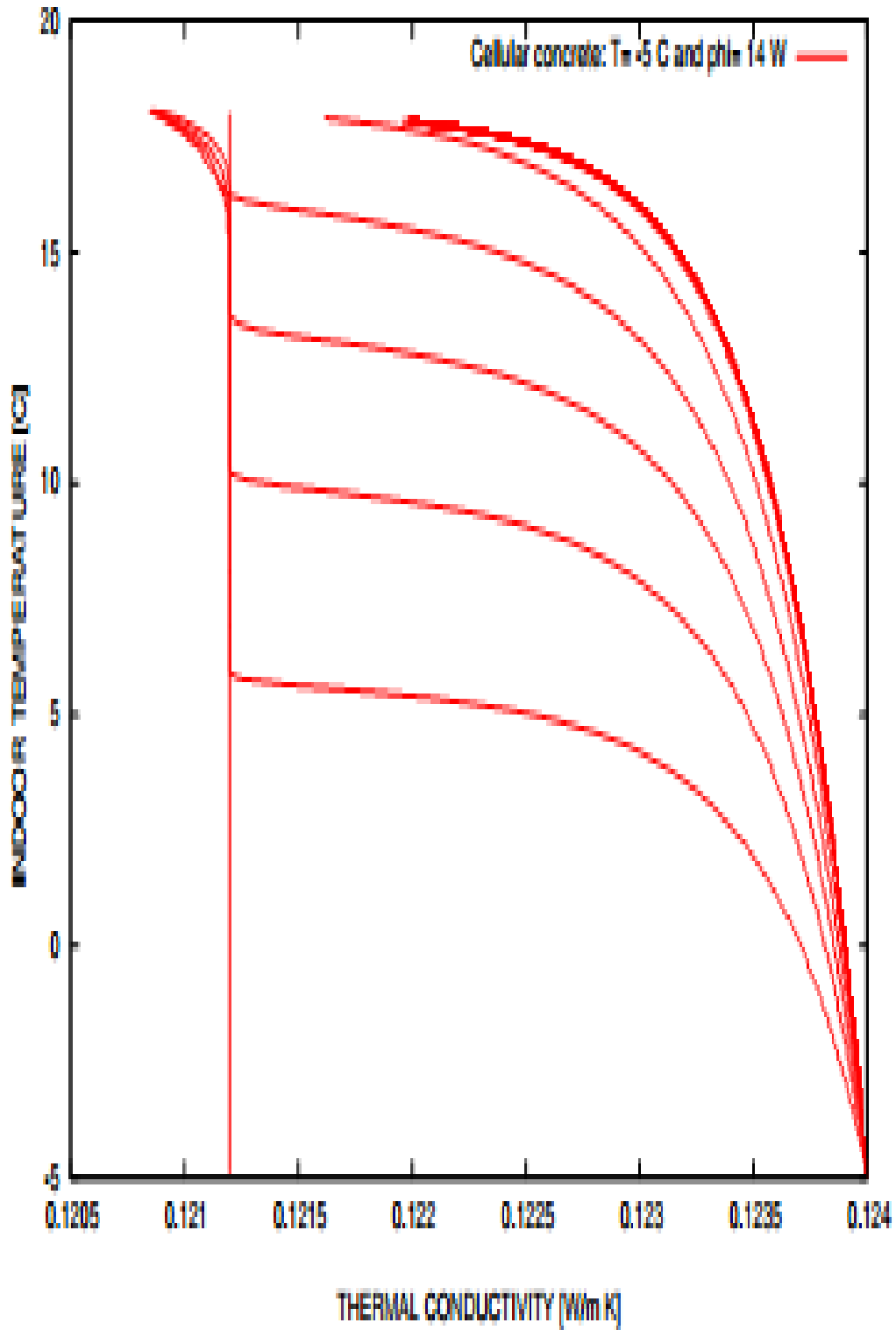


Figure 14 : Idem comme dans la figure (12) pour une température extérieure $T = -5\text{ C}$.

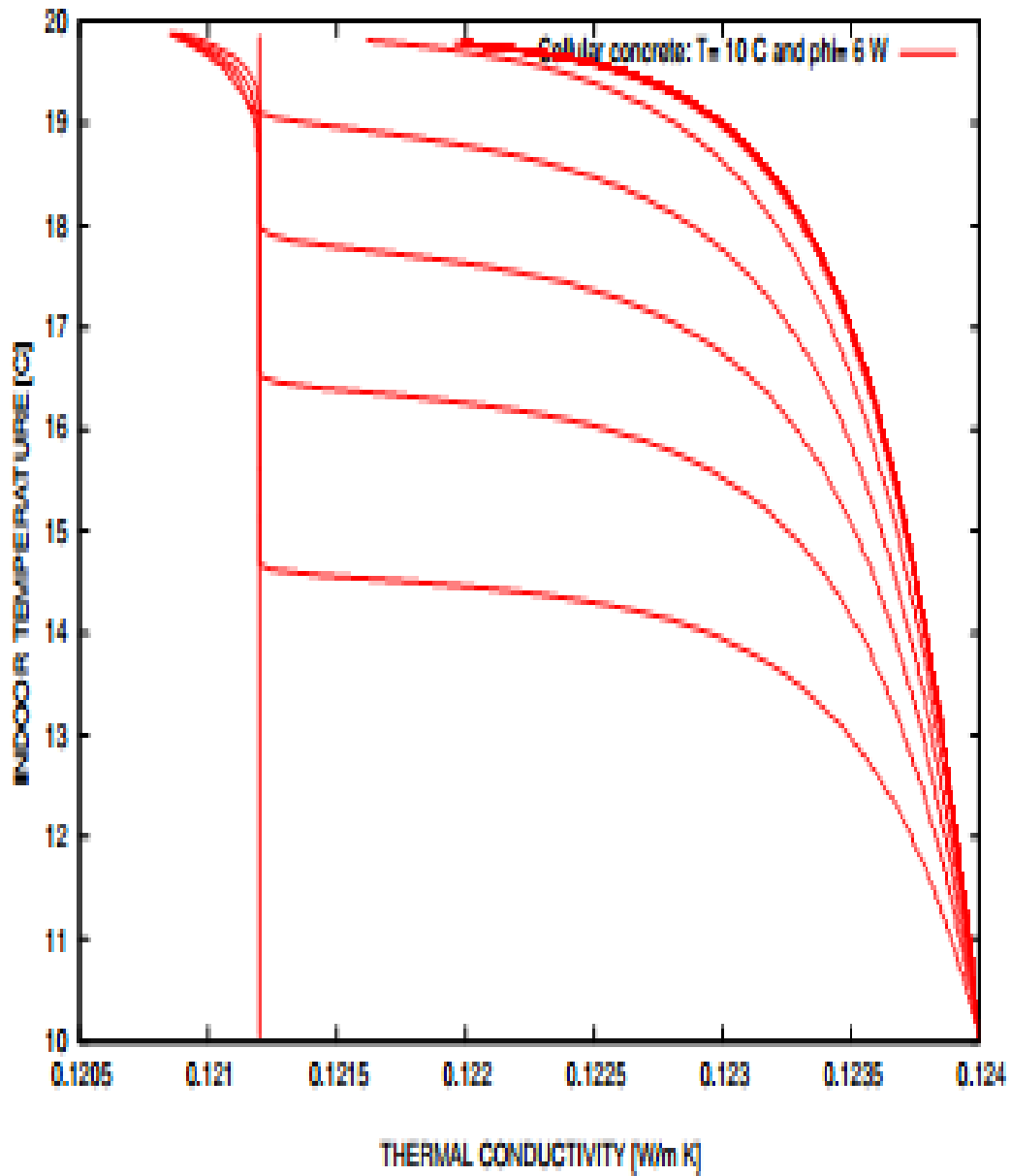


Figure 15 : Idem comme dans la figure (12) pour une température extérieure $T= 10$ C.

Normal Concrete: $T = 5\text{ C}$ and $\rho = 105\text{ W}$

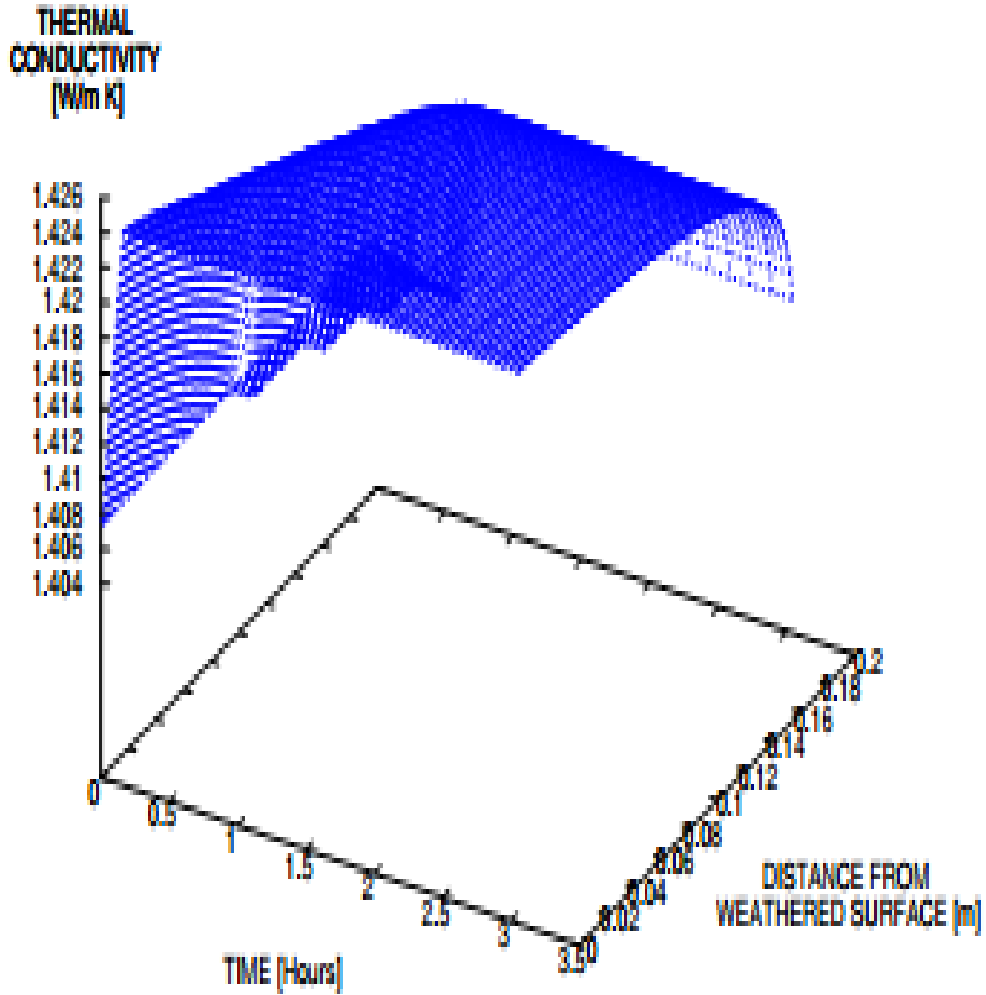


Figure 16 : Idem comme dans la figure (6). Ici, nous considérons plutôt le béton traditionnel.

Pumice concrete: $T_m = 5\text{ C}$ and $q_{in} = 50\text{ W}$

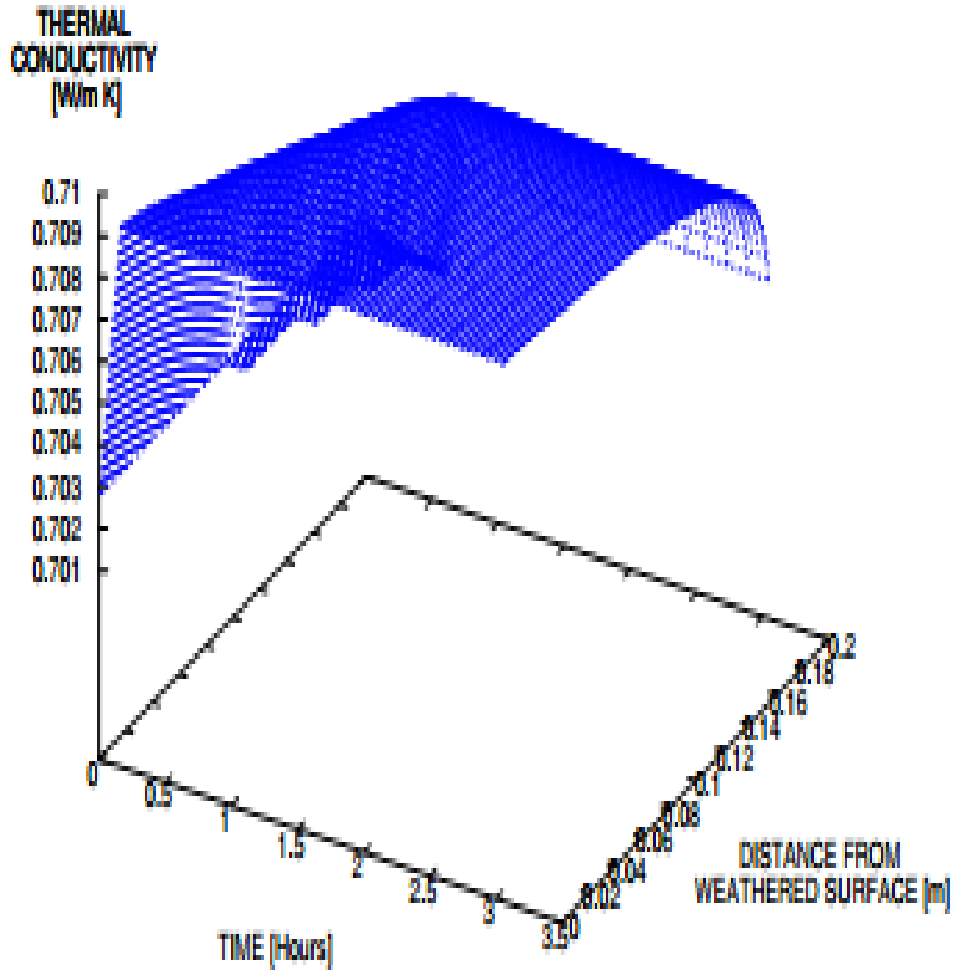


Figure 17 : Idem comme dans la figure (6). Sauf qu'ici, nous considérons plutôt le béton en pierre ponce.

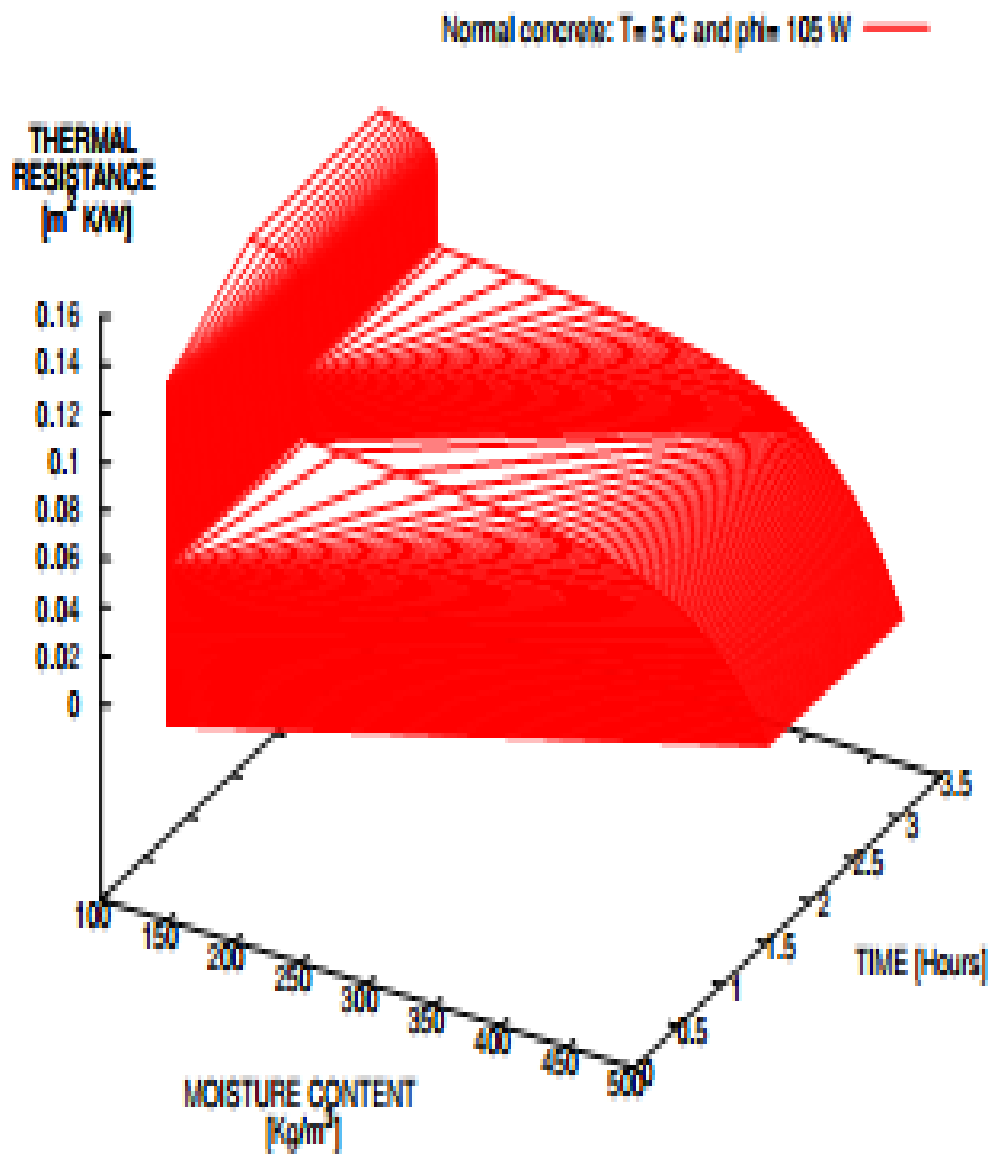


Figure 18 : Idem comme dans la figure (7). Sauf que nous considérons plutôt le béton traditionnel.

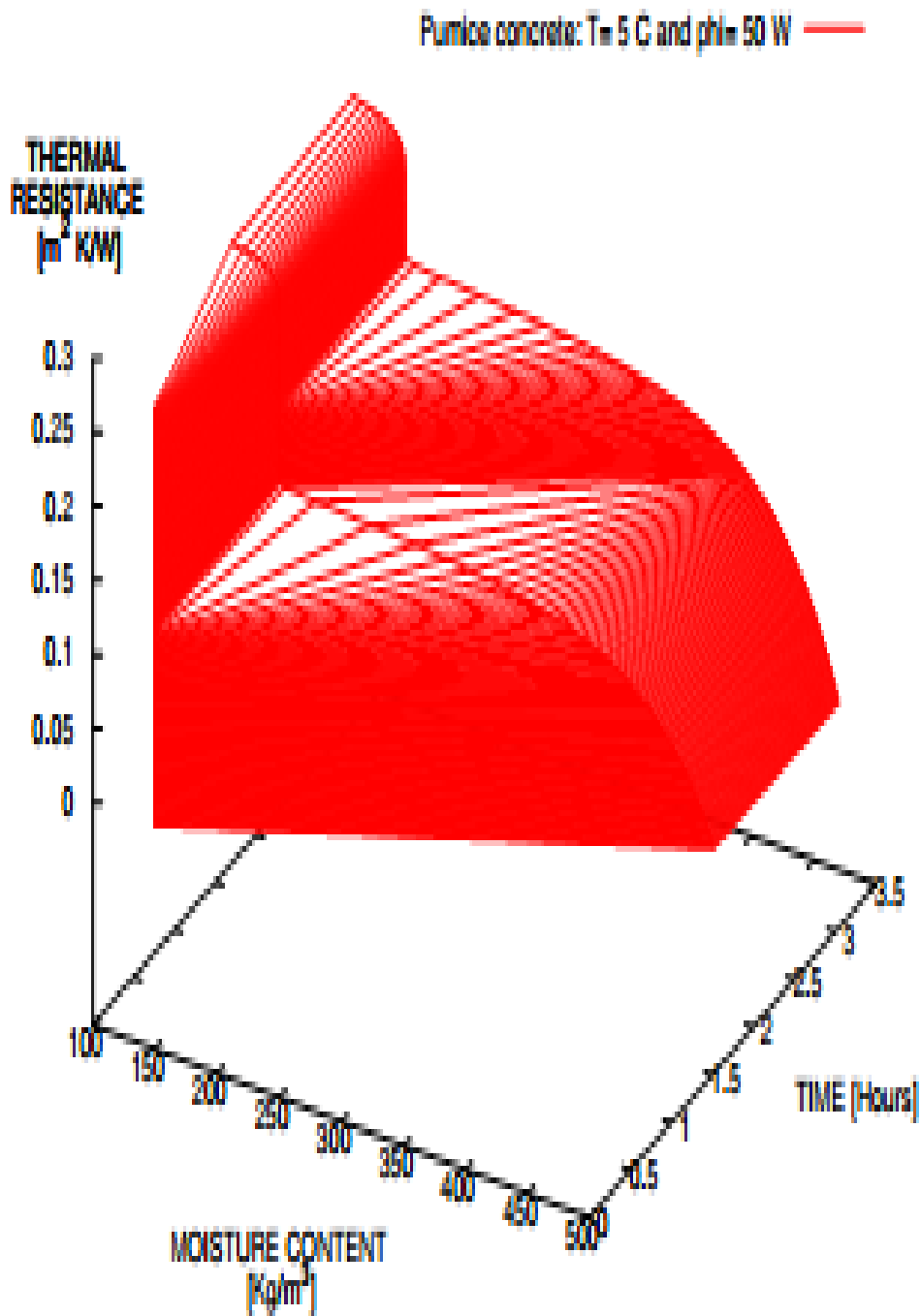


Figure 19 : Représentation graphique semblable à celle de la figure (7). Ici, nous considérons plutôt le béton en pierre ponce.

Pour le cas particulier du béton conventionnel, nous relevons l'énergie qu'il faut pour différentes valeur de la température extérieure dans le tableau3 :

Béton conventionnel comme matériel de construction				
Température extérieur	-5°C	0°C	5°C	10°C
Puissance fournie (W)	165	135	105	70

Tableau 2 : La puissance fournie pour le chauffage, par unité de surface du mur du bâtiment, nécessaire pour maintenir la température à l'intérieur autour de la valeur $T=20^{\circ}\text{C}$, pour différentes valeurs de la température extérieure. On suppose que le mur du bâtiment est fait en béton normal.

II – ANALYSE ET DISCUSSION.

La figure (1) montre la migration de l'humidité dans le mur en béton cellulaire. Dès que l'eau commence à mouiller la face extérieure du mur, l'humidité ne traversent pas le bâtiment instantanément d'une face à l'autre. L'eau prend un certain temps pour pénétrer dans le mur. Le taux de pénétration peut être observé dans la Fig. (1). Cette courbe indique clairement les positions atteintes par l'humidité à l'intérieur du mur à différentes périodes. Donc, le mouillage de l'ensemble du mur nécessite un certain temps. L'eau se déplace progressivement et lentement à travers ce milieu poreux. On peut remarquer, par exemple, qu'après un temps $t=30$ minutes, l'eau a atteint seulement 6 cm de l'épaisseur totale du mur. L'autre portion du mur n'étant pas encore affectée comme on peut le voir dans la figure (1). La couverture de l'ensemble du mur est réalisée, approximativement, 1,5 heure après le début du processus. La Fig. (1) indique également que lorsque l'humidité se déplace à travers le mur, son amplitude diminue progressivement de la valeur 500 Kg/m^3 au niveau de la surface altérée à la valeur 100 Kg/m^3 à l'intérieur du bâtiment. Ici, comme dans tous les cas qui vont suivre, la température intérieure doit être ramenée à une valeur constante $T=20^{\circ}\text{C}$.

La Fig. (2) montre l'incidence de la teneur en eau sur la température intérieure. On constate que la teneur en humidité diminue au fur et à mesure que nous approchons l'intérieur du bâtiment. Dans le même temps, la température intérieure augmente progressivement et s'approche de la valeur recherchée, $T=20^{\circ}\text{C}$, à l'intérieur du bâtiment.

La Fig. (3) indique clairement l'impact de l'humidité sur la conductivité thermique du béton. Comme on pouvait s'y attendre, cette figure nous enseigne que la conductivité thermique augmente avec le taux d'humidité dans le béton considéré.

La Fig. (4) permet de constater dès qu'on amorce le processus de réchauffement du bâtiment mouillé, la température intérieure augmente progressivement et se stabilise vers $T=20^{\circ}\text{C}$; une température bien appropriée pour ses occupants.

Il est tout à fait visible sur la Fig. (5) que la température intérieure diminue au fur et à mesure que la conductivité thermique augmente.

À partir de la Fig. (6), on peut remarquer que la conductivité thermique prend sa valeur maximale au début du mouillage (à l'extérieur de l'immeuble sur la surface altérée). Et une baisse modérée apparaît lorsque l'on aborde l'intérieur du bâtiment.

Pour les trois types de béton étudiés ici, nous obtenons les mêmes profils pour le coefficient de conductivité thermique (voir Fig. (6), Fig. (16) et Fig. (17)). On peut remarquer que le béton cellulaire affiche les plus petites valeurs.

Nous pouvons noter à partir de la Fig. (7) que la résistance thermique du béton diminue à mesure que la teneur en eau augmente. En effet, nous nous attendions à ce résultat parce que les faibles valeurs de résistance thermique sont naturellement associées à de grandes pertes d'énergie. Les mêmes profils sont également visibles pour la résistance thermique. À partir des figures (7, 18, 19), il ressort que la résistance thermique du béton normal croît jusqu'à la valeur $0,16\text{ m}^2/\text{KW}$. Celle de la pierre ponce béton atteint la valeur $0,3\text{ m}^2/\text{KW}$. Alors que la résistance la plus forte est obtenue avec le béton cellulaire, $1,8\text{ m}^2/\text{KW}$.

Fig. (8) représente le profil de l'humidité dans le mur. On peut observer, une fois de plus, que l'humidité pénètre la paroi progressivement tout en baissant en amplitude. On note une diminution significative des amplitudes lorsque l'on s'approche de la face intérieure du mur. Les courbes (9, 10, 11) relèvent le profil de température en fonction de la teneur en humidité. Les températures sont plus importantes pour de faibles valeurs de la teneur en humidité.

La Fig. (12) montre que la température intérieure diminue normalement lorsque la conductivité thermique augmente.

Il est intéressant de souligner qu'une des plus importantes mesures envisageables en vue de minimiser les dépenses d'énergie se réfère à une réduction du taux d'humidité dans les matériaux de construction. Ainsi, le type ou la qualité du matériau utilisé lors de la

construction des bâtiments devient cruciale dans cette analyse. Le tableau 3 présente l'écart (en termes d'énergie fournie pour le chauffage) entre les trois types de béton étudiés dans cette contribution.

Nous commençons avec le béton normal, qui peut être présenté comme le matériau commun largement utilisé dans le domaine de la construction. En plus de tous ses arguments positifs, le problème des économies d'énergie reste crucial tel que démontré dans ce tableau. Donc, contrairement à la croyance populaire, le fait que le béton normal est largement utilisé n'est pas essentiellement lié à son efficacité en termes d'économies d'énergie. Pour répondre à cette question de l'énergie, les calculs sont effectués pour les trois types de béton sous examen. Ces enquêtes nous amènent à la conclusion que la quantité d'énergie requise pour le chauffage change radicalement d'un type à l'autre. Pour une meilleure compréhension de cette enquête, nous présente le cas où la température extérieure prend la valeur $T = -5^{\circ}\text{C}$: lorsque le bâtiment est fait de béton normal nous devons fournir environ 165 W d'énergie par unité de surface de la façade du bâtiment pour le réchauffement. Si nous utilisons plutôt le béton ponce, la quantité d'énergie requise pour l'appareil de réchauffement est seulement de 48% de l'énergie consommée dans le cas de la documentation de référence (béton normal) pour le même but. Ensuite, si nous allons loin et faire usage de la très prestigieuse de béton cellulaire, de l'énergie exige du réchauffement diminue considérablement à 8.5 % de cette énergie de référence. Cela contribue à réduire les factures énergétiques par un facteur 91,5 %.

Le point ici est que ces matériaux qualifiés sont très coûteux. Par conséquent, nous devons faire un choix entre deux options :

Dépenser beaucoup d'argent au cours de la phase de construction et faire des économies pendant le processus de chauffage ou dépenser un peu d'argent pour la construction et dépenser beaucoup d'argent chaque année pour le chauffage durant les saisons difficiles.

Le béton cellulaire semble plus approprié pour les bâtiments. Il réduit considérablement la demande d'énergie en évitant les pertes de chaleur. En choisissant cette option, l'environnement devrait être moins affecté par la production d'une énorme quantité de polluants durant l'hiver.

CONCLUSION.

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats déterminés dans le chapitre précédent. Nous les avons interprétés et commentés. Il ressort que lorsqu'un mur est bien mouillé par une pluie battante, la pénétration de l'eau à l'intérieur du mur est lente et progressive. Une augmentation de la teneur en eau dans un mur augmente sa conductivité thermique et diminue sa résistance thermique. Ceci le rend moins isolant et induit des dépenses énergétiques supplémentaires pour la température intérieure à environ 20°C. La température intérieure quant à elle varie en fonction de la teneur en humidité. La puissance fournie à l'appareil pour maintenir la température intérieure à 20°C est fonction de la température qui règne à l'extérieur du bâtiment et du type de béton considéré.

Etant donné que ce travail entre dans la rubrique du mémoire en vue de l'obtention du DIPES II, en fin de formation du second cycle à l'école normale supérieure de Yaoundé I, ce serait peine perdue si elle ne concours pas à enrichir cette formation. C'est pourquoi dans le chapitre suivant, nous verrons quel est son apport dans notre système éducatif. Plus précisément dans l'enseignement des sciences physique au secondaire.

CHAPITRE4 : IMPLICATION DANS LE SYSTEME ÉDUCATIF.

Le système éducatif est une organisation sociale structuré de manière explicite pour enseigner collectivement les élèves. Le système éducatif qui est ici synonyme d'école est constitué d'un certain nombre d'éléments dont les plus importants sont :

- Les moyens qui peuvent être matériel, meubles, immeubles, humain et financier.
- Les contenus qui renvoient aux programmes
- les méthodes qui concernent la manière de transmettre les contenus.
- Les objectifs et compétences à atteindre
- Les finalités de l'école c'est –à-dire le type d'homme dont l'école doit faciliter l'émergence.

I-IMPACT DE NOTRE ETUDE SUR LES MOYENS DE L'ECOLE.

Notre travail résous un problème environnemental lié non seulement au patrimoine du bâtiment mais aussi au confort de ceux qui y résident. L'école, pour fonctionner, a besoin de bâtiments. Voir dans quelle mesure améliorer ses structures de façon à les rendre plus performantes sur le plan énergétique tout en assurant sa pérennité, tel que le propose ce mémoire, c'est s'intéressé à l'Homme qui est au centre du système éducatif. De cette façon, l'élève pourra non seulement acquérir des connaissances dans un milieu confortable tout au long de l'année, mais aussi acquérir une culture de l'excellence environnementale.

II-MISE EN EVIDENCE DES NOTIONS ABORDEES DANS LE PROGRAMME DU SECONDAIRE.

Dans cette étude nous avons abordé successivement les notions suivantes : transfert d'humidité, température, conductivité thermique, résistivité thermique et énergie. Ces différentes notions sont étudiées en partie dans les classes du secondaire en science physique. Par exemple en seconde C nous développons avec les élèves le thème 2 intitulé L'ENERGIE CALORIFIQUE. Dans ce module nous voyons la notion de quantité de chaleur. A ce niveau, il nous est demandé de développer un savoir-faire expérimental permettant à l'élève de réaliser une expérience permettant de mettre en évidence le transfert de chaleur par conduction, par convection ou par rayonnement. Or notre étude met en évidence un cas pratique du transfert de chaleur par conduction. Donc ceci nous permettra, non seulement de mieux contextualiser notre enseignement pour appliquer l'approche par compétence, mais aussi réaliser de façon concrète cet objectif pour le cas du transfert de chaleur.

III-IMPACT DE NOTRE ETUDE SUR LES METHODES : INTERET DIDACTIQUE.

Notre travail faisait allusion à l'équation de diffusion non-linéaire, pas facile à aborder à cause du coefficient de diffusivité. Dans notre travail, après avoir expliqué le processus de pénétration, de diffusion dans le bâtiment, on aboutit à une équation qui décrit cette diffusion non –linéaire. Pas facile à aborder. Pour la résoudre, on envisage d'abord deux cas simples de diffusion. Premièrement, nous considérons le cas où le coefficient de diffusion $D_l = 1$, qui est physiquement réalisable. On obtient une équation du second ordre qu'on peut résoudre analytiquement puis on propose une solution. Deuxièmement, nous passons au cas où $D_l = \text{constante} \neq 1$. Ceci nous ramène à une autre équation similaire au cas où $D_l = 1$ qui peut se résoudre de la même façon. Ce n'est qu'après avoir assimilé ces cas, relativement simple, que nous abordons le cas complexe où le coefficient de diffusivité est variable ($D_l(w)$). Nous sommes donc amenés à envisager une autre méthode pour résoudre notre problème. C'est ainsi que la méthode numérique fait son entrée en jeu.

Une telle approche scientifique, suivie et guidée vers la résolution d'un problème, nous permettra d'être cohérents dans le développement de nos leçons de façon à être mieux compris par nos élèves et promouvoir ainsi une génération plus autonome et prospère.

CONCLUSION.

Dans ce chapitre, nous avons établi le lien entre les notions développées dans ce mémoire et ma vocation de future enseignante de Physique.

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Notre travail consistait à voir comment on peut améliorer la performance énergétique du bâtiment considéré comme le premier site de consommation de ressources naturelles et de production des gaz à effet de serre. Et ce, tout en favorisant une bonne pérennité du bâtiment et en assurant un meilleur confort des occupants.

Après avoir défini clairement le contexte de notre étude, nous avons étudié les transferts d'humidité dans les bâtiments faits en béton. Nous-nous sommes intéressés au cas de la diffusion de l'eau liquide. Nous avons établi l'équation de diffusion qui régit ce transfert. Pour deux cas simple où nous supposons que le coefficient de diffusion est constant, nous résolvons analytiquement cette équation. Dans le cas général où ce coefficient est variable, il est impossible d'approcher ce problème analytiquement. Ceci nous a poussés à adopter une démarche numérique. Les résultats numériques de ce travail sont présentés. L'équation non linéaire de diffusion régissant le système est résolue numériquement par la méthode de Runge-Kutta d'ordre (4-5) en utilisant comme intégrateur le code DOPRI5.

Nous avons ressorti les relations qui permettent de calculer les différents paramètres physiques du matériau. À savoir, la conductivité thermique, la résistivité thermique. Pour cela, nous considérons le cas d'un mur en béton bien mouillé par une pluie battante. Pour trois types de béton (traditionnel, en pierre ponce, cellulaire), nous injectons une puissance de chauffage et nous déterminons, pour quatre valeur de la température extérieure (-5°C , 0°C , 5°C , 10°C), la puissance nécessaire pour maintenir la température intérieur à 20°C . Dans chaque cas, nous avons calculé la conductivité thermique du matériau, la résistance thermique et la température intérieure pour différentes valeurs de la teneur en humidité. Ces calculs fournissent des informations utiles sur la nature et l'efficacité thermique de trois différents types de béton étudiés.

Nous avons réussi à calculer la teneur en humidité dans différentes positions à l'intérieur du mur du bâtiment ainsi que les paramètres physiques affectées par l'humidité. Nous avons analysé l'influence de l'humidité sur ces paramètres. Le profil d'humidité temporelle a montré très clairement que l'humidité ne traverse pas le mur entier de façon instantanée, d'un côté à l'autre. L'eau s'infiltré dans le bâtiment lentement, progressivement, et prend un certain temps pour couvrir toute l'épaisseur du mur. Au fur et à mesure que l'eau pénètre dans le mur, son amplitude diminue progressivement. Nous avons également obtenu que la température intérieure augmente à mesure que la teneur en humidité diminue. En outre, il est observé que

la conductivité thermique augmente et la résistance thermique diminue à mesure que la teneur en eau augmente. Ces résultats étaient attendus. Le profil général des résultats présentés ici sont similaires pour les 3 types de béton étudiés dans cette contribution. Les principales modifications sont observées dans la quantité d'énergie requise pour le processus de réchauffement.

Le principe fondamental qui guide notre travail peut être résumé comme suit : quelle que soit la valeur de la température extérieure, nous devons maintenir la température intérieure à la valeur acceptable 20 °C; afin d'assurer un confort thermique acceptable pour les occupants. La puissance fournie à l'appareil de chauffage pour satisfaire cette exigence augmente, naturellement, quand la température extérieure diminue. Cette puissance dépend essentiellement du type de matériau de construction utilisé.

On doit toujours avoir à l'esprit que : un matériau est déclaré convenable pour la construction de l'édifice si elle a une haute résistance à la pénétration de l'eau. Un tel matériau a un haut degré d'isolation. Nous arrivons à la conclusion que des économies d'énergie peuvent être réalisées par l'amélioration de la qualité des matériaux utilisés pour les bâtiments.

L'esprit de ce travail n'est pas de se concentrer uniquement sur le béton cellulaire. Nous sommes, en effet, conscient de son coût très élevé. Nous voulons simplement attirer l'attention sur la qualité du matériau de construction susceptible de contribuer efficacement à des économies d'énergie. En réalité, nous ne devrions pas ignorer la quantité d'énergie consommée chaque année pour chauffer les bâtiments au cours de saisons difficiles, lorsqu'on aborde le problème crucial des économies d'énergie. Le principe de base étant que : plus nous dépensons de l'énergie pendant la phase de construction, plus nous améliorons le degré d'isolation thermique, plus nous assurons le confort des occupants, plus nous protégeons notre environnement, plus nous assurons un meilleur avenir pour cette génération et les générations futures.

Dans la suite, nous projetons d'améliorer la performance thermique du béton en associant des minces couches de matière hautement isolante. Ceci, nous permettra de réduire les déperditions en énergie.

BIBLIOGRAPHIE

Abelé. A., CSTB le futur en construction, 2009.

Boucher E.A., Capillary phenomena: properties of systems with fluid/fluid interfaces, Reports on Progress in Physics, 43, 497-546, 1980.

Charney, J. G.; Fjortoft, R.; von Neumann, J., Numerical Integration of the Barotropic Vorticity Equation, Tellus 2, 237 254 (1950).

Coignet.J.et L., « La maison ancienne », Editions Eyrolles 2006.

De Herde.A., Evrard.A., béton et construction durable, FEBELCEM, 2007.

Dormand-Prince, Journal of Computational and Applied Mathematics, Volume 15, Issue 2, 2 June 1986, Pages 203-211 Method.

Duforestel.T, Des transferts couplés de masse et de chaleur à la conception bioclimatique: recherches sur l'efficacité énergétique des bâtiments. Mémoire de HDR. Faculté des Sciences et Technologies, Département de Mécanique Laboratoire d'accueil : EDF R&D, Département EnerBAT, 2014

Grenoble et Bourgoin., HUMIDITE DANS LE BATIMENT ORIGINES ET SOLUTIONS, AGEDEN, 2010.

Guide de choix des éco-matériaux "Le gros œuvre" cd2e, septembre 2008.available from : [http : //www.cd2e.com/eco-matériau/guides-choix](http://www.cd2e.com/eco-matériau/guides-choix).(accessed : 15/03/2016).

Guide de l'éco-construction dans le val d'oise, édition 2012.

Hairer, E., Norsett, S.P., Wanner,G., Solving Ordinary 1235 Differential Equations I, Springer-Verlag, Berlin, (1987).

[Http: // www.bois-construction.org](http://www.bois-construction.org).

Kießl, Krus, M.und KUNZEL, H.M.: weiter-entwickelte Meß-und Rechenansätze Zur Feuchtebeurteilung Von Bauteilen (capillary andvaporous moisture transport in multi-layered building components). Bauphysik 15, 1983.

Kunzel, H.: Bestimmt der volume-oder der massebezogene Feuchtegehalt die warmeleitfähigkeit Von Baustoffen?(Das the Volume-related or the man-related moisture content determine the thermal conductivity of building materals?)Bauphysik8, 1986.

Lafarge, PierrePonce_4volets2_PierrePonce_4volets2, NANTERRE, 2010.

Lamy Expertise, l'impact – de - l'humidité-dans-un-logement, 2015.

Memento technique du bâtiment, pour le chargé d'opération de constructions publiques, le

confort thermique, 2003.

Les matériaux de construction, édition 2003

Moreau. A, Les matériaux de construction, édition 2003.

Mouette .J, Physique des Surfaces et des Interfaces, d'après le cours d'Elisabeth CHARLAIX, 2002.

Philip J.R., Theory of infiltration, Advances in Hydroscience, 5, 215-296, 1969.

Picardat .J.F, Petit précis à usage multiple, Edition « brutdebeton.com », 2014.

[http://www.brutdebeton.com/wp-content/uploads/delightful-downloads/2014/07/la formulation de béton.pdf](http://www.brutdebeton.com/wp-content/uploads/delightful-downloads/2014/07/la_formulation_de_beton.pdf).

Piton.P., Construire et rénover de façon responsable dans les alpes, CIPRA International, 2013.

Salagnac .J.L, Guide de choix des éco-matériaux "le gros œuvre", cd2e, 2008.

Tucker S., CSiroConstruction and Engineering, Highett (AU), 2000.

Walid.M., Modélisation des transferts hydriques dans les milieux poreux partiellement saturés par homogénéisation périodique - Application aux matériaux cimentaires, THÈSE En vue de l'obtention du DOCTORAT DE L' UNIVERSITÉ DE LA ROCHELLE Spécialité : Mécanique-Génie Civil, 2012.

ANNEXES

ANNEXE 1 : CAS SIMPLE DU CALCUL DE LA TENEUR EN EAU OU LE COEFFICIENT DE DIFFUSION EST EGAL A 1

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (1)$$

On obtient une équation linéaire qui peut être résolu de la manière suivante :

Utilisons la méthode de séparation de variable :

$$\text{Posons } w(x, t) = X(x)T(t)$$

On obtient :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = X(x) \frac{\partial T(t)}{\partial t} \quad (2.a)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = T(t) \cdot \frac{\partial X(x)}{\partial x} \quad (2.b)$$

Considérons l'équation (2.b), en dérivant de part et d'autre de l'égalité on obtient l'équation ci-dessous :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left[T(t) \frac{\partial X(x)}{\partial x} \right] \\ &= T(t) \cdot \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \end{aligned}$$

En substituant par les expressions (2.a et 2.b), L'équation (1) devient :

$$X(x) \cdot \frac{\partial T(t)}{\partial t} = T(t) \cdot \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \quad (3)$$

Si x varie, t reste constant ; et si t varie, x reste constant. Donc l'équation (3) nous donne :

$$\frac{T'(t)}{T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} \quad (4)$$

Soit β , on obtient le système suivant :

$$\frac{T'(t)}{T(t)} = \beta \quad (5.a)$$

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = \beta \quad (5.b)$$

Ce qui nous donne:

$$T'(t) - \beta T(t) = 0 \quad (6.a)$$

$$X''(x) - \beta X(x) = 0 \quad (6.b)$$

Les solutions de ce système sont sous la forme générale:

$$T(t) = c_1 e^{\beta t} \quad (7.a)$$

$$X(x) = c_2 e^{\beta x} + c_3 e^{-\beta x} \quad (7.b)$$

CONDITION AUX LIMITES

Considérons un mur d'épaisseur e à un temps t ,

$$w(0, t) = 0 \quad (8.a)$$

$$w(e, t) = 0 \quad (8.b)$$

Ainsi, on a:

$$w(0, t) = X(0) \cdot T(t)$$

$$X(0) = c_2 + c_3 = 0 \Rightarrow c_2 = -c_3$$

$$w(e, t) = 0 \Rightarrow c_2 e^{-\beta e} + c_3 e^{\beta e} = 0$$

$$\Rightarrow c_2 e^{-\beta e} - c_2 e^{\beta e} = 0$$

$$\Rightarrow c_2 = e^{\beta e} - e^{-\beta e}$$

$$\Rightarrow c_2 = 2 \sinh \beta e$$

$$\Rightarrow c_3 = -2 \sinh \beta e$$

$$\text{D'où } w(x, t) = (2 \sinh \beta e e^{-\beta x} - 2 \sinh \beta e e^{\beta x}) c_1 e^{\beta t}$$

$$= 2 \sinh \beta e (e^{-\beta x} - e^{\beta x}) \cdot c_1 e^{\beta t}$$

$$w(x, t) = -4 \sinh \beta e \cdot \sinh \beta x \cdot c_1 e^{\beta t} \quad (9)$$

ANNEXE 2 : EQUATION ADIMENSIONNELLE DE LA DIFFUSION DE L'HUMIDITE DANS LE MUR

Soit l'équation non linéaire suivante :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[3,8 \left(\frac{A}{W_f} \right)^2 \cdot 1000 \frac{W}{W_f}^{-1} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right]$$

Afin de faciliter notre simulation numérique vu l'ordre de grandeur des différentes grandeurs à manipuler, nous normaliserons cette équation.

NORMALISATION

$$\text{Posons } w_f = w w_f \cdot \bar{w}_f$$

$$W = c_o \bar{w} \Rightarrow \bar{w} = \frac{W}{c_o}$$

$$x = l_o \bar{x} \Rightarrow \bar{x} = \frac{x}{l_o}$$

$$t = t_o \bar{t} \Rightarrow \bar{t} = \frac{t}{t_o}$$

$$A = A A_1 \cdot \bar{A} \Rightarrow A^2 = (A A_1)^2 \cdot \bar{A}^2$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{\partial \bar{x}}{\partial x} = \frac{1}{l_o} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \Rightarrow \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{1}{l_o} \cdot \frac{\partial c_o \bar{w}}{\partial \bar{x}} = \frac{c_o}{l_o} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}}$$

On a :

$$\frac{1}{t_o} \cdot \frac{\partial c_o \bar{w}}{\partial \bar{t}} = \frac{1}{l_o} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[3,8 \left(\frac{c_o \cdot A A_1 \cdot \bar{A}}{c_o \cdot w w_f \cdot \bar{w}_f} \right)^2 \cdot 1000 \frac{c_o \bar{w}}{w w_f \cdot \bar{w}_f}^{-1} \cdot \frac{c_o}{l_o} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{c_o}{t_o} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{t}} = \frac{(A A_1)^2 \cdot c_o}{l_o^2 \cdot (c_o)^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[3,8 \cdot \left(\frac{\bar{A}}{\bar{w}_f} \right)^2 \cdot 1000 \frac{c_o \bar{w}}{w w_f \cdot \bar{w}_f}^{-1} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{l_o^2}{t_o} \cdot \left(\frac{c_o}{A A_1} \right)^2 \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[3,8 \cdot \left(\frac{\bar{A}}{\bar{w}_f} \right)^2 \cdot 1000 \frac{c_o \bar{w}}{w w_f \cdot \bar{w}_f}^{-1} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} \right]$$

$$\text{Posons } \frac{w w_f \cdot \bar{w}_f}{c_o} \Rightarrow w w_f = c_o \quad \text{et} \quad \frac{l_o^2}{t_o} \cdot \left(\frac{c_o}{A A_1} \right)^2 = 1 \Rightarrow t_o = \frac{(l_o \cdot c_o)^2}{(A A_1)^2}$$

On a
$$\frac{\partial \overline{\sigma}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[3,8 \cdot \left(\frac{A}{W_f} \right)^2 \cdot 1000^{\frac{W}{W_f}-1} \cdot \frac{\partial \overline{\sigma}}{\partial x} \right]$$

ANNEXE 3: RESISTANCE THERMIQUE DU MATERIAU

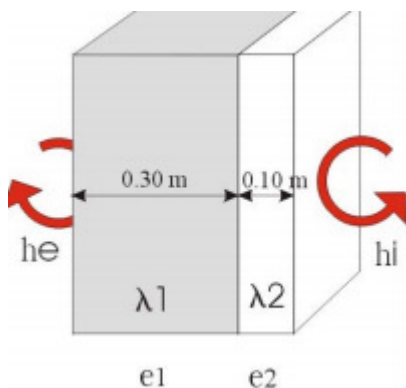
*Pour une épaisseur du matériau e , la conductance thermique est donné par :

$$G_{th} = \frac{\lambda}{e} \quad (1)$$

D'où

$$R_{th} = \frac{e}{\lambda} \quad (2)$$

*Pour un mûr composé de plusieurs matériaux d'épaisseur e_1 et e_2 , on a :



Considérons Le milieu extérieur comme le milieu (1) de température T_e ; le mur d'épaisseur e_1 comme le milieu (2) de température T_1 à l'extérieur et T_2 à l'intérieur ; le mur d'épaisseur e_2 comme le milieu (3) de température T_2 à l'extérieur et T_3 à l'intérieur ; le milieu intérieur comme le milieu (4) de température T_i .

Le flux de chaleur est défini par le mode de transmission convectif dans le milieu 1 et 4. Par conduction dans le milieu 2 et 3

On a :

$$\begin{aligned}\phi_1 &= h_g \cdot S \cdot (T_g - T_1) \\ \phi_2 &= -\lambda_1 \cdot S \cdot \frac{(T_2 - T_1)}{e_1} \\ \phi_3 &= -\lambda_2 \cdot S \cdot \frac{(T_2 - T_3)}{e_2} \\ \phi_4 &= h_i \cdot S \cdot (T_i - T_3)\end{aligned}\tag{3}$$

h_g, h_i représentent les coefficients d'échanges thermiques par convection ou simplement le coefficient de convection en W/m²K.

Or le flux de chaleur se conserve, on a :

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = \phi\tag{4}$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned}T_g - T_i &= (T_g - T_1) + (T_1 - T_2) + (T_2 - T_3) + (T_3 - T_i) \\ &= \frac{\phi_1}{h_g \cdot S} + \frac{\phi_2}{\lambda_1 \cdot S} + \frac{\phi_3}{\lambda_2 \cdot S} + \frac{\phi_4}{h_i \cdot S} \\ T_g - T_i &= \frac{\phi}{S} \cdot \left(\frac{1}{h_g} + \frac{1}{\lambda_1} \cdot e_1 + \frac{1}{\lambda_2} \cdot e_2 + \frac{1}{h_i} \right)\end{aligned}\tag{5}$$

Par analogie à la formule $U = R \cdot I$

En assimilant $T_g - T_i$ comme une différence de potentiel et $\frac{\phi}{S}$ comme une intensité, on a :

$$R = \frac{1}{h_g} + \frac{1}{\lambda_1} \cdot e_1 + \frac{1}{\lambda_2} \cdot e_2 + \frac{1}{h_i}\tag{6}$$

Par généralisation pour un composé de m matériaux, on a :

$$R = \frac{1}{h_g} + \frac{1}{h_i} + \sum_{n=1}^m \frac{e_n}{\lambda_n}\tag{7}$$

Ceci montre que la résistance thermique s'accroît avec l'épaisseur du mur. (Memento technique du bâtiment, pour le chargé d'opération de constructions publiques, le confort thermique, 2003)

$\frac{1}{h_g}$ et $\frac{1}{h_i}$ sont des résistances de contact, ce sont des valeurs constantes. Or, ce qui nous

intéresse est l'étude de l'impact de l'humidité sur la résistance.

Dans notre étude de cas, on s'intéressera uniquement aux termes liés à la conduction et non à la convection, avec λ_m fonction de ω .

Ainsi en considérant la conductivité thermique variable, Pour un mur d'épaisseur L, on aura :

$$R = \frac{L}{\lambda_{\omega}} \quad (8)$$