

REPUBLIQUE DU CAMEROUN

Paix – Travail – Patrie

UNIVERSITE DE YAOUNDE I
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

CENTRE DE RECHERCHE ET DE
FORMATION DOCTORALE EN
SCIENCES, TECHNOLOGIES ET
GEOSCIENCES
LABORATOIRE DE PHYSIQUE
NUCLEAIRE, ATOMIQUE
MOLECULAIRE ET BIOPHYSIQUE



REPUBLIC OF CAMEROUN

Peace – Work – Fatherland

UNIVERSITY OF YAOUNDE I
FACULTY OF SCIENCE
DEPARTMENT OF PHYSICS

POSTGRADUATES SCHOOL OF
SCIENCE, TECHNOLOGY AND
GEOSCIENCES

**ETUDE DES ENERGIES NUCLEAIRES DES
NOYAUX EXCITES APPARTENANT A LA
SYMETRIE Z(5) (192,194,196Pt)**

THESE

Présentée et soutenue en vue de l'obtention du Diplôme de
Doctorat/Ph.D en Physique

Par : TCHANA MBADJOUN Basile
D.E.A en Physique

Sous la direction de
Pr. BEN-BOLIE Germain Hubert
Professeur
Université de Yaoundé I
Maître de Conférences
Université de Yaoundé I

Année Académique : 2020





DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
DEPARTMENT OF PHYSICS

**ATTESTATION DE CORRECTION DE LA
THESE DE DOCTORAT/Ph.D**

Nous, Professeur NDONTCHUENG MOYO Maurice, Professeur NANA NBENDJO Blaise Roméo, Professeur SAÏDOU et Professeur NDJAKA Jean-Marie Bienvenu, respectivement Examineurs et Président du jury de la Thèse de Doctorat/Ph.D de Monsieur TCHANA MBADJOUN Basile, Matricule 02Z258, préparée sous la direction du Professeur BEN-BOLIE Germain Hubert et du Professeur OWONO ATEBA Pierre, sur le thème : « ETUDE DES ENERGIES DES NOYAUX EXCITES APPARTENANT A LA SYMETRIE Z(5) ($^{192,194,196}\text{Pt}$) », soutenue le Jeudi 04 Juin 2020, en vue de l'obtention du grade de Docteur/Ph.D en Physique, Spécialité Physique nucléaire, atomique moléculaire et Biophysique, option Physique Nucléaire, Dosimétrie et Radioprotection, attestons que toutes les corrections demandées par le jury de soutenance ont été effectuées.

En foi de quoi, la présente attestation lui est délivrée pour servir et valoir ce que de droit.

Fait à Yaoundé, le 09 JUN 2020

Les Examineurs

Le Président du jury

Pr. NDONTCHUENG MOYO M.

Pr. NANA NBENDJO B. R.

Pr. NDJAKA Jean-Marie B.



Le Chef de Département de Physique

Bienvenu
Professeur

**ETUDE DES ENERGIES NUCLEAIRES
DES NOYAUX EXCITES
APPARTENANT A LA SYMETRIE
 $Z(5)(^{192,194,196}Pt)$**

Spécialité : Physique Nucléaire, Atomique, Moléculaire et Biophysique

Thèse présentée et soutenue en vue de l'obtention du Diplôme de Doctorat/PhD

Option : Physique Nucléaire, Dosimétrie et Radioprotection

Par :

TCHANA MBADJOUN Basile

Matricule : 02Z258

D.E.A. en Physique

Sous la Direction de :

Pr. BEN-BOLIE Germain Hubert

Pr. Dr.-Ing. OWONO ATEBA Pierre

Université de Yaoundé I

Année

2020

Table des matières

Dédicace	ii
Remerciements	iii
Résumé	vi
Abstract	vii
Liste des abréviations	viii
Introduction Générale	1
1 Revue de la littérature sur les modèles nucléaires	5
1.1 Introduction	5
1.2 Historique de la naissance du noyau atomique	6
1.3 Généralités sur le noyau atomique	8
1.3.1 Les composantes du noyau atomique	8
1.3.2 La radioactivité	9
1.3.3 Lois de conservation lors des réactions nucléaires	11
1.3.4 L'unité de masse, la masse atomique et le défaut de masse	12
1.4 Les forces et les types de déformations subies par le noyau atomique	14
1.4.1 Les différentes forces interagissant dans le noyau atomique	14
1.4.2 Les types de déformations subies par le noyau atomique	15
1.5 Energie de liaison et énergie de séparation	19
1.5.1 Energie de liaison des nucléons	19
1.5.2 Energie de séparation des nucléons	19
1.6 Revue de la littérature sur quelques modèles nucléaires	21
1.6.1 Le modèle de la goutte liquide	22
1.6.2 Le modèle atomique	29
1.6.3 Le modèle en couches	30
1.6.4 Le modèle collectif de Bohr	32
1.7 La notion de symétrie	39

1.7.1	L'importance des principes de symétries	40
1.7.2	La parité	41
1.8	Conclusion	44
2	Modèle physique des déformations et des interactions nucléaires	46
2.1	Introduction	46
2.2	Equations générales des mouvements régissant les déformations et les interactions nucléaires	46
2.2.1	Equation générale des mouvements régissant les déformations nucléaires	47
2.2.2	Equation générale des mouvements régissant les interactions nucléaires .	49
2.3	Résolution des équations de Schrödinger relatives à la déformation et aux interactions nucléaires	50
2.3.1	Techniques de séparations des différents types de mouvements lors de la déformation et des interactions nucléaires	50
2.3.2	Résolution des différentes équations décrivant notre modèle	56
2.4	Les moments des transitions quadripolaires électriques	73
2.5	Les structures triaxiale et diatomique du modèle	75
2.5.1	La structure triaxiale associée au CKMP	75
2.5.2	La structure diatomique associée au KPRSP et au RLO	75
2.6	Définitions ou explications des termes et présentation générale du modèle	76
2.6.1	Définitions ou explications des termes	76
2.6.2	Description de la méthode	80
2.7	Conclusion	83
3	Résultats et discussion	85
3.1	Introduction	85
3.2	Présentation des résultats et discussion	86
3.2.1	De la triaxialité des nucléides	86
3.2.2	De l'atomicité de la molécule	101
3.3	Conclusion	112
	Conclusion générale et perspectives	113
	Annexes	118
	Références bibliographiques	121
	Liste des publications issues de la thèse	127

Table des figures

1.1	Différentes trajectoires prises par les électrons autour du noyau	7
1.2	Un proton constitué d'une mer de quarks et d'antiquarks	9
1.3	La mesure de la masse du noyau $M(A, Z)$ à gauche et celle de ses constituants $(ZM_p + NM_n)$ à droite.	13
1.4	Représentation des cercles avant la déformation ($x^2 + y^2 = 1$: couleur rouge) et après la déformation ($x^2 - x + y^2 = 0.75$: couleur verte)	17
1.5	Une déformation quadripolaire.	18
1.6	Les ellipsoïdes aplatie (a) et allongée (b)	19
1.7	Diagramme présentant quelques paliers des énergies de séparations des constituants du noyau atomique	20
1.8	Le noyau atomique se rapportant à une goutte liquide	23
1.9	Les différents noyaux subissent les influences réciproques des volumes voisins appelées effets volumiques.	24
1.10	Orientation des effets surfaciques de certains nucléides sur les autres par des flèches.	25
1.11	Présentation des nucléides influencés par les effets coulombiens	26
1.12	Présentation des nucléides influencés par les effets d'asymétrie	27
1.13	Remplissage des cases par les protons et neutrons en respectant le principe de Pauli	27
1.14	Représentation des différentes sous couches	31
1.15	Potentiel de Morse(bleu) et potentiel de l'oscillateur harmonique(vert).	34
1.16	Plan de symétrie et axes de polarité chez un vertébré : la grenouille	42
1.17	Symétrie existant entre les deux formes d'un acide aminé : L-alanine et D-alanine	42
1.18	Les types de symétrie existant entre le champ électrique et le champ magnétique.	44
2.1	Position d'un point P en coordonnées sphériques, la position du point P est définie par la distance ρ et par les angles φ (colatitude) et θ (longitude). Cependant, pour un repère direct il faut que φ et θ soient inversés sur le schéma.	78
2.2	Une représentation de la molécule diatomique de l'azote gazeux (N_2)	79
2.3	Facteur de factorisation	81
2.4	Variation de la composante zénitale $\phi(\varphi)$; avec $\varphi = phi$	83

- 3.1 Evolution des potentiels combinés de Killingbeck-Morse des isotopes de $^{192,194,196}Pt$.
86
- 3.2 Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,0})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{192}Pt .
Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$ 92
- 3.3 Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{1,0})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{192}Pt .
Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$ 92
- 3.4 Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,2})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{192}Pt .
Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$ 93
- 3.5 Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,1})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{192}Pt .
Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$ 93
- 3.6 Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,0})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{194}Pt .
Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$ 94
- 3.7 Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{1,0})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{194}Pt .
Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$ 94
- 3.8 Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,2})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{194}Pt .
Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$ 95
- 3.9 Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,1})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{194}Pt .
Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$ 95
- 3.10 Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,0})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{196}Pt .
Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$ 96

- 3.11 Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{1,0})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{196}Pt . Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$ 96
- 3.12 Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,2})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{196}Pt . Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$ 97
- 3.13 Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,1})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{196}Pt . Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$ 97
- 3.14 Spectre d'énergie d'excitation et rapports de transition intra-bande de l'isotope de ^{192}Pt obtenu pour $n' = 0$ et q ; a ; β_e ; D ; B ; F et G du tableau 3. Chaque groupe est étiqueté par les nombres quantiques n, n_w et représentés à la base de la bande. Les valeurs théoriques de ^{192}Pt (vert, à gauche) et expérimentales (noir, à droite) des différents états sont les moments angulaires et reliés par les traits interrompus. 98
- 3.15 Spectre d'énergie d'excitation et rapports de transition intra-bande de l'isotope de ^{194}Pt obtenu pour $n' = 0$ et q ; a ; β_e ; D ; B ; F et G du tableau 3. Chaque groupe est étiqueté par les nombres quantiques n, n_w et représentés à la base de la bande. Les valeurs théoriques de ^{194}Pt (vert, à gauche) et expérimentales (noir, à droite) des différents états sont les moments angulaires et reliés par les traits interrompus. 99
- 3.16 Spectre d'énergie d'excitation et rapports de transition intra-bande de l'isotope de ^{196}Pt obtenu pour $n' = 0$ et q ; a ; β_e ; D ; B ; F et G du tableau 3. Chaque groupe est étiqueté par les nombres quantiques n, n_w et représentés à la base de la bande. Les valeurs théoriques de ^{196}Pt (vert, à gauche) et expérimentales (noir, à droite) des différents états sont les moments angulaires et reliés par les traits interrompus. 100
- 3.17 Spectre d'énergie de la partie radiale de l'équation de Schrödinger pour $\alpha = -1.1$ et $\beta = -1.1$ 105
- 3.18 Spectre d'énergie de la partie angulaire de l'équation de Schrödinger pour $\alpha = -1.1$ et $\beta = -1.1$ 105
- 3.19 Comparaison entre le spectre d'énergie de la partie radiale de ce travail (ligne en gras) et celui de la référence [100] (ligne en tirets) de l'équation de Schrödinger pour $\alpha = -1.1$ et $\beta = -1.1$ 106
- 3.20 Comparaison entre le spectre d'énergie de la partie angulaire de ce travail (ligne en gras) et celui de la référence [100] (ligne en tirets) de l'équation de Schrödinger pour $\alpha = -1.1$ et $\beta = -1.1$ 106

3.21	Spectre d'énergie de la partie radiale de l'équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_1$	107
3.22	Spectre d'énergie de la partie radiale de l'équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_2$	107
3.23	Spectre d'énergie de la partie angulaire de l'équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_1$	108
3.24	Spectre d'énergie de la partie angulaire de l'équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_2$	108
3.25	Comparaison entre le spectre d'énergie de la partie radiale de ce travail (ligne en gras) et celui de la référence [100] (ligne en tirets) de l'équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_1$	109
3.26	Comparaison entre le spectre d'énergie de la partie radiale de ce travail (ligne en gras) et celui de la référence [100] (ligne en tirets) de l'équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_2$	109
3.27	Comparaison entre le spectre d'énergie de la partie angulaire de ce travail (ligne en gras) et celui de la référence [100] (ligne en tirets) de l'équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_1$	110
3.28	Comparaison entre le spectre d'énergie de la partie angulaire de ce travail (ligne en gras) et celui de la référence [100] (ligne en tirets) de l'équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_2$	110
3.29	Surface de contact des deux atomes lorsque $R_1 = R_2$	111
3.30	Surface de contact des deux atomes lorsque $R_1 < R_2$	111
3.31	La liaison entre les deux atomes est comparable à un ressort reliant deux solides	112

Dédicace

Je dédie ce travail :

- À **Dieu Tout Puissant**, source de mon inspiration et sans qui aucune vie n'est possible sur terre.
- À mon feu Papa **MBAYOUM François**, qui nous a quitté à ma tendre enfance, que Dieu Tout Puissant le garde près de lui.
- À ma chère maman **TADJA Jeannette**, qui n'a jamais ménager des efforts et des sacrifices de toute nature pour moi.
- À ma tendre épouse **Mme TCHANA née NGOUNOU Chancelle**, qui me couvre de sa chaleur et me prodigue des conseils.
- À mes **enfants, frères et soeurs**, que cette thèse de Doctorat/PhD témoigne l'amour que je porte pour vous.

Remerciements

Cette thèse de Doctorat/PhD est le fruit de plusieurs années accumulées de labeur, de péripéties et d'expériences inestimables. Je voudrais exprimer du fond de mon coeur, mes sincères remerciements :

- À mon Directeur, le **Pr. BEN-BOLIE Germain Hubert**, Chef de Laboratoire de Physique Nucléaire de l'Université de Yaoundé I, pour ses conseils. Il a continué à péreniser et à coordonner le bon fonctionnement des travaux de recherche dans le Laboratoire. Son engagement et son abnégation pour la recherche ont contribué énormément à l'aboutissement de cette thèse. En dépit d'énormes tâches académiques et de ses multiples responsabilités dans l'encadrement de nombreux étudiants de Master et de Doctorat, il a toujours trouvé le temps pour discuter avec moi, de répondre à mes sollicitations et à mes différentes questions. Je serai toujours reconnaissant à son endroit, car il a contribué énormément à la préparation, à l'aboutissement et à la finalisation de cette thèse.
- À mon superviseur, le **Pr. Dr.-Ing. OWONO ATEBA Pierre**, pour toutes les questions passionnantes de la recherche d'énergie d'excitation des nucléides de quelques isotopes de Platine, en appliquant le Hamiltonian de Bohr sur l'équation de Schrödinger. Sa formidable connaissance des problèmes liés à la Physique Nucléaire et sa curiosité pour les nouvelles idées font de lui un interlocuteur fascinant : ses idées et suggestions ont apporté la clarté et la perspicacité à notre travail. Son attitude pédagogique et son besoin permanent de compréhension restent pour moi un exemple et un modèle.
- Au **Pr. EMA'A EMA'A Jean Marie**, pour son expertise et son soutien constant et indéfectible dans la préparation de cette thèse de Doctorat/PhD et pour toutes nos discussions scientifiques tout au long de ce travail, notamment en ce qui concerne la curiosité dans la connaissance profonde des hautes énergies de l'atome.
- Aux **Honorables membres du jury**, pour l'honneur qu'ils me font en acceptant de présider cette thèse de Doctorat/PhD.

- Au **Pr. NDJAKA Jean Marie Bienvenu**, Chef de Département de Physique, qui a réuni toutes les conditions optimales pour un développement intellectuel en vue d'une formation de qualité des étudiants de tous les Laboratoires du Département de Physique.
- Je suis particulièrement reconnaissant, au **Pr. KOFANE Timoléon Crépin**, **Pr. SAÏDOU**, **Pr. WOAFU Paul**, **Pr. TCHAWOUA Clément**, **Pr. OWONO OWONO Luc Calvin**, **Pr. ESSIMBI ZOBO Bernard**, **Pr. PEMHA ELKANA**, **Pr. NJANDJOCK NOUCK Philippe**, **Pr. SIEWE SIEWE Martin**, **Pr. ZEKENG Serge**, **Pr. DJUIDJE KENMOE**, **Pr. HONA Jacques**, **Pr. EYEBE FOUA J. S.**, **Pr. MBANE BIOUELE**, **Pr. FEWO Serges**, **Pr. NANA NBENDJO B.**, **Dr. OBOUNOU AKONG Marcel**, **Dr. ELE ABIAMA Patrice**, **Dr. MVOGO Alain**, pour les enseignements dispensés et des multiples conseils qu'ils m'ont prodigués tout au long de mon parcours.
- Je suis aussi redevable aux Enseignants du Département de Physique de la Faculté des Sciences de l'Université de Dschang, où j'ai fait mon premier Cycle Universitaire, car la formation reçue est le précurseur de cette thèse de Doctorat/PhD.
- Aux membres de ma famille en particulier ma charmante épouse, **Mme TCHANA née NGOUNOU Chancelle**, ma bien aimée et tendre maman **TADJA Jeannette**, qui a continué de pérenniser l'oeuvre paternelle à mon endroit, mes enfants **TCHANA TEMDE Nathan Esdras Armiel**, **TCHANA TADJA Christ Ezéchiel Gabriel** et **NDJIMI Franck Ivan**, mes frères et soeurs aînés **MBADJOUN Florent** et **NDJINKEU Antoinette**, qui m'ont soutenu financièrement et matériellement dans mes études, mes frères et soeurs cadets **TONKAM Jacqueline**, **BYECKMEN Mérimé Georges** et **MBADJOUN Baudouin Armand Quicky**, qui ont toujours prié pour moi et m'ont encouragé d'aller le plus loin possible dans les études, à mes nièces **TADJMI MBADJOUN Léonora Florence** et **NDJIMI MBADJOUN Chérifa Florence**, à ma belle mère **TCHAKUTIO Claudine**, à mon cousin maternel **MBEU TCHOUA Séraphin**, pour leur conseil, encouragement et soutien moral indéfectible.
- À une personne que j'ai toujours considéré comme un papa car je n'ai pas eu la chance de bénéficier de l'éducation et de l'encadrement personnel de mon propre père pour le fait qu'il ait quitté ce monde des vivants à ma tendre enfance. Depuis sa connaissance, il a marqué un tournant décisif dans ma vie active, j'ai nommé **MENKAM NGOKSEU Richard**, il m'a aidé dès mon arrivée à Yaoundé en m'accordant un boulot de caissier dans sa structure du quartier **Mvan**, me donnant ainsi une stabilité et entraînant

ainsi mon insertion dans cette nouvelle ville, ce qui favorisera plus tard mon entrée à l'**Ecole Normale Supérieure de Yaoundé** et de continuer la recherche pour aboutir à cette thèse de Doctorat/PhD, toute ma gratitude chère élite principale du Village Bantoum.

- À certaines personnes avec qui j'ai grandement bénéficié lors de nos nombreuses discussions scientifiques, et entre autres : **Mr. EBODE ONYIE Fabien**, **Mr. BITANG à ZIEM Daniel CASSIDI**, **Dr. ISSA SALI**, **Mr. ZANGA Dieudonné** et **Mme. MUNDIH SCHAZT NGO**. Je voudrais les remercier pour leur franche collaboration car ils étaient toujours prêts à partager leurs connaissances avec moi.

- À tous les anciens et actuels membres du Laboratoire de Physique nucléaire pour leur aide et l'amitié que j'ai trouvées en eux. Je citerais entre autre : **Dr. MVONDO Stanislas**, **Mr. AWE Richard**, **Mr. TAKEMBO NTAHKIE Clovis**, **Mr. TAMIAN Kévin**, **Mr. NGUIMSSING Brice**, **Mr. TJOCK-MBAGA Thomas**, **Mr. NGA ONGODO Dieudonné** et **Mr. YIA ETOLO Hervé Didier**. L'exactitude de leurs questions et remarques laissent deviner leur intérêt pour ce travail.

- À tous ceux qui ont contribué et participé de près ou de loin à la rédaction de cette thèse de Doctorat/PhD et qui n'ont pas été cités, qu'ils trouvent ici l'expression de ma reconnaissance profonde à leur endroit.

Résumé

Dans cette thèse, nous proposons un modèle qui permet de déterminer les énergies nucléaires des noyaux excités appartenant à la symétrie $Z(5)$. Pour ce faire, nous avons identifié cette symétrie aux isotopes $^{192,194,196}\text{Pt}$ parce qu'ils ont certaines propriétés semblables à savoir la conductibilité électrique, la malléabilité, la ductilité et appartiennent tous à la famille des métaux de transition. Ensuite, nous avons démontré que ce modèle est basé sur la Combinaison des Potentiels de Killingbeck-Morse (CKMP) et du Potentiel de Killingbeck Plus le Potentiel en forme d'Anneau (KPRSP) en décrivant soigneusement les déformations et les interactions nucléaires s'opérant dans le noyau atomique. Ces phénomènes physiques liés aux mouvements sus-cités ont été matérialisés par l'Hamiltonien de Bohr et incorporés dans les équations mathématiques de Schrödinger. La résolution de celles-ci s'est faite par l'*AIM*, associée à l'approximation de Pekeris pour les déformations et la méthode de factorisation pour les interactions nucléaires. Il est apparu que les transitions d'un niveau i à un niveau j sont plus rapides lorsqu'on se réfère aux énergies d'excitation calculées ($10^+ \rightarrow 12^+$) dans ce travail. De plus, les écarts types σ pour le ^{196}Pt sont bien en deçà des valeurs expérimentales et de celles de $Z(5)$, raison pour laquelle le paramètre q est élevé pour $^{192,194}\text{Pt}$, ce qui signifie que l'effet triaxial est non dominant pour ces nucléides. Par ailleurs, nous pouvons dire que le CKMP convient mieux pour décrire les propriétés du ^{196}Pt , car ayant une structure très proche des limites du modèle $Z(5)$ par rapport aux isotopes $^{192,194}\text{Pt}$ et peut être prise comme référence par rapport aux autres modèles jusqu'ici étudiés. Enfin, en superposant les énergies radiales et angulaires avec celles de la littérature, on s'aperçoit que les énergies issues du *KPRSP* sont toujours supérieures à celles de la littérature, prouvant ainsi que la dissociation de deux atomes exige plus d'énergie. Ceci démontre une stabilité renforcée de la molécule lorsqu'on utilise le modèle présenté dans ce travail. Il apparaît enfin qu'avec le *KPRSP*, le ressort obtenu du système mécanique mis en jeu est plus rigide et plus difficile à rompre.

Mots clés : Hamiltonien de Bohr ; Nucléide triaxial ; Potentiel de Killingbeck-Morse ; approximation de Pekeris ; Méthode Asymptotique Itérative ; Potentiel modifié de Killingbeck ; Méthode de factorisation ; Energie de Dissociation ; Opérateurs de création et d'annihilation.

Abstract

In this thesis, we propose a model that allows to determine the nuclear energies of the excited nuclei belonging to the $Z(5)$ symmetry. To do this, we identified this isotope symmetry $^{192,194,196}\text{Pt}$ because they have some similar properties namely electrical conductivity, malleability, ductility and all belong to the family of transition metals. Then we demonstrated that this model is based on the $CKMP$ and $KPRSP$ describing carefully deformations and nuclei interactions occurring in the atomic nucleus. These physical phenomena related to the movements supra-cities were materialized by the Hamiltonian of Bohr and incorporated into Schrödinger's mathematical equations, the resolution of which was made by the AIM associated with the Pekeris approximation for the deformations and the method of factorization for nuclear interactions. It appeared that the transitions of a level i to a level j are faster when one refers to computed excitation energies ($10^+ \rightarrow 12^+$). Plus the σ standard deviations for the ^{196}Pt are well below experimental values and those of $Z(5)$, which is why the parameter q is high for $^{192,194}\text{Pt}$, which means that triaxial effect is non-dominant for these nuclide. Then, we can say that the $CKMP$ is better suited to describe the properties of ^{196}Pt , because having a structure very close to the limits of the model $Z(5)$ with respect to the isotopes $^{192,194}\text{Pt}$ and can be taken as reference to the other models studied so far. Finally, by superimposing the radial and angular energies with those of the literature, one realizes that our energies resulting from $KPRSP$ are always superior to those of the literature, proving that to dissociate two atoms, it will take a little more energy, demonstrating a reinforced stability of the molecule by our model. It goes without saying finally that with the $KPRSP$, the spring obtained from the mechanical system involved is more rigid and difficult to break.

Keywords : Bohr-Hamiltonian ; Triaxial nuclei ; Killingbeck-Morse Potential ; Pekeris approximation ; Asymptotic Iteration Method ; Modified Killingbeck potential ; Factorization method ; Dissociation energy ; Raising and Lowering operators.

Liste des abréviations

CKMP : Combined Killingbeck-Morse Potential
KPRSP : Killingbeck Plus Ring Shaped Like Potential
RSP : Ring Shaped Like Potential
AIM : Asymptotic Iteration Method
Pt : Platine
IBM : Interacting Boson Model
JC : Jésus Christ
U : Unité de masse atomique
Kg : Kilogramme
Sn : Energie de séparation des neutrons
Sp : Energie de séparation des protons
Mev : Mégaélectron-volt
Ca : Calcium
Pb : Plomb
CO : Monoxyde de Carbone
Bvol : Energie volumique
 a_v : Effet volumique
Bsuf : Energie surfacique
 a_s : Effet surfacique
Kcal/mol : kilocalorie par mole
KJ/mol : Kilojoule par mole
CDQ : Chromodynamique Quantique
RLO : Raising and Lowering Operator
esM : Experimental Method
rms : root means square
pm : picomètre
fm : femtomètre

Introduction Générale

Au cours des dernières décennies, les études sur la structure nucléaire ont été concentrées sur les formes de transitions de phase dans les noyaux et elles ont récemment suscités un intérêt significatif tant du point de vue expérimental que théorique. Théoriquement, le modèle collectif de Bohr-Mottelson [1-3] représente un travail de pionnier pour décrire de nombreuses propriétés des états excités quadripolaires collectifs dans des noyaux pairs-pairs. Dans ce contexte, un certain nombre de solutions analytiques du Hamiltonien de Bohr avec différents modèles de potentiels ont été proposées : Morse [4-6], Davidson [2,7-10], Kratzer [11-14], Coulomb [15] et ceux de type β^{2n} [16].

D'autre part, ce problème est lié à l'évolution du concept de symétrie des points critiques. Par exemple, la symétrie $E(5)$ [17] est conçue pour décrire la transition de phase de second ordre entre des noyaux sphériques et γ -instables, tandis que la transition de phase de premier ordre entre les noyaux rotatifs déformés à déformations vibrationnelles et à symétrie axiale est décrite par la symétrie $X(5)$ [18]. Dans les deux points critiques mentionnés ci-dessus, des solutions spéciales du Hamiltonien de Bohr ont été développées dans le cadre d'un potentiel à puits infini avec β comme variable collective. Pourtant, la partie- γ était supposée indépendante de la variable γ dans le cas de la symétrie $E(5)$ [17] et ayant pour minimum $\gamma = 0$ dans la symétrie $X(5)$ [18].

Les travaux de recherche conduits par Raduta et al., se basant sur les symétries $Y(5)$ [19] et $Z(5)$ [20,21], ont établi un pont de connection permettant de relier les différentes transitions. Dans le cadre du Modèle Interactif des Bosons (*IBM*) [22,23], on trouve que les formes triaxiales sont obtenues en ajoutant le terme à trois corps dans un Hamiltonien [24] (le potentiel à deux corps est une sorte de fonction hybride et le potentiel à trois corps est exprimé en termes des interactions

à deux corps).

Par la suite, la notion de degré de liberté quadripolaire a été revue théoriquement par Prochniak et Rohozinki [25,26]. Lors de cette même épopée, les expressions analytiques des spectres et les fonctions d'ondes correspondantes sont obtenues en résolvant l'équation différentielle pertinente à travers une version récente de la Méthode Asymptotique Itérative (*AIM*) [27-29]. En plus, les solutions analytiques formées ont reçu une appréciation particulière en utilisant l'idée de base de l'approximation de Pekeris dans le cas du terme centrifuge du potentiel de Wood-Saxon [30].

Plus tard, dans le modèle conduit par Chabab et al. [31-33], le problème des valeurs propres associées aux vecteurs propres avec le Hamiltonien collectif de Bohr pour les noyaux triaxiaux a trouvé des solutions élogieuses. La partie β du potentiel collectif est considérée comme égale au potentiel de Hulthén tandis que la partie γ est définie par un nouveau potentiel généralisé obtenu à partir d'un potentiel en forme d'anneau.

Dans le même souci d'amélioration, les travaux conduits par Inci et al. [34] seront basés sur les noyaux triaxiaux. Les résultats sont appliqués pour générer le spectre nucléaire des isotopes $^{192,194,196}\text{Pt}$, qui sont connus pour être des meilleurs candidats présentant une triaxialité inégale.

Plusieurs modèles furent adoptés et développés dont l'objectif est d'obtenir une structure plus proche de la symétrie $Z(5)$. Cependant, les potentiels de Wood-Saxon et de Hulthén proposés ont toujours été victimes des perturbations diverses provoquées par des mouvements de déformations couplés aux interactions et aux tensions nucléaires, limitant ainsi les résultats escomptés dont la structure triaxiale des isotopes $^{192,194,196}\text{Pt}$.

Ces différents types de mouvements couplés par l'équation de Schrödinger sont très complexes et dégagent assez d'énergie nucléaire. On assiste ainsi à la réalisation de nombreuses méthodes de séparation des variables et à l'élaboration de divers modèles nucléaires pour étudier séparément les mouvements et évaluer l'énergie nucléaire produite.

De nombreux modèles d'étude pour différents types de potentiels dans l'évaluation de la quantité d'énergie nucléaire produite, il ressort les limites générales

ci-après : les modèles ne

- prennent en compte que l'aspect vibratoire du mouvement, négligeant, les rotations et d'autres types d'interactions et présentant ainsi des résultats mitigés.
- prennent pas en compte l'influence de la présence des molécules formées, négligeant ainsi l'effet de la surface et du volume de contact entre les atomes liés les uns aux autres pour former la molécule.
- prévoient pas l'influence de l'énergie de dissociation des molécules, négligeant ainsi leur apport sur l'énergie totale des composantes angulaires et radiales.
- prennent pas en compte les différentes transformations de formes des nucléides, négligeant ainsi les pertes et les gains d'énergies des différents passages d'une forme à l'autre.
- font pas allusion aux types de systèmes engendrés par les mouvements des atomes, entraînant visiblement le système étudié dans une complexité extrême.
- prennent pas en compte le paramètre linéique à l'instar des potentiels de Davidson, de Kratzer et de Wood-Saxon, responsable de l'élévation de l'enthalpie et de l'entropie du milieu.

Notre travail intitulé : « *Etude des énergies nucléaires des noyaux excités appartenant à la symétrie $Z(5)^{(192,194,196)Pt}$* », s'intéresse à la combinaison de deux couples de potentiels dénommés *CKMP* et *KPRSP*. L'intérêt d'un tel système de deux couples de potentiels est la conséquence de la présence de deux problèmes majeurs identifiés dans ce travail. Le premier concerne les déformations nucléaires (*CKMP*) et le second les interactions nucléaires (*KPRSP*).

L'étude vise à :

- 1- démontrer que le *Pt* est l'un des nucléides les plus précieux de part ses propriétés et en particulier sa densité, sa durabilité et que ses isotopes dénommés $^{192,194,196}Pt$, peuvent s'identifier à un système triaxial nécessaire pour en faire un repère d'espace.
- 2- retrouver les énergies d'excitations et déduire les probabilités de transitions d'une bande à l'autre.
- 3- prouver que les énergies d'excitations des différentes sous couches des isotopes du platine respectent les lois d'inviolabilité des coefficients de Clebsch-Gordan.

4- prouver que l'énergie de dissociation des atomes d'une molécule est proportionnelle à la surface de contact des atomes la constituant.

5- prouver enfin que le système mécanique issu de l'association de deux atomes peut se réduire à un oscillateur composé de deux masses m_1 et m_2 liées, et dont la liaison qui est la surface de contact peut être comparée à un ressort dont on peut retrouver sa constante de raideur. Partant des modèles nucléaires développés par Davidson, Morse, Killingbeck, Kratzer, Hulthén, Wood-Saxon et Coulomb, nous proposons un modèle mathématique basé :

- d'une part sur le *CKMP*, imposant une séparation des variables en présentant les types de mouvements afin d'évaluer les énergies d'excitation et les moments de transitions quadripolaires électriques des nucléides $^{192,194,196}\text{Pt}$ permettant ainsi d'identifier ce triplet à un système respectant la triaxialité.

- d'autre part sur le *KPRSP*, nécessitant la méthode de factorisation pour évaluer l'énergie nucléaire du Platium dans les différentes couches d'un nucléide.

Le travail comporte trois chapitres. Au premier chapitre, nous nous intéressons à la revue de la littérature sur les modèles nucléaires. Le deuxième chapitre quant à lui propose un modèle physique des déformations et des interactions nucléaires. Le troisième chapitre enfin se consacre aux résultats, discussions et aux diverses perspectives pour l'avenir.

1.1 Introduction

La compréhension de la structure du noyau atomique n'a jamais été accessible au public non spécialiste du domaine [35], car elle se présente toujours sous la forme théorique. La matérialisation du phénomène nécessite une représentation symbolique dans l'esprit de la définition littéraire issue du dictionnaire Larousse du mot noyau qui fait référence à une boule imaginaire. Cette manière de représenter le noyau par une boule pour le profane, ne fait appel à aucune considération physique notamment les diverses formes qu'il peut prendre, les déformations qu'il peut subir et surtout les interactions qui existent non seulement entre ses constituants et lui, mais aussi avec ses voisins et encore moins les différents chocs dont il est victime (entropie, enthalpie) lors des différents mouvements qu'il effectue dans le milieu ambiant où il se trouve. Dès lors, naîtra une entité physique et représentative capable de suivre, réguler et donner toutes les informations possibles (position, vitesse, énergie) y afférentes par rapport au noyau atomique : la notion de potentiel nucléaire [36]. Le cheminement historique conduisant à la matérialisation de la structure du noyau, des diverses déformations et les différentes interactions nucléaires subies et enregistrées sont exposées dans la première partie. Dans la deuxième partie, nous ferons appel aux divers modèles qui ont permis d'avoir des explications élogieuses sur le phénomène de noyau atomique. Un point d'honneur sera enfin donné sur la notion de symétrie à la troisième partie.

1.2 Historique de la naissance du noyau atomique

Durant l'antiquité, Démocrite (vers 460 av. J. C. - 370 av. J. C.) fait l'hypothèse que l'Univers est constitué d'atomes et de vide. Pour lui, les atomes sont des grains de matières indivisibles. Avant lui, deux courants de pensées, qui peuvent être attribués à Héraclite et Parménide (VI^e - V^e siècle av. J. C.) s'opposent. Le premier voit le monde comme un flux perpétuel, où tout est changement. Le second affirme que le monde est immuable. La pensée de Démocrite sur l'atome permet d'accorder les deux courants précédents où un atome est immuable avec les arrangements en perpétuels changements. La notion d'atome n'est réapparue qu'au début du XIX^e siècle lorsque John Dalton découvre l'atome [37]. Pour lui, chaque élément est constitué d'atomes identiques, mais différents éléments impliquent différents atomes. Les réactions chimiques permettent de changer les arrangements de ces atomes entre eux, ou de créer des composés de différents atomes. Il pose les bases d'une table périodique des éléments en classant les atomes suivant leurs masses comparativement à celle de l'hydrogène. En travaillant sur les rayons cathodiques, J.J. Thomson découvre l'électron en 1897 [38]. C'est une particule ayant une charge électrique négative, et dont la masse est environ 2000 fois plus petite que celle de l'atome d'hydrogène. A cette époque, on attribuait aux atomes une forme sphérique de diamètre 10 pm environ. Dans ce volume, les charges négatives des électrons étaient compensées par un même nombre de charges positives. J.J. Thomson propose un modèle d'atome en pudding de prunes, dans lequel les charges négatives sont éparpillées dans un volume sphérique chargé positivement.

C'est également en travaillant sur le sujet des rayons cathodiques que Wilhelm Röntgen découvre les rayons X en 1895 [39], qui donnera plus tard naissance à la radiologie. En voulant reproduire le même type d'expérience avec des sels d'uranium en 1896, Henri Becquerel découvre que ceux-ci émettent un rayonnement, même lorsqu'ils ne sont pas soumis à une source d'énergie extérieure (Soleil). Il découvre ainsi la radioactivité de l'Uranium [40]. Ses travaux sont complétés ensuite en 1898 par le couple Curie, qui ajoute le thorium, le polonium et le radium à la liste des matériaux radioactifs [41,42]. Ernest Rutherford découvre la même année que les rayons émis en radioactivité sont de deux types : pénétrant peu la matière et, ayant une pénétration plus importante. En complétant ses études

sur les particules alpha, assimilées dès lors à des atomes d'hélium débarrassés de leurs électrons, Rutherford découvre en 1909 le noyau de l'atome. Celui-ci doit concentrer la charge positive au centre de l'atome. Rutherford propose, 2 ans plus tard, un modèle d'atome composé au centre d'un noyau minuscule chargé positivement, et d'électrons négatifs circulant autour à très grande vitesse et très éloignés, laissant d'immenses zones vides [43].

Rutherford effectue en 1919 la première réaction nucléaire en bombardant de l'azote avec un faisceau de particules alpha. Cette réaction crée de l'oxygène, de l'énergie et une particule p . Cette dernière possède une charge électrique opposée à celle de l'électron et une masse environ égale à celle de l'hydrogène; le proton venait d'être découvert [44]. En 1932, James Chadwick étudie les rayons neutres émis par le béryllium lorsque celui-ci est bombardé de particules alpha. Il découvre que ces rayons sont en fait des particules. Chacune a une masse très légèrement supérieure à celle du proton et est électriquement neutre. Cela lui vaut son nom : le neutron [45]. L'image de l'atome tel que nous le connaissons aujourd'hui était né. Il se compose d'un noyau d'environ 10^{-14} fm, figure (1.1), lui même composé de neutrons et de protons chargés positivement.

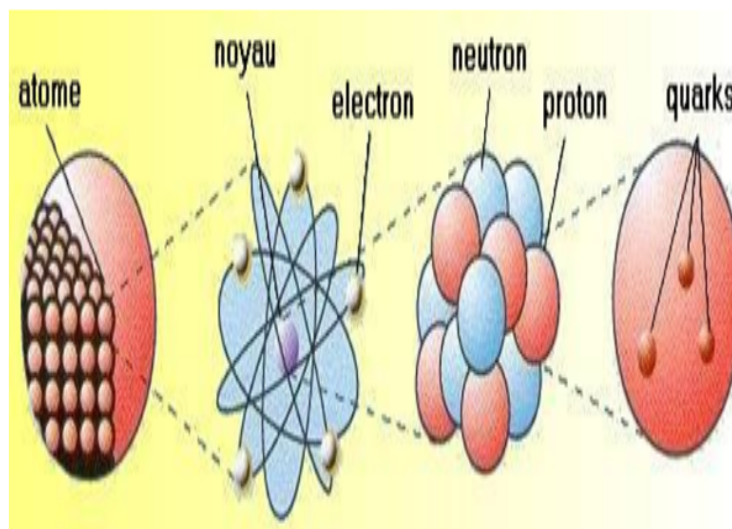


FIGURE 1.1 – Différentes trajectoires prises par les électrons autour du noyau

Autour de ce noyau gravitent des électrons, chargés négativement, qui donnent à l'atome une taille d'environ 10^{-10} fm ($1\text{fm} = 10^{-15}\text{m}$). Divers processus au sein

de l'atome sont à l'origine des émissions de rayonnements, tels que les émissions de rayons X , rattachées au cortège électronique ou les radioactivités, plus intimement rattachées au noyau. Après avoir donné les éléments permettant de mieux cerner d'où vient le noyau, à présent, nous nous intéressons aux généralités sur le noyau atomique.

1.3 Généralités sur le noyau atomique

Dans cette section, le concept de noyau atomique est décrit. Dans un premier temps, c'est sa nomenclature qui est abordée. Dans un second temps sont présentés les différentes déformations possibles que peut subir le noyau, les interactions qui permettent aux nucléons de rester ensemble, et donc de maintenir la cohésion du noyau. Enfin, les radioactivités, conséquence d'un déséquilibre entre ces interactions sont exposées.

1.3.1 Les composantes du noyau atomique

Les neutrons et protons qui composent le noyau, sont communément appelés nucléons [46]. Les différents noyaux ou nucléides se distinguent donc par le nombre de protons Z et de neutrons N qui les constituent. Le nombre de protons indique l'élément chimique du noyau considéré. La manière la plus commune d'écrire un noyau particulier est ${}^A_Z X_N$, souvent abrégée ${}^A X$, où A est le nombre de nucléons ($A = Z + N$) et X est l'élément chimique. Pour chaque élément, le nombre de neutrons contenu dans le noyau peut varier et les différents noyaux ainsi formés sont appelés isotopes de l'élément. Les différents éléments, tels qu'ils peuvent être trouvés dans la nature, sont souvent constitués de plusieurs isotopes, en fonction de leurs abondances. L'ensemble des isotopes d'un élément constitue la série isotopique de cet élément. Des noyaux ayant un même nombre de neutrons sont dits isotones. L'ensemble des noyaux partageant un même nombre de neutrons est appelé chaîne isotonique.

Un proton est constitué de deux quarks up et d'un quark down tandis que le neutron quant à lui est formé de deux quarks down et d'un quark up. Dans le modèle de la Chromodynamique Quantique (CDQ) (Nobel 2004), les protons

et les neutrons ne sont pas constitués uniquement de quarks up et down, mais également d'une mer de paires de quarks et d'antiquarks. L'image de la figure (1.2) représente la mer de particules appelées quarks et d'antiquarks à l'intérieur d'un proton.

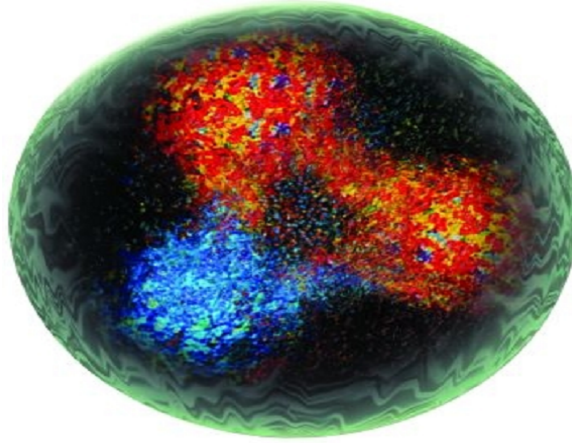


FIGURE 1.2 – Un proton constitué d'une mer de quarks et d'antiquarks

L'évaluation des constituants du noyau montre qu'il est constitué des protons et neutrons, eux à leur tour constitués des mers de quarks et d'antiquarks. Dans la suite, nous nous intéressons aux divers phénomènes qui se passent à l'intérieur du noyau atomique.

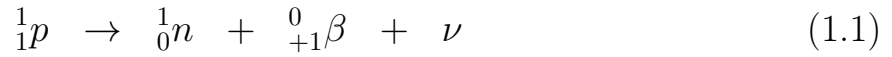
1.3.2 La radioactivité

Dans la nature, il existe environ 330 nucléides (noyaux stables et radioactifs) qui appartiennent à 90 éléments différents. Sur les 330 nucléides, 47 sont radioactifs et plus de 1000 autres nucléides sont obtenus artificiellement. La radioactivité se définit comme la désintégration d'un noyau (nucléide) père en un noyau fils.

Il existe en général trois (03) types de radioactivité [47] : la désintégration β (la désintégration β^+ , la désintégration β^- et la capture d'électrons), la désintégration α et la désexcitation (désexcitation gamma et la conversion interne).

- La désintégration β^+

Un proton se transforme en un neutron, avec émission d'un positron (positon ou anti-électron) d'équation :



ν est appelé neutrino. C'est une particule de masse infiniment petite et de charge nulle (${}^0_{+1}\beta = {}^0_1e = \beta^+$).

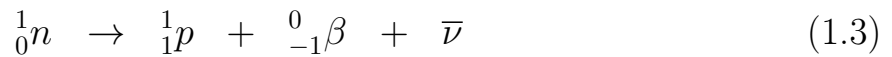
De façon générale,



La radioactivité β^+ est la désintégration d'un noyau en un neutron, par interaction faible. Un quark up du nucléon "proton" se désintègre en un quark down, un positron et un neutrino électronique. Il reste dans le nucléon deux quarks down et un quark up, puis le proton devient un neutron. Les positrons quant à eux, se combinent très rapidement avec les électrons en 10^{-9} seconde et l'énergie résultante est émise sous forme de rayonnement γ .

- La désintégration β^-

Dans ce cas, un quark down du nucléon "neutron" se désintègre en un quark up, un électron et un antineutrino électronique. Il reste dans le nucléon deux quarks up et un quark down et le neutron devient un proton. Cette désintégration est régie par l'équation :



$\bar{\nu}$ est appelé antineutrino. C'est une particule de masse infiniment petite et de charge nulle (${}^0_{-1}\beta = {}^0_{-1}e = \beta^-$).

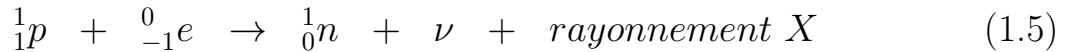
L'équation générale se présentant sous la forme :



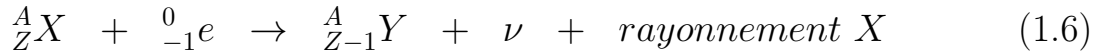
- La capture d'électrons

En général, pour $Z > 80$, le processus de capture d'électrons domine; pour $Z < 30$, le processus d'émission de positrons domine et pour $30 < Z < 80$, les 2 types de processus sont observés. Le noyau capture un électron (e^-) de la couche

interne K du nuage (ou cortège) électronique et l'électron capturé est remplacé par un électron plus externe, un rayonnement X est émis suivant l'équation :



et nous la retrouvons de façon générale sous la forme :



- La désintégration α

Elle se passe généralement avec des noyaux à partir de $Z = 84$. Au cours de son processus, il y'a émission d'une particule d'hélium (4_2He) et l'équation est donnée par :



En dessous de $Z = 60$, il existe peu d'émissions alpha.

- La désexcitation gamma

Les noyaux formés sont souvent dans un état excité, et pour amorcer la désexcitation, l'équation suivante est engagée :



où ${}^A_ZX^*$ est le noyau excité, A_ZX est un noyau déexcité et ${}^0_0\gamma$ est le rayonnement émis.

Toutes ces désintégrations ne se font pas au hasard, mais suivant un certain nombre de règles et de lois bien précises qu'il convient d'énumérer.

1.3.3 Lois de conservation lors des réactions nucléaires

Il est important de mentionner qu'en 1940, aux Etats Unis d'Amérique, Herbert L. Anderson et Enrico Fermi, à l'Université de Columbia (New York), émettent l'idée que le Carbone est un modérateur convenable pour réaliser une réaction à chaîne et en gardèrent le secret, compte tenu de la menace Allemande. Deux ans plus tard, l'apothéose fût atteinte par la mise sur pied de la première

réaction nucléaire en chaîne, cette fois ci à l'Université de Chicago et précisément le 02 décembre 1942 dans le même pays, les Etats Unis d'Amérique par ce réfugié des lois raciales, le nommé Enrico Fermi.

Dans toutes les réactions nucléaires (radioactivité naturelle ou artificielle, bombardement par des particules, fission, fusion,...), un noyau atomique est transformé et on observe que les grandeurs suivantes sont toujours conservées :

- la somme énergie-masse
- le nombre de nucléons
- la charge électrique
- la quantité de mouvement et
- le moment cinétique (grandeur caractérisant l'état de rotation).

Toute réaction nucléaire étant régie par l'équation générale :



où ${}^A_Z X$ est le noyau père, ${}^{A'}_{Z'} Y$ est le noyau fils et ${}^a_z p$, la particule émise.

En partant des lois de Soddy relatives à la conservation, nous aurons :

$$A = A' + a \quad (1.10)$$

et

$$Z = Z' + z \quad (1.11)$$

où l'Eq.(1.10) traduit la conservation du nombre de nucléons et l'Eq.(1.11) règle la conservation de la charge globale.

Divers types d'émissions et de particules ont été identifier lors des désintégrations d'un nucléide, cependant la connaissance des masses atomiques et de l'unité de mesure de ces entités sont d'une importance capitale pour la suite de ce travail.

1.3.4 L'unité de masse, la masse atomique et le défaut de masse

a. L'unité de masse atomique en fonction de son équivalent en énergie

Dans cette partie, il est question d'exprimer les équivalences relatives aux unités du système international des différents constituants du noyau atomique présentés ci-dessous [48] :

- Unité de masse atomique u : $1 u = 1.66054 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$

- Electron : $m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg} = 5.4858 \times 10^{-4} u = 0.511 \text{ MeV}/c^2$
- Proton : $m_p = 1.67264 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1.007276 u = 938.28 \text{ MeV}/c^2$
- Neutron : $m_n = 1.675 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1.008665 u = 939.57 \text{ MeV}/c^2$.

b. La masse atomique

Puisque l'atome neutre est constitué d'un noyau autour duquel gravitent Z électrons [49], nous pouvons écrire sa masse sous la forme : $\mathcal{M}(A, Z)$ comme la somme des masses $M(A, Z)$ du noyau et de $Z \times M_e$ électrons qui gravitent autour du noyau. Ainsi, la masse d'un atome se calcule par la formule :

$$\mathcal{M}(A, Z) = M(A, Z) + ZM_e - \frac{B_e^Z(Z)}{c^2} \quad (1.12)$$

Nous pouvons tout de suite constater que l'énergie de l'atome est inférieure à l'énergie de ses différents constituants, cet excédent d'énergie notée $B_e^Z(Z)$ est appelée énergie de cohésion du noyau atomique. Cette manière de comprendre le noyau atomique est symbolisée par la figure (1.3) ci-dessous.

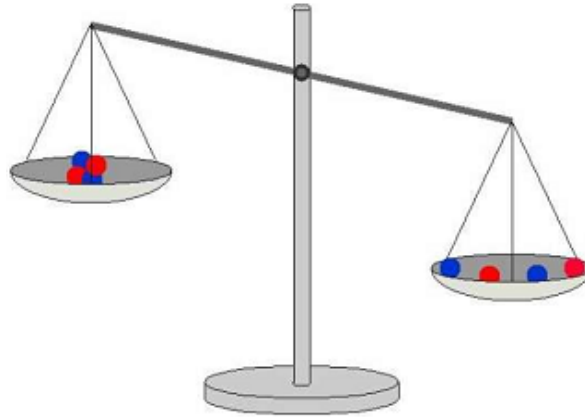


FIGURE 1.3 – La mesure de la masse du noyau $M(A, Z)$ à gauche et celle de ses constituants $(ZM_p + NM_n)$ à droite.

c. Le défaut de masse

La masse d'un noyau est toujours inférieure à la somme de celles de ses constituants, l'excédent est appelé défaut de masse [49] donné par :

$$\Delta(A, Z) = ZM_p + NM_n - M(A, Z) \quad (1.13)$$

Cette énergie supplémentaire à pour rôle :

- de maintenir l'ensemble et assurer la cohésion du noyau et
- d'assurer la liaison nucléaire.

En portant l'expression de $M(A, Z)$ par une simple résolution de l'Eq.(1.12) dans l'Eq.(1.13), le défaut de masse prend la forme :

$$\Delta(A, Z) = ZM_p + NM_n - \mathcal{M}(A, Z) + ZM_e - \frac{B_e^Z(Z)}{c^2} \quad (1.14)$$

Comme l'énergie de liaison $B_e^Z(Z)$ est de l'ordre de 1 à 100 keV et c^2 est égale à 9.10^{16} m/s^2 , l'expression $\frac{B_e^Z(Z)}{c^2}$ peut être négligée et l'Eq.(1.14) devient :

$$\Delta(A, Z) = ZM_p + NM_n + ZM_e - \mathcal{M}(A, Z) \quad (1.15)$$

La connaissance plus ample du noyau atomique, de sa masse et les masses de ses constituants nous pousse à nous interroger sur les différentes forces et les déformations qui s'évissent et s'opèrent à l'intérieur, à l'extérieur et entre les constituants du noyau atomique.

1.4 Les forces et les types de déformations subies par le noyau atomique

1.4.1 Les différentes forces interagissant dans le noyau atomique

Le noyau atomique étant constitué de particules diverses et certaines d'ailleurs chargées, est victime de plusieurs forces parmi lesquelles nous dénombrerons les trois principales [50] ci- dessous :

- Les interactions électriques appliquées à toute particule ayant une charge électrique (protons), caractérisées par une interaction coulombienne d'une intensité relative de 10^{-2} N .
- Les interactions fortes qui permettent de lier les quarks entre eux pour former les hadrons (protons, neutrons). Par contre les électrons, les photons et les neutrinos ne sont pas des quarks ; ils sont insensibles aux interactions fortes ; qui sont à leur tour attractives et s'opposent à la répulsion électrostatique. Elles permettent de confiner les protons dans le petit volume qu'est le noyau d'une portée de 10^{-15} m , d'intensité relative de 1 N.

- Les interactions faibles qui agissent à l'intérieur des nucléons en transformant un nucléon en un autre avec émission des particules bêta, caractérisées par une intensité relative de 10^{-36} N et d'une portée de 10^{-18} m. La stabilité d'un noyau dépend de la compétition entre ces trois forces et au dessus d'un certain nombre de protons (92), les noyaux sont instables.

La présence d'un certain nombre de forces entitativement opposées au sein du noyau crée des tensions entre les nucléons. Ces tensions favorisent à leur tour plusieurs mouvements, raison pour laquelle il s'avère important d'évaluer les types de déformations et des interactions qu'on retrouve dans le noyau atomique.

1.4.2 Les types de déformations subies par le noyau atomique

Considérons les rayons constants aux mêmes directions que celles de l'espace applicable aux noyaux avec une distribution sphérique de la matière chargée. Seulement un très petit nombre de noyaux s'avère sphérique, contrairement aux atomes qui peuvent se déformer et atteindre une forme non sphérique. Pour les noyaux déformés, le rayon R n'est pas le même dans toutes les directions, il devient une fonction des coordonnées de l'espace [51].

Dès lors, nous pouvons poser :

$$R = R(x, y, z) \neq \text{constante} \quad (1.16)$$

De plus, le rayon peut changer dans le temps en fonction de la vibration de surface ou de la rotation du noyau. Lorsque le rayon est une fonction des coordonnées (x, y, z) , il peut être élargi en une série polynômiale et les termes d'ordre croissant peuvent être groupés en commençant par le terme constant, linéaire, quadratique ou cubique tels que :

-le terme constant est appelé monopole

-celui linéaire est appelé dipôle

-le terme quadratique est appelé terme quadripolaire et enfin

-celui cubique est appelé terme octupolaire

Deux conditions doivent être remplies lorsqu'on considère une déformation nucléaire :

- Les noyaux sont incompressibles ; raison pour laquelle le volume nucléaire doit

être conservé. Si nous transformons le rayon en une fonction de coordonnées x , y , z , nous devons modifier l'échelle à la fin pour s'assurer que le volume est le même avant et après la déformation.

- Les transformations qui déplacent le centre du noyau sans changer de forme sont négligeables car elles ne décrivent aucun nouveau phénomène, puisqu'elles se comportent comme une translation de vecteur \vec{u} de l'ancienne structure. Considérons un cas bidimensionnel d'une déformation subie par un cercle de rayon unité, avant la déformation, le cercle est régi par l'équation :

$$x^2 + y^2 = 1 \quad (1.17)$$

Essayons de le déformer dans la direction des abscisses en soustrayant ou en ajoutant le terme x mais en gardant la surface constante. Pour ce faire, nous introduisons le terme α et nous obtenons l'équation suivante après la déformation :

$$x^2 + y^2 - x = \alpha \quad (1.18)$$

la forme canonique de l'Eq.(1.18) est obtenue ci-dessous :

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - x &= \alpha \\ \implies \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 &= \alpha - \frac{1}{4} \end{aligned} \quad (1.19)$$

La conséquence de la conservation du volume montre que le nouveau cercle doit avoir le même rayon que l'ancien. Ceci est justifiable par le choix judicieux de cette constante qui montre que $\alpha = 0.75$; nous n'avons donc pas déformé le cercle, plutôt son centre a subi une translation d'un vecteur \vec{u} , figure (1.4).

Au départ, nous avons un cercle C(rouge), de centre O(0,0), de rayon unité et à la fin on se retrouve avec le même cercle C(vert) de centre $\Omega(\frac{1}{2}, 0)$ et de rayon identique $R = 1$, par une translation de vecteur $\vec{u}(\frac{1}{4}, 0)$.

Pour les cas réalistes dans l'espace à 3 dimensions, on peut aussi démontrer que le terme dipôle, sous l'exigence de conservation de volume correspond au déplacement du centre de masse, raison pour laquelle la déformation dipolaire ne se produit pas dans le noyau atomique. Cela signifie qu'il n'existe pas de termes linéaires dans l'expansion du rayon dans une série multipolaire.

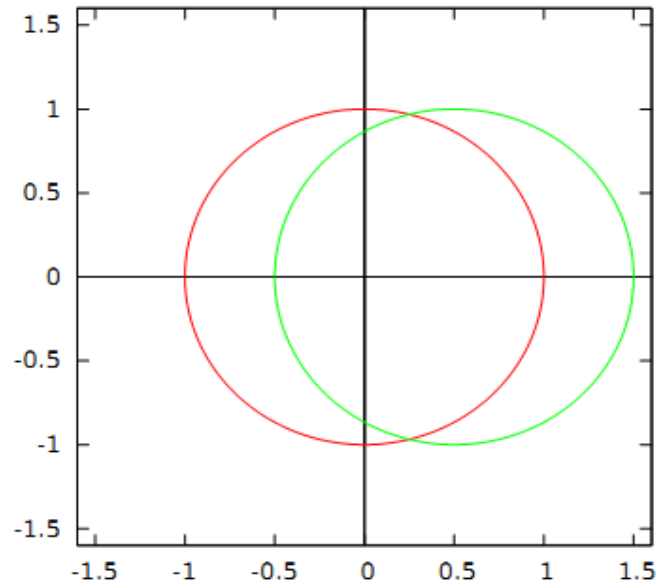


FIGURE 1.4 – Représentation des cercles avant la déformation ($x^2 + y^2 = 1$: couleur rouge) et après la déformation ($x^2 - x + y^2 = 0.75$: couleur verte)

En conclusion, il existe deux formes de déformations dans le noyau atomique [51] :

- Les déformations sphériques correspondant aux termes monopoles et
- Les déformations elliptique correspondant aux termes quadripolaires, voir figure (1.5).

Pour un noyau quadruple déformé en forme elliptique, on peut distinguer un repère de coordonnées défini par les trois axes de déformations. Par exemple, nous prendrons z comme l'axe long, x comme axe court et y comme axe intermédiaire (d'autres choix sont possibles). Ce type de choix des axes de coordonnées est appelé le cadre de référence de l'axe principal ou le cadre de référence intrinsèque. Il est également important de savoir que le noyau déformé peut avoir n'importe quelle orientation par rapport au système de Laboratoire. Par conséquent, toute orientation tridimensionnelle du référentiel de l'axe principal par rapport au référentiel de Laboratoire est autorisée.

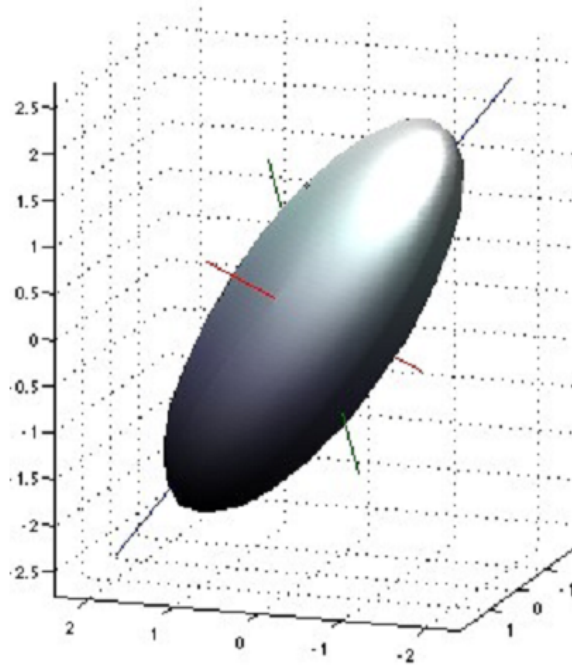


FIGURE 1.5 – Une déformation quadripolaire.

Considérons la description mathématique d'une surface ellipsoïdale particulièrement simple dans le cadre de référence des axes principaux suivants :

$$\left(\frac{x}{R_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{R_y}\right)^2 + \left(\frac{z}{R_z}\right)^2 = 1 \quad (1.20)$$

avec R_x , R_y et R_z représentant les longueurs respectives des axes x , y et z . Les cas axiaux possibles suivants sont obtenus pour :

- $R_x = R_y > R_z$, on a une déformation appelée ellipsoïde aplatie (crêpe), figure (1.6.a)
- $R_x = R_y < R_z$, on a une déformation appelée ellipsoïde allongée (cigare), figure (1.6.b)
- $R_x = R_y = R_z$ définit une déformation sphérique ; qui n'est pas une vraie déformation dans le noyau atomique.

Les différentes forces qui entrent en compétition et les types de déformations que subissent les nucléons sont désormais bien connues. Or en Physique, qui parle de forces fait référence à l'énergie, raison pour laquelle l'utilisation de celles-ci nous permettra de nous appesantir sur l'aspect énergétique du noyau atomique.

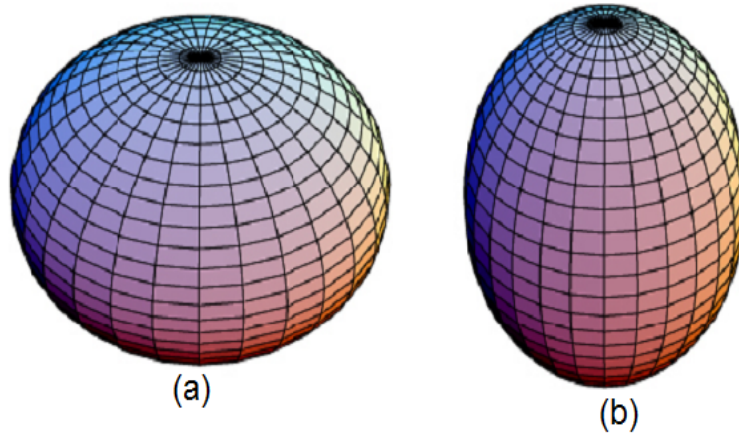


FIGURE 1.6 – Les ellipsoïdes aplatie (a) et allongée (b)

1.5 Énergie de liaison et énergie de séparation

1.5.1 Énergie de liaison des nucléons

Comme les forces nucléaires sont de courte portée, elles ne s'exercent pratiquement qu'entre un nucléon et ses voisins les plus proches. De l'existence de ces forces, il résulte une énergie potentielle appelée énergie de liaison totale [52], qui prend la forme suivante :

$$B(A, Z) = \Delta(A, Z)c^2 \quad (1.21)$$

1.5.2 Énergie de séparation des nucléons

C'est l'énergie nécessaire qu'il faut pour dissocier un noyau de ses constituants. L'énergie de séparation $S_x(A, Z)$ d'une particule x d'un noyau X pour former un noyau Y , est l'énergie nécessaire pour obtenir le noyau X à partir du noyau Y et de la particule x [52].

Le diagramme ci-dessous, figure (1.7) présente les diverses valeurs d'énergies des étapes de séparations des constituants d'un nucléide quelconque x .

Cette énergie est donnée par :

$$S_x(A, Z) = [\mathcal{M}(A - a, Z - z) + \mathcal{M}(a, z) - \mathcal{M}(A, Z)]c^2 \quad (1.22)$$

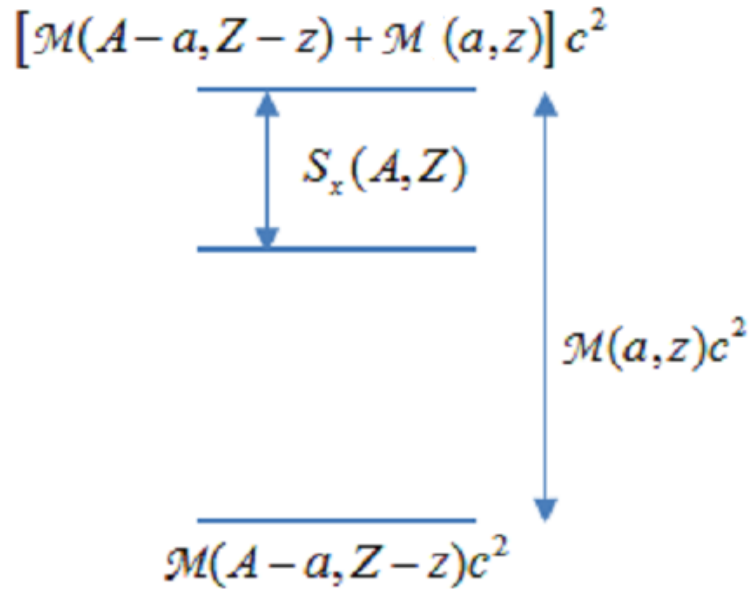


FIGURE 1.7 – Diagramme présentant quelques paliers des énergies de séparations des constituants du noyau atomique

En portant les Eqs.(1.15) et (1.21) dans l'Eq.(1.22) et après quelques calculs, on obtient :

$$S_x(A, Z) = [B(A, Z) - B(A - a, Z - z) - B(a, z)]c^2 \quad (1.23)$$

Nous étendons l'Eq.(1.23) au calcul des énergies de séparations des constituants de quelques particules ci-après :

- Energie de séparation des constituants d'un neutron.

La séparation des constituants du neutron peut être calculer par la formule :

$$S_n(A, Z) = [B(A, Z) - B(A - 1, Z)]c^2 \quad (1.24)$$

- Energie de séparation des constituants d'un proton.

Pour fragmenter le proton, nous avons besoin de l'énergie suivante :

$$S_p(A, Z) = [B(A, Z) - B(A - 1, Z - 1)]c^2 \quad (1.25)$$

- Energie de séparation des constituants de la particule alpha (${}^4_2\text{He}$)

Cette particule a une énergie de séparation de la forme :

$$S_\alpha(A, Z) = [B(A, Z) - B(A - 4, Z - 2) - B(4, 2)]c^2 \quad (1.26)$$

Le tableau "a" ci-après présente les énergies de séparations des neutrons et protons de quelques nucléides [52].

Tableau a : Energies de séparations $S_n(MeV)$ et $S_p(MeV)$ respectivement du neutron et du proton.

<i>Noyau</i>	$S_n(MeV)$	$S_p(MeV)$
$^{16}_8O$	15.66	12.13
$^{17}_9F$	16.81	0.60
$^{40}_{20}Ca$	15.64	8.33
$^{41}_{20}Ca$	8.36	8.89
$^{208}_{82}Pb$	7.37	8.01

Nous remarquons que les énergies de séparations des protons et des neutrons sont plus importantes pour les noyaux N, Z pairs que pour les noyaux N, Z impairs. Ces énergies de séparations S_n et S_p sont d'une part assez élevées à cause de la fermeture des couches réalisées, en général pour les nombres magiques 2, 8, 20, 28, 50, 82 et 126. Le noyau atomique subit des mouvements divers qui tendent à le lier ou le séparer de ses constituants (nucléons) et ces différentes manifestations se passent dans l'espace. Pour quantifier, représenter et contrôler toutes les entités permettant de déterminer les paramètres cinématiques d'une particule, la notion de potentiel fut développée. Ainsi à chaque instant ou lieu précis, nous pouvons retrouver l'énergie d'un des constituants du noyau grâce à l'ingéniosité du concept de la mécanique quantique. Il stipule que lorsqu'un opérateur (Hamiltonien) est appliqué à une fonction d'onde, on obtient une valeur propre (énergie). Cependant lorsqu'on l'applique à certains potentiels, la valeur propre et l'observable sont identiques. Les physiciens chercheurs et spécialistes dans ce domaine ont fait naître une multitude de potentiels pour pallier aux déficits et insuffisances constatées pour certaines. Dans ce contexte, nous prêterons un regard synoptique sur l'évolution de quelques modèles nucléaires.

1.6 Revue de la littérature sur quelques modèles nucléaires

En 1935, le Physicien Allemand Bethe-Weizsäcker est l'un des premiers à initier les modèles nucléaires [52], construits pour expliquer le comportement de l'énergie de liaison en émettant les concepts suivants :

- Les noyaux sont approximativement sphériques et le volume de cette sphère est proportionnel au nombre de nucléons A , raison pour laquelle chaque nucléon occupe à peu près le même volume quelque soit le type de noyau.
- La densité nucléaire est quasi indépendante de A et la matière nucléaire est donc incompressible comme une goutte de liquide.
- Les nucléons interagissent uniquement avec les voisins plus proches.

De ces indices précis, naissent plusieurs modèles capables de mieux expliquer les effets volumiques, surfaciques, coulombiens et d'asymétries. Ce sont : le modèle de la goutte liquide, le modèle atomique, le modèle en couche et le modèle collectif de Bohr.

1.6.1 Le modèle de la goutte liquide

Une molécule d'eau liquide est constituée de deux atomes d'oxygène et d'un atome d'hydrogène.

En physique nucléaire, le modèle de la goutte liquide est un modèle permettant de déterminer approximativement en une seule formule générale la distribution des énergies de liaison B en fonction du nombre de masse A , du nombre de protons Z et du nombre de neutrons N ($A = N + Z$). L'idée est de traiter la matière nucléaire du noyau comme un liquide. Un peu comme l'eau d'une goutte de pluie, sauf qu'ici les forces de Van Der Waals entre les molécules d'eau sont remplacées par l'interaction nucléaire forte entre les nucléons (dilués dans le volume du noyau). Le noyau atomique est donc un "fluide quantique". Il est "fluide" parce que les nucléons au sein du noyau se comportent comme les molécules d'un liquide qui roulent les unes sur les autres sans jamais quitter le récipient et "quantique" pour le fait que la longueur d'onde des nucléons est suffisamment grande par rapport à la taille des nucléons pour que la notion de position ou de trajectoire ne soit plus valide. Le noyau, par ses caractéristiques telles que le rayon ou l'énergie de liaison, ressemble beaucoup à une goutte d'eau car :

- le volume d'une goutte est proportionnel aux nombres de molécules.
- il n'y a pas de corrélations à longue portée (grande distance) entre les molécules d'une goutte; chaque molécule n'est sensible qu'à ses plus proches voisines. La

figure (1.8) ci-dessous présente un noyau se rapportant à une goutte liquide dont la forme sphérique est parfaitement en équilibre et ayant les caractéristiques suivantes :

- la densité volumique est ρ_0 ,
- le volume est donné par la formule :

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad (1.27)$$

or

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}} \quad (1.28)$$

en portant l'Eq.(1.28) dans l'Eq.(1.27), on obtient l'expression du volume ci-après :

$$V = \frac{4}{3}\pi r_0^3 A \quad (1.29)$$

comme

$$\frac{4}{3}\pi r_0^3 = Cte \quad (1.30)$$

alors

$$V \simeq A \quad (1.31)$$

Forme d'équilibre
sphérique

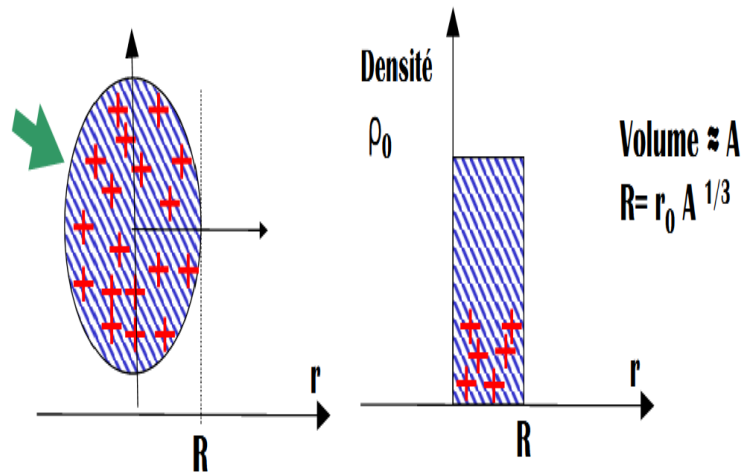


FIGURE 1.8 – Le noyau atomique se rapportant à une goutte liquide

Dans le modèle de la goutte liquide, le noyau est donc considéré comme un fluide chargé et incompressible. On retrouve ainsi : un terme de volume (en A),

un terme de surface (les nucléons en surface sont moins liés que ceux au centre du noyau), un terme de répulsion coulombienne des protons entre eux, des termes quantiques d'asymétries et d'appariements.

Présentons l'influence de tous ces effets sur le comportement d'un noyau atomique par rapport à ses voisins en terme de gain ou de perte d'énergie nucléaire.

-L'effet volumique

Le terme volume traduit l'attraction entre les nucléons due à l'interaction forte, figure (1.9). Chaque nucléon contribue de la même quantité ($\sim 16\text{MeV}$) à l'énergie de liaison. Cette énergie se calcule par la formule :

$$B_{vol} = a_v A \quad (1.32)$$

où a_v est appelé effet volumique.

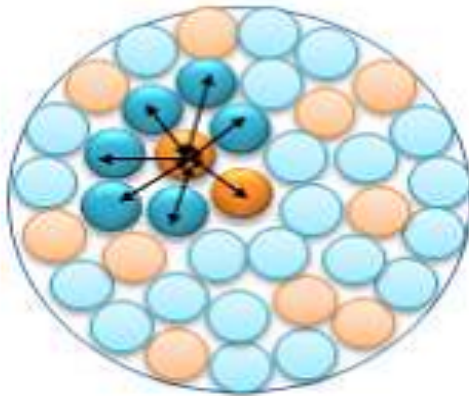


FIGURE 1.9 – Les différents noyaux subissent les influences réciproques des volumes voisins appelées effets volumiques.

-L'effet surfacique

Les nucléons qui se trouvent en surface, contribuent moins puisqu'ils ont moins de nucléons voisins. Ce terme appelé terme de surface, est similaire à l'effet de tension superficielle à la surface d'une goutte de liquide, il tend à réduire la force

de liaison, figure (1.10). Cette énergie se calcule par la formule ci-après :

$$B_{surf} = a_s A^{\frac{2}{3}} \quad (1.33)$$

$$a_s \sim 15 \text{ MeV}$$

avec a_s , l'effet surfacique.

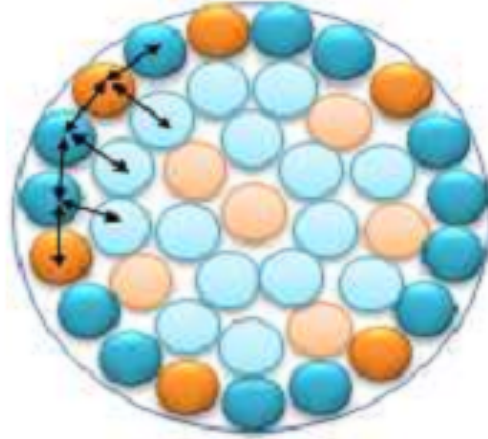


FIGURE 1.10 – Orientation des effets surfaciques de certains nucléides sur les autres par des flèches.

-L'effet coulombien

La répulsion coulombienne entre les protons entraîne une diminution de $B(A, Z)$. Cette correction peut être calculée comme l'énergie potentielle de Z protons distribués uniformément sur une sphère de rayon R , figure (1.11). Cette énergie est donnée par [53,54] :

$$B_{coul} = a_c \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} \quad (1.34)$$

$$a_c \sim 0.6 \text{ MeV}$$

où a_c est l'effet coulombien.

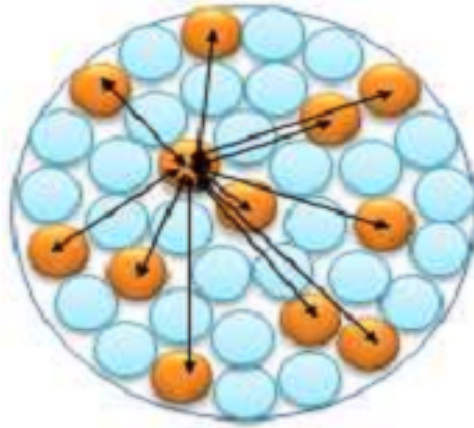


FIGURE 1.11 – Présentation des nucléides influencés par les effets coulombiens

-L'effet d'asymétrie

L'énergie d'asymétrie est la différence d'énergie d'un noyau pour les cas $N \neq Z$ et $N' = Z' = \frac{A}{2}$ [53,54], figure (1.12). Cette notion d'asymétrie fait appel à quelques règles suivantes :

- Lorsque les nucléons sont confinés dans une boîte, les niveaux d'énergie des neutrons et des protons sont bien définis et équidistants de $\Delta E = \frac{1}{A}$.
- Le principe de Pauli qui stipule qu'on ne doit avoir qu'un seul nucléon par niveau.

A partir d'un noyau de caractéristiques $N = Z = \frac{A}{2}$, on veut fabriquer le noyau A, Z ($Z < N$) et pour cela, on doit prendre k protons et les transformer en neutrons. Comme chaque proton doit être relevé de k niveaux [54], l'énergie à dépenser pour chaque proton est $k \times \Delta E$, voir figure (1.13).

L'énergie totale B_{asy} à dépenser pour former le noyau est $k \times (k \times \Delta E)$, elle se calcule par la formule :

$$B_{asy}(N, Z) = a_a \frac{(N - Z)^2}{A} \quad (1.35)$$

où a_a est l'effet d'asymétrie.

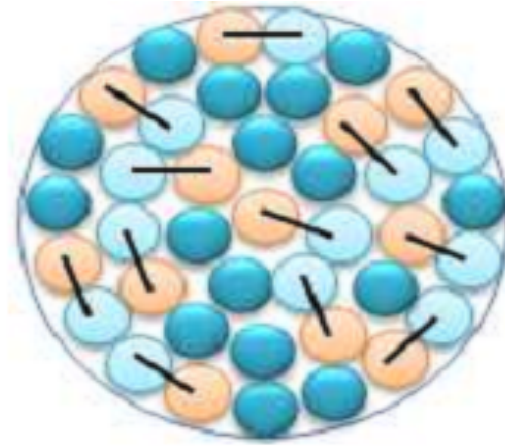


FIGURE 1.12 – Présentation des nucléides influencés par les effets d’asymétrie

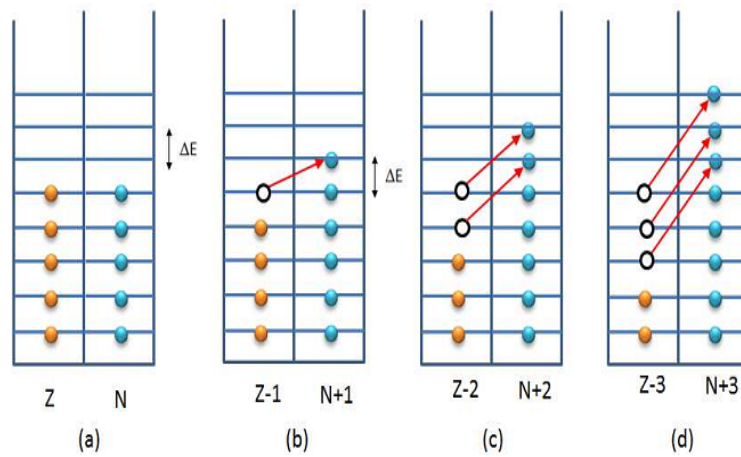


FIGURE 1.13 – Remplissage des cases par les protons et neutrons en respectant le principe de Pauli

En tenant compte de tous ces effets sus-cités, on retrouve en général l’énergie de liaison d’un noyau avec ses constituants donnée par la formule de $B(A, Z)$ suivante :

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{\frac{2}{3}} - a_c \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - a_a \frac{(N - Z)^2}{A} + \delta(A, Z) \quad (1.36)$$

où

$$\delta(A, Z) = \delta_0(A, Z) a_p A^{-\frac{3}{4}} ; \quad a_p \approx 34 \quad (1.37)$$

et

$$\delta_0(A, Z) = \begin{cases} +1, & \text{pour } A, Z \text{ et } N \text{ pairs;} \\ 0, & \text{pour } A \text{ impair;} \\ -1, & \text{pour } A \text{ pair, } Z \text{ et } N \text{ impairs.} \end{cases} \quad (1.38)$$

les noyaux ayant un nombre pair de nucléons, neutrons et protons sont plus stables que ceux ayant un nombre impair de nucléons, eux-mêmes plus stables que ceux ayant un nombre pair de nucléons, et, impair de neutrons et protons. Ceci rend notamment compte des effets de couplage par deux nucléons pour les spins.

Cela voudrait dire que

$$\delta_0 = \frac{(-1)^Z + (-1)^N}{2} \quad (1.39)$$

Le fait que le terme de volume soit positif montre que les nucléons à l'intérieur du noyau se lient par l'intermédiaire de l'interaction nucléaire. Les termes de surfaces diminuent l'énergie de liaison car, en surface, les nucléons ont moins de voisins avec qui interagir. Il en est de même pour le terme coulombien qui est répulsif et tend à éloigner les protons les uns des autres. On peut ajouter un terme d'asymétrie répulsif caractérisant le fait que le noyau soit moins lié lorsque l'on s'éloigne de la vallée de stabilité, ce terme n'a pas d'origine macroscopique. L'expression de l'énergie de liaison ci-dessus est semi empirique puisque les constantes ne peuvent être déterminées qu'expérimentalement ; raison pour laquelle, elle est donc confrontée aux problèmes suivants :

- l'effet coulombien : la répulsion coulombienne entre les protons entraîne une diminution de $B(A, Z)$.
- l'effet d'asymétrie : les noyaux lourds possèdent plus de neutrons que de protons.
- l'effet d'appariement : une plus grande stabilité pour les noyaux avec N et Z pair-pair (166 nucléides stables), vis-à-vis des noyaux dont N et Z sont impair-impair (5 nucléides stables).
- l'oscillation du noyau autour de la forme d'équilibre.
- au-delà du point critique l'énergie décroît avec la déformation.
- augmentation rapide de la déformation jusqu'au point de scission.
- séparation des deux fragments identiques.

De ces limites, naîtra le modèle atomique.

1.6.2 Le modèle atomique

Un modèle atomique est une représentation graphique (ou théorique) des propriétés de l'atome. Le but est de faciliter son étude par le biais de l'abstraction de la logique d'un atome en un schéma.

Il existe plusieurs types de modèles atomiques :

-Le modèle atomique de Schrödinger, par exemple, est un modèle quantique non relativiste basé sur une solution de l'équation de Schrödinger pour un potentiel électrostatique à symétrie sphérique.

-Le modèle atomique de Bohr ou de Bohr-Rutherford, en ce qui lui concerne, est un modèle quantisé de l'atome proposé par Bohr pour expliquer comment les électrons peuvent avoir des orbites circulaires stables autour du noyau atomique. Ce modèle fonctionnel ne représente pas l'atome en soi, en tant qu'objet physique, mais explique son fonctionnement par des équations.

-Le modèle atomique de Thomson ou modèle de plum pudding est une théorie sur la structure atomique proposée par Joseph John Thomson, qui découvrit l'électron. D'après ce modèle, l'atome serait composé d'électrons de charge négative dans un atome positif, comme des prunes dans un pudding (le mot pudding désigne souvent un dessert, mais peut également être un mets salé).

-Le modèle atomique de Rutherford fut proposé par le père de la physique nucléaire Ernest Rutherford pour expliquer les résultats de son expérience de la feuille d'or ultra-fine. Rutherford a signalé que les atomes possédaient des électrons, lesquels tournent autour d'un noyau central. Ce noyau concentre toute la charge positive de l'atome et presque toute la masse.

-Enfin, il y a lieu de mentionner le modèle atomique de Sommerfeld, une généralisation relativiste du modèle atomique de Bohr. D'après Arnold Sommerfeld, pour certains atomes, les vitesses des électrons atteignaient une fraction remarquable de la vitesse de la lumière. C'est pour cela qu'il a changé le modèle atomique de Bohr, dans lequel les électrons ne tournaient qu'en orbites circulaires, en ajoutant qu'ils pouvaient également tourner en orbites elliptiques. Face à ces insuffisances notables liées aux trajectoires non spéciales des électrons autour du noyau, le modèle atomique connaîtra des insuffisances et ensuite naîtra le modèle en couches.

1.6.3 Le modèle en couches

Le modèle en couches du noyau atomique, analogue à celui des spin-orbitales électroniques, est fondé sur le fait que les nucléons sont des objets quantiques, donc dans des états quantifiés; sont des fermions, à spin $1/2$, qui suivent le principe d'exclusion de Pauli (comme les électrons); baignent dans un potentiel attractif simple $V(r)$. Ce modèle macro-microscopique, développé par Maria Goeppert-Mayer (1906 – 1971) en 1948, suppose que les nucléons se trouvent sur des orbitales énergétiques et sont indépendants. Il a fallu d'abord expliquer les nombres magiques. De nombreuses méthodes ont été utilisées pour essayer de les calculer, en ajoutant au fur à mesure le proton et le neutron, figure(1.13).

1-On a d'abord considéré que le niveau n correspond à la couche, comme pour le nombre quantique principal électronique, avec la différence majeure qu'on commence la numérotation à 0.

- $n = 0$ correspond à deux protons.
- $n = 1$ correspond à six protons.

On trouve $(n + 1)(n + 2)$ dégénérescences avec l'oscillateur harmonique tridimensionnel, en prenant en compte le spin.

l est relié à n :

$$l \leq n;$$

si n est pair, l est pair ou égal à 0;

si n est impair, l est impair.

2-Puis, on s'est servi des nombres quantiques j , j_z et la parité pour faire intervenir l'interaction spin-orbite.

Les couches s , p , d , f .. correspondent au nombre quantique secondaire l comme pour les électrons. Avec l'interaction spin-orbite, les énergies des états du même niveau, mais avec des j différents, ne sont plus identiques. Selon que \vec{S} et \vec{L} sont parallèles ou antiparallèles, $j = l + \frac{1}{2}$ ou $j = l - \frac{1}{2}$. La parité de la sous-couche est $+$ pour les couches l paires (ou nulle) et $-$ pour les l impaires.

En combinant l'interaction spin-orbite, on aboutit à ce que les niveaux $l > 0$ sont séparés en états $j = l + \frac{1}{2}$ et $j = l - \frac{1}{2}$; l'énergie la plus faible est $j = l + \frac{1}{2}$ et non pas $j = l - \frac{1}{2}$. Le nombre de protons dans chaque état est égal à $2j + 1$. On arrive à la structure nucléaire présentée par la figure (1.14).

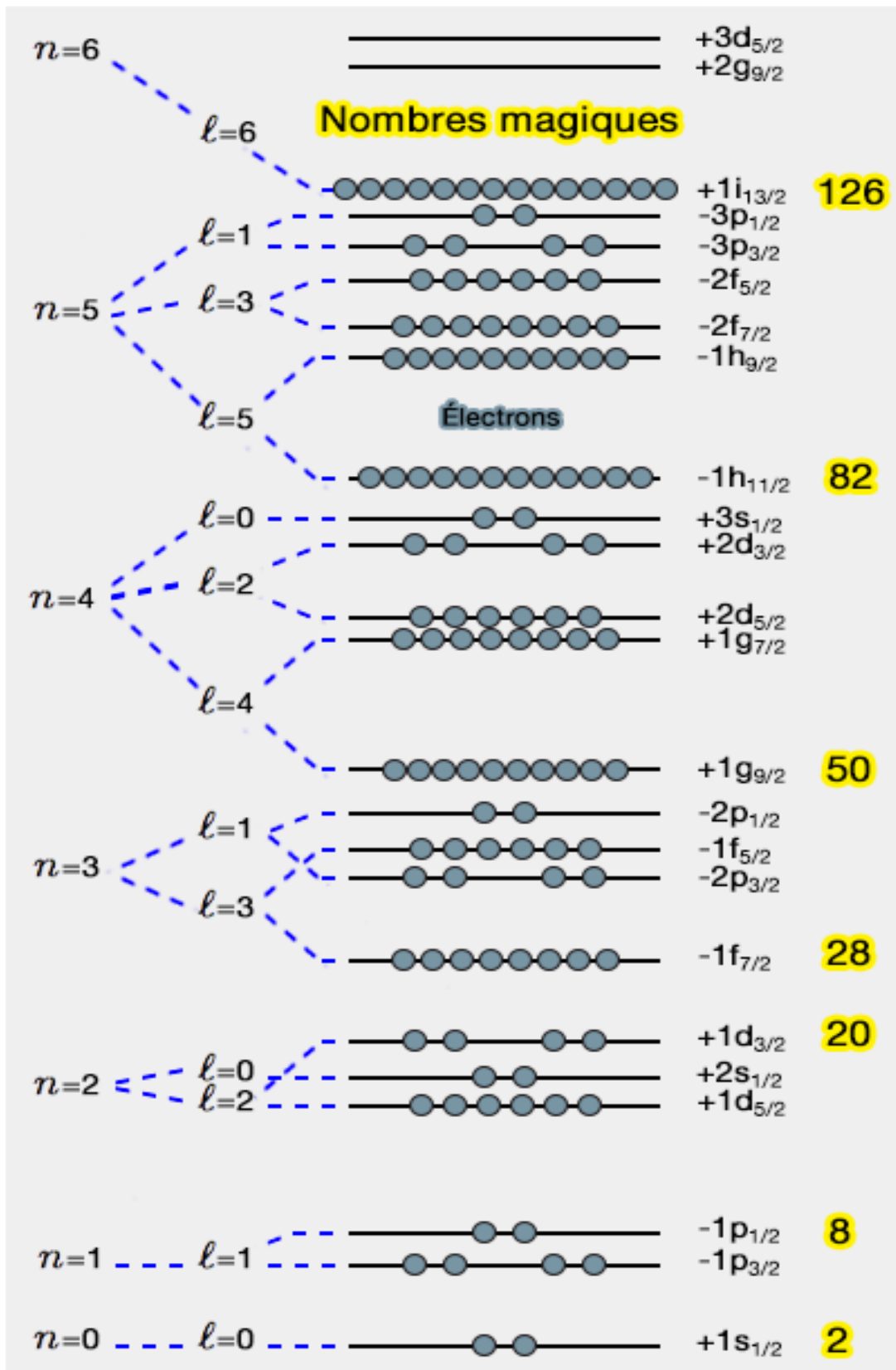


FIGURE 1.14 – Représentation des différentes sous couches

Ce modèle est parfait pour les couches s et p , mais connaît un essoufflement à partir de la couche d pour le fait que les couches n commencent à se remplir tandis que celles $(n - 1)$ ne sont pas encore totalement pleines, ce qui conduira à un nouveau type de modèle, à savoir le modèle collectif de Bohr.

1.6.4 Le modèle collectif de Bohr

En 1952, A. Bohr et B. R. Mottelson (Nobel de 1975) sur les fondements du modèle collectif, mirent sur pied un opérateur qui contient une cinétique qui restaure des termes potentiels dans un ensemble de variables décrivant l'emploi de la déformation de la surface nucléaire; dénomé Hamiltonien de Bohr-Mottelson. En 1954, R. D. Woods et David S. Saxon utilisèrent le potentiel de Woods-Saxon, potentiel de champ moyen pour les nucléons (protons et neutrons) à l'intérieur du noyau qui décrit de manière approximative les forces qui s'appliquent entre les nucléons : ce potentiel remplace le puit de potentiel carré, défini par :

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}} \quad (1.40)$$

où V_0 est approximativement 50 MeV, représente la profondeur du puit de potentiel; r la distance du nucléon au centre du noyau; a est une longueur représentant l'épaisseur de la surface du noyau, approximativement 0,5 fm; $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$ est le rayon nucléaire (ou de charge); r_0 est égale à 1,25 fm et A est le nombre de masse.

Plus tard, d'autres types de potentiels ont été développés dans le but d'améliorer les résultats proposés par le potentiel de Woods-Saxon; il s'agit notamment des potentiels de Morse, de l'oscillateur harmonique quantique et du potentiel de Killingbeck, qu'il convient d'énumérer dans la suite de ce travail.

1.6.3.1 Le potentiel de Morse

Le potentiel de Morse, nommé d'après le physicien Philip Morse, est un modèle pratique d'énergie potentielle pour une molécule diatomique [55,56]. C'est une meilleure approximation pour la structure vibrationnelle de la molécule que celle de l'oscillateur harmonique quantique car il comprend de manière explicite les effets d'une rupture de liaison, comme par exemple l'existence des états non

liés. Il prend aussi en compte l'anharmonicité des liaisons réelles et la probabilité non nulle de transition pour les états harmoniques et les bandes de combinaison.

a. La fonction d'énergie potentielle de Morse

La fonction d'énergie potentielle de Morse se présente sous la forme [55] ci-après :

$$V(r) = D_e \left(1 - e^{-a(r-r_e)}\right)^2 + V(r_e) \quad (1.41)$$

où r est la distance entre les atomes, r_e est la longueur de la liaison à l'équilibre, D_e est la profondeur du puit (définie par rapport aux atomes dissociés) et " a " contrôle la largeur du potentiel.

L'énergie de dissociation de la liaison peut être calculée en soustrayant l'énergie du point zéro $E(0)$ de la profondeur du puit. La constante de la force de liaison peut être trouvée en prenant la dérivée de la fonction d'énergie potentielle à partir de laquelle on peut montrer que le paramètre a est donné par :

$$a = \sqrt{\frac{K_e}{2D_e}} \quad (1.42)$$

où K_e est la constante de force au minimum du puit.

Le zéro d'énergie potentielle est bien sûr arbitraire, et l'équation du potentiel de Morse peut être réécrite en y ajoutant ou en y soustrayant une autre constante.

b. L'énergie de dissociation d'une liaison

D'après Philip Morse, l'énergie de dissociation d'une liaison D_0 se réfère à l'une des mesures de l'énergie d'une liaison chimique [55,56]. Elle correspond au changement d'enthalpie lors d'un clivage homolytique avec des réactifs et des produits de la réaction d'homolyse à $0^\circ K$ (zéro absolu). D'ailleurs, l'énergie de dissociation d'une liaison est parfois appelée l'enthalpie de dissociation de la liaison. Cependant, ces termes ne sont pas strictement équivalents car l'enthalpie de dissociation d'une liaison se réfère à la réaction d'enthalpie aux conditions normales de température et de pression. Cela amène une différence d'environ 1.5 kcal/mol ou 6 kJ/mol dans le cas d'une liaison hydrogène d'une grande molécule organique. La rigidité des liaisons d'une molécule est fonction non seulement du type de liaison, mais aussi des types d'atomes mis en commun.

Ainsi la quantité d'énergie produite par exemple par la liaison $H - Cl$ est très différente de celle $C - H$ car la rupture est proportionnelle à la surface de contact existant entre les deux atomes.

Contrairement aux niveaux d'énergie du potentiel de l'oscillateur harmonique où l'espacement ($\hbar\omega$) entre les niveaux du potentiel de Morse décroît lorsque l'énergie s'approche de celle de la dissociation D_e , figure (1.15).

En concluant cette partie, nous dirions que l'énergie de dissociation D_e est plus importante que l'énergie réelle requise D_0 en raison de l'énergie du point o du niveau vibrationnel le plus bas ($\nu = 0$).

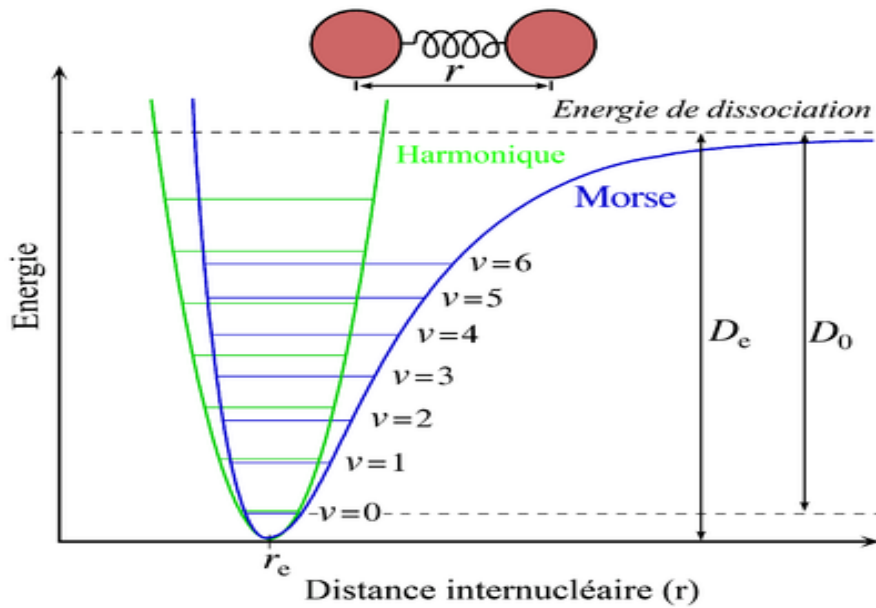


FIGURE 1.15 – Potentiel de Morse(bleu) et potentiel de l'oscillateur harmonique(vert).

c. L'énergie vibrationnelle de Morse

Les états stationnaires d'un potentiel de Morse ont les valeurs propres représentées sous la forme :

$$E(v) = h\nu_0 \left(v + \frac{1}{2} \right) - \frac{[h\nu_0 \left(v + \frac{1}{2} \right)]^2}{4D_e} \quad (1.43)$$

où v est le nombre quantique de vibration, ν_0 est la fréquence de vibration, elle est mathématiquement reliée à la masse de la particule m et aux constantes de

Morse par l'expression :

$$\nu_0 = \frac{a}{2\pi} \sqrt{\frac{2D_e}{m}} \quad (1.44)$$

alors que l'espace énergétique entre les niveaux vibrationnels de l'oscillateur harmonique quantique est constant à $h\nu_0$, l'énergie entre les niveaux adjacents décroît lorsque ν croît pour l'oscillateur de Morse. Mathématiquement, l'espace entre les niveaux de Morse s'exprime par la différence :

$$E(v+1) - E(v) = h\nu_0 - \frac{(v+1)h^2\nu_0^2}{2D_e} \quad (1.45)$$

Ce comportement correspond à l'anharmonicité des molécules réelles. Cependant, cette équation échoue pour certaines valeurs de v pour lesquelles $E(v+1) - E(v)$ est nulle ou négative. Ceci est dû au nombre fini de niveaux de liaisons dans le potentiel de Morse, et aux valeurs de v et v_m qui maintiennent la liaison. Pour les énergies supérieures à v_m , tous les niveaux d'énergie possible sont permis et l'équation pour $E(v)$ n'est plus valable. En dessous de v_m , $E(v)$ est une bonne approximation de la structure vibrationnelle réelle dans les molécules diatomiques ne pivotant pas. En fait, les spectres moléculaires réels sont généralement lissés par la formule suivante :

$$\frac{E_v}{hc} = \omega_e \left(v + \frac{1}{2} \right) - \omega_e \chi_e \left(v + \frac{1}{2} \right)^2 \quad (1.46)$$

où les constantes ω_e et $\omega_e \chi_e$ peuvent être directement liés aux paramètres du potentiel de Morse.

1.6.3.2. L'oscillateur harmonique quantique

Un oscillateur est un système périodique dans le temps. Il est dit harmonique si les oscillations effectuées sont sinusoïdales, avec une amplitude et une fréquence qui ne dépendent que des caractéristiques intrinsèques du système et des conditions initiales. Cela est le cas en mécanique quantique où une particule, évoluant dans un potentiel quadratique à une dimension [57-60], présente la forme générale suivante :

$$V(r) = \frac{1}{2}kr^2 \quad (1.47)$$

où k est une constante positive.

Cette forme de potentiel est obtenue notamment lorsque l'on considère des oscillations de faible amplitude autour d'une position d'équilibre stable dans un potentiel quelconque car au voisinage de cette position d'équilibre, le potentiel prend la forme de l'Eq.(1.47). Pour cette raison, le concept d'oscillateur harmonique joue un rôle majeur dans de nombreuses applications de la physique :

- L'oscillateur harmonique a aussi subi une reformulation dans ce cadre quantique, ce qui a permis d'élucider plusieurs résultats expérimentaux, notamment en physique de la matière condensée.
- Son étude amène à introduire des outils mathématiques d'un intérêt considérable en physique, notamment en théorie des champs, les opérateurs de création et d'annihilation de quanta.
- La mécanique quantique a révolutionné un grand nombre de concepts fondamentaux.

1.6.3.3. Le potentiel de Killingbeck

Le potentiel de Killingbeck est la somme du potentiel coulombien plus la partie linéaire dont l'expression générale est donnée par :

$$V(r) = ar^2 + br + \frac{c}{r} + \frac{d}{r^2} \quad (1.48)$$

la forme réduite du potentiel de Killingbeck notée $br + \frac{c}{r}$, aussi appelée potentiel de Cornell, a reçu beaucoup d'attention autant en physique des particules, plus particulièrement en spectroscopie des mésons où il est utilisé pour décrire des états liés des quarks et d'antiquarks, qu'en physique atomique et moléculaire, où il représente un effet stark radial pour l'atome d'hydrogène. Le potentiel de Cornell a aussi été utilisé avec beaucoup de succès dans des modèles décrivant des systèmes de quarks massifs [61-65]. Il a été introduit en tant que potentiel mathématiquement simple incorporant les caractéristiques de base des interactions entre quarks et permettant de rendre compte des particularités du spectre de l'énergie des états liés de quarks et d'antiquarks charmés. Le potentiel inclut l'interaction coulombienne à courte distance des quarks, il permet d'effectuer des calculs en CDQ perturbative et le confinement à grande distance des quarks et d'étendre les opérations en CDQ sur réseau, via le terme linéaire du potentiel.

Dans le cadre de la théorie des perturbations, Mehta et Patil [66] ont montré que les valeurs propres du potentiel de Cornell ont une série perturbative asymptotique en b à travers la constante de couplage.

Les travaux de Killingbeck [67] ont également montré comment utiliser le théorème hyperviriel pour calculer la série perturbative de l'énergie des états sphériquement symétriques ($l = 0$) sans calculer les fonctions d'ondes perturbées. Des approximations de Padé de la série divergente ont été utilisées pour obtenir les valeurs propres.

Austin [68] a étendu le calcul de la série perturbative aux ordres plus élevées et à de plus grandes valeurs du paramètre perturbatif.

En utilisant la même technique, Lai et Lin [69] ont obtenues les valeurs propres pour différentes valeurs du nombre quantique lié au moment cinétique orbital.

Dans le cadre de certaines approximations, Seetharaman et al. [70] ont obtenu une expression analytique approximative non-perturbative pour l'énergie en fonction d'intégrales elliptiques complètes.

Thidé et Linnaeus [71], et Brau [72] ont aussi obtenu des résultats analytiques approximatifs pour les valeurs propres en utilisant respectivement la quantification par intégrale de phase d'ordre supérieur et la quantification de Bohr-Sommerfeld. Chhajlany et Letov [73] ont obtenu des résultats exacts pour des valeurs spécifiques des paramètres de couplage du potentiel de Killingbeck en s'inspirant d'une technique utilisée par Saxena et Varma [74], pour trouver des solutions exactes au problème d'un potentiel de Coulomb avec une perturbation polynomiale radiale de la forme $2\lambda r + 2\lambda^2 r^2$. Cette technique prescrit la recherche d'une solution sous la forme du produit d'une fonction d'interpolation et de deux fonctions ayant le comportement approprié aux frontières. Si les coefficients de la série de puissances de la fonction d'interpolation sont reliés entre eux par une équation récursive d'ordre N , alors les valeurs propres sont obtenues en exigeant que la fonction d'interpolation soit un polynôme de degré n , c'est-à-dire en forçant N coefficients successifs de la série de puissances à s'annuler. Cette condition arbitraire entraîne aussi la quantification de certains paramètres de couplage du potentiel. Les valeurs propres obtenues convergent vers les véritables valeurs propres lorsque le degré du polynôme tend vers l'infini. Dans la référence [74], cette technique est appliquée

au cas d'un potentiel coulombien avec une perturbation radiale $\mu r + \alpha^2 r^2$. Le fait d'exiger que la solution soit de forme polynomiale entraîne la quantification de la constante de couplage α associée au terme quadratique. La constante α devient alors dépendante de la constante de couplage μ et du nombre quantique lié au moment cinétique orbital. Les valeurs propres du potentiel de Cornell sont récupérées, car la constante α tend vers zéro lorsque le degré du polynôme tend vers l'infini, permettant ainsi de faire tendre le potentiel de Killingbeck vers le potentiel désiré.

Les solutions de l'équation de Schrödinger pour le potentiel de Killingbeck ont aussi été étudiées par Chaudhuri et al. [75] à l'aide de la méthode du déterminant de Hill. Dans cette méthode, les valeurs propres correspondent aux zéros d'un déterminant de dimension infinie. Ce dernier est associé au système infini d'équations linéaires qui relie les coefficients du développement en série de puissances de la solution.

Fulcher et al. [76] ont montré qu'il est possible d'obtenir des expressions analytiques pour les valeurs propres des états de faible énergie en développant la partie radiale de la fonction d'onde en un produit d'une barrière répulsive centrifuge, d'une fonction exponentielle et d'un polynôme de Laguerre. Leur approche transforme le problème de l'équation de Schrödinger pour le potentiel de Killingbeck en un problème de diagonalisation matricielle où les éléments de la matrice sont donnés par des expressions analytiques. Les valeurs propres de la matrice convergent vers les véritables valeurs propres lorsque la taille de la base du développement devient suffisamment grande.

1.6.3.4 Le potentiel de champ moyen

Dans ce potentiel, chaque nucléon est soumis à un champ de potentiel exercé par les autres nucléons. Ainsi, nous avons deux tendances :

1-ce champ moyen dans l'approche de Hartree-Fock est dit auto-cohérent ; les particules indépendantes évoluent dans un champ créé par elles-mêmes, qui dépend de la structure du noyau dont le coeur n'est plus considéré comme inerte. Le procédé de résolution des équations Hartree-Fock est itératif, car celles-ci sont en réalité une équation de Schrödinger dans laquelle le potentiel dépend de la

densité, c'est-à-dire des fonctions d'onde qu'on cherche à déterminer : on doit donc connaître les solutions avant de démarrer les calculs. Cette approche a été introduite par Douglas Rayner Hartree.

2-il n'y a aucune raison pour que le noyau soit sphérique, comme dans le modèle en couche. Les nucléons comme les électrons, ont un moment angulaire total j dont la projection sur l'axe de quantification vaut j_z . Pour une projection j_z élevée, la distribution est centrée dans le plan équatorial et donc "aplatie". A l'inverse, la distribution est centrée dans le plan perpendiculaire et donc "allongée" pour j_z faible. La présence de ces orbitales à distribution anisotrope, encore appelées orbitales polarisantes, tend à déformer l'ensemble des nucléons, et donc le champ moyen.

La connaissance parfaite de ces modèles a été un gage pour assurer la stabilité et pallier aux assauts des tensions existant entre les différentes forces en présence dans le noyau, afin de garder une distance raisonnable entre le noyau atomique et son voisinage. Cependant, les transformations physiques qui s'opèrent doivent rester invariantes et de telles opérations n'affectent en rien les propriétés physiques du système. En d'autres termes, les résultats d'une observation quelconque avant et après les transformations demeurent les mêmes lorsque les lois d'évolution et de conservation sont appliquées ; ces différentes explications nous conduisent à faire allusion à une expression capitale dénommée "symétrie".

1.7 La notion de symétrie

Le mot "symétrie" vient du grec "sun" signifiant avec et de "metron" signifiant mesure, c'est un procédé scientifique qui autorise la permutation des éléments d'un système en laissant sa forme intacte. Une libellule par exemple, est symétrique parce qu'on peut échanger tous les points de la moitié gauche de son corps avec tous les points de la moitié droite sans que son aspect ne soit modifié. On peut intervertir les deux moitiés sans changer la forme de l'ensemble. La symétrie se définit de part et d'autre d'un axe ou d'un plan, on parle par exemple de droite et gauche, même si dans la nature la symétrie n'est bien souvent qu'imparfaite. En effet, le domaine des symétries ne respecte pas les distinctions traditionnelles

entre disciplines. De plus, dans la science contemporaine, la physique atomique, la physique nucléaire, la physique des particules, l'astrophysique et même la biologie cellulaire sont extrêmement dépendantes les unes des autres. On pourrait aussi ajouter la physique du solide à cette liste, puisque certains concepts théoriques utilisés en physique des particules s'y retrouvent aussi (un exemple est la brisure spontanée de symétrie), on ne peut plus se permettre d'ignorer ce qui se passe dans des domaines voisins. Et si, pour des raisons d'efficacité, une certaine spécialisation est nécessaire, il faut cependant avoir l'esprit ouvert si l'on veut vraiment comprendre ce que l'on fait.

Les dissymétries par contre se définissent généralement par rapport à un axe, nommé axe de polarité. Un axe de polarité est donc un manque ou une absence de symétrie dans le plan d'organisation d'un organisme, par répartition différentielle des organes et des tissus. L'axe indique les 2 côtés qui ne sont pas symétriques comme le haut et le bas, ou le dos et le ventre ou encore la tête et la queue. Tout comme les autres aspects du plan d'organisation, les axes de polarité sont héréditaires donc déterminés au moins en partie génétiquement. Certains des gènes responsables ont été identifiés chez certains organismes (Chandler et al., 2008 ; Holland, 2013 ; Ryan and Baxevanis, 2007).

Chez un organisme, nous pouvons identifier à la fois des symétries et des polarités. Par exemple chez les vertébrés, figures (1.16) et (1.17), en plus d'une symétrie droite-gauche, imparfaite, nous observons également trois axes de polarité :

- un axe de polarité dorso-ventral (trait interrompu),
- un axe de polarité antéro-postérieur (trait continu),
- un axe de polarité droite-gauche (trait pointillé), dans le plan d'organisation interne (les lobes pulmonaires, le coeur, les intestins, les hémisphères du cerveau ne sont pas symétriques).

1.7.1 L'importance des principes de symétries

Il est probablement inutile d'insister lourdement sur l'importance des questions de symétrie dans la physique, car il existe des principes solides entre la symétrie et les lois de conservation (par exemple l'invariance par translation et conservation de l'impulsion, l'invariance par rotation et conservation du moment

angulaire). La solution d'un problème de physique est grandement facilitée par la connaissance des constantes de mouvement parce qu'il est nécessaire de savoir ce qui est conservé en physique (rigoureusement ou approximativement).

Et si une violation de symétrie est observée, il est utile de comprendre son origine (par exemple, la compréhension de la prépondérance de la matière sur l'antimatière dans notre univers). D'autre part, les lois de conservation dictent des règles de sélections qui font que certains processus ne se produisent pas, ou sont fortement inhibés. En physique atomique et en physique nucléaire, on connaît l'importance des règles de sélections sur les transitions électromagnétiques, qui sont vérifiées à un très haut degré de précision. Depuis le début du siècle, nous avons assisté à une intervention grandissante de la théorie des groupes en physique.

Aujourd'hui, les groupes jouent un rôle de premier plan dans la poursuite de l'unification des diverses interactions de la nature.

La physique nucléaire a joué un rôle important dans le développement de nos connaissances sur les interactions fondamentales et sur les principes de symétries. Par exemple la radioactivité β a largement contribué à l'établissement de la théorie des interactions faibles. C'est parce que le noyau atomique nous fournit une grande variété de transitions, avec un grand choix de nombres quantiques différents. Pour des raisons pratiques, certains processus fondamentaux, comme l'instabilité du nucléon, doivent être étudiés dans des noyaux. D'autres, comme la double désintégration β , ne se produisent que dans des noyaux. Tous ces phénomènes demandent, pour leur interprétation précise, une bonne compréhension de la structure nucléaire, et partant de la notion de parité.

1.7.2 La parité

L'opération parité consiste à renverser les signes des trois coordonnées d'espace, sans modifier le sens du temps :

$$x' = -x \quad , \quad y' = -y \quad , \quad z' = -z \quad , \quad t' = t \quad (1.49)$$

Deux points de vue peuvent être considérés : on renverse les axes de coordonnées sans toucher au système physique, ou l'on opère la symétrie sur le système sans toucher aux axes.

Il est évident que ces deux points de vue, bien que différents, sont physiquement équivalents. D'autre part, une symétrie par rapport à un point (par exemple l'origine o des axes de coordonnées) peut être considérée comme le produit d'une symétrie par rapport à un plan (par exemple xoz) et d'une rotation de 180° (autour de o_z). Si l'on postule l'invariance par rotation, une rotation a un caractère trivial et l'on peut aussi définir la parité comme une symétrie par rapport à un plan. Le système physique est alors transformé par parité en son image par rapport à un miroir, figure (1.17).

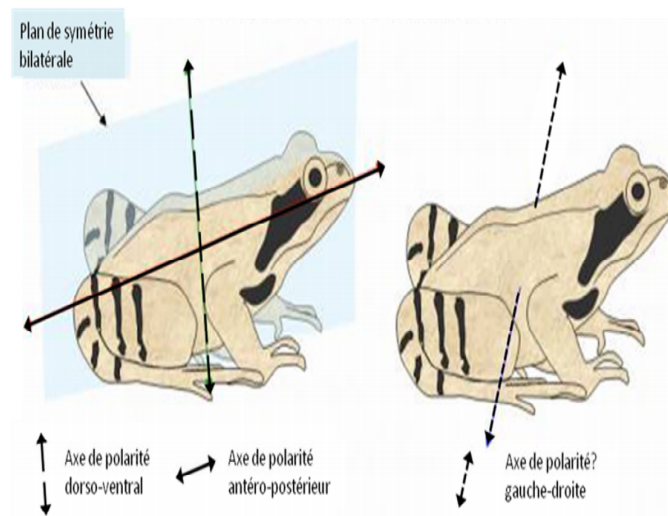


FIGURE 1.16 – Plan de symétrie et axes de polarité chez un vertébré : la grenouille

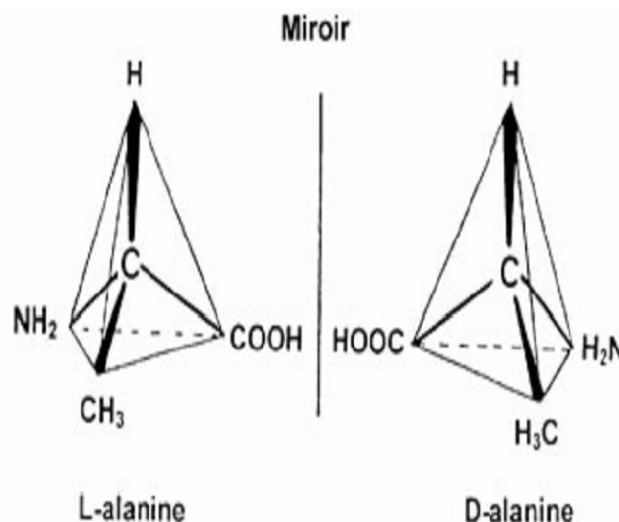


FIGURE 1.17 – Symétrie existant entre les deux formes d'un acide aminé : L-alanine et D-alanine

Il convient ici de noter la transformation des différentes grandeurs physiques sous l'opération parité. Dans la symétrie par rapport à un point, on a des transformations suivantes pour la position, le temps, la vitesse, la quantité de mouvement et l'énergie :

$$r \rightarrow -r, \quad t \rightarrow t, \quad v \rightarrow -v, \quad p \rightarrow -p, \quad E \rightarrow E \quad (1.50)$$

Les moments angulaires (orbital, spin, total) se comportent de la façon suivante :

$$L \rightarrow L, \quad S \rightarrow S, \quad J \rightarrow J \quad (1.51)$$

En considérant que la charge électrique est un scalaire, on obtient pour les champs électrostatique et électromagnétique :

$$E \rightarrow -E, \quad H \rightarrow H \quad (1.52)$$

Le champ électrique et le champ magnétique ont des comportements différents sous l'opération parité, définie ici comme la symétrie par rapport à un plan, nous remarquons que le champ électrique est un vecteur polaire et le champ magnétique, un vecteur axial, figure (1.18).

En mécanique quantique, on apprend qu'à un moment orbital l , est associé une parité $(-)^l$. En physique des particules, on introduit aussi la notion de parité intrinsèque. Il s'agit d'un attribut (+1 ou -1) attaché à toute particule. La définition de la parité intrinsèque comporte un certain arbitraire. On choisit conventionnellement une parité positive pour le proton. Il est impossible de déterminer expérimentalement la parité relative neutron-proton, étant donné que le seul processus qui permettrait de le faire (désintégration β) ne conserve pas la parité. Il en est de même pour l'hypéron Λ^0 . Mais dès que l'on considère les baryons (nucléons, hyperons, etc ...) comme composites formés de quarks, la parité intrinsèque doit être la même pour tous les membres d'un même multiplet (par exemple l'octet de baryons de $SU(3)$). Il est parfois possible de déterminer expérimentalement un rapport de parité intrinsèque. C'est le cas des hyperons Σ^0 et Λ^0 car le Σ^0 se désintègre vers Λ^0 par interaction électromagnétique (qui conserve la parité).

$$\Sigma^0 \longrightarrow \Lambda^0 \gamma \quad (1.53)$$

et

$$\Sigma^0 \longrightarrow \Lambda^0 e^+ e^- \quad (1.54)$$

La multipolarité (électrique ou magnétique) est mesurable expérimentalement à partir de la distribution angulaire des paires e^+e^- . Le résultat expérimental est que ces deux particules Σ^0 et Λ^0 ont la même parité, en accord avec la prédiction de $SU(3)$. Quant à la parité intrinsèque du pion, elle peut être définie sans ambiguïté, et elle est négative. Cela découle de l'existence de la réaction de capture des pions négatifs par le deutérium suivant l'équation :

$$\pi^- D \longrightarrow n n \quad (1.55)$$

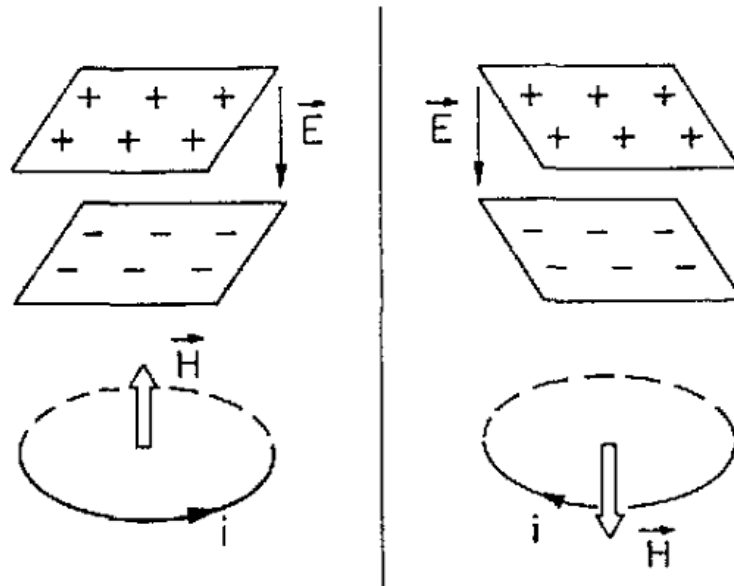


FIGURE 1.18 – Les types de symétrie existant entre le champ électrique et le champ magnétique.

1.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le noyau atomique dans ses moindres détails en passant par les généralités vers la composition de ce dernier. Les différentes forces agissant entre les nucléons montrent qu'il existe divers types de mouvements qui s'opèrent à l'intérieur du noyau et entraînant ainsi un certain nombre de déformations. Ensuite les mécanismes et phénomènes physiques s'opérant à l'intérieur de celui-ci nous ont permis de savoir qu'il existe une certaine

quantité d'énergie capable de lier ou de séparer le noyau atomique de ses différents constituants. Le contrôle systématique de toutes ces entités physiques dans le temps et surtout dans l'espace, sous le prisme énergétique nous conduit à la notion de modèles nucléaires en évoquant quelques potentiels. Nous avons enfin spéculés sur une notion très importante qu'il faut toujours prendre en compte lors de l'interprétation théorique et expérimentale, et lors de la gestion des phénomènes physiques dans la conservation de certaines quantités, à savoir l'incontournable problème de symétrie, en faisant allusion au terme parité. Dans le chapitre suivant, il est question d'utiliser tous ces éléments physiques à savoir les potentiels de Morse, de Killingbeck et celui en forme d'anneau pour bâtir un modèle physique prenant à la fois en compte les déformations et les interactions nucléaires.

**MODÈLE PHYSIQUE DES DÉFORMATIONS ET DES INTERACTIONS
NUCLÉAIRES**

2.1 Introduction

Pendant la désintégration, les nucléides effectuent plusieurs types de déformations et des interactions nucléaires [51]. Ces déformations s'alternent de la forme elliptique à la forme sphéroïdale en passant par la forme plate et vice-versa. Pour ce qui est des interactions, il s'agit des différentes tensions existantes, nées des forces coulombiennes, gravitationnelles et magnétiques. Ces différentes déformations, combinées aux interactions nucléaires, décrivent des mouvements bien connus non seulement invisibles de part leur rapidité mais aussi couplés entre eux. Qu'il s'agisse des déformations et des interactions, leurs actions procurent des différents types d'énergies. Pour suivre l'évolution de ces mouvements et capitaliser ces énergies, on est obligé de s'intéresser aux phénomènes physiques et bâtir ainsi un modèle tenant compte de tous les paramètres empiriques, internes et externes des forces en présence. Il est donc question de mettre sur pied un système réunissant toutes ces entités sus-citées pour avoir des éléments de bases décrivant à la fois les déformations et les interactions nucléaires appelées équations du mouvement.

2.2 Equations générales des mouvements régissant les déformations et les interactions nucléaires

L'équation d'évolution des états dynamiques d'un tel système quantique a été formulée en 1926 par Erwin Schrödinger (1887-1961). Le physicien Autrichien a publié cette année-là un article en quatre parties dont la dernière contient

l'équation dépendante du temps qui a pris son nom. Cette équation s'est ensuite imposée comme un postulat fondamental de la mécanique quantique non relativiste [77]. L'état du système est décrit par une fonction d'onde ψ qui peut être représentée par un vecteur de l'espace des états. Le vecteur d'état pourra représenter un paquet d'ondes, un groupe d'ondes plus ou moins localisé. L'espace des états est un espace de Hilbert construit sur le corps des nombres complexes. L'évolution du nucléide sera suivie par l'équation dite de Schrödinger, qui peut prendre trois formes à savoir les formes cartésienne, cylindrique et sphérique. Cependant, dans le cadre de ce travail, nous faisons allusion à la forme sphérique pour décrire les déformations et les interactions nucléaires.

2.2.1 Equation générale des mouvements régissant les déformations nucléaires

Il faut de prime à bord remarquer que le potentiel relatif au mouvement de déformation est la combinaison des potentiels de Killingbeck et de Morse, ce qui nous conduit à utiliser le Hamiltonien sous sa forme sphérique. Le mouvement présentant les déformations des nucléides est régi par l'équation de Schrödinger suivante :

$$\hat{H}\psi(\beta, \gamma, \theta_i) = E\psi(\beta, \gamma, \theta_i) \quad (2.1)$$

le Hamiltonien \hat{H} est décrit par l'expression [78] :

$$\hat{H} = E_c + V(\beta, \gamma) \quad (2.2)$$

avec

$$E_c = \frac{\hat{p}^2}{2B} \quad (2.3)$$

$$\hat{p}^2 = -\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4\beta^2} \sum_{k=1}^3 \frac{\hat{Q}_k^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2\pi}{3}k)} \quad (2.4)$$

portant les Eqs.(2.4) et (2.3) dans l'Eq.(2.2), le Hamiltonien prend la nouvelle forme :

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4\beta^2} \sum_{k=1}^3 \frac{\hat{Q}_k^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2\pi}{3}k)} \right] + V(\beta, \gamma) \quad (2.5)$$

comme

$$\widehat{H} = T_{vib} + T_{rot} + V(\beta, \gamma) \quad (2.6)$$

alors :

$$T_{rot} = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[-\frac{1}{4\beta^2} \sum_{k=1}^3 \frac{\widehat{Q}_k^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2\pi}{3}k)} \right] \quad (2.7)$$

T_{rot} de l'Eq (2.7) représente le Hamiltonien relatif aux rotations des nucléides,

$$T_{vib} = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \right] \quad (2.8)$$

T_{vib} de l'Eq (2.8) s'identifie au Hamiltonien se rapportant aux vibrations des nucléides.

Or

$$T_\beta = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} \right] \quad (2.9)$$

et

$$T_\gamma = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^2 \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \right] \quad (2.10)$$

alors

$$T_{vib} = T_\beta + T_\gamma \quad (2.11)$$

Dans ces expressions ci-dessus des Eqs.(2.9) et (2.10); γ et β sont des coordonnées intrinsèques, qualifiant les différentes déformations liées aux rotations et aux vibrations des nucléides, les \widehat{Q}_k^2 sont les composantes du moment angulaire, les k représentent les 3 axes de notre système de coordonnées ($k = 1, 2, 3$), les θ_i sont les angles d'Euler ($i = 1, 2, 3$), E_c est l'énergie cinétique du nucléide; qui s'identifie aux diverses rotations effectuées par les nucléides, \widehat{p} est l'opérateur impulsion du mouvement, $V(\beta, \gamma)$ est l'énergie potentielle du système, B est la masse totale du nucléide en mouvement et $\psi(\beta, \gamma, \theta_i)$ est la fonction d'onde. En théorie quantique, le Hamiltonien de Bohr \widehat{H} est appelé observable et E la valeur propre, représente l'énergie totale du système.

Portant l'Eq.(2.5) dans l'Eq.(2.1) nous obtenons l'équation suivante :

$$-\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4\beta^2} \sum_{k=1}^3 \frac{\widehat{Q}_k^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2\pi}{3}k)} \right] \psi(\beta, \gamma, \theta_i) + V(\beta, \gamma) \psi(\beta, \gamma, \theta_i) = E \psi(\beta, \gamma, \theta_i) \quad (2.12)$$

Cette Eq.(2.12) [78] traduit de façon générale les mouvements de déformations des nucléides dans le système étudié dans ce travail. Nous avons présenté d'entrée de jeu deux types de mouvement. Les déformations étant physiquement décrites par des équations, il nous reste à tabler sur celles matérialisant les interactions nucléaires.

2.2.2 Equation générale des mouvements régissant les interactions nucléaires

Le potentiel qui assure les interactions nucléaires est le potentiel non central et modifié de Killingbeck avec des circonférences en anneaux, eux aussi pris comme potentiel, raison pour laquelle le Hamiltonien est aussi pris sous sa forme sphérique et l'équation d'état stationnaire de Schrödinger est donnée par l'expression :

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] \psi(r, \theta, \varphi) + V(r, \theta) \psi(r, \theta, \varphi) = E \psi(r, \theta, \varphi) \quad (2.13)$$

où :

ψ est la fonction d'onde, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h est la constante de Planck, \hbar est la constante réduite de Planck, μ est la masse du système, r est la coordonnée radiale, θ est la coordonnée polaire, φ est la coordonnée zénitale, E est la valeur propre de l'énergie totale du système et $V(r, \theta)$ est l'énergie potentielle du système des composantes radiale et angulaire. Il faut noter que l'Eq.(2.13) représente l'équation générale régissant les interactions nucléaires.

Notre modèle est entièrement régi par les différentes équations permettant de contrôler de façon rigoureuse les déformations du noyau d'une part et les interactions nucléaires entre plusieurs noyaux d'autres part. Ce contrôle systématique

des mouvements de ces nucléides en quête de stabilité est désormais acquis par les Eqs.(2.12) et (2.13), il est question à présent d'utiliser toutes les techniques mathématiques qui conduisent à leurs résolutions.

2.3 Résolution des équations de Schrödinger relatives à la déformation et aux interactions nucléaires

La résolution des Eqs.(2.12) et (2.13) est fastidieuse à cause du phénomène de couplage des types de mouvements observés lors des déformations (passage des formes elliptique, sphérique, plate et vis-versa) et lors des interactions (coulombiennes, magnétiques, gravitationnelles...). Nous optons pour les techniques de séparation des variables afin de retrouver séparément ces mouvements suivant les différentes variables : γ et β pour ce qui est des déformations d'une part ; r , θ et φ pour les interactions nucléaires d'autre part.

2.3.1 Techniques de séparations des différents types de mouvements lors de la déformation et des interactions nucléaires

2.3.1.1. Séparation des mouvements de déformations des nucléides

Pour y parvenir, nous nous rassurons que l'énergie potentielle $V(\beta, \gamma)$ et la fonction d'onde $\psi(\beta, \gamma, \theta_i)$ sont exactement séparables [79,80]. Nous retrouverons deux équations hypergéométriques correspondant respectivement aux mouvements de rotation et de vibration des nucléides correspondant aux variables γ et β .

Posons à présent :

$$V(\beta, \gamma) = V_1(\beta) + \frac{V_2(\gamma)}{\beta^2} \quad (2.14)$$

avec $V_1(\beta)$, l'énergie potentielle suivant la coordonnée β et $V_2(\gamma)$, celle décrite par la coordonnée γ .

En portant l'Eq.(2.14) dans l'Eq.(2.12), le Hamiltonien peut désormais être ex-

plicité sous la forme :

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4\beta^2} \sum_{k=1}^3 \frac{\hat{Q}_k^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2\pi}{3}k)} \right] + V_1(\beta) + \frac{V_2(\gamma)}{\beta^2} \quad (2.15)$$

de même la fonction d'onde s'écrit :

$$\psi(\beta, \gamma, \theta_i) = \chi(\beta)\eta(\gamma)\Theta(\theta_i) \quad (2.16)$$

ici, $\chi(\beta)$ et $\eta(\gamma)$ représentent les fonctions d'onde prises individuellement dans les coordonnées intrinsèques β et γ , tandisque $\Theta(\theta_i)$ est la composante angulaire de la fonction d'onde.

Le terme $\Theta(\theta_i)$ est appelé fonction d'onde de Wigner, c'est une fonction symétrique qui a pour expression :

$$\Theta(\theta_i) = \sqrt{\frac{2L+1}{16\pi^2(1+\delta_{\alpha,0})}} \left[\Theta_{\nu,\alpha}(\theta_i) + (-1)^L \Theta_{\nu,-\alpha}^L(\theta_i) \right] \quad (2.17)$$

Dans cette expression ; L est le nombre quantique du moment angulaire, α est la projection du moment quantique angulaire par rapport aux coordonnées fixes et $\nu = 1, 2, 3, \dots$ sont les nombres entiers. Il est cependant important de rappeler que dans la pratique, le découplage de cette équation de Schrödinger ne peut se faire que pour un nucléide triaxial effectuant un mouvement de rotation dont l'énergie potentielle minimale est de $\gamma = \frac{\pi}{6}$ radian [78].

En dehors de cette valeur, le découplage ne peut se faire car la séparation des différents mouvements décrits par les noyaux (nucléides) sont toujours liés, et dès lors, il est impossible de les étudier séparément.

Posons à présent dans l'Eq.(2.15) ;

$$\begin{aligned} W &= \sum_{k=1}^3 \frac{\hat{Q}_k^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2\pi}{3}k)} \\ &= \frac{\hat{Q}_1^2}{1} + \frac{\hat{Q}_2^2}{(\frac{1}{2})^2} + \frac{\hat{Q}_3^2}{(\frac{1}{2})^2} \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$W = \widehat{Q}_1^2 + 4\widehat{Q}_2^2 + 4\widehat{Q}_3^2 \quad (2.19)$$

W représente les différentes composantes de l'opérateur moment cinétique.

Le moment angulaire $\widehat{Q}^2 = \widehat{Q}_1^2 + \widehat{Q}_2^2 + \widehat{Q}_3^2$, représente la somme des composantes des moments angulaires suivant les différents axes.

Après un petit développement, l'Eq.(2.19) prend la forme :

$$W = 4(\widehat{Q}_1^2 + \widehat{Q}_2^2 + \widehat{Q}_3^2) - 3\widehat{Q}_1^2 = 4\widehat{Q}^2 - 3\widehat{Q}_1^2 \quad (2.20)$$

En portant les Eqs.(2.20), (2.14) et (2.16) dans l'Eq.(2.12), nous obtenons l'équation suivante :

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4\beta^2} (4\widehat{Q}^2 - 3\widehat{Q}_1^2) \right] + V_1(\beta) + \frac{V_2(\gamma)}{\beta^2} \right\} \chi(\beta)\eta(\gamma)\Theta(\theta_i) = E \chi(\beta)\eta(\gamma)\Theta(\theta_i) \quad (2.21)$$

D'après [77], relative à la mécanique quantique, nous appliquons l'opérateur \widehat{Q}^2 sur la fonction d'onde de Wigner Eq.(2.17), qui nous conduit à :

$$\begin{aligned} & \widehat{Q}^2 \sqrt{\frac{2L+1}{16\pi^2(1+\delta_{\alpha,0})}} [\Theta_{\nu,\alpha}(\theta_i) + (-1)^L \Theta_{\nu,-\alpha}^L(\theta_i)] \\ &= 4L(L+1) \sqrt{\frac{2L+1}{16\pi^2(1+\delta_{\alpha,0})}} [\Theta_{\nu,\alpha}(\theta_i) + (-1)^L \Theta_{\nu,-\alpha}^L(\theta_i)] \end{aligned} \quad (2.22)$$

et en appliquant l'une des composantes \widehat{Q}_1^2 sur la même fonction de Wigner, la relation est présentée sous la forme ci-dessous :

$$\begin{aligned} & \widehat{Q}_1^2 \sqrt{\frac{2L+1}{16\pi^2(1+\delta_{\alpha,0})}} [\Theta_{\nu,\alpha}(\theta_i) + (-1)^L \Theta_{\nu,-\alpha}^L(\theta_i)] \\ &= (\alpha^2 + L - \alpha) \sqrt{\frac{2L+1}{16\pi^2(1+\delta_{\alpha,0})}} [\Theta_{\nu,\alpha}(\theta_i) + (-1)^L \Theta_{\nu,-\alpha}^L(\theta_i)] \end{aligned} \quad (2.23)$$

L désigne le nombre quantique du moment angulaire et α la projection du moment quantique angulaire par rapport aux coordonnées fixes.

En remplaçant les Eqs.(2.23) et (2.22) dans l'un des termes $-\frac{\hbar^2}{2B} [-\frac{1}{4\beta^2} (4\widehat{Q}^2 - 3\widehat{Q}_1^2)] \chi(\beta)\eta(\gamma)\Theta(\theta_i)$ de l'Eq.(2.21), et en effectuant quelques calculs, nous obtenons :

nons :

$$\begin{aligned}
& \frac{\hbar^2}{8B\beta^2} [(4\widehat{Q}^2 - 3\widehat{Q}_1^2)] \chi(\beta) \eta(\gamma) \Theta(\theta_i) \\
&= \frac{\hbar^2}{8B\beta^2} [4\widehat{Q}^2 \chi(\beta) \eta(\gamma) \Theta(\theta_i) - 3\widehat{Q}_1^2 \chi(\beta) \eta(\gamma) \Theta(\theta_i)] \\
&= \frac{\hbar^2}{8B\beta^2} [4\chi(\beta) \eta(\gamma) \widehat{Q}^2 \Theta(\theta_i) - 3\chi(\beta) \eta(\gamma) \widehat{Q}_1^2 \Theta(\theta_i)] \\
&= \frac{\hbar^2}{8B\beta^2} [4L(L+1) - 3(\alpha^2 + L - \alpha)] \chi(\beta) \eta(\gamma) \Theta(\theta_i) \\
&= \Theta(\theta_i) \frac{\hbar^2}{8B\beta^2} [\chi(\beta) \eta(\gamma) (4L(L+1) - 3\alpha^2) \\
&\quad - 3L\chi(\beta) \eta(\gamma) + 3\alpha\chi(\beta) \eta(\gamma)]
\end{aligned} \tag{2.24}$$

ainsi, le membre de gauche de l'Eq.(2.24) peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
\frac{\hbar^2}{8B\beta^2} \left[(4\widehat{Q}^2 - 3\widehat{Q}_1^2) \right] \chi(\beta) \eta(\gamma) \Theta(\theta_i) &= \Theta(\theta_i) \frac{\hbar^2}{8B\beta^2} [\chi(\beta) \eta(\gamma) (4L(L+1) \\
&\quad - 3\alpha^2 - 3L\chi(\beta) \eta(\gamma) - 3L\chi(\beta) \eta(\gamma) + 3\eta(\gamma) \alpha \chi(\beta))]
\end{aligned} \tag{2.25}$$

En multipliant l'Eq.(2.14) par $\chi(\beta) \eta(\gamma) \Theta(\theta_i)$ et après quelques calculs, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\left[V_1(\beta) + \frac{V_2(\gamma)}{\beta^2} \right] \chi(\beta) \eta(\gamma) \Theta(\theta_i) &= \frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{2B}{\hbar^2} V_1(\beta) \right. \\
&\quad \left. + \frac{\frac{2B}{\hbar^2} V_2(\gamma)}{\beta^2} \right] \chi(\beta) \eta(\gamma) \Theta(\theta_i)
\end{aligned} \tag{2.26}$$

dans l'Eq.(2.26), posons :

$$v_1(\beta) = \frac{2B}{\hbar^2} V_1(\beta) \tag{2.27}$$

$$v_2(\gamma) = \frac{2B}{\hbar^2} V_2(\gamma) \tag{2.28}$$

En portant les Eqs.(2.27) et (2.28) dans l'Eq.(2.26), nous avons :

$$\left[V_1(\beta) + \frac{V_2(\gamma)}{\beta^2} \right] \chi(\beta) \eta(\gamma) \Theta(\theta_i) = \frac{\hbar^2}{2B} \left[v_1(\beta) + \frac{v_2(\gamma)}{\beta^2} \right] \chi(\beta) \eta(\gamma) \Theta(\theta_i) \tag{2.29}$$

Du deuxième membre de l'Eq.(2.21), on peut écrire :

$$E \chi(\beta) \eta(\gamma) \Theta(\theta_i) = \frac{\hbar^2}{2B} \left(\frac{2B}{\hbar^2} E \right) \chi(\beta) \eta(\gamma) \Theta(\theta_i) \tag{2.30}$$

posons également

$$\varepsilon = \frac{2B}{\hbar^2} E \quad (2.31)$$

en portant l'Eq.(2.31) dans l'Eq.(2.30), nous obtenons :

$$E \chi(\beta)\eta(\gamma)\Theta(\theta_i) = \frac{\hbar^2}{2B} \varepsilon \chi(\beta)\eta(\gamma)\Theta(\theta_i) \quad (2.32)$$

Les effets de la projection de α sur les coordonnées fixes font introduire les nombres quantiques apparents $n_\omega = L - \alpha$ [81,82] où $L = n_\omega, n_{\omega+2}, n_{\omega+4}$ et $n_\omega = 0$, représente l'état fondamental [81].

En portant les Eqs.(2.32), (2.28), (2.27), (2.23) et (2.22) dans l'Eq.(2.21) et après quelques calculs, développements mathématiques et séparations des variables, nous retrouvons les deux équations ci-dessous :

$$\left(-\frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + v_2(\gamma) \right) \eta(\gamma) = v \eta(\gamma) \quad (2.33)$$

$$\left(-\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{4L(L+1) - 3\alpha^2 + 4v}{4\beta^2} + v_1(\beta) \right) \chi(\beta) = \varepsilon \chi(\beta) \quad (2.34)$$

Les Eqs.(2.33) et (2.34), concernent respectivement les mouvements de rotation (γ) et de vibration (β). Il faut cependant noter que c'est ce mouvement de vibration de l' Eq.(2.34) qui focalise notre attention car il met en exergue l'action combinée des potentiels de Killingbeck et de Morse. L'utilisation de ce potentiel est une base essentielle permettant d'expliquer les nouveaux mécanismes opérérés lors des différentes déformations des nucléides. Pour ce qui est des mouvements de rotations Eq.(2.33), les solutions sont connues et assez triviales [27].

2.3.1.2. Séparation des mouvements issus des interactions nucléaires

Les interactions nucléaires sont régies par l'Eq.(2.13) suivante :

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] \psi(r, \theta, \varphi) + V(r, \theta) \psi(r, \theta, \varphi) = E \psi(r, \theta, \varphi) \quad (2.35)$$

avec ;

$$V(r, \theta) = D \left(\frac{r^2 - a^2}{r} \right)^2 + \frac{\beta'}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{\gamma \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \quad (2.36)$$

où D est l'énergie de dissociation par unité de surface, β' et γ sont des constantes positives, a est l'épaisseur de la lentille formée par la surface de contact existante entre les deux atomes constituant la molécule et enfin l'Eq.(2.36) représente le potentiel en forme d'anneau(RSP).

posons :

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r)\Theta(\theta)\phi(\varphi) \quad (2.37)$$

Les Eqs.(2.37) et (2.36) dans l'Eq.(2.35), nous obtenons :

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + D \left(\frac{r^2 - a^2}{r} \right)^2 \right. \\ \left. + \frac{\beta'}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{\gamma \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \right] R(r)\Theta(\theta)\phi(\varphi) = E R(r)\Theta(\theta)\phi(\varphi) \end{aligned} \quad (2.38)$$

après quelques arrangements, on a :

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(E - D \left(\frac{r^2 - a^2}{r} \right)^2 \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \right. \\ \left. - \frac{2\mu(\beta' + \gamma \cos \theta)}{\hbar^2 r^2 \sin^2 \theta} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] R(r)\Theta(\theta)\phi(\varphi) = 0 \end{aligned} \quad (2.39)$$

multiplions l'Eq.(2.39) par $\frac{r^2}{R(r)\Theta(\theta)\phi(\varphi)}$ et moyennant quelques calculs, on obtient :

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left\{ \frac{r^2}{R(r)} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) R(r) + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(E - D \left(\frac{r^2 - a^2}{r} \right)^2 \right) R(r) \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{\Theta(\theta)} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \Theta(\theta) - \frac{2\mu(\beta' + \gamma \cos \theta)}{\hbar^2 \sin^2 \theta} \Theta(\theta) \right] \right. \\ \left. + \left[\frac{1}{\phi(\varphi)} \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \phi(\varphi) \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

en procédant par identification et en effectuant quelques calculs, nous obtenons :

$$\frac{r^2}{R(r)} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) R(r) + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(E - D \left(\frac{r^2 - a^2}{r} \right)^2 \right) R(r) \right] = \lambda \quad (2.41)$$

et

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Theta(\theta)} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \Theta(\theta) - \frac{2\mu(\beta' + \gamma \cos \theta)}{\hbar^2 \sin^2 \theta} \Theta(\theta) \right. \\ \left. + \frac{1}{\phi(\varphi)} \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \phi(\varphi) \right] = \lambda \end{aligned} \quad (2.42)$$

lorsqu'on effectue encore quelques changements, l'Eq.(2.42) prend la forme :

$$\left[\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \right) \Theta(\theta) - \frac{2\mu(\beta' + \gamma\cos\theta)}{\hbar^2 \sin^2\theta} \Theta(\theta) + \lambda\Theta(\theta) \right] + \frac{1}{\phi(\varphi)\sin^2\theta} \left[\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \phi(\varphi) \right] = 0 \quad (2.43)$$

en multipliant encore l'Eq.(2.43) par $\sin^2\theta$, on obtient :

$$\sin^2\theta \left[\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \right) \Theta(\theta) - \frac{2\mu(\beta' + \gamma\cos\theta)}{\hbar^2 \sin^2\theta} \Theta(\theta) + \lambda\Theta(\theta) \right] + \frac{1}{\phi(\varphi)} \left[\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \phi(\varphi) \right] = m'^2 \quad (2.44)$$

λ et m' représentent les constantes de séparations.

Après quelques calculs concernant les séparations des variables, les Eqs.(2.41) et (2.44) nous conduisent au système suivant :

$$\begin{cases} \frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR(r)}{dr} + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left[E - Dr^2 + 2a^2 D - \frac{Da^4}{r^2} - \frac{\lambda\hbar^2}{r^2} \right] R(r) = 0 \\ \frac{d^2 \Theta(\theta)}{d\theta^2} + \cot\theta \frac{d\Theta(\theta)}{d\theta} + \left[\lambda - \frac{m'^2}{\sin^2\theta} - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(\frac{(\beta' + \gamma\cos\theta)}{\sin^2\theta} \right) \right] \Theta(\theta) = 0 \\ \frac{d^2 \phi(\varphi)}{d\varphi^2} + m'^2 \phi(\varphi) = 0 \end{cases} \quad (2.45)$$

Les Eqs.(2.33), (2.34) et le système d'Eq.(2.45) nous permettent de spéculer définitivement sur les différents types de mouvements décrits par notre système. Dans la suite, il sera question de résoudre ces équations afin de donner des interprétations physiques et concrètes à notre modèle.

2.3.2 Résolution des différentes équations décrivant notre modèle

Dans cette partie, nous recherchons des solutions par la résolution des équations obtenues ci-dessous :

$$\begin{cases} \left(-\frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial\gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial\gamma} + v_2(\gamma) \right) \eta(\gamma) = v\eta(\gamma) & (a) \\ \left(-\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial\beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial\beta} + \frac{4L(L+1)-3\alpha^2+4v}{4\beta^2} + v_1(\beta) \right) \chi(\beta) = \varepsilon \chi(\beta) & (b) \end{cases} \quad (2.46)$$

et

$$\begin{cases} \frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR(r)}{dr} + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left[E - Dr^2 + 2a^2 D - \frac{Da^4}{r^2} - \frac{\lambda\hbar^2}{r^2} \right] R(r) = 0 & (a) \\ \frac{d^2 \Theta(\theta)}{d\theta^2} + \cot\theta \frac{d\Theta(\theta)}{d\theta} + \left[\lambda - \frac{m'^2}{\sin^2\theta} - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(\frac{(\beta' + \gamma\cos\theta)}{\sin^2\theta} \right) \right] \Theta(\theta) = 0 & (b) \\ \frac{d^2 \phi(\varphi)}{d\varphi^2} + m'^2 \phi(\varphi) = 0 & (c) \end{cases} \quad (2.47)$$

La première paire est l'ensemble constituée par la rotation et la vibration du nucléide tandis que le deuxième triplet nous donne les informations précises sur les principales interactions que le nucléide peut avoir avec son voisinage.

2.3.2.1. Solutions des équations régissant les rotations et les vibrations du nucléide

a. Solutions de l'équation de rotation du nucléide

L'équation d'inconnue γ est la partie radiale de l'équation de Schrödinger, elle incarne les différentes rotations qu'effectuent le nucléide. Elle est donnée par l'Eq.(2.46.a) suivante :

$$\left(-\frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + v_2(\gamma) \right) \eta(\gamma) = v\eta(\gamma) \quad (2.48)$$

Sa résolution nécessite un choix harmonieux et judicieux de la fonction $v_2(\gamma)$. Un potentiel général modélé des travaux réalisés dans [31] permet d'avoir des solutions physiquement acceptables. Ce potentiel se présente sous la forme :

$$v_2(\gamma) = \frac{q + \kappa \cos^{m'}(3\gamma)}{\sin^p(3\gamma)} \quad (2.49)$$

Dans cette expression ; q et κ sont des paramètres caractéristiques du potentiel $v_2(\gamma)$ et dans la suite, pour ce qui est des entiers naturels m' et p , plusieurs types de potentiels peuvent se dégager :

.a₁. pour $p = 2$ et $m' = 0$ ou $p = 2$ et $\kappa = 0$;

on obtient un potentiel periodique [80], donné par l'expression :

$$v_2(\gamma) = \frac{\varrho}{\sin^2(3\gamma)} \quad (2.50)$$

Dans cette formule, $\varrho = m' + \kappa$ ou $\varrho = m'$

selon les cas.

.a₂. Pour $p = 2$, $m' = 2$ et $\kappa = -q$;

ce potentiel prend la forme :

$$v_2(\gamma) = q \frac{1 - \cos(3\gamma)}{\sin^2(3\gamma)} \quad (2.51)$$

le développement limité de $\cos(3\gamma)$ et $\sin^2(3\gamma)$ à l'ordre 0 donne :

$$v_2(\gamma) = \frac{1}{2} q' \gamma^2 + q'' \quad (2.52)$$

avec $q' = \frac{9}{4}q$ et $q'' = \frac{1}{2}q$;

cet oscillateur harmonique est utilisé dans [83].

.a₃. Pour $p = 0$, $m' = 2$ et $q = 0$;

on obtient également un potentiel périodique de la forme :

$$v_2(\gamma) = \kappa \cos^2(3\gamma) \quad (2.53)$$

cette forme de potentiel est utilisée par [83].

.a₄. Pour $p = 2$ et $m' = 4$;

nous avons ce type de potentiel :

$$v_2(\gamma) = -\kappa - \kappa \cos^2(3\gamma) + \frac{q + \kappa}{\sin^2(3\gamma)} \quad (2.54)$$

.a₅. Pour $p = 2$ et $m' = 2$;

on obtient :

$$v_2(\gamma) = \frac{q + \kappa \cos^2(3\gamma)}{\sin^2(3\gamma)} \quad (2.55)$$

ce potentiel admet un minimum de $\gamma = \frac{\pi}{6}$ radian pour les nucléides triaxiaux. Un développement limité de $v_2(\gamma)$ au voisinage de $\frac{\pi}{6}$ radian pour des petites valeurs de κ en comparaison avec le paramètre $q(\frac{\kappa}{q} \ll 1)$ nous permet de retrouver les résultats d'un oscillateur harmonique [84] ayant la forme :

$$v_2(\gamma) = \frac{9}{4}q \left(\gamma - \frac{\pi}{6} \right)^2 + q \quad (2.56)$$

avec

$$q = \frac{2}{9}q' \quad (2.57)$$

portant cette valeur de q de l'Eq.(2.57) dans l'Eq.(2.56), notre oscillateur harmonique prend la forme :

$$v_2(\gamma) = \frac{1}{2}q' \left(\gamma - \frac{\pi}{6} \right)^2 + \frac{2}{9}q' \quad (2.58)$$

où q' est la caractéristique de la rigidité ou de la dureté ou de la résistance de notre oscillateur harmonique.

Notons que lorsque le nucléide est en rotation, il passe de la forme elliptique à la forme sphérique et vice-versa.

En portant l'Eq.(2.58) dans l'Eq.(2.48), nous obtenons :

$$\left[-\frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \frac{1}{2}q' \left(\gamma - \frac{\pi}{6} \right)^2 + \frac{2}{9}q' \right] \eta(\gamma) = v\eta(\gamma) \quad (2.59)$$

en développant l'Eq.(2.59), nous obtenons :

$$\left[-\frac{\partial^2}{\partial \gamma^2} - 3 \cot 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \frac{1}{2}q' \left(\gamma - \frac{\pi}{6} \right)^2 + \frac{2}{9}q' \right] \eta(\gamma) = v\eta(\gamma) \quad (2.60)$$

l'Eq.(2.60) est différente de celle obtenue par [85] grâce au terme additif $\frac{2}{9}q'$. Cette nouvelle valeur compense les pertes d'énergie lors de la rotation dans notre modèle. Ces pertes peuvent être dues aux agitations thermiques, à l'entropie du milieu, aux différents chocs, au volume du nucléide, aux fluctuations et aux variations de températures. Ce terme a pour responsabilité de réduire drastiquement la baisse de régime de l'oscillateur harmonique pendant la rotation.

pour la suite,

posons $\bar{\gamma} = \gamma - \frac{\pi}{6}$

au voisinage de $\gamma = \frac{\pi}{6}$, l'Eq.(2.60) nous donne :

$$\left[-\frac{\partial^2}{\partial \bar{\gamma}^2} + \frac{1}{2}q'\bar{\gamma}^2 \right] \eta(\bar{\gamma}) = \left(v - \frac{2}{9}q' \right) \eta(\bar{\gamma}) \quad (2.61)$$

Effectuons un changement de variables en posant :

$$v = v' - \frac{2}{9}q' \quad (2.62)$$

l'Eq.(2.62) dans l'Eq.(2.61), nous donne :

$$\left[-\frac{\partial^2}{\partial \bar{\gamma}^2} + \frac{1}{2}q'\bar{\gamma}^2 \right] \eta(\bar{\gamma}) = v'\eta(\bar{\gamma}) \quad (2.63)$$

l'Eq.(2.63) est une équation différentielle donc bien connue ; la fonction propre $\eta(\bar{\gamma})$ et la valeur propre v' ont respectivement pour expressions :

$$\eta(\bar{\gamma}) = \sqrt{\frac{\left(\frac{q'}{2}\right)^{\frac{1}{4}}}{2^{n'}\sqrt{\pi n'!}}} H_{n'} \left(\left(\frac{q'}{2}\right)^{\frac{1}{4}} \bar{\gamma} \right) e^{-\frac{\sqrt{q'}\bar{\gamma}^2}{2}} \quad (2.64)$$

et

$$v' = \sqrt{2q'} \left(n' + \frac{1}{2} \right) \quad (2.65)$$

l'Eq.(2.65) dans l'Eq.(2.62), nous obtenons :

$$v = \sqrt{2q'} \left(n' + \frac{1}{2} \right) + \frac{2}{9}q' \quad (2.66)$$

Les Eqs.(2.64) et (2.66) représentent respectivement la fonction propre et la valeur propre de l'énergie de l'oscillateur harmonique, obtenues dans le cadre de ce travail, $H_{n'}$ est l'expression du polynôme d'Hermite, $n'!$ est le factoriel de n' et $n' = 0, 1, 2, \dots$ sont des nombres entiers naturels.

b.Solutions de l'équation de vibration du nucléide

Pour solutionner la partie β de l'Eq.(2.46.b), relative aux vibrations, considérons le potentiel $v_1(\beta)$ comme étant la somme des potentiels de Killingbeck $u_K(\beta)$ et de Morse $u_M(\beta)$ présentés comme suit :

.b₁. Potentiel de Killingbeck [27] :

$$u_K(\beta) = D\beta^2 + B\beta + \frac{F}{\beta} + \frac{G}{\beta^2} \quad (2.67)$$

.b₂. Potentiel de Morse [86] :

$$u_M(\beta) = -2e^{-a(\beta-\beta_e)} + e^{-2a(\beta-\beta_e)} \quad (2.68)$$

En faisant une sommation, le nouveau potentiel dévient :

$$v_1(\beta) = D\beta^2 + B\beta + \frac{F}{\beta} + \frac{G}{\beta^2} - 2e^{-a(\beta-\beta_e)} + e^{-2a(\beta-\beta_e)} \quad (2.69)$$

où D , B , F et G sont appelés constances de Killingbeck-Morse tandis que β_e et a sont respectivement la position maximale du nucléide et la concavité de la muraille décrite par le potentiel.

Pour tester ce nouveau potentiel, les nucléides ^{192,194,196}Pt ont été sélectionnés et le choix des paramètres a , β_e , B , D , F et G s'est fait de façon méthodique et judicieuse pour chaque isotope afin d'avoir des énergies proches de celles de la littérature ou améliorer ces dernières.

Introduisant l'Eq.(2.69) dans l'Eq.(2.46.b) et après quelques calculs, on obtient :

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \frac{4}{\beta} \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{\tau}{4\beta^2} - D\beta^2 - B\beta - \frac{F}{\beta} + \frac{G}{\beta^2} + 2e^{-a(\beta-\beta_e)} - e^{-2a(\beta-\beta_e)} + \varepsilon \right] \chi(\beta) = 0 \quad (2.70)$$

avec

$$\tau = 4G + L(L+1) - \frac{3}{4}\alpha^2 + v + 2 \quad (2.71)$$

posons :

$$h(\beta) = \beta^2 \chi(\beta) \quad (2.72)$$

et

$$x = \frac{\beta - \beta_e}{\beta_e} \quad (2.73)$$

Les Eqs. (2.72) et (2.71) dans l'Eq.(2.70) et après quelques calculs mathématiques, nous obtenons :

$$h''(x) + \left[\varepsilon \beta_e^2 - \frac{\tau}{(1+x)^2 \beta_e^2} - D(1+x)^2 \beta_e^4 - B(1+x) \beta_e^3 - \frac{F \beta_e}{(1+x)} + 2\beta_e^2 e^{-a\beta_e x} - \beta_e^2 e^{-2\beta_e x} \right] h(x) = 0 \quad (2.74)$$

posons à présent dans l'Eq.(2.74) :

$$\begin{cases} \varepsilon' = \varepsilon \beta_e^2, \\ D \beta_e^4 = D_1, \\ B \beta_e^3 = B_1, \\ F \beta_e = F_1 \end{cases} \quad (2.75)$$

portons l'Eq.(2.75) dans l'Eq.(2.74) et après quelques calculs et arrangements mathématiques, nous avons :

$$h''(x) + \left[\varepsilon' - \frac{\tau}{(1+x)^2} - D_1(1+x)^2 - B_1(1+x) - \frac{F_1}{(1+x)} + 2\beta_e^2 e^{-\delta x} - \beta_e^2 e^{-2\delta x} \right] h(x) = 0 \quad (2.76)$$

avec l'approximation de Pekeris [87], nous pouvons réécrire certains termes de l'Eq.(2.76) par les formules suivantes :

$$\tau (1+x)^{-2} = \tau (1 - 2x + 3x^2) = \tau (c_0 + c_1 e^{-\delta x} + c_2 e^{-2\beta x}) \quad (2.77)$$

$$D_1(1+x)^2 = D_1 (1 + 2x + x^2) = D_1 (v_0 + v_1 e^{-\delta x} + v_2 e^{-2\beta x}) \quad (2.78)$$

$$B_1(1+x) = B_1(1+x) = B_1 (s_0 + s_1 e^{-\delta x} + s_2 e^{-2\beta x}) \quad (2.79)$$

$$F_1(1+x)^{-1} = F_1(1-x+x^2) = F_1(f_0 + f_1e^{-\delta x} + f_2e^{-2\beta x}) \quad (2.80)$$

après développement des Eqs.(2.77), (2.78), (2.79), (2.80), nous effectuons quelques arrangements et nous obtenons les systèmes suivants :

$$\begin{cases} c_0 + c_1 + c_2 = 1 \\ c_1 + 2c_2 = \frac{2}{\delta} \\ \frac{c_1}{2} + 2c_2 = \frac{3}{\delta^2} \end{cases} \quad (2.81)$$

$$\begin{cases} v_0 + v_1 + v_2 = 1 \\ -v_1 - 2v_2 = \frac{2}{\delta} \\ \frac{v_1}{2} + 2v_2 = \frac{1}{\delta^2} \end{cases} \quad (2.82)$$

$$\begin{cases} s_0 + s_1 + s_2 = 1 \\ s_1 + 2s_2 = \frac{-1}{\delta} \\ \frac{s_1}{2} + 2s_2 = 0 \end{cases} \quad (2.83)$$

$$\begin{cases} f_0 + f_1 + f_2 = 1 \\ f_1 + 2f_2 = \frac{1}{\delta} \\ \frac{f_1}{2} + 2f_2 = \frac{1}{\delta^2} \end{cases} \quad (2.84)$$

La méthode appelée le déterminant nous permet ensuite de résoudre les quatre systèmes de trois équations chacune pour donner enfin les quantités suivantes :

$$c_0 = 1 - \frac{3}{\delta} + \frac{3}{\delta^2}, \quad c_1 = \frac{4}{\delta} - \frac{6}{\delta^2}, \quad c_2 = -\frac{1}{\delta} + \frac{3}{\delta^2} \quad (2.85)$$

$$v_0 = 1 + \frac{3}{\delta} + \frac{1}{\delta^2}, \quad v_1 = -\frac{4}{\delta} - \frac{2}{\delta^2}, \quad v_2 = \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\delta^2} \quad (2.86)$$

$$s_0 = 1 + \frac{3}{2\delta}, \quad s_1 = \frac{-2}{\delta}, \quad s_2 = \frac{1}{2\delta} \quad (2.87)$$

$$f_0 = 1 - \frac{3}{2\delta} + \frac{1}{\delta^2}, \quad f_1 = \frac{2}{\delta} - \frac{2}{\delta^2}, \quad f_2 = -\frac{1}{2\delta} + \frac{1}{\delta^2} \quad (2.88)$$

en utilisant la forme exponentielle de quelques termes de l'Eq.(2.76), nous obtenons l'équation suivante :

$$\begin{aligned} h''(x) + [\varepsilon' - \tau(c_0 + c_1e^{-\delta x} + c_2e^{-2\beta x}) - D_1(v_0 + v_1e^{-\delta x} + v_2e^{-2\beta x}) \\ - B_1(s_0 + s_1e^{-\delta x} + s_2e^{-2\beta x}) - F_1(f_0 + f_1e^{-\delta x} + f_2e^{-2\beta x}) \\ + 2\beta_e^2e^{-\delta x} - \beta_e^2e^{-2\delta x}]h(x) = 0 \end{aligned} \quad (2.89)$$

par arrangement de certains termes de l'Eq.(2.89) et en insérant les expressions des Eqs.(2.85), (2.86), (2.87) et (2.88), l'Eq.(2.89) prend la forme ci-dessous :

$$h''(x) + [\varepsilon' - \tau(k_0 + k_1e^{-\delta x} + k_2e^{-2\beta x}) 2\beta_e^2e^{-\delta x} - \beta_e^2e^{-2\delta x}] h(x) = 0 \quad (2.90)$$

avec :

$$\begin{cases} k_0 = c_0 + \frac{D_1v_0}{\tau} + \frac{B_1s_0}{\tau} + \frac{F_1f_0}{\tau}, \\ k_1 = c_1 + \frac{D_1v_1}{\tau} + \frac{B_1s_1}{\tau} + \frac{F_1f_1}{\tau}, \\ k_2 = c_2 + \frac{D_1v_2}{\tau} + \frac{B_1s_2}{\tau} + \frac{F_1f_2}{\tau} \end{cases} \quad (2.91)$$

posons à présent dans l'Eq.(2.90) :

$$y = e^{-\delta x} \quad (2.92)$$

l'Eq.(2.92) dans l'Eq.(2.90) et après quelques calculs et simplifications, nous obtenons :

$$h''(y) + \frac{1}{y}h'(y) + \left(-\frac{\rho^2}{y^2} + \frac{\nu_1^2}{y} - \nu_2^2\right) h(y) = 0 \quad (2.93)$$

avec ;

$$\begin{cases} \rho = \frac{\sqrt{\tau k_0 - \varepsilon'}}{\delta} \\ \nu_1 = \frac{\sqrt{2\beta_e^2 - \tau k_1}}{\delta} \\ \nu_2 = \frac{\sqrt{\beta_e^2 + \tau k_2}}{\delta} \end{cases} \quad (2.94)$$

posons à présent dans l'Eq.(2.93) :

$$h(y) = y^\rho e^{-\nu_2 y} r(y) \quad (2.95)$$

en insérant l'Eq.(2.95) dans l'Eq.(2.93) et après quelques calculs, nous obtenons :

$$r''(y) - \frac{(2\nu_2 y - 2\rho - 1)}{y} r'(y) - \frac{(2\rho\nu_2 + \nu_2 - \nu_1^2)}{y} r(y) = 0 \quad (2.96)$$

l'Eq.(2.96) se présente sur une forme bien connue suivante :

$$r''(y) = -\frac{\sigma(y)}{\varrho(y)}r'(y) - \frac{\Omega_n}{\varrho(y)}r(y) \quad (2.97)$$

dans l'expression de l'Eq.(2.97),

$$\begin{cases} \sigma(y) = -(2\nu_2 y - 2\rho - 1), \\ \varrho(y) = y \text{ et} \\ \Omega_n = -(2\rho\nu_2 + \nu_2 - \nu_1^2) \end{cases} \quad (2.98)$$

cette Eq.(2.97) admet une fonction propre définie dans [88] par :

$$r_n(y) = \aleph_n e^{\left(-\int^y \frac{s_n(y_1)}{\lambda_n(y_1)} dy_1\right)} \quad (2.99)$$

avec ;

$$\frac{s_k(x)}{\lambda_k(x)} = \frac{s_{k-1}(x)}{\lambda_{k-1}(x)} = \zeta(x) \quad (2.100)$$

les facteurs de l'Eq.(2.100) vérifient les termes des séries suivantes :

$$\begin{aligned} \lambda_k(x) &= \lambda'_{k-1}(x) + s_{k-1}(x) + \lambda_0(x)\lambda_{k-1}(x) \\ s_k(x) &= s'_{k-1}(x) + s_0(x)\lambda_{k-1}(x) \end{aligned} \quad (2.101)$$

tel que $k = 1, 2, 3, \dots$

en portant l'Eq.(2.101) dans l'Eq.(2.99), on remarque qu'elle admet comme fonction propre les termes du polynôme de Laguerre [34] suivantes :

$$r_n(y) = \aleph_n \mathcal{L}_n^{2\rho n}(2\nu_2 y) \quad (2.102)$$

Dans l'expression de l'Eq.(2.102) ; $\rho_n = \rho$; $n = 0, 1, 2, \dots$ est le nombre quantique spécifique et \aleph est la constante de normalisation déterminée par les conditions de normalisation suivantes :

$$\int_0^\infty h^2(\beta)\beta^4 d\beta = \frac{1}{a} \int_0^{e^{-\delta}} \frac{1}{y} \chi^2(y) dy = 1 \quad (2.103)$$

$$\aleph_{n,L,n_w,n'} = \left(\frac{a(w-2n-1)n!}{(w-n-1)\Gamma(w-n-1)} (2\nu_2)^{w-2n-1} \right)^{\frac{1}{2}} ; \quad w = \frac{\nu_1^2}{\nu_2} \quad (2.104)$$

ainsi la valeur propre de l'énergie incluant les mouvements de rotation et de vibration est donnée par la formule générale suivante :

$$\varepsilon_{L,n,n_w,n'} = \left\{ \frac{\tau k_0}{\beta_e^2} - \left[\frac{\nu_1^2}{2\beta_e \nu_2} - a \left(n + \frac{1}{2} \right) \right]^2 \right\} \quad (2.105)$$

en portant la valeur de ν de l'Eq.(2.62) dans l'Eq.(2.71) l'expression de τ prend la forme :

$$\tau = 2 + L(L + 1) - \frac{3}{4}(L - n_w)^2 + \sqrt{2q}(n' + \frac{1}{2}) + \frac{2}{9}q + 4G \quad (2.106)$$

La solution des équations incluant les mouvements de rotation et de vibration étant déterminée, il est question de nous préoccuper à présent de celle incluant les interactions nucléaires.

2.3.2.2. Solutions des équations régissant les interactions nucléaires

Ces interactions nucléaires concernent l'ensemble des trois équations ci-dessous :

$$\begin{cases} \frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR(r)}{dr} + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left[E - Dr^2 + 2a^2 D - \frac{Da^4}{r^2} - \frac{\lambda \hbar^2}{2\mu r^2} \right] R(r) = 0 & (a) \\ \frac{d^2 \Theta(\theta)}{d\theta^2} + \cot\theta \frac{d\Theta(\theta)}{d\theta} + \left[\lambda - \frac{m'^2}{\sin^2\theta} - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(\frac{(\beta' + \gamma \cos\theta)}{\sin^2\theta} \right) \right] \Theta(\theta) = 0 & (b) \\ \frac{d^2 \phi(\varphi)}{d\varphi^2} + m'^2 \phi(\varphi) = 0 & (c) \end{cases} \quad (2.107)$$

Il est question dans cette partie de résoudre ces trois équations et pour des raisons de commodité, intéressons nous d'abord aux mouvements sinusoïdaux.

a. Solutions de l'équation liée aux interactions sinusoïdales du nucléide

Il s'agit de l'Eq.(2.107.c) de variable φ définie par :

$$\frac{d^2 \phi(\varphi)}{d\varphi^2} + m'^2 \phi(\varphi) = 0 \quad (2.108)$$

Cette équation est simple à résoudre car en utilisant le polynôme caractéristique $r^2 + m'^2 = 0$, on obtient : $\phi(\varphi) = M' e^{im'\varphi} + N' e^{-im'\varphi}$.

En effectuant des transformations trigonométriques, nous aboutissons à la solution suivante :

$$\phi(\varphi) = M \cos(m'\varphi) + N \sin(m'\varphi) \quad (2.109)$$

où M et N sont déterminées par les conditions de normalisations et m' est appelée constante de séparation.

b. Solutions de la partie radiale

C'est celle dont l'équation est définie par :

$$\frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR(r)}{dr} + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left[E - Dr^2 + 2a^2 D - \frac{Da^4}{r^2} - \frac{\lambda \hbar^2}{r^2} \right] R(r) = 0 \quad (2.110)$$

où λ est la constante de séparation,

faisons un changement de variable en posant :

$$X = r^2 \quad (2.111)$$

l'Eq.(2.111) dans l'Eq.(2.110), après quelques calculs et arrangements, on obtient :

$$X \frac{d^2 R}{dX^2} + \frac{3}{2} \frac{dR}{dX} + \frac{\mu}{2\hbar^2} \left[E - DX + 2Da^2 - \frac{Da^4}{X} - \frac{\lambda \hbar^2}{2\mu X} \right] R = 0 \quad (2.112)$$

Il est important de préciser que X a la dimension d'une surface. Pour résoudre l'Eq.(2.112), nous procédons par la méthode de factorisation en posant :

$$R(X) = U(X)L(X) \quad (2.113)$$

portant l'Eq.(2.113) dans l'Eq.(2.112), on obtient :

$$\begin{aligned} & XL'' + \left(\frac{2U'}{U}X + \frac{3}{2} \right) L' + \left[\frac{U''}{U}X + \frac{3U'}{2U} \right. \\ & \left. + \frac{\mu}{2\hbar^2} \left(E - DX + 2Da^2 - \frac{Da^4}{X} - \frac{\lambda \hbar^2}{2\mu X} \right) \right] L = 0 \end{aligned} \quad (2.114)$$

l'Eq.(2.114) a la forme de l'équation différentielle associée à celle de Laguerre [89-91] ci-dessous :

$$\begin{aligned} & XL''_{n,m}^{(\alpha,\beta)}(X) + (1 + \alpha - \beta X) L'_{n,m}^{(\alpha,\beta)}(X) \\ & + \left[\left(n - \frac{m}{2} \right) \beta - \frac{m}{2} \left(\alpha + \frac{m}{2} \right) \frac{1}{X} \right] L_{n,m}^{(\alpha,\beta)}(X) = 0 \end{aligned} \quad (2.115)$$

en effectuant la comparaison des différents termes des Eqs.(2.114) et (2.115), nous obtenons par identification la première égalité suivante :

$$\frac{2U'}{U}X + \frac{3}{2} = 1 + \alpha - \beta X \quad (2.116)$$

la résolution de l'Eq.(2.116) donne :

$$U(X) = Cte X^{\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4}} e^{-\frac{\beta X}{2}} \quad (2.117)$$

l'autre égalité donne la forme ci-dessous :

$$\begin{aligned} \frac{U''}{U}X + \frac{3U'}{2U} + \frac{\mu}{2\hbar^2} \left(E - DX + 2Da^2 - \frac{Da^4}{X} - \frac{\lambda\hbar^2}{2\mu X} \right) \\ = \left(n - \frac{m}{2} \right) \beta - \frac{m}{2} \left(\alpha + \frac{m}{2} \right) \frac{1}{X} \end{aligned} \quad (2.118)$$

en portant l'Eq.(2.117) dans l'Eq.(2.118) et après quelques manipulations mathématiques, nous obtenons le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\beta^2}{4} - \frac{D\mu}{2\hbar^2} = & 0 & (a) \\ -\beta\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4}\right) - \frac{3}{4}\beta + \frac{\mu E}{2\hbar^2} + \frac{Da^2\mu}{\hbar^2} = & \left(n - \frac{m}{2}\right)\beta & (b) \\ \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{5}{4}\right) + \frac{3}{2}\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4}\right) - \frac{Da^4\mu}{2\hbar^2} - \frac{\lambda}{4} = & -\frac{m}{2}\left(\alpha + \frac{m}{2}\right) & (c) \end{cases} \quad (2.119)$$

en résolvant les différentes équations constituant le système ci-dessus, nous obtenons :

d'après l'Eq.(2.119.a),

$$\beta = \sqrt{\frac{2D\mu}{\hbar^2}} \quad (2.120)$$

avec l'Eq.(2.119.b) nous avons :

$$E = \sqrt{\frac{8D\hbar^2}{\mu}} \left(n - \frac{m}{2} + \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2} \right) - 2Da^2 \quad (2.121)$$

et partant de l'Eq.(2.119.c),

$$\lambda = \alpha^2 + 2m\alpha + m^2 - \frac{2Da^4\mu}{\hbar^2} - \frac{1}{4} \quad (2.122)$$

l'Eq.(2.111) dans l'Eq.(2.117) nous conduit à :

$$U(r) = Cte r^{\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2}} e^{-\frac{\sqrt{\frac{2D\mu}{\hbar^2}} r^2}{2}} \quad (2.123)$$

et nous déduisons ainsi de l'Eq.(2.113) :

$$R(r) = Cte r^{\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{2}} e^{-\sqrt{\frac{2D\mu}{\hbar^2}} r} L_{n,m}^{(\alpha,\beta)}(r) \quad (2.124)$$

où ;

$L_{n,m}^{(\alpha,\beta)}(r)$ est appelé polynôme de Laguerre,

$U(r)$ est le coefficient de factorisation de la coordonnée radiale.

Ainsi les valeurs exactes du spectre d'énergie de la partie radiale de l'équation de Schrödinger se présente sous la forme :

$$E_{n,m} = \sqrt{\frac{8D\hbar^2}{\mu}} \left(n - \frac{m}{2} + \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2} \right) - 2Da^2 \quad (2.125)$$

Nous remarquons que la solution du polynôme de Laguerre peut se déduire à partir de la représentation de la forme des fonctions de Rodrigues suivante :

$$L_{n,m}^{(\alpha,\beta)}(r) = \frac{a_{n,m}(\alpha,\beta)}{r^{\alpha+\frac{m}{2}} e^{-\beta r}} \left(\frac{d}{dr} \right)^{n-m} r^{n+\alpha} e^{-\beta r} \quad (2.126)$$

et la constante de normalisation se présente sous la forme :

$$a_{n,m}(\alpha,\beta) = (-1)^m \sqrt{\frac{\beta^{\alpha+m+1}}{\Gamma(n-m+1)\Gamma(n+\alpha+1)}} \quad (2.127)$$

Notons que la partie radiale et les parties axiales de l'aimant sont formées de façon à faire face à la partie radiale et aux parties axiales du stator. Ainsi, le stator comprend une partie radiale disposée dans la direction de l'axe de rotation et des parties axiales disposées dans la direction radiale. C'est pour cette raison qu'elle est régie par deux opérateurs notés : $A_{n,m}^+(r)$ et $A_{n,m}^-(r)$. Ces deux opérateurs définissent le soulèvement et l'abaissement de notre dispositif tant tôt que l'on va dans la direction de l'axe de rotation ou dans la direction radiale.

Ces opérateurs sont représentés comme suit :

$$A_{n,m}^+(r) = r \frac{d}{dr} - \beta r + \frac{1}{2}(2n + 2\alpha - m) \quad (2.128)$$

et

$$A_{n,m}^-(r) = -r \frac{d}{dr} + \frac{1}{2}(2n - m) \quad (2.129)$$

Ces opérateurs vérifient les équations différentielles associées de Laguerre suivantes :

$$A_{n,m}^+(r)A_{n,m}^-(r)L_{n,m}^{(\alpha,\beta)}(r) = (n-m)(n+\alpha)L_{n,m}^{(\alpha,\beta)}(r) \quad (2.130)$$

et

$$A_{n,m}^-(r)A_{n,m}^+(r)L_{n-1,m}^{(\alpha,\beta)}(r) = (n-m)(n+\alpha)L_{n-1,m}^{(\alpha,\beta)}(r) \quad (2.131)$$

les invariances de formes sont représentées par les formules :

$$A_{n,m}^+(r)L_{n-1,m}^{(\alpha,\beta)}(r) = \sqrt{(n-m)(n+\alpha)}L_{n,m}^{(\alpha,\beta)}(r) \quad (2.132)$$

et

$$A_{n,m}^-(r)L_{n,m}^{(\alpha,\beta)}(r) = \sqrt{(n-m)(n+\alpha)}L_{n-1,m}^{(\alpha,\beta)}(r) \quad (2.133)$$

Les Eqs.(2.132) et (2.133) sont utilisées pour calculer les énergies des états liés du système.

c.Solutions de la partie polaire

La partie polaire se présente sous la forme :

$$\frac{d^2\Theta(\theta)}{d\theta^2} + \cot\theta \frac{d\Theta(\theta)}{d\theta} + \left[\lambda - \frac{m^2}{\sin^2\theta} - \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(\frac{(\beta' + \gamma \cos\theta)}{\sin^2\theta} \right) \right] \Theta(\theta) = 0 \quad (2.134)$$

posons le changement de variable suivant : $x = \cos\theta$

après quelques calculs, nous retrouvons une équation différentielle ayant la forme ci-après :

$$\frac{d^2\Theta(x)}{dx^2} - \frac{2x}{1-x^2} \frac{d\Theta(x)}{dx} + \left(\frac{\lambda(1-x^2) - m^2 - \frac{2\mu}{\hbar^2}(\beta' + \gamma x)}{(1-x^2)^2} \right) \Theta(x) = 0 \quad (2.135)$$

posons également :

$$\Theta(x) = U(x)P(x) \quad (2.136)$$

où $P(x)$ est le polynôme de Jacobi et $U(x)$ est le même coefficient de factorisation. Insérant l'Eq.(2.136) dans l'Eq.(2.135) et après quelques calculs, on obtient l'expression suivante :

$$(1-x^2)P''(x) + \left[\frac{2U'(1-x^2)}{U} - 2x \right] P'(x) + \left[(1-x^2)\frac{U''}{U} - 2x\frac{U'}{U} + \lambda - \frac{m'^2 + \frac{2\mu}{\hbar^2}(\beta' + \gamma x)}{1-x^2} \right] P(x) = 0 \quad (2.137)$$

l'Eq.(2.137) est comparable à l'équation différentielle de Jacobi [90] ci-dessous :

$$(1-x^2)P''_{n,m}(x) - [\alpha - \beta + (\alpha + \beta + 2)x] P'_{n,m}(x) + \left[n(\alpha + \beta + n + 1) - \frac{m(\alpha + \beta + m + (\alpha - \beta)x)}{1-x^2} \right] P_{n,m}(x) = 0 \quad (2.138)$$

En identifiant les différents coefficients de l'Eq.(2.137) à celle de l'Eq.(2.138), nous pourrions déduire que :

$$\frac{2U'(1-x^2)}{U} - 2x = -(\alpha - \beta + (\alpha + \beta + 2)x) \quad (2.139)$$

la résolution de l'Eq.(2.139) nous conduit à :

$$U(x) = Cte (1-x)^{\frac{\alpha}{2}}(1-x^2)^{\frac{\beta}{4}} \quad (2.140)$$

les autres termes nous conduisent à :

$$\left[(1-x^2)\frac{U''}{U} - 2x\frac{U'}{U} + \lambda - \frac{m'^2 + \frac{2\mu}{\hbar^2}(\beta' + \gamma x)}{1-x^2} \right] = \left[n(\alpha + \beta + n + 1) - \frac{m(\alpha + \beta + m + (\alpha - \beta)x)}{1-x^2} \right] \quad (2.141)$$

l'Eq.(2.140) dans l'Eq.(2.141) et après un développement, on obtient le système ci-dessous :

$$\begin{cases} \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\alpha}{2} - 1 \right) - \frac{\beta}{2} + \lambda - m'^2 - \frac{2\mu\beta'}{\hbar^2} = n(\alpha + \beta + n + 1) - m(\alpha + \beta + m) & (a) \\ 2\frac{\alpha}{2} \left(\frac{\alpha}{2} - 1 \right) + \frac{\alpha\beta}{2} + \beta + \alpha - \frac{2\mu\gamma}{\hbar^2} = -m(\alpha - \beta) & (b) \\ \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\alpha}{2} - 1 \right) + \frac{\alpha\beta}{2} + \frac{\beta}{2} + \beta \left(\frac{\beta}{4} - 1 \right) + \alpha - \lambda = -n(\alpha + \beta + n + 1) & (c) \end{cases} \quad (2.142)$$

en développant l'Eq.(2.142.b) et en posant $\gamma = \alpha - \beta$ [90], et après quelques arrangements, on obtient l'équation en α suivante :

$$\alpha^2 + 2 \left(\frac{\beta}{2} - 2\frac{\mu}{\hbar^2} + m \right) \alpha - 2\beta \left(-2\frac{\mu}{\hbar^2} + m + 1 \right) \quad (2.143)$$

La valeur du déterminant donne :

$$\Delta = 4 \left(\frac{\beta}{2} - 2 \frac{\mu}{\hbar^2} \right)^2 + 8\beta \left(1 + m - 2 \frac{\mu}{\hbar^2} \right) \quad (2.144)$$

* Pour $\Delta < 0$, pas de solutions complexes associées à la détermination des valeurs de α .

* Pour $\Delta > 0$, nous obtenons :

$$\alpha_1 = - \left(\frac{\beta}{2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} + m \right) + \left[\left(\frac{\beta}{2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} + m \right)^2 + 2\beta \left(1 + m - \frac{2\mu}{\hbar^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.145)$$

ou

$$\alpha_2 = - \left(\frac{\beta}{2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} + m \right) - \left[\left(\frac{\beta}{2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} + m \right)^2 + 2\beta \left(1 + m - \frac{2\mu}{\hbar^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.146)$$

en sommant les Eqs.(2.142.a), (2.142.b) et l'Eq.(2.142.c) et après quelques calculs et opérations, nous retrouvons :

$$m = - \left(\frac{n}{2} + \beta \right) + \left[\left(\frac{n}{2} + \beta \right)^2 + n + 2\beta \left(1 + \frac{2\mu}{\hbar^2} \right) + m'^2 - \frac{\beta^2}{4} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.147)$$

notons que :

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= \beta' \\ \alpha - \beta &= \gamma \end{aligned} \quad (2.148)$$

ainsi, le spectre d'énergie de la partie angulaire de l'équation de Schrödinger se présente sous la forme :

$$\begin{aligned} E_{n,m'} &= \sqrt{\frac{8D\hbar^2}{\mu}} \left\{ n + \frac{1}{2} \left(\frac{n}{2} + \beta \right) - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{n}{2} + \beta \right)^2 + n \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 2\beta \left(1 + \frac{2\mu}{\hbar^2} \right) + m'^2 - \frac{\beta^2}{4} \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2} \right\} - 2Da^2 \end{aligned} \quad (2.149)$$

* Pour $\Delta = 0$, nous obtenons

$$\alpha_1 = \alpha_2 = - \left(\frac{\beta}{2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} + m \right) \quad (2.150)$$

En utilisant l'Eq.(2.147), la valeur de l'énergie dévient :

$$E_{n,m'} = \sqrt{\frac{8D\hbar^2}{\mu}} \left(n - \left(-\left(\frac{n}{2} + \beta\right) + \left[\left(\frac{n}{2} + \beta\right)^2 + n + 2\beta \left(1 + \frac{2\mu}{\hbar^2}\right) + m'^2 - \frac{\beta^2}{4} \right]^{\frac{1}{2}} \right) + \frac{-\left(\frac{\beta}{2} - \frac{2\mu}{\hbar^2}\right)}{2} + \frac{1}{2} \right) - 2Da^2 \quad (2.151)$$

De la même façon, la fonction de Jacobi $P_{n,m}^{(\alpha,\beta)}(x)$ a une solution du type de l'équation différentielle, représentée ci-dessous :

$$P_{n,m}^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{a_{n,m}(\alpha, \beta)}{(1-x)^{\alpha+\frac{m}{2}}(1+x)^{\beta+\frac{m}{2}}} \left(\frac{d}{dx}\right)^{n-m} ((1-x)^{\alpha+n}(1+x)^{\beta+n}) \quad (2.152)$$

notons que la partie polaire est également régie par deux opérateurs liés à ceux de la partie radiale et mentionnés dans [90-92] et définis par les équations différentielles associées de Jacobi ayant les formes :

$$A_{n,m}^+(x)A_{n,m}^-(x)P_{n,m}^{(\beta',\gamma)}(x) = B_{n,m}P_{n,m}^{(\beta',\gamma)}(x) \quad (2.153)$$

et

$$A_{n,m}^-(x)A_{n,m}^+(x)P_{n-1,m}^{(\beta',\gamma)}(x) = B_{n,m}P_{n-1,m}^{(\beta',\gamma)}(x) \quad (2.154)$$

où

$$B_{n,m} = \frac{1}{(\beta' + 2n)^2} [(n-m)(\beta' + \gamma + 2n)(\beta' - \gamma + 2n)(\beta' + m + n)] \quad (2.155)$$

$$A_{n,m}^+(x) = (1+x^2)\frac{d}{dx} - (\beta' + n)x - \gamma\frac{(\beta' + n + m)}{(\beta' + 2n)} \quad (2.156)$$

et

$$A_{n,m}^-(x) = -(1-x^2)\frac{d}{dx} - nx + \gamma\frac{(n-m)}{(\beta' + 2n)} \quad (2.157)$$

les termes invariants par rapport à m sont définis par :

$$A_m^+(x)A_m^-(x)P_{n,m}^{(\beta',\gamma)}(x) = C_{n,m}P_{n,m}^{(\beta',\gamma)}(x) \quad (2.158)$$

et

$$A_m^-(x)A_m^+(x)P_{n,m-1}^{(\beta',\gamma)}(x) = C_{n,m}P_{n,m-1}^{(\beta',\gamma)}(x) \quad (2.159)$$

où

$$C_{(n,m)} = (n - m + 1)(\beta' + n + m) \quad (2.160)$$

ainsi ces opérateurs prennent les formes :

$$A_m^- = -\sqrt{1-x^2} \frac{d}{dx} + \frac{\gamma + (\beta' + m)x}{\sqrt{1-x^2}} \quad (2.161)$$

et

$$A_m^+ = \sqrt{1-x^2} \frac{d}{dx} + \frac{(m-1)}{\sqrt{1-x^2}} x \quad (2.162)$$

Les équations définissant les mouvements des nucléides dans notre modèle sont entièrement résolues par diverses méthodes, il faut cependant noter que le passage d'un niveau d'énergie à l'autre par un nucléide est une transition. Ces différentes transitions sont liées par des équations mathématiques qui nécessitent d'être présentées et la recherche de celles-ci nous permettra par la suite de retrouver les différents termes des moments quadripolaires électriques caractéristiques de chaque niveau.

2.4 Les moments des transitions quadripolaires électriques

Le moment quadripolaire électrique a pour fonction première de déterminer les excitations possibles qu'on peut avoir au niveau des nucléides lorsqu'on a un gain ou une perte en énergie. Il permet de déterminer les différentes transitions et d'avoir des renseignements très profonds sur le nucléide, c'est-à-dire des informations au niveau des couches et sous couches. Il permet de donner avec précision tous les détails que l'on ne peut pas retrouver lorsqu'on a juste des énergies de chaque niveau, celui-ci singularise et particularise chaque nucléon en indiquant s'il se trouve au niveau fondamental, γ ou β .

L'opérateur moment quadripolaire électrique est régi par la formule générale :

$$\begin{aligned} \hat{T}_\mu^{E2} = t\beta & \left[D_{\mu,0}^{(2)}(\theta_i) \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(D_{\mu,2}^{(2)}(\theta_i) + D_{\mu,-2}^{(2)}(\theta_i) \right) \sin\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.163)$$

dans l'Eq.(2.163), t est le facteur scalaire, $D_{\mu,\alpha}^{(2)}(\theta_i)$ sont des fonctions de Wigner pour les angles d'Euler, μ est un niveau concerné et L est le moment angulaire quantique.

Pour $\gamma = \frac{\pi}{6}$, l'opérateur quadrupolaire se réduit à :

$$\hat{T}_{\mu}^{E2} = -\frac{t\beta}{\sqrt{2}} \left(D_{\mu,2}^{(2)}(\theta_i) + D_{\mu,-2}^{(2)}(\theta_i) \right) \quad (2.164)$$

ainsi, les différentes transitions $B(E2)$ [88] sont définies par :

$$B(E2; \alpha_i L_i \rightarrow \alpha_f L_f) = \frac{5}{16\pi} \frac{1}{2L_i + 1} |\langle \alpha_f L_f | \hat{T}^{E2} | \alpha_i L_i \rangle|^2 \quad (2.165)$$

où ;

$B(E2; \alpha_i L_i \rightarrow \alpha_f L_f)$ est la probabilité de transition d'un niveau i à un niveau f , le terme $\alpha_i L_i$ est l'énergie d'un niveau i et la quantité $|\langle \alpha_f L_f | \hat{T}^{E2} | \alpha_i L_i \rangle|^2$ représente l'expression matricielle de calcul des différents éléments.

Cette quantité matricielle se calcule en utilisant le théorème de Wigner-Eckart [88] se présentant sous la forme :

$$\langle L_f \alpha_f | \hat{T}_{\mu}^{(E2)} | L_i \alpha_i \rangle = \frac{(L_i 2L_f | \alpha_i \mu \alpha_f)}{\sqrt{2L_f + 1}} \langle \alpha_f L_f | \hat{T}^{E2} | \alpha_i L_i \rangle \quad (2.166)$$

et la fonction d'onde symétrique associée est donnée par :

$$\begin{aligned} \psi(\beta, \gamma, \theta_i) = & \sqrt{\frac{2L + 1}{16\pi^2(1 + \delta_{\alpha,0})}} \left[D_{\mu,\alpha}^{(L)}(\theta_i) \right. \\ & \left. + (-1)^L D_{\mu,-\alpha}^{(L)}(\theta_i) \right] \xi_{n,n_w,L,n'}(\beta) \eta_{n'}(\gamma) \end{aligned} \quad (2.167)$$

Les Eqs.(2.164) et (2.166) dans l'Eq.(2.165) et après quelques manoeuvres, nous retrouvons la probabilité de transition [86] d'un niveau i à un niveau f représentée ci-dessous :

$$\begin{aligned} B(E2, \alpha_i L_i \rightarrow \alpha_f L_f) = & \frac{5t^2}{32\pi} \frac{1}{(1 + \delta_{\alpha_i,0})(1 + \delta_{\alpha_f,0})} [(L_i 2L_f | \alpha_i 2\alpha_f) + \\ & (L_i 2L_f | \alpha_i - 2\alpha_f) + (-1)^{L_i} (L_i 2L_f | -\alpha_i 2\alpha_f)]^2 \int_0^{\infty} \xi_{n_i,\alpha_i,L_i}(\beta) \xi_{n_f,\alpha_f,L_f}(\beta) \beta^5 d\beta \end{aligned} \quad (2.168)$$

Tous les nucléides incorporés dans notre modèle doivent généralement respecter les paramètres du système donc l'objectif est d'obtenir une représentation

triaxial ou d'accroître l'énergie de dislocation des molécules. Les résultats de la calibration du modèle sont présentés et analysés en rapport avec les données expérimentales. Ils concernent successivement les énergies des différentes couches, les énergies des transitions calculées à base des moments quadripolaires électriques et aussi les énergies qui caractérisent la rigidité des liaisons de la molécule. Dans la suite du travail, nous présenterons quelques structures du modèle.

2.5 Les structures triaxiale et diatomique du modèle

2.5.1 La structure triaxiale associée au CKMP

Cette partie concerne un ensemble de trois nucléides $^{192,194,196}\text{Pt}$ sur lesquels on fait agir le CKMP, qui est une combinaison des potentiels de Killingbeck et de Morse. Malheureusement, il n'existe pas dans la littérature :

- un modèle qui prend à la fois en compte les paramètres linéiques, surfaciques et volumiques capitalisant toutes les perturbations calculées à l'aide de l'*AIM* combinée à l'approximation de Pekeris,
- un modèle qui minimise les énergies de transitions de passage d'un état à l'autre,
- un modèle qui prend en compte les paramètres de rigidités de l'oscillateur dans chaque couche du nucléide,
- un modèle qui tend à minimiser la quasi totalité des énergies d'excitation des nucléides $^{192,194,196}\text{Pt}$.

2.5.2 La structure diatomique associée au KPRSP et au RLO

Dans cette partie, il s'agit d'utiliser les *RLO* sur le *KPRSP* pour retrouver les énergies exactes du système. Cependant, il n'existe pas jusqu'ici dans la littérature de modèle :

- qui permet de déterminer les valeurs exactes des énergies de dissociation des molécules prenant en compte toutes les perturbations liées aux paramètres linéiques, surfaciques et volumiques,
- diatomique utilisant la méthode de factorisation appliquée au *KPRSP*,
- qui prouve que l'énergie de dissociation est proportionnelle à la surface de contact des atomes constituant la molécule,

- qui permet de retrouver un potentiel dont les caractéristiques sont des éléments surfaciques et pas linéaires,
- qui identifie et compare de façon précise une liaison covalente à un ensemble de deux boules S_1 et S_2 , de masses respectives m_1 et m_2 , liées et se rapportant à un système mécanique dont le résultat est bien connu, à savoir un ressort avec des caractéristiques comme sa constance de raideur, pouvant être déterminée.

2.6 Définitions ou explications des termes et présentation générale du modèle

2.6.1 Définitions ou explications des termes

La réalisation d'un modèle nécessite une compréhension profonde des termes décrits précédemment. Dans ce travail, certains termes ont été utilisés qu'il convient de définir ou d'expliquer. Car la définition de tous les détails doit être un impératif pour faciliter la lecture de ce document. Une connaissance très profonde du platine est un impératif pour la simple raison qu'il a beaucoup d'isotopes ayant des propriétés physico-chimiques semblables.

a. Le platine

Le platine est un métal naturellement blanc, pur à 95% et sa résistance à la corrosion est un symbole de stabilité. Cet élément chimique fait partie des métaux de transition et représente les 70 ans de mariage. C'est un corps conducteur d'électricité, de chaleur, il est en général malléable, ductile et réfléchissant la lumière (éclat métallique). Au contact d'un acide, un métal donne un sel ; au contact de l'oxygène, il donne un oxyde (avec difficulté pour les métaux nobles comme l'or, le diamant...). L'état métallique est défini par ses propriétés électroniques dues à la liaison métallique, qui, contrairement à la liaison covalente (électrons localisés entre les ions) ou la liaison ionique (électrons localisés à la périphérie des ions), est assurée par des électrons délocalisés.

Tableau b : Généralités sur le Platine [93]

Symbôle	<i>Pt</i>
Numéro atomique	78
Electrons par niveau d'énergie	2,8,18,32,17,1
Masse atomique	195.084 u
unité de masse atomique	$u \simeq 1,66054 \times 10^{-27}$ kg
Isotopes les plus stables	^{195}Pt ; ^{194}Pt ; ^{196}Pt ; ^{198}Pt ; ^{192}Pt
Nombre de Neutrons du ^{195}Pt	117
Nombre de Neutrons du ^{194}Pt	116
Nombre de Neutrons du ^{196}Pt	118
Nombre de Neutrons du ^{198}Pt	120
Nombre de Neutrons du ^{192}Pt	114
Proportion isotopique du ^{195}Pt	33.8%
Proportion isotopique du ^{194}Pt	32.9%
Proportion isotopique du ^{196}Pt	25.3%
Proportion isotopique du ^{198}Pt	7.2%
Proportion isotopique du ^{192}Pt	0.79%
Série	Métaux de transition
Groupe	10
Période	6
Bloc	d
Densité	21.45
Point de fusion	1.768°C
Point d'ébullition	3.825°C

• **Avantage du platine :**

Le platine ne ternit jamais et garde son aspect tout au long de son existence, plus dense que l'or, une alliance en platine pèse environ 1,5 fois plus lourd que celle avec l'or (18 carats), de plus on ne perdra pas de matière en cas de rayures car le platine se déplace sur le bijou. Le carat est utilisé dans le commerce international comme unité de mesure des pierres précieuses (1 carat = 0.2g).

• **Inconvénient du platine :**

Il réside au niveau de son prix plus élevé en raison de sa rareté et de sa composition.

b. La triaxialité

En général, le mot "tri" vient du dictionnaire anglosaxon pour désigner le chiffre trois. En ajoutant la terminologie "axe", nous obtenons le mot "trois-axes". Une molécule est dite triaxiale lorsqu'on peut repérer la position de l'un de ses points M dans l'espace soit en coordonnées cartésiennes par les trois directions

\vec{x} , \vec{y} , \vec{z} ; soit en coordonnées cylindriques par les trois vecteurs \vec{u}_r , \vec{u}_θ , \vec{z} et enfin en coordonnées sphériques par le triplet dirigé par \vec{u}_r , \vec{u}_θ et \vec{u}_φ . Dans le troisième cas qui nous concerne, il faut noter que $0 \leq r \leq R$; $0 \leq \theta \leq 2\pi$ et $0 \leq \varphi \leq \pi$.

Ainsi, dire que les isotopes $^{192,194,196}\text{Pt}$ du Platine forment un ensemble triaxial signifie tout simplement qu'ils remplissent toutes les conditions et en accord avec les contraintes nécessaires pour repérer tous les mouvements de rotation, de déformation et des différentes interactions que subissent les nucléides qui se mouvent de façon très désordonnées, à très grande vitesse et diagonalisant parfois le tenseur des contraintes de la matrice issue [94,95]. Un tel repère triaxial est représenté par la figure (2.1).

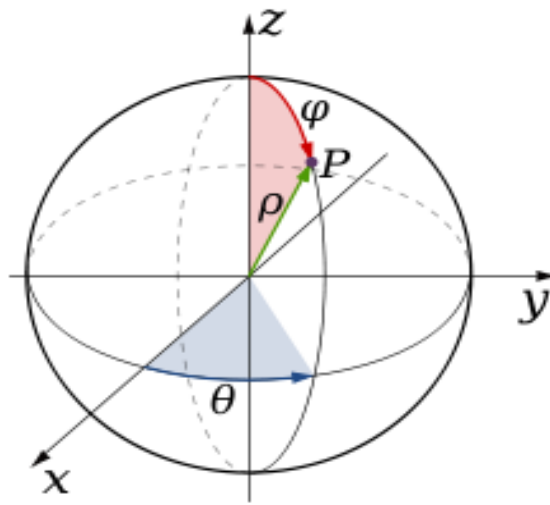


FIGURE 2.1 – Position d'un point P en coordonnées sphériques, la position du point P est définie par la distance ρ et par les angles φ (colatitude) et θ (longitude). Cependant, pour un repère direct il faut que φ et θ soient inversés sur le schéma.

c. Structure de la molécule diatomique

Les molécules diatomiques sont des molécules constituées uniquement de deux atomes qui sont soit identiques, ou des éléments chimiques différents. Le préfixe "di" signifie deux en grec. H_2 et O_2 sont deux exemples de molécules diatomiques homonucléaires. Plusieurs composés chimiques sont constitués de molécules diatomiques hétéronucléaires, par exemple N_aCl , CO , HB_r et NO [96]. D'après le livre de Huber et Herzberg, il existe une centaine de molécules diatomiques qui ont été détectées par spectroscopie dans le milieu interstellaire. Toutefois, on trouve peu de molécules diatomiques différentes sur terre en dehors des

Laboratoires. Environ 99% de l'atmosphère terrestre est composée de molécules diatomiques, en particulier le dioxygène (O_2) (21%) et le diazote (N_2) (78%), le pour cent restant étant majoritairement de l'argon (0,9340%). L'abondance du dihydrogène (H_2) dans l'atmosphère terrestre est seulement de l'ordre de quelques parties par million. Dans ce type de liaison, la surface de contact joue un grand rôle au niveau de l'équilibre de la molécule. La résistance et l'équilibre de la molécule sont fonction de la surface de contact des deux atomes qui constituent la molécule. Plus la surface de contact est grande, plus la résistance à la dislocation de cette dernière est bien assurée, figure (2.2).

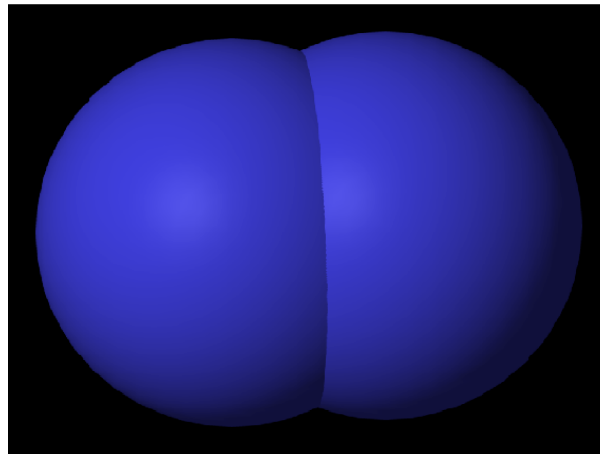


FIGURE 2.2 – Une représentation de la molécule diatomique de l'azote gazeux (N_2)

d. Opérateur de création et d'annihilation

En physique quantique, en seconde quantification, un opérateur d'échelle est un opérateur augmentant ou diminuant les valeurs propres d'un autre opérateur [97-99]. L'opérateur augmentant est souvent appelé opérateur de création ; l'opérateur diminuant quand à lui est l'opérateur d'annihilation.

- **l'opérateur de création** est un opérateur qui agit sur l'espace de Fock en changeant un état à N particules en un état à $(N + 1)$ particules.

- **l'opérateur d'annihilation** est un opérateur qui fait passer d'un état de l'espace de Fock contenant $N \geq 1$ particules à un état contenant $(N - 1)$ particules. L'action d'un opérateur d'annihilation sur le vide ($N = 0$) donne zéro.

2.6.2 Description de la méthode

Notre méthode est constituée de deux parties :

- La première concerne le choix des isotopes de platine notés $^{192,194,196}\text{Pt}$ et le *CKMP*. En appliquant l'*AIM* associée à l'approximation de Pekeris, on détermine les probabilités (normalisées à l'état fondamentale) des paramètres énergétiques :

- d'excitation des différentes couches,
- de transition du moment quadripolaire électrique,
- des excitations des différentes couche caractérisant la rigidité du *CKMP* et
- d'excitation des diverses bandes du ^{192}Pt , ^{194}Pt et ^{196}Pt .

- La deuxième concerne la structure des molécules diatomiques associées au *KPRSP*.

En appliquant la méthode de factorisation, on détermine :

- l'énergie de dissociation d'une liaison,
- le coefficient de factorisation $u(r)$, qui est la fonction caractéristique qui permet de suivre la trajectoire de la particule dans l'espace lorsque la coordonnée r varie. Ce coefficient de factorisation est représentée ci-dessous figure (2.3).

Le modèle est basé sur la détermination des énergies approximatives et exactes aux moyens des potentiels de *CKMP* et de *KPRSP*. L'objectif de ce travail dans un premier temps est de prouver que les isotopes $^{192,194,196}\text{Pt}$ du platine peuvent constituer un triplet triaxial en se référant aux paramètres physico-chimiques en accord avec la littérature.

Dans une autre mesure de montrer que les energies des différentes couches d'une molécule diatomique sont exactes et quantifiées, de retrouver l'expression de l'énergie de dissociation des atomes et de prouver qu'une telle molécule peut être considérée comme un système mécanique constitué de deux solides de masse respectives m_1 et m_2 liés par un ressort donc la constante de raideur est identique à la liaison existant entre les deux atomes ; et de déterminer l'expression analytique de la constante de raideur de celui-ci.

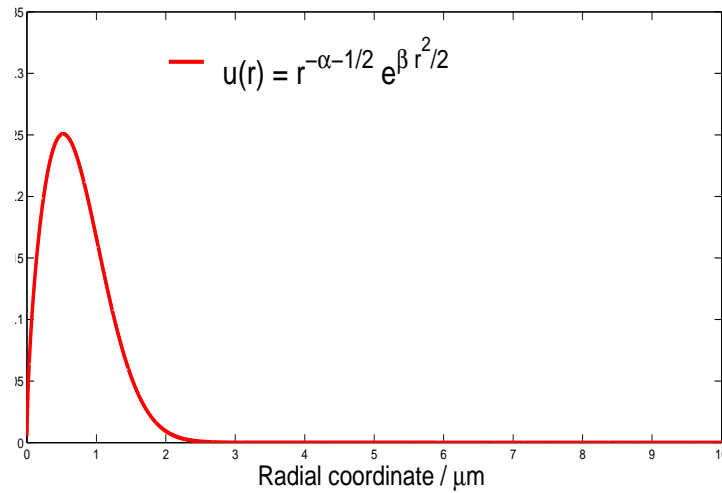


FIGURE 2.3 – Facteur de factorisation

En appliquant cette notion à une molécule comme le CO , la solution analytique de la partie radiale a une grande importance en mécanique quantique non relativiste car la fonction d'onde associée donne les informations précises sur l'aspect énergétique de la molécule et par ricochet sur ses vertues.

Pour ce faire, nous avons disloqués le travail en deux phases opératoires libellées de la façon suivante :

- **La première consiste :**

- à appliquer le CKMP sur les nucléides $^{192,194,196}Pt$ aux moyens de l'équation mathématique générale de Schrödinger en partant du modèle collectif de l'Hamiltonien de Bohr. L'étude du mouvement étant complexe car couplé des rotations (γ) et vibrations (β), le système a finalement trouvé des solutions en effectuant les changements de variables. Les deux équations hypergéométriques nées de cette transformation ont été résolues l'une en retrouvant le polynôme d'Hermite (la rotation) et l'autre en appliquant l' AIM combinée à l'approximation de Pekeris (vibration). Il faut cependant noter que la condition nécessaire et suffisante d'obtention des isotopes $^{192,194,196}Pt$ triaxiaux est assurée pour des valeurs de rotations minimales de $\gamma = \frac{\pi}{6}$ radian. Ensuite suivra la détermination des expressions des énergies, puis celles des énergies d'excitation des différents états du système.

- à déterminer le moment quadripolaire électrique ayant pour but de calculer les différentes transitions et les énergies d'excitation inter-bandes du système.

-à extirper quelques transitions non autorisées au moyen des coefficients de Clebsch-Gordan, bref le principe consiste à faire des sélections et des restrictions de certaines transitions vers d'autres bandes dites interdites afin de respecter la loi de d'inviolation inter-bandes. Il faut cependant rappeler que les énergies ont été normées par rapport à l'énergie de la première couche dite fondamentale prise comme référence.

-à calculer l'écart type des isotopes $^{192,194,196}\text{Pt}$ pour savoir si le modèle est plus stable, s'il converge rapidement vers un modèle déjà étudié dans la littérature, si les énergies sont concentrées autour d'une valeur moyenne, lequel des isotopes est plus proche de la valeur théorique ou expérimentale, lequel des isotopes est prépondérant et brèf lequel des isotopes incarne ou favorise facilement le terme "triaxial".

• **La deuxième consiste :**

-à appliquer le *KPRSP* sur une molécule diatomique à l'aide de l'équation générale de Schrödinger en coordonnées sphériques. L'équation issue a été transformée en trois équations dont la partie radiale (r), polaire (θ) et zénitale (φ), ensuite nous avons procédés à la résolution de celles-ci. La partie zénitale φ a donnée le résultat d'un mouvement sinusoïdal comme présenté ci-après, figure (2.4) avec M et N déterminables aux moyens des conditions aux limites.

Pour ce qui est de la partie radiale (r), la méthode de factorisation a été utilisée pour aboutir à une équation générale de Laguerre dont la résolution a donnée l'expression de l'énergie et un facteur de factorisation $u(r)$ qui indique en effet l'évolution de la particule dans l'espace par rapport à la composante radiale.

S'agissant de l'équation liée à la variable angulaire θ , nous avons également utilisés la méthode de factorisation pour aboutir l'équation différentielle de Jacobi. La comparaison de cette équation à celle de J. Sadeghi et al. [100], nous a permis :

- d'obtenir l'expression de l'énergie pour cette composante,
- de discuter sur le signe du déterminant et en exploitant les cas $\Delta \geq 0$,
- de déterminer l'expression de l'énergie de dissociation d'une molécule et faire un rapprochement avec un système mécanique constitué de deux masses liées par un ressort donc la constante de raideur ressemble étrangement aux liaisons existantes entre les atomes constituant la molécule.

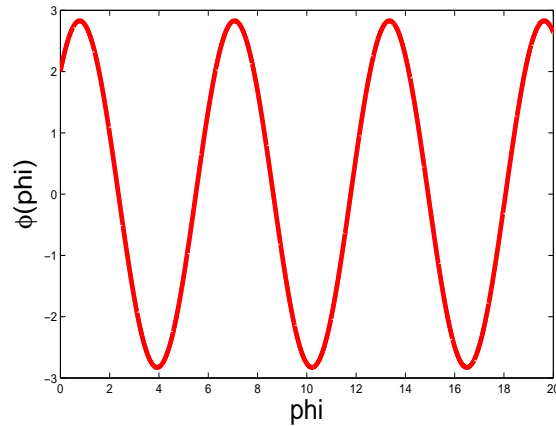


FIGURE 2.4 – Variation de la composante zénitale $\phi(\varphi)$; avec $\varphi = phi$

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, il était question de résoudre les différents types d'équations hypergéométriques qui régissent notre modèle et de trouver des solutions. Comme les mouvements décrits par les nucléides sont toujours couplés entre eux, nous avons fait appel aux différentes techniques mathématiques afin retrouver séparément ces mouvements. Parlant de ces techniques nous citerons entre autre :

- L'*AIM*, combinée à l'approximation de Pekeris pour séparer les mouvements de rotations et de vibrations des nucléides.
- La méthode de factorisation qui permet de retrouver tous les types d'interactions nucléaires possibles.
- Plusieurs fonctions mathématiques associées à la physique ont été explorées; nous faisons allusion notamment aux polynômes de Laguerre, de Legendre, de Jacobi et de Rodrigues.

Fort de toutes ces manipulations, les mouvements sont désormais plus visibles et compréhensibles. A présent il serait intéressant d'utiliser toutes ces notions pour expliquer les différents résultats concernant les énergies, les moments quadripolaires électriques, les différentes probabilités de transitions et partant, de vérifier que le CKMP sur les isotopes de $^{192,194,196}Pt$ peut constituer un modèle traxiale aveuré d'une part. Et d'autres parts, de montrer que le KPRSP permet de

déterminer l'énergie nécessaire pour dissocier deux molécules liées par les liaisons de covalence, d'identifier le système physique résultant et de déterminer les caractéristiques physiques aux moyens de notre modèle. Bref, il s'agit de présenter les résultats obtenus par le modèle étudié, et d'engager quelques discussions relatives à leurs validations.

RÉSULTATS ET DISCUSSION

3.1 Introduction

En physique nucléaire, bâtir un modèle ne repose pas toujours sur tous les noyaux radioactifs présents dans la nature. Les nucléides prêt à assurer des charges nucléaires doivent obéir à plusieurs règles leur conférant certaines propriétés dont le but est de trouver la probabilité énergétique de transition quadripolaire électrique [88] de passage d'un niveau à un autre, de déterminer les énergies de dissociation des liaisons et surtout de déterminer le spectre d'énergie des parties radiale et angulaire du noyau. Pour combiner tous ces aspects, on procède au choix d'un modèle constitué :

- d'un potentiel issu de la combinaison des potentiels de Killingbeck et de Morse noté *CKMP*.
- de trois isotopes $^{192,194,196}\text{Pt}$ du nucléide de platine.
- d'un potentiel de Killingbeck combiné à un potentiel en forme d'anneaux noté *KPRSP*.
- des opérateurs de création et d'annihilation des quanta dans le potentiel de Killingbeck notés *RLO*.

La connaissance profonde et bien détaillée du modèle mis en oeuvre dans ce travail étant terminée, il nous reste à présenter les résultats obtenus puis de les confronter et les comparer à ceux de la littérature afin d'épiloguer sur la validité d'un tel modèle.

3.2 Présentation des résultats et discussion

La compréhension des résultats de ce travail permet de nous interroger dans un premier temps si les isotopes de $^{192,194,196}\text{Pt}$ du platine constituent-ils une triaxialité et dans un deuxième temps de présenter l'importance et les paramètres physiques qui entrent en jeu dans la constitution des molécules par les atomes liés par des liaisons de covalence.

3.2.1 De la triaxialité des nucléides

Il est important d'orienter nos analyses sur les particularités suivantes :

- Les courbes présentant l'évolution des isotopes de $^{192,194,196}\text{Pt}$ avec le CKMP

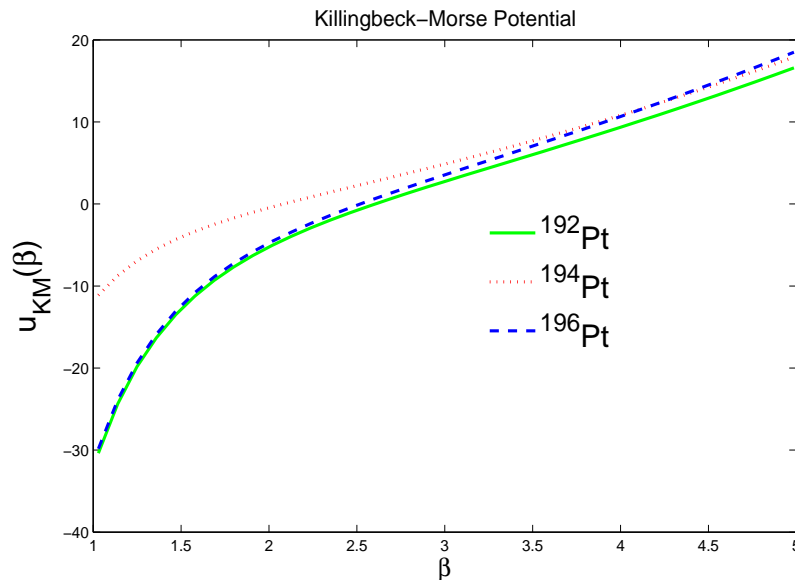


FIGURE 3.1 – Evolution des potentiels combinés de Killingbeck-Morse des isotopes de $^{192,194,196}\text{Pt}$.

La figure (3.1) représente l'évolution du *CKMP* des isotopes $^{192,194,196}\text{Pt}$ du platine, courbes obtenues avec les paramètres (a, β_e, D, B, F, G) présent dans le tableau 4.

En regardant de près ces courbes, nous remarquons effectivement que :

- l'isotope ^{196}Pt est le plus stable parmi les trois en raison de sa position sur le graphe. Cette analyse se confirme avec la littérature dont la valeur du pourcentage de pureté est située à cheval entre ses deux patronymes.

- notre travail présente des courbes de concavités totalement contraire à celles de la littérature [88]. Ce changement du sens de variation est la conséquence de la superposition des deux potentiels à savoir ceux de Killingbeck et de Morse qui prend en compte les termes surfacique, linéique et volumique dont les coefficients comme G utilisés dans ce travail ont un poids considérable, qui est responsable de ces perturbations et partant de cette inversion.

• De la rigidité du CKMP.

Les figures : (3.2), (3.3), (3.4), (3.5), (3.6), (3.7), (3.8), (3.9), (3.10), (3.11), (3.12) et (3.13) présentent les courbes d'évolution des énergies d'excitation des différents niveaux (état fondamental, bande β et bande γ) en fonction de la rigidité q du système. Nous constatons que les écarts entre ces courbes ne sont pas très grand quelque soit la valeur de q (20 ; 10 ; 1 ; 0.01). Ainsi nous tentons de bâtir avec le *CKMP* un système stable quelque soit sa rigidité q . Généralement la résistance, la puissance et le coût d'un système mécanique dépendent du type de matériau constitutif incorporé. Cependant, l'utilisation du *CKMP* nous offre un service presque similaire quelle que soit la rigidité q du matériau utilisé.

• Des énergies d'excitation.

Le tableau 1 présente les énergies d'excitation des différents niveaux obtenues dans ce travail, comparées à celles de la littérature. Nous remarquons cependant que la littérature n'a pas prévu des valeurs expérimentales pour certaines couches à l'instar de $12_{0,0}$, $9_{0,1}$, $10_{0,2}$ et $6_{1,0}$. Il faut également noter que les énergies d'excitation sont normées à l'unité :

- pour mieux rapprocher ce phénomène à la notion de probabilité car il s'identifie à un échantillonnage d'une part et

- pour expliquer d'autre part que le départ d'une bande i vers une bande f est un phénomène aléatoire du point de vue énergétique car nous pouvons prévoir mais pas avec certitude les différentes transitions possibles qui s'opèrent dans le noyau atomique.

A ce titre, nous dirons que les niveaux d'énergies d'excitations présentés dans le tableau 1 sont en accord avec les travaux de la littérature (*esM* et $Z(5)$) à première vue en effectuant une comparaison des valeurs. De plus la combinaison de toutes les déformations (rotations et vibrations) prises en compte à travers les multiples coefficients, qui pourraient être responsable de l'amélioration de ces valeurs. Tandis que, pour le modèle de Morse, seul l'aspect vibratoire prédomine, au détriment de celui de rotation qui est certes considéré mais pas de façon rigoureuse comme dans ce travail où nous prenons en compte tous les effets surfaciques, volumiques et autres, présent dans le noyau atomique. Nos résultats semblent plus améliorés car notre travail tient aussi compte non seulement des déformations, mais aussi des interactions nucléaires entre les différents noyaux, annulant ainsi certaines actions réciproques et répétées présent dans les travaux antérieurs.

- **Des ratios intra et inter-bande.**

Certains ratios $B(E2)$ intra et inter-bande sont sélectionnés et présentés dans le tableau 2. Dans cette sélection des différentes transitions, la disponibilité des données expérimentales dans la littérature a été prise en compte. La comparaison des résultats obtenus en utilisant le potentiel associé de Killingbeck plus Morse avec celles des prédictions du modèle $Z(5)$ plus celles trouvées expérimentalement avec les nucléides ^{192}Pt , ^{194}Pt et ^{196}Pt sont bien présentes.

Par une simple observation et analyse des chiffres, on remarque qu'il existe bien un accord global avec les données expérimentales des isotopes ^{192}Pt , ^{194}Pt et ^{196}Pt de la littérature; car les résultats obtenus en utilisant le Modèle $Z(5)$ de notre et notre travail sont très proches de celles de la littérature, raison pour laquelle ces isotopes soutiennent la triaxialité. A ce titre, le système $Z(5)$ constitué des isotopes $^{192,194,196}\text{Pt}$ et du point O est identifié à un repère d'espace dont les axes de coordonnées sont représentés par ces isotopes de platines et le centre du repère est O, le tout assimilable à un repère galiléen ou de laboratoire ou géocentrique suivant : (O ; ^{192}Pt ; ^{194}Pt ; ^{196}Pt). Plus encore notre modèle présente effectivement le ^{194}Pt comme étant la deuxième composante de notre repère, permettant une libre rotation dans le sens direct et symétrique par rapport aux autres isotopes. Contrairement à la littérature où plutôt le ^{196}Pt est la deuxième composante du repère, entraînant ainsi une rotation perturbée dans le sens indirecte et alternant

tantôt entre le sens direct et indirect d'un trièdre ou d'un tenseur symétrique et antisymétrique.

A partir de ce même tableau 2, nous remarquons que certaines restrictions sont effectuées, c'est à dire sont interdites selon les règles de sélections imposées par les coefficients de Clebsch-Gordan. Par exemple, pour la transition $(0_{1,0} \rightarrow 2_{0,2})$, $\alpha_i = L_i - (n_w)_i = 0 - 0$ et $\alpha_f = L_f - (n_w)_f = 0 - 0 = 2 - 2 = 0$, ce qui signifie que ces transitions n'obéissent pas aux règles de sélection. La transition $(3_{0,1} \rightarrow 2_{0,0})$ est également interdite dans la mesure où $\alpha_i = 2$, $\alpha_f = 2$ et $\Delta\alpha = 0$. Une interdiction est tout simplement due au fait que l'énergie pour partir d'une bande quelconque i vers une autre f est soit insuffisante pour réaliser ce record ou soit très grande pour se retrouver à ce niveau précis; raison pour laquelle on ne pourra pas avoir une telle transition avec précision.

Les spectres d'énergie des isotopes ^{192}Pt , ^{194}Pt et ^{196}Pt sont représentés par les figures (3.14), (3.15) et (3.16). Ces figures présentent les bandes étiquetées par des nombres quantiques (n, n_w) spécifiées à la légende en indiquant que :

- l'état fondamental est repertorié par $(n, n_w) = (0, 0)$,
- la bande β s'identifie par $(n, n_w) = (1, 0)$, et
- les bandes γ sont obtenues pour $(n, n_w) = (0, 2)$ et $(n, n_w) = (0, 1)$, lesquels correspondent respectivement aux états pairs et impaires des différentes valeurs du moment angulaire L .

En faisant une étude comparée de ces trois figures, nous nous rendons compte que :

- pour l'état fondamental $(n, n_w) = (0, 0)$, les valeurs des énergies des différentes transitions obtenues pour l'isotope ^{194}Pt sont plus proches de la littérature figure (3.15), que celles des deux autres, et ensuite suit l'isotope ^{192}Pt , figure (3.14) et enfin vient le ^{196}Pt , figure (3.16) lorsqu'on rapproche les valeurs. De plus les données obtenues avec ^{194}Pt sont toujours inférieures à celles de la littérature tandis que les valeurs avec les isotopes ^{192}Pt et ^{196}Pt sont toujours supérieures.

-pour ce qui est de la bande γ de moment angulaire L pair, les valeurs proches de l'expérience proviennent plutôt de l'isotope ^{196}Pt , ensuite de ^{192}Pt et enfin de ^{194}Pt ; qui est une évolution en sens contraire par rapport à celui de l'état fondamental. De même, les valeurs expérimentales sont toutes inférieures à celles

de l'isotope ^{196}Pt tandis qu'elles sont tantôt supérieures ou inférieures aux valeurs expérimentales pour les isotopes de ^{192}Pt et ^{194}Pt .

-pour la bande γ de moment angulaire L impair, la palme d'or revient à l'isotope ^{194}Pt car ses valeurs sont plus proches de celles expérimentales et le deuxième meilleur isotope pour cette phase revient au ^{196}Pt et enfin suit le ^{192}Pt . De même, ces énergies ou probabilités sont toutes supérieures aux valeurs expérimentales pour les isotopes ^{192}Pt et ^{196}Pt , mais ces valeurs sont tantôt supérieures ou inférieures aux valeurs expérimentales pour l'isotope ^{194}Pt .

-S'agissant de la bande β , les valeurs plus proches de l'expérience reviennent au ^{194}Pt , puis la deuxième place revient à l'isotope ^{192}Pt et enfin au ^{196}Pt . Ces valeurs sont toutes inférieures aux valeurs expérimentales pour ^{192}Pt et ^{196}Pt , cependant celles-ci alternent pour le ^{194}Pt , c'est à dire tantôt plus grande ou plus petites par rapport aux valeurs expérimentales.

Il faut cependant noter que sur les figures (3,14),(3,15) et (3,16), les énergies théoriques sont représentées avec la couleur verte et à gauche tandis que celles dites expérimentales sont en noir et à droite pour les trois isotopes. De même les valeurs théoriques et expérimentales sont reliées entre elles par des pointillées pour montrer clairement la différence dans le sens d'un apport ou d'une diminution pour un niveau quelconque.

Pour une vue moyenne de ces trois figures citées précédemment, on peut dire que les prédictions théoriques obtenues avec le potentiel de Killingbeck-Morse sont de façon générale en bon accord dans l'état fondamental, les bandes β et γ .

Il faut aussi noter qu'au cours de cette étude, nous avons remarqués qu'une transition d'un niveau i à un autre f , est plus rapide que si elle minimise l'énergie de transition. En regardant les énergies d'excitations des valeurs expérimentales et celles de notre modèle, nous nous rendons également compte que c'est notre modèle qui assure une transition plus rapide ($10^+ \rightarrow 12^+$), figure (3.15). Car une étude comparative des différents niveaux, l'un après l'autre, nous constatons que c'est cette transition qui semble plus évidente et plus probable par rapport aux autres. Pour cette dernière, nous dépensons une énergie plus faible lorsqu'on se refait à celles observées dans les travaux antécédents; ces valeurs sont : 2.188, pour ce travail et elle est plutôt de 4.960 lorsqu'on se refait à la littérature [75].

En considérant les figures (3.2), (3.3), (3.4), (3.5), (3.6), (3.7), (3.8), (3.9), (3.10), (3.11), (3.12) et (3.13), nous pouvons statuer sur l'effet du paramètre de rigidité q sur les énergies normalisées, suivant les différentes valeurs prises par q . Comme le montre ces chiffres, l'augmentation de q n'affecte pas beaucoup les énergies dans toutes les bandes (état fondamental, bandes β et γ) pour les isotopes $^{192,196}\text{Pt}$ lorsque $2 \leq L \leq 10$, mais au delà de $L > 10$, l'influence est perceptible, mais de façon moins perceptible, figures (3.2), (3.3), (3.4), (3.5) et (3.9), (3.10), (3.11), (3.12), (3.13). Cette influence est plus perceptible et remarquable pour l'isotope ^{194}Pt , figures (3.6), (3.7) et (3.8) pour les valeurs de $q = 0.01, 1, 10, 20$; en d'autres termes, la densité du matériaux symbolisé par q nécessite plus d'énergie.

On remarque que ces énergies sont inversement proportionnelles aux valeurs de q , c'est à dire que la superposition des énergies varie avec q ; donc l'isotope ^{194}Pt est plus loin pour mieux décrire notre modèle par rapport aux isotopes $^{192,196}\text{Pt}$

De plus en se référant au tableau 4, nous nous rendons compte que les valeurs des écarts types σ obtenues pour le ^{196}Pt sont bien en deçà de la valeur expérimentale et de celle de $Z(5)$, qui est un autre argument pour départager les deux isotopes restant en liste, à savoir ^{192}Pt et ^{196}Pt , prouvant ainsi que seul ^{196}Pt est l'isotope retenu. C'est la raison pour laquelle le paramètre q est plus élevé pour $^{192,194}\text{Pt}$, signifiant que l'effet triaxial est non dominant pour ces nucléides. Enfin, nous pouvons dire que le potentiel de Killingbeck-Morse convient mieux pour décrire les propriétés du ^{196}Pt , car ayant une structure très proche des limites du modèle $Z(5)$ par rapport aux isotopes $^{192,194}\text{Pt}$ et peut être pris comme référence par rapport aux autres modèles jusqu'ici étudiés.

Cette valeur de l'écart type σ est déterminée par une formule standard, représentant les conditions dans lesquelles les données expérimentales ont été obtenues.

Elle est donnée par :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (E_i^{exp} - E_i^{theo})^2}{m}} \quad (3.1)$$

où les termes E_i^{exp} et E_i^{theo} représentent respectivement les valeurs des énergies expérimentales et celles théoriques obtenues dans le cadre de ce travail.

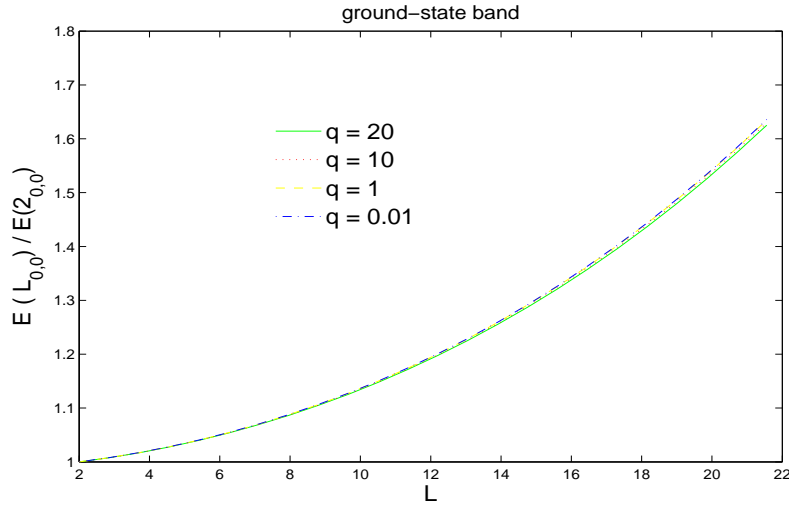


FIGURE 3.2 – Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,0})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{192}Pt . Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$.

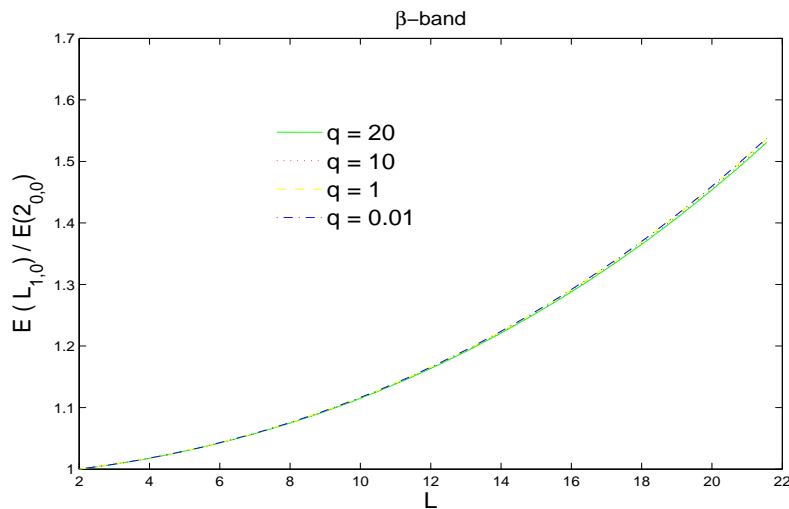


FIGURE 3.3 – Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{1,0})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{192}Pt . Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$.

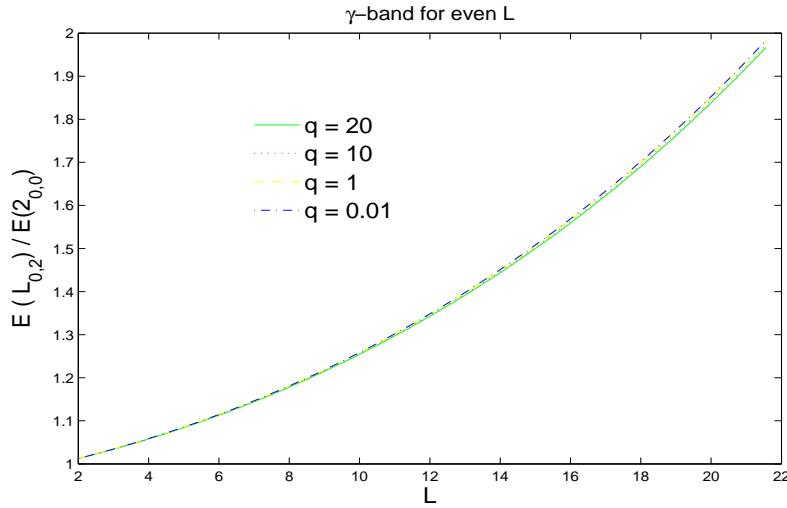


FIGURE 3.4 – Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,2})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{192}Pt . Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$.

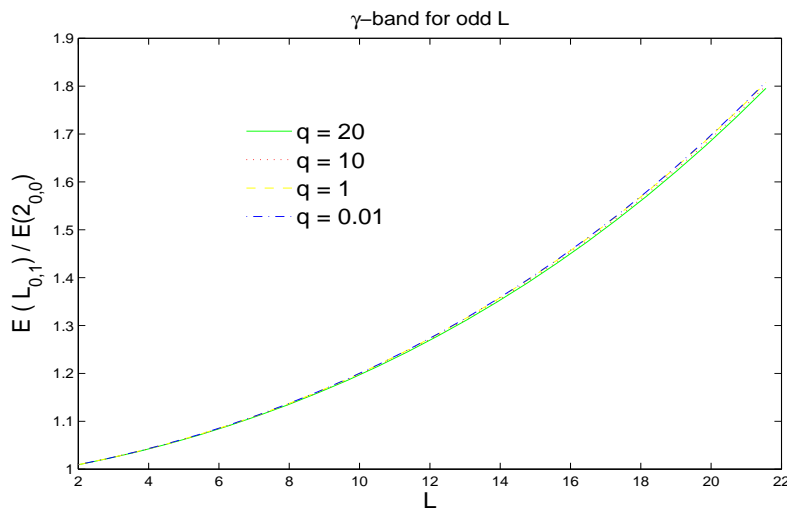


FIGURE 3.5 – Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,1})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{192}Pt . Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$.

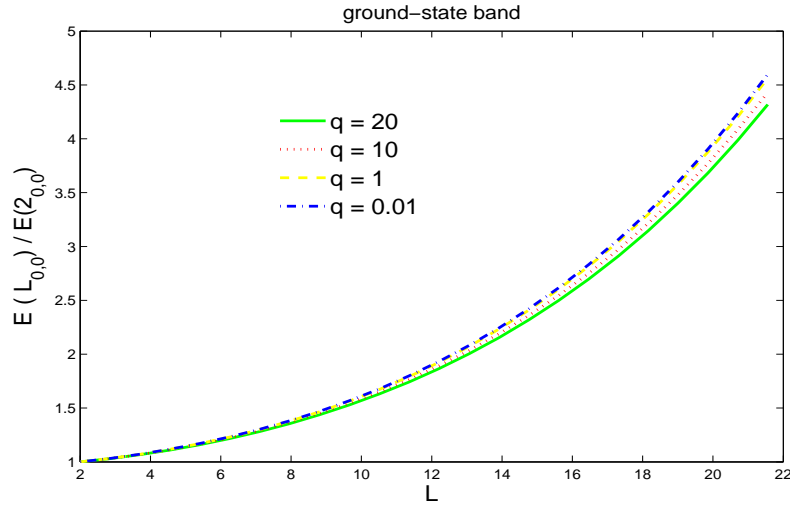


FIGURE 3.6 – Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,0})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{194}Pt . Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$.

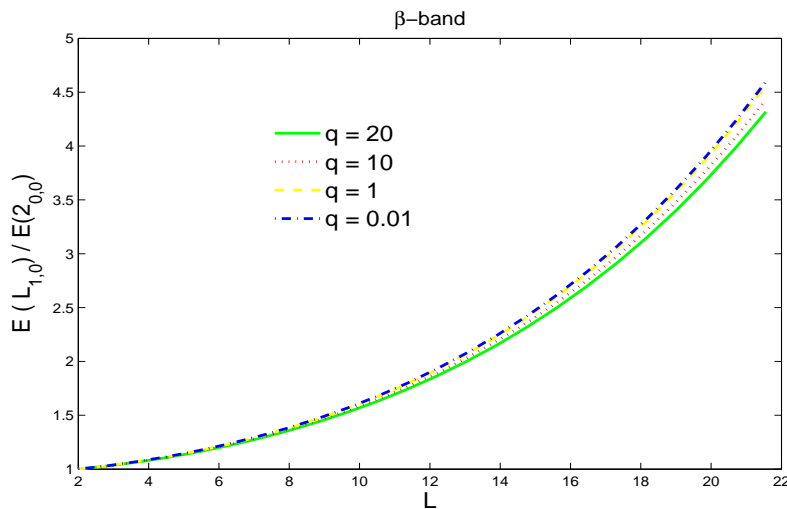


FIGURE 3.7 – Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{1,0})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{194}Pt . Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$.

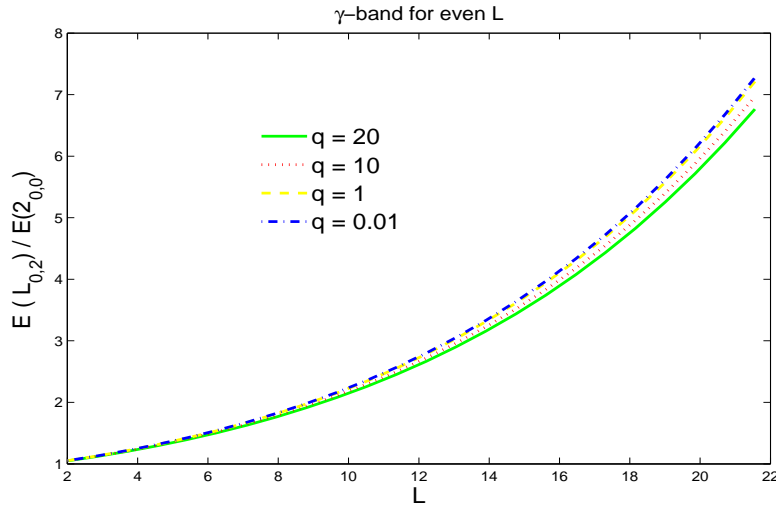


FIGURE 3.8 – Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,2})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{194}Pt . Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$.

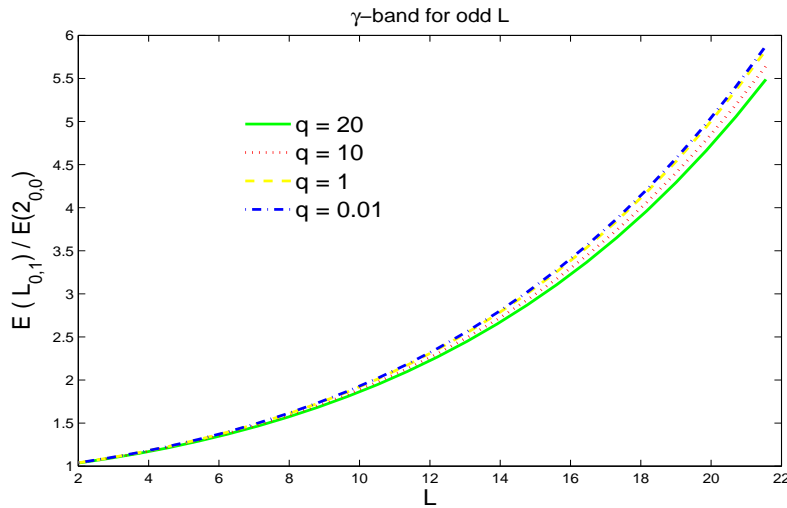


FIGURE 3.9 – Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,1})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{194}Pt . Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$.

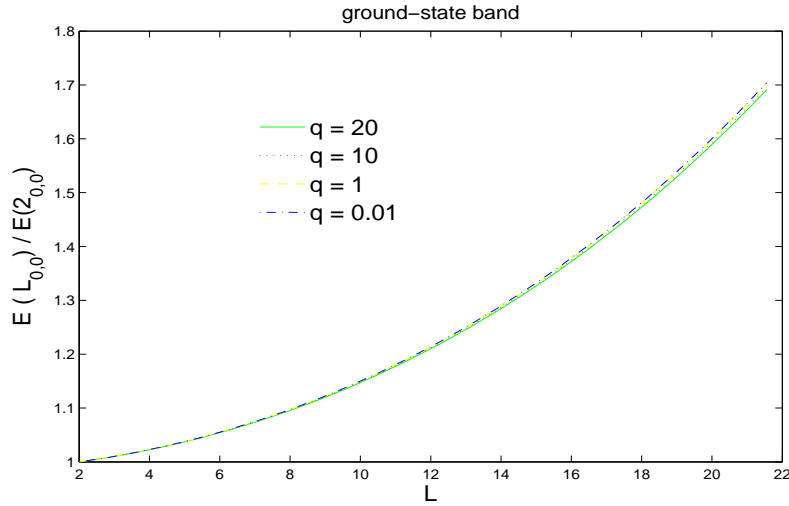


FIGURE 3.10 – Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,0})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{196}Pt . Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$.

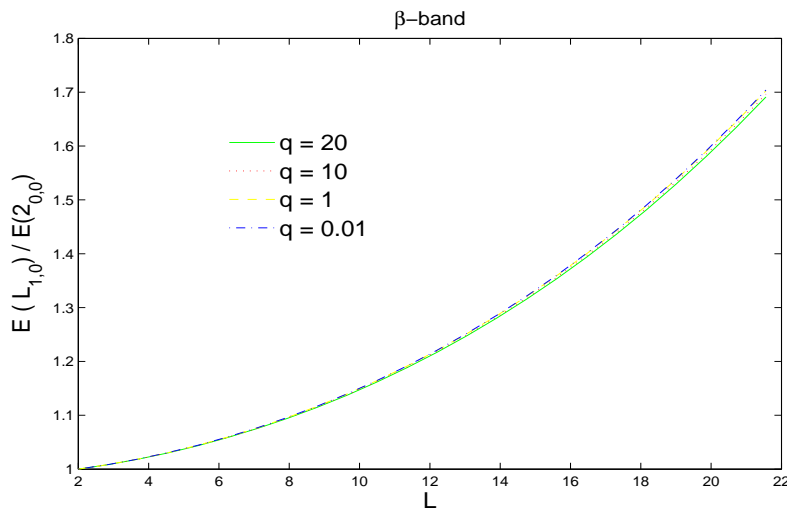


FIGURE 3.11 – Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{1,0})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{196}Pt . Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$.

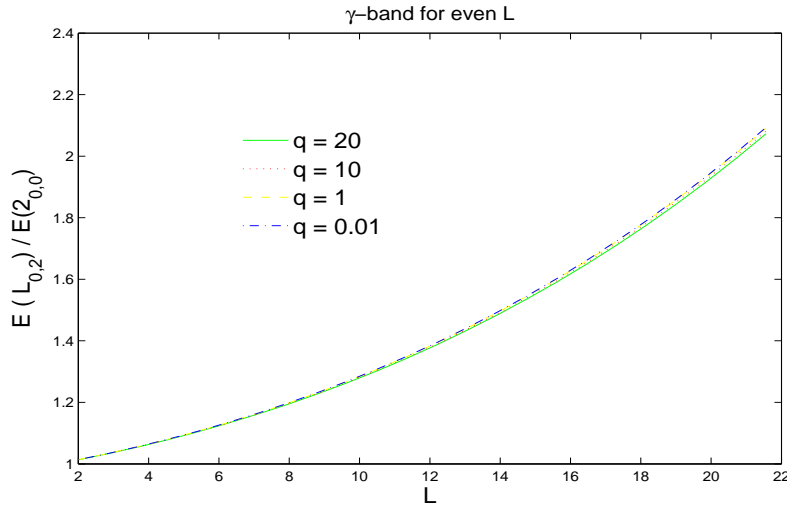


FIGURE 3.12 – Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,2})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{196}Pt . Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$.

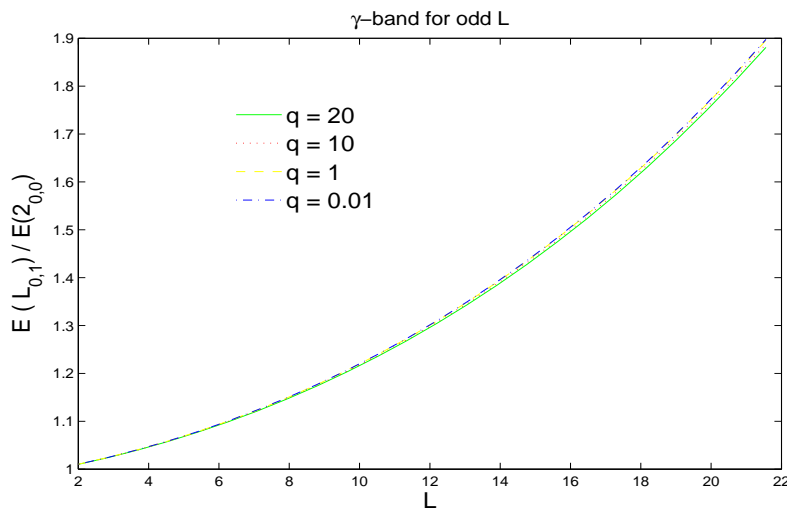


FIGURE 3.13 – Evaluation du spectre d'énergie d'excitation par rapport à la rigidité des oscillateurs avec les paramètres a ; β_e ; D ; B ; F et G de $\frac{E(L_{0,1})}{E(2_{0,0})}$ pour le nucléide ^{196}Pt . Les énergies sont normalisées à l'unité par rapport au premier état excité de la bande de l'état fondamental, $\frac{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)}{E(2_{0,0}^+) - E(0_{0,0}^+)} = 1$.

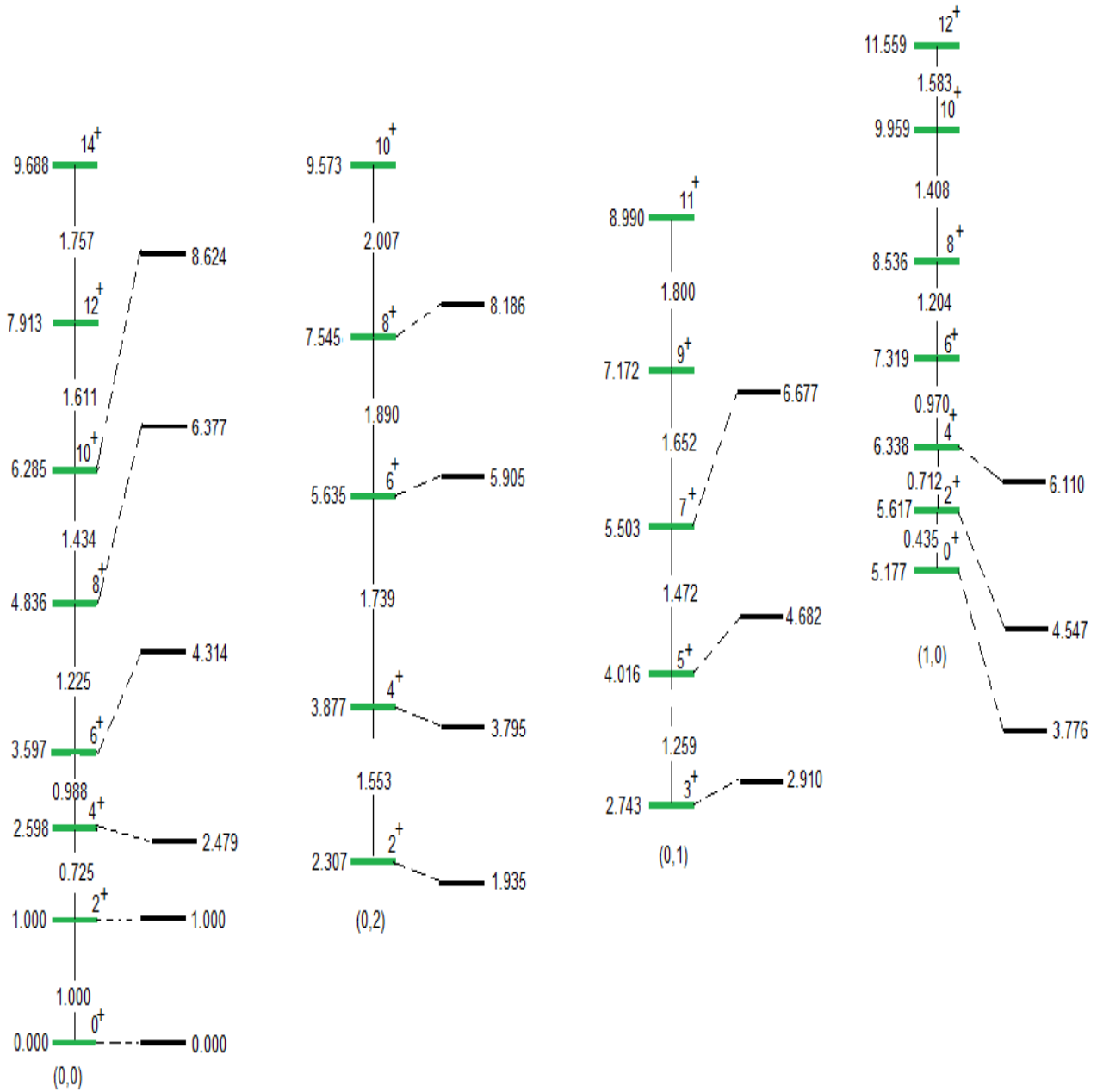


FIGURE 3.14 – Spectre d’énergie d’excitation et rapports de transition intra-bande de l’isotope de ^{192}Pt obtenu pour $n' = 0$ et $q; a; \beta e; D; B; F$ et G du tableau 3. Chaque groupe est étiqueté par les nombres quantiques n, n_w et représentés à la base de la bande. Les valeurs théoriques de ^{192}Pt (vert, à gauche) et expérimentales (noir, à droite) des différents états sont les moments angulaires et reliés par les traits interrompus.

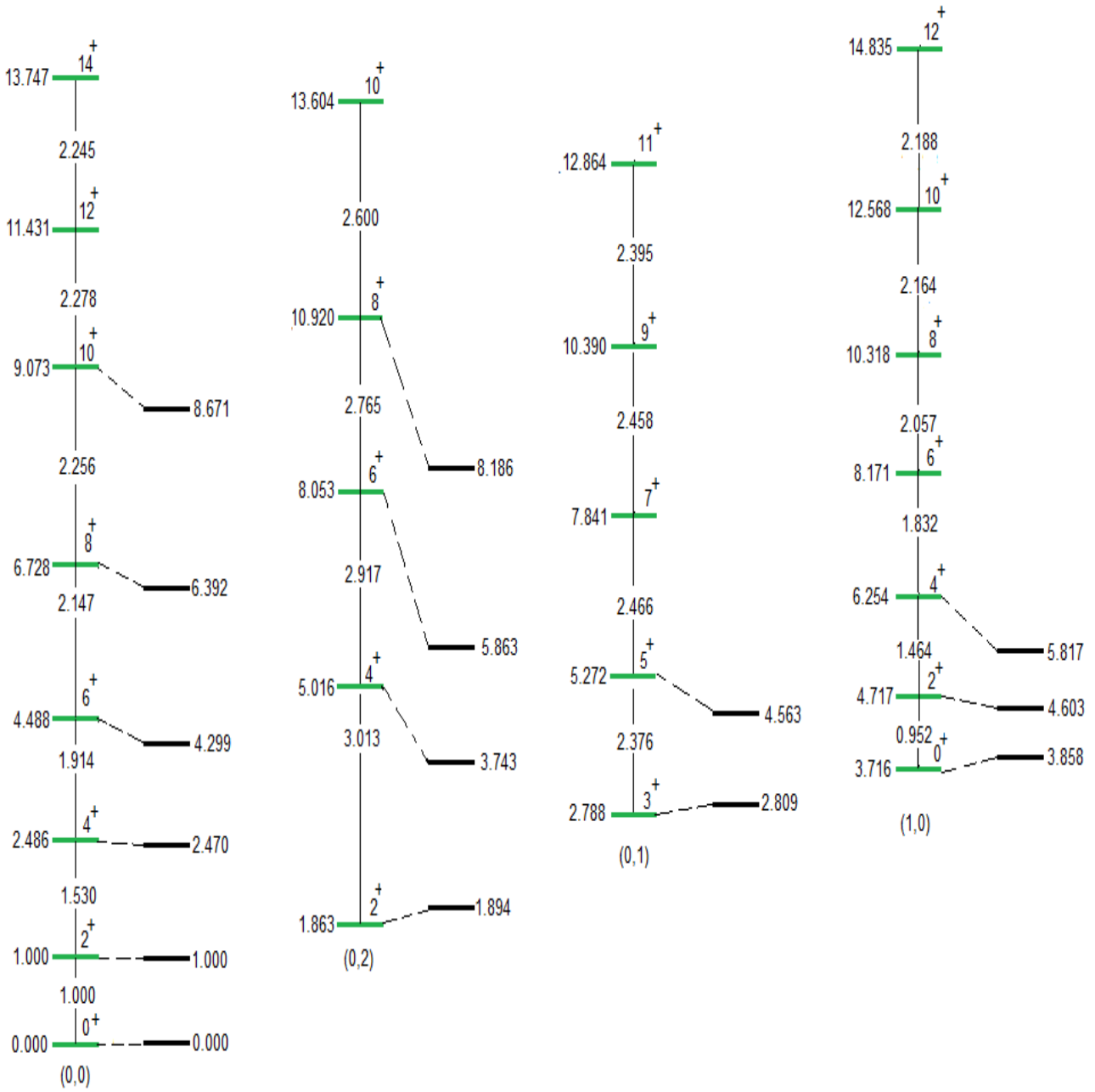


FIGURE 3.15 – Spectre d’énergie d’excitation et rapports de transition intra-bande de l’isotope de ^{194}Pt obtenu pour $n' = 0$ et $q; a; \beta e; D; B; F$ et G du tableau 3. Chaque groupe est étiqueté par les nombres quantiques n, n_w et représentés à la base de la bande. Les valeurs théoriques de ^{194}Pt (vert, à gauche) et expérimentales (noir, à droite) des différents états sont les moments angulaires et reliés par les traits interrompus.

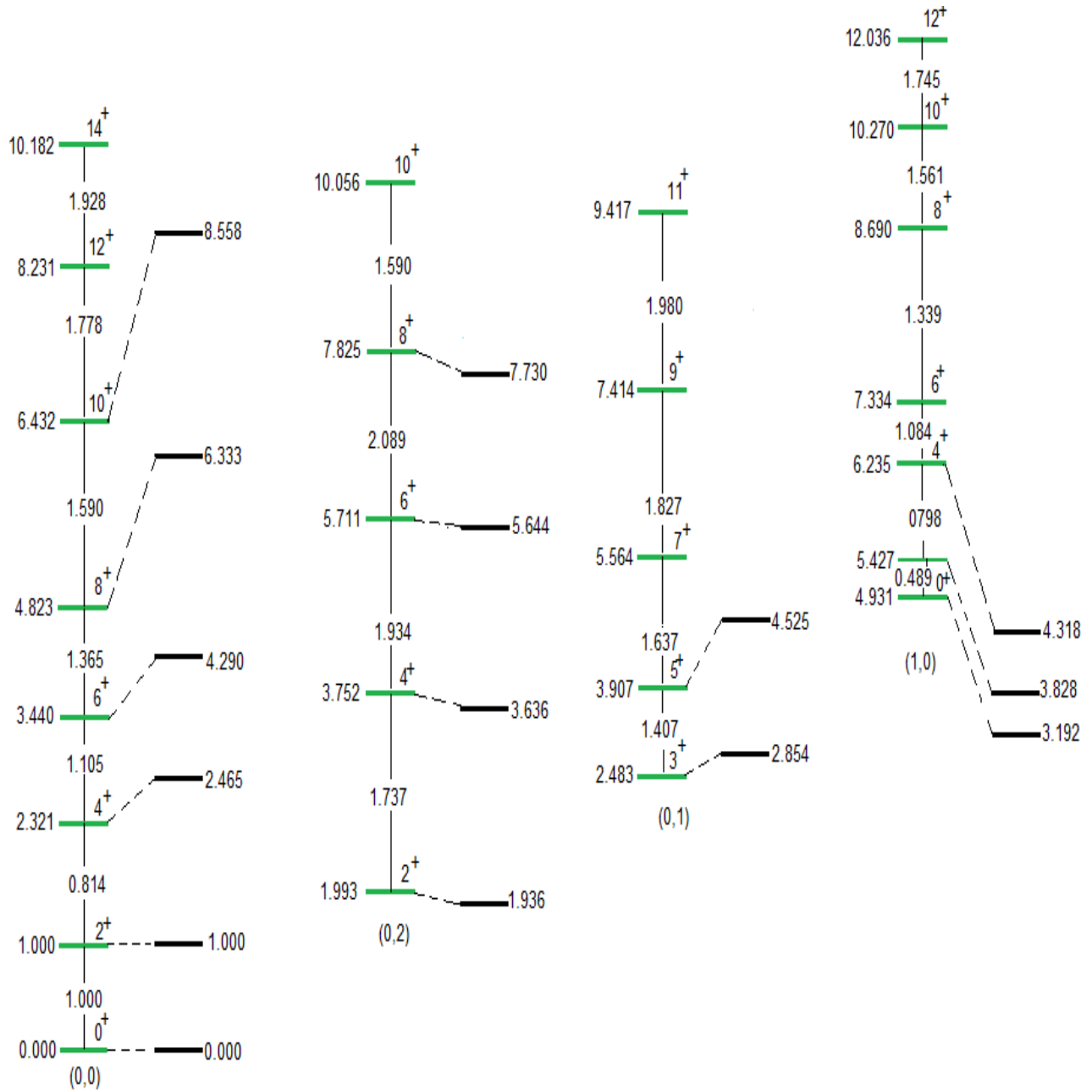


FIGURE 3.16 – Spectre d’énergie d’excitation et rapports de transition intra-bande de l’isotope de ^{196}Pt obtenu pour $n' = 0$ et $q; a; \beta e; D; B; F$ et G du tableau 3. Chaque groupe est étiqueté par les nombres quantiques n, n_w et représentés à la base de la bande. Les valeurs théoriques de ^{196}Pt (vert, à gauche) et expérimentales (noir, à droite) des différents états sont les moments angulaires et reliés par les traits interrompus.

De façon générale, les déformations peuvent aussi apparaître dans ce travail comme un ensemble mécanique constitué de N générateurs identiques, de force électromotrice (f.e.m.) E_0 et de résistance interne r_0 chacune, en association dans un groupement mixte de g branches ou parallèles, de p series chacune, représentant

respectivement les mouvements de "vibrations" et de "rotations" obtenus dans le chapitre 2, et qui symbolisent effectivement les mouvements couplés des nucléides lorsqu'ils sont gouvernés par l'équation de Schrödinger. Ce type de groupement est équivalent à un générateur unique de f.e.m E et de résistance interne r ; de caractéristiques :

$$E = p.E_0$$

$$r = \frac{p.r_0}{g}$$
(3.2)

L'intérêt d'un tel montage peut se situer à deux niveaux :

-dans un premier temps, il réside dans l'augmentation de la f.e.m. totale E du système équivalent et d'une réduction drastique de la résistance interne r du système, c'est-à-dire qu'on assiste à une diminution considérable de l'entropie du milieu. Comme conséquence majeure, nous constatons qu'un tel montage installé dans un réacteur nucléaire, limiterait davantage une chaleur excessive et nous éviterait peut être une catastrophe nucléaire, à l'instar de celles de Tchernobyl du 26 Avril 1986 en Ukraine(Europe) et de Fukushima du 12 au 15 Mars 2011 au Japon(Asie).

-dans un deuxième temps, il permet d'avoir une idée réelle sur la quantité d'énergie que peut produire chaque mouvement à savoir les mouvements de rotations et de vibrations. Une telle estimation des énergies nous indiquerait selon les calculs que pour notre système mécanique, le mouvement de vibration permet une stabilité remarquable par rapport au mouvement de rotation.

3.2.2 De l'atomicité de la molécule

- Les figures (3.17), (3.18), (3.19), (3.20), (3.21), (3.22), (3.23) et (3.24) présentent les spectres d'énergies des valeurs exactes et quantifiées des parties radiale et angulaire du système étudié dans ce travail.

Celles-ci sont regroupées en deux blocs suivants les variations des paramètres α et β . L'obtention des valeurs de α a été sanctionné par le calcul du discriminant (Δ).

* Pour $\Delta = 0$, nous avons trouvés deux valeurs identiques $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$.

Pour $\alpha = -1.1$ [100] et en prenant $\beta = -1.1$ [100], on retrouve dans un premier temps les figures (3.17) et (3.18), elles sont régulièrement espacées pour chaque type, qu'il s'agisse des énergies radiale ou angulaire. Elles sont quantifiées par n et Les étalements décroissent lorsque m croît pour la partie radiale et le phénomène inverse est observé pour la partie angulaire, c'est à dire qu'elles croissent lorsque m croît aussi.

Qu'il s'agissent de l'énergie radiale ou angulaire, la valeur minimale de n est fixée à 2 et pour $n < 2$, il n'y a pas d'énergie possible. Ces énergies notées $E_{n,m} \in [2; 20]$ électron volt pour la partie radiale et $E_{n,m} \in [4; 33]$ pour la partie angulaire. Il faut cependant noter que $E_{n,m}$ est toujours positive pour les deux parties. Les figures (3.19) et (3.20) quant à elles, présentent une comparaison entre les énergies quantifiées de notre modèle et celles de la littérature [100] (potentiel de Kratzer). Pour la partie radiale, on observe toujours une régularité dans les espacements entre les niveaux d'énergie sans exception. Nous notons également que les énergies obtenues jusqu'ici dans ce notre travail sont toujours supérieures à celles de la littérature. Cependant, une fluctuation est perceptible entre certains niveaux d'énergies pour la partie radiale. Pour ce qui de la partie angulaire, on constate qu'elle présente une complémentarité en escalier parfait, et ceci sans interruption.

En nous référant aux différents détails précédemment sur-évoqués, nous pouvons dire qu'il nécessite assez d'énergie pour rompre une liaison entre deux atomes par notre modèle que celle présentée par la littérature. Notre modèle est très utile lorsqu'on fait référence à la chimie plastique, utile pour la confection des matériaux comme les polystyrènes, les polycondensations, les polychlorures de vinyle, les casiers, les emballages plastiques solides. Mais la fabrication des emballages plastiques présente des limites car avec notre modèle, les risques de non biodégradabilité sont élevés dans une société où la pollution est grave et en quête des adjuvants légers et facilement périssables.

* Pour $\Delta > 0$, on trouve deux valeurs de α_1 et α_2 , lesquelles nous permettent de réaliser les figures (3.21), (3.22), (3.23), (3.24). Les variations des valeurs de α nous amènent à dire que :

- Les énergies des parties radiale et angulaire de notre système sont quantifiées (n) et les largeurs des bandes sont proportionnelles à celles des nombres quantiques m ; ainsi,

- **pour la partie radiale**, plus m croît, moins la largeur de l'énergie est étalée. De même, les écarts entre les différents niveaux d'énergies sont constants et plus rapprochés pour la valeur $\alpha = \alpha_1$, figure (3.21) et ces niveaux d'énergie connaissent une inversion de position pour les valeurs $m = 1$ et $m = 2$. Cependant on observe des écarts réguliers et plus considérable lorsque $\alpha = \alpha_2$, figure (3.22) et alternant entre les valeurs positives et négatives pour certaines valeurs de m , totalement positives pour les plages $m = 1$ et $m = 2$ et totalement négatives lorsque m croît. Nous constatons que pour cette même figure(3.22), les énergies sont logées dans la fourchette de l'intervalle suivante : $4 \leq E_{n,m} \leq 27$ et elles n'existent pas lorsque $m < 2$.

D'autre part, une comparaison des spectres d'énergies issues de [100] (ligne en tirets) et celui du *KPRSP* (ligne en gras) de la figure (3.25) nous permet d'observer une disposition similaire. Cependant l'écart considérable entre les deux blocs prouve à suffisance que les constituants du noyau ont plus besoin d'énergie pour interagir lorsqu'on utilise le *KPRSP*, nous prouvant ainsi une stabilité plus renforcée pour le cas $\alpha = \alpha_1$

En observant la figure (3.26), nous pouvons dire que le passage d'un niveau à l'autre nécessite moins d'énergie pour [100]. Cependant, il faut plus d'énergie pour passer d'un niveau à l'autre lorsqu'on a à faire au *KPRSP*, ceci est dû à la valeur des écarts existant entre le passage d'un niveau à l'autre pour chaque'un des blocs pour $\alpha = \alpha_2$

-**pour la partie angulaire**, les écarts entre les différents niveaux d'énergie croissent avec m et l'étalement décroît avec m pour $\alpha = \alpha_1$, figure (3.23). Le même phénomène est observé pour $\alpha = \alpha_2$, figure (3.24) dans la plage $6 \leq m \leq 9$. En dessous de la valeur $m = 6$, nous observons des fluctuations et des inversions des positions de certains niveaux d'énergies; cependant nous remarquons que ces énergies sont toutes positives.

D'autre part, une comparaison des spectres d'énergies issues de [100] (ligne en tirets) et celui du *KPRSP* (ligne en gras) de la figure (3.27) pour $\alpha = \alpha_1$, nous

permet d'observer une disposition contraire d'un bloc par rapport à l'autre et chevauchant. Ces fluctuations prouvent qu'il existe bien des zones où les constituants du noyau interagissent avec la même fréquence quelque soit le type de potentiel utilisé.

Pour ce qui de la figure (3.28) où $\alpha = \alpha_1$, il existe cependant des fluctuations pour certains niveaux d'énergies. Les deux blocs sont orientés dans le même sens, mais le passage d'un niveau à l'autre est plus facile pour [100] que pour le *KPRSP*, prouvant ainsi une stabilité du *KPRSP*.

- L'énergie de dissociation D est proportionnelle à la surface de contact des atomes et cette surface est la lentille formée (ménisque convergent) avec des caractéristiques (grande base b et petite base a) régies et calculables par l'équation générale de l'ellipse suivante :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (3.3)$$

voir figures (3.29) et (3.30). Ensuite, le modèle est comparé à un pendule couplé de deux solides S_1 et S_2 de masses respectives m_1 et m_2 reliés par un ressort, où D est la constante de raideur du ressort, figure (3.31). En appliquant ce modèle à une molécule de même structure que *CO*, la liaison la plus forte est celle dont les atomes ont le plus grand volume car la surface de contact augmente avec les volumes des atomes.

- L'observation des figures (3.17),(3.18),(3.19), (3.20), (3.21), (3.22), (3.23) et (3.24), nous pouvons dire que notre système est régi par une énergie générale se présentant sous la forme :

$$E_{n,m} = \frac{m.E_0}{n} + k, \quad (3.4)$$

où $n \geq 2$, représente le nombre quantique principal, E_0 l'énergie fondamentale, m le nombre quantique azimutal et k l'énergie de variation relative caractérisant les niveaux, elle définit également les fluctuations et les différentes interactions existantes dans le noyau atomique ; cette dernière peut être positive ou négative.

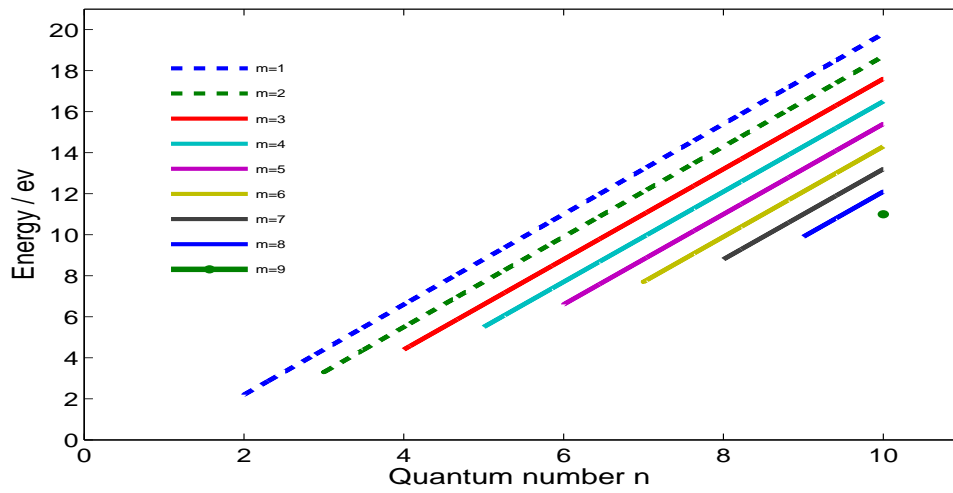


FIGURE 3.17 – Spectre d’énergie de la partie radiale de l’équation de Schrödinger pour $\alpha = -1.1$ et $\beta = -1.1$

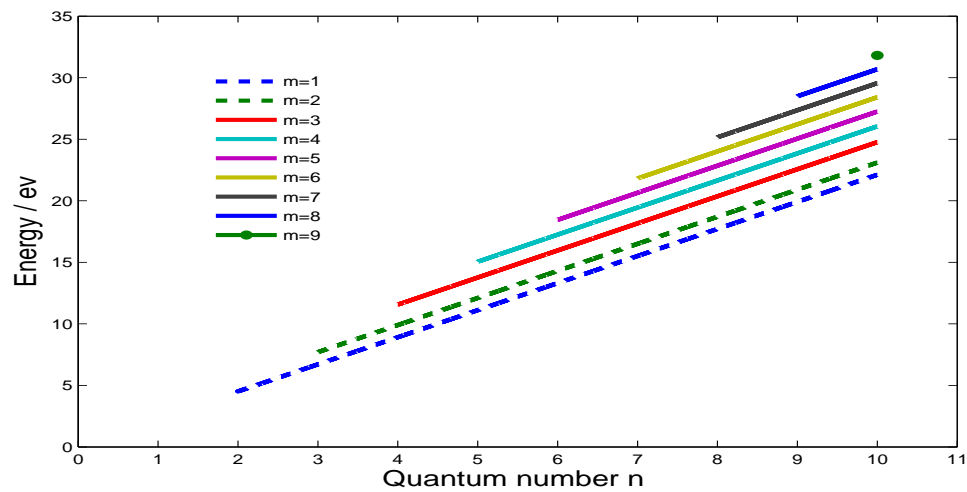


FIGURE 3.18 – Spectre d’énergie de la partie angulaire de l’équation de Schrödinger pour $\alpha = -1.1$ et $\beta = -1.1$

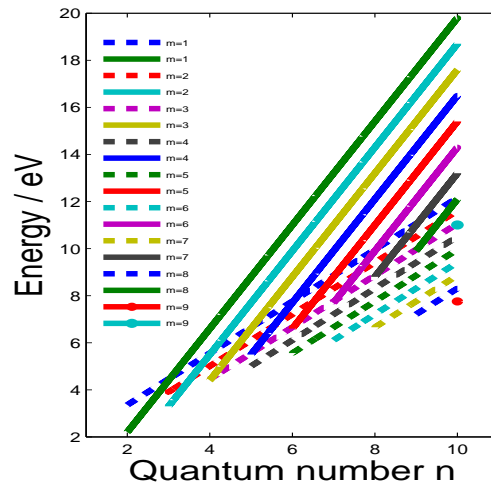


FIGURE 3.19 – Comparaison entre le spectre d’énergie de la partie radiale de ce travail (ligne en gras) et celui de la référence [100] (ligne en tirets) de l’équation de Schrödinger pour $\alpha = -1.1$ et $\beta = -1.1$

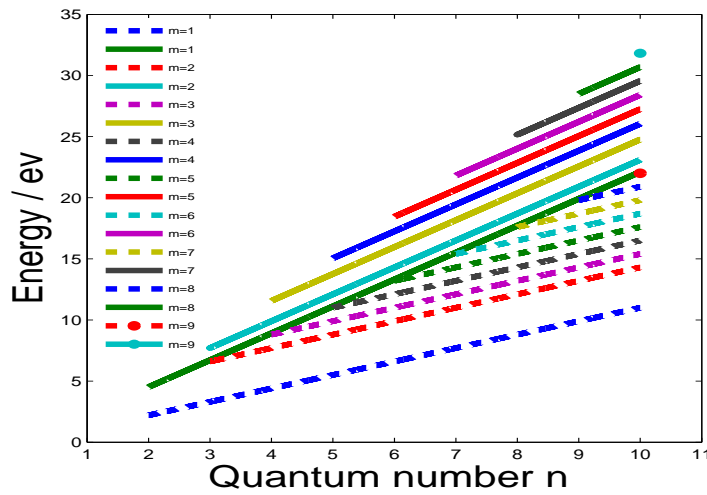


FIGURE 3.20 – Comparaison entre le spectre d’énergie de la partie angulaire de ce travail (ligne en gras) et celui de la référence [100] (ligne en tirets) de l’équation de Schrödinger pour $\alpha = -1.1$ et $\beta = -1.1$

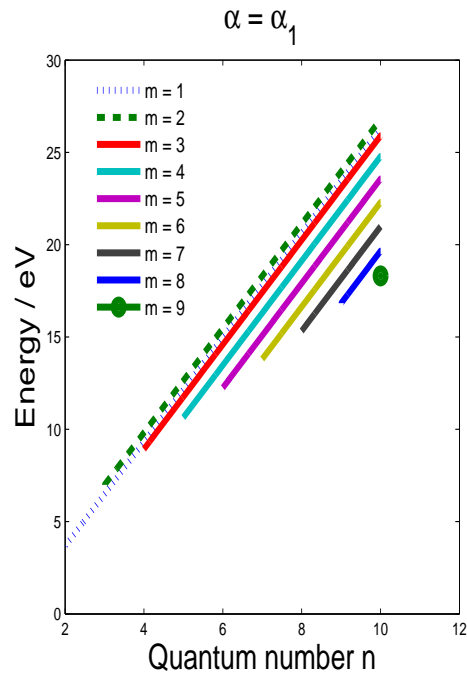


FIGURE 3.21 – Spectre d’énergie de la partie radiale de l’équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_1$

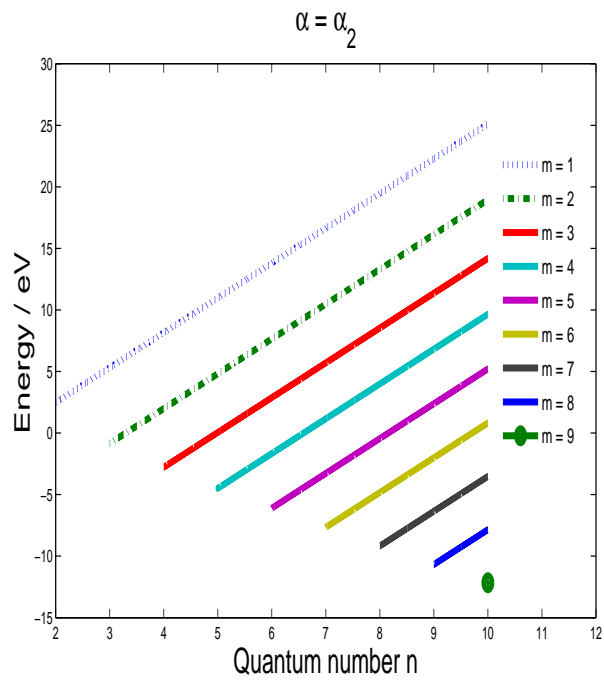


FIGURE 3.22 – Spectre d’énergie de la partie radiale de l’équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_2$

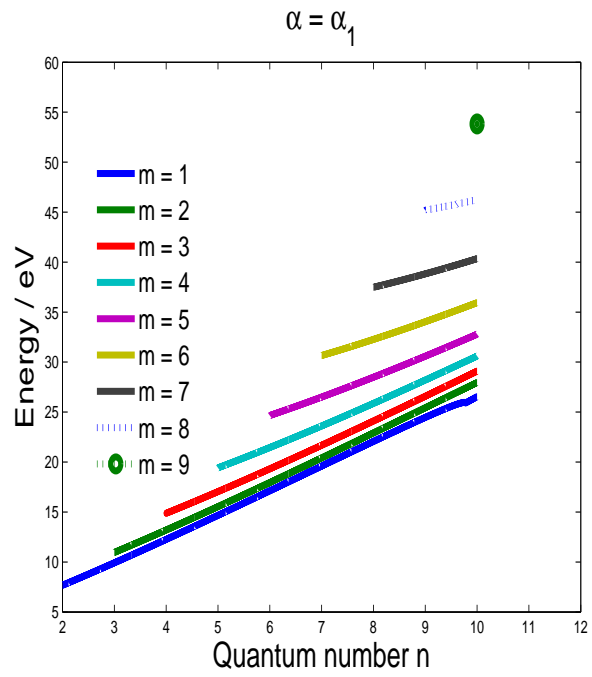


FIGURE 3.23 – Spectre d’énergie de la partie angulaire de l’équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_1$

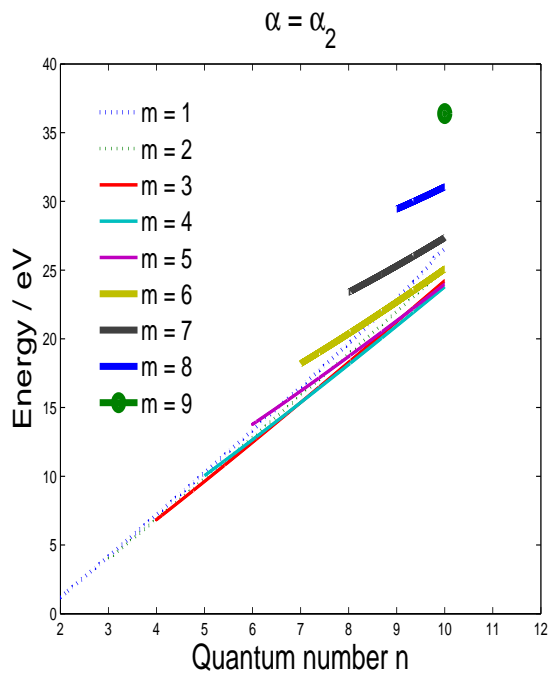


FIGURE 3.24 – Spectre d’énergie de la partie angulaire de l’équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_2$

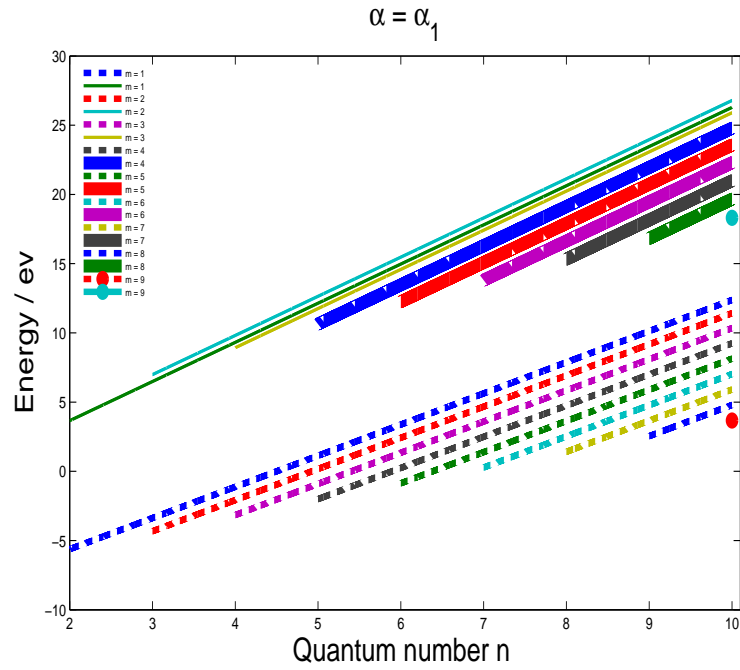


FIGURE 3.25 – Comparaison entre le spectre d'énergie de la partie radiale de ce travail (ligne en gras) et celui de la référence [100] (ligne en tirets) de l'équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_1$

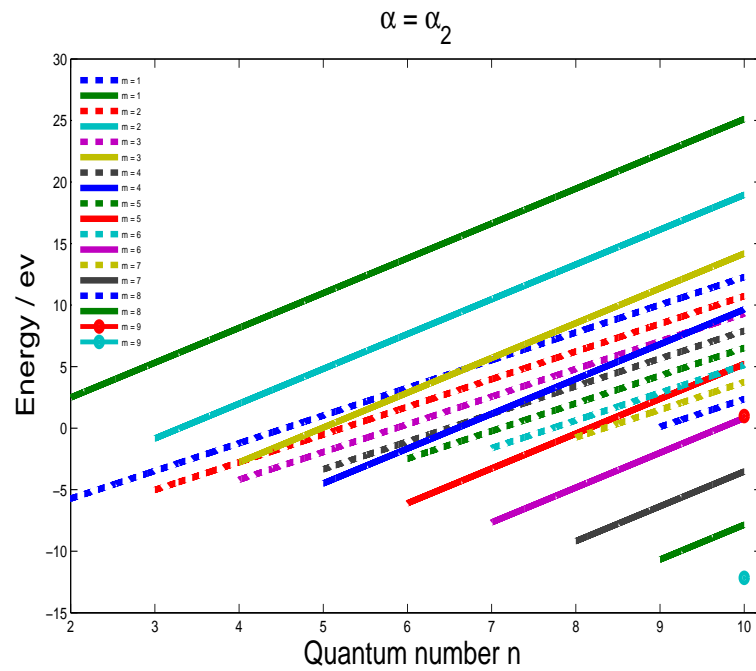


FIGURE 3.26 – Comparaison entre le spectre d'énergie de la partie radiale de ce travail (ligne en gras) et celui de la référence [100] (ligne en tirets) de l'équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_2$

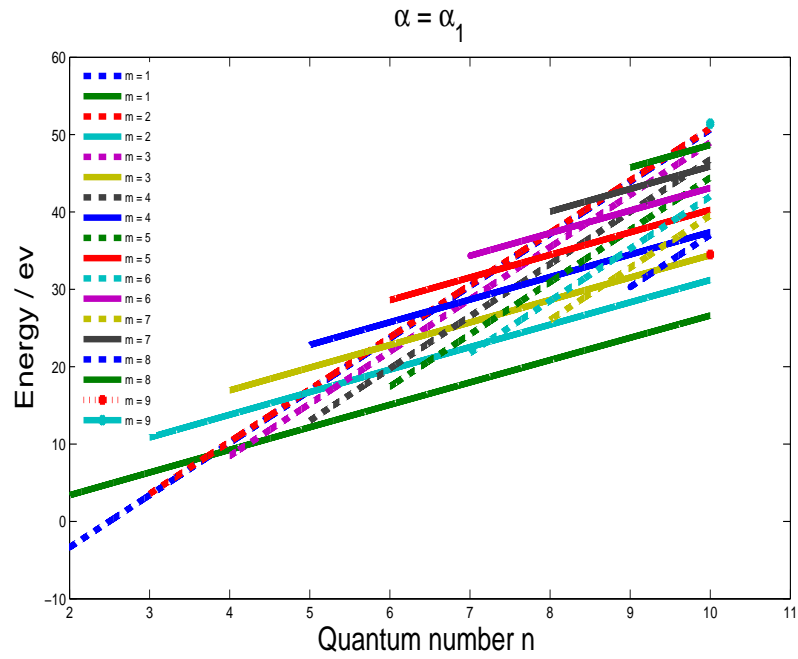


FIGURE 3.27 – Comparaison entre le spectre d’énergie de la partie angulaire de ce travail (ligne en gras) et celui de la référence [100] (ligne en tirets) de l’équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_1$

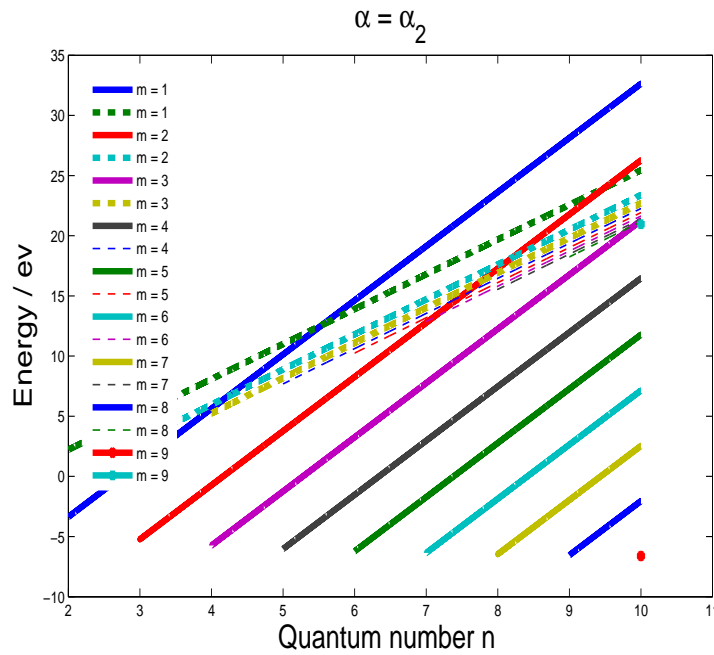


FIGURE 3.28 – Comparaison entre le spectre d’énergie de la partie angulaire de ce travail (ligne en gras) et celui de la référence [100] (ligne en tirets) de l’équation de Schrödinger pour $\alpha = \alpha_2$

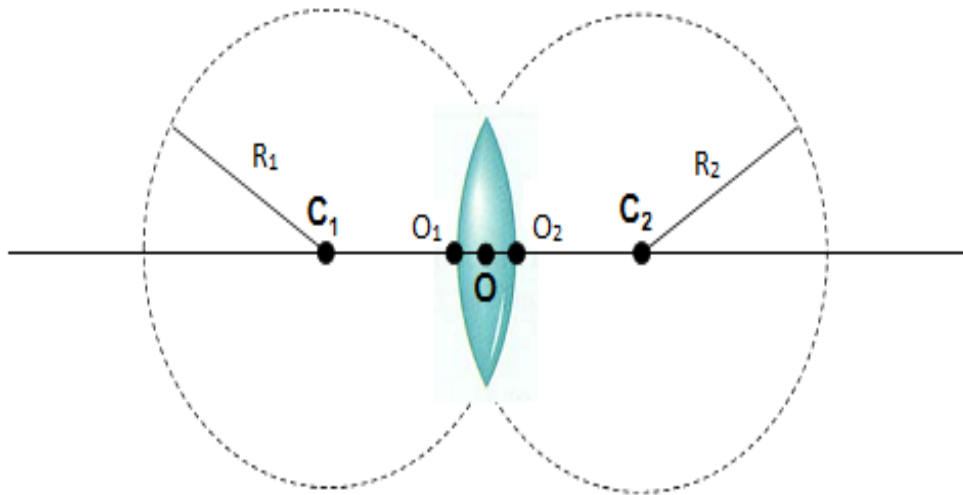


FIGURE 3.29 – Surface de contact des deux atomes lorsque $R_1 = R_2$

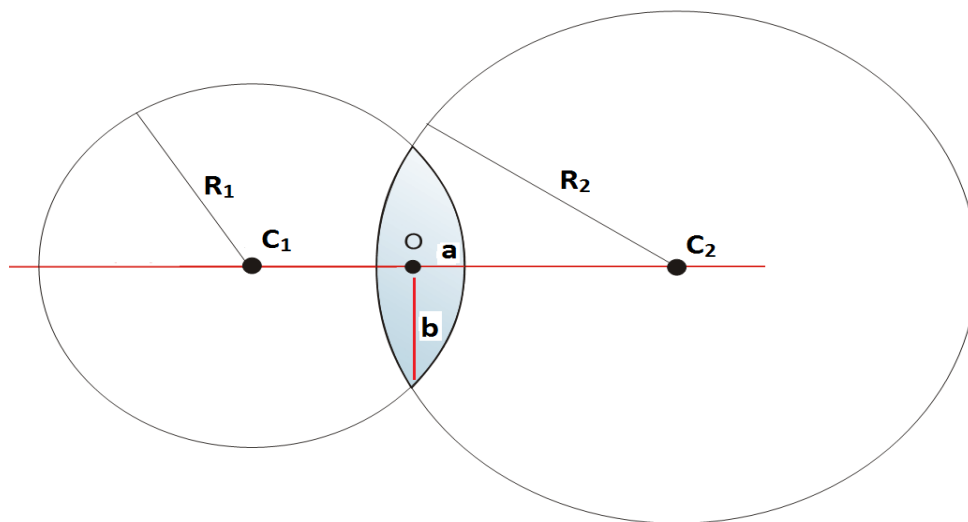


FIGURE 3.30 – Surface de contact des deux atomes lorsque $R_1 < R_2$

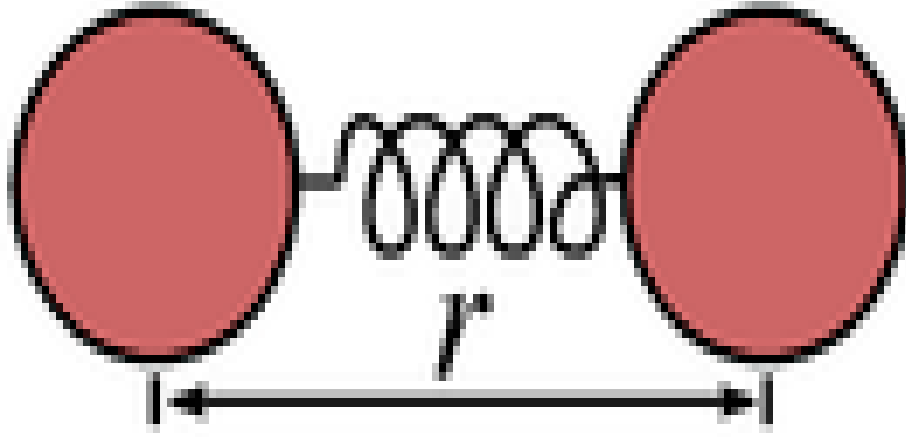


FIGURE 3.31 – La liaison entre les deux atomes est comparable à un ressort reliant deux solides

3.3 Conclusion

Tout au long de ce chapitre, nous avons déterminés les structures triaxiale et diatomique de notre modèle, présentés les caractéristiques générales du platine, déterminés les énergies d'excitation des nucléons pour passer d'un état i à un autre état f , trouvés les énergies de transition des diverses bandes, déterminés les caractéristiques de résistance q des paramètres de notre modèle, montrés que les énergies de dissociation des atomes d'une molécule sont proportionnelles à la surface de contact des deux atomes et enfin montrés que les énergies des parties radiales et angulaires sont quantifiées.

Conclusion générale et perspectives

Dans ce travail, il était question ; dans un premier temps de présenter un modèle faisant ressortir : les composantes du noyau atomique, les trois types de radioactivités, les types de forces qui se manifestent au sein du noyau atomique, les différents types de déformations et interactions enregistrées dans le noyau atomique et les énergies de liaisons et de séparations des nucléons. Puis d'introduire des notions prenant en compte : les déformations et les interactions dans un ensemble mathématique régi et incorporé dans un système par les équations couplés de Schrödinger, de les résoudre afin d'évaluer séparément les types de mouvements décrits dans notre modèle. Et enfin de trouver des solutions permettant : d'évaluer les énergies produites, d'expliquer les résultats et d'identifier les phénomènes physiques issus. Dans cette étapes, nous remarquons que : les valeurs des écarts quadratiques moyens (rsM) montrent que nos valeurs sont plus petites que celles de esM et expérimentales pour ^{196}Pt , mais intermédiaires par rapport à celles de esM et expérimentales que pour les isotopes $^{192,194}Pt$; ceci est la preuve que nos valeurs sont plus régulières car fluctuant entre les valeurs de esM et expérimentales. Au regard des valeurs des écarts types σ calculées et présentées dans le tableau 4, nous pensons que notre système semble plus amélioré car toutes nos valeurs sont comprises entre celles expérimentales et de celles de esM ($\sigma_{exp} < \sigma_{ce\ travail} < \sigma_{esM}$), montrant ainsi qu'au cours de notre travail, les aspects de perturbations influençant grandement les résultats de la littérature ont été prises en compte, et rendant ainsi notre modèle plus stable. Le tableau 2 présente les différentes transitions quadripolaires électriques d'un niveau à l'autre. Une observation attentive montre que le passage d'un niveau i à un autre f est facile de façon général avec notre modèle car nous avons besoin de moins d'énergie pour réaliser une transition quelconque. De plus la quantité d'énergie permettant

le passage d'un niveau à l'autre croît avec le numéro de la couche n , car pour arracher un électron d'une couche proche du noyau est plus difficile que celui qui est plus éloigné, prouvant ainsi que les électrons des couches plus éloignées ont plus besoin d'énergie pour passer d'un niveau à l'autre. L'approche précédente n'est pas toujours respectée lorsque les niveaux i et $i + 1$ sont de parités différentes (pair vers impair et vis-versa) ou lorsqu'on effectue une transition vers deux sous couches différentes ($3_{0,1} \rightarrow 2_{0,0}$ ou $3_{0,1} \rightarrow 2_{0,2}$). Les transitions respectent le principe d'inviolabilité du passage de certains niveaux d'énergies vers d'autres imposés par les coefficients de Clebsch-Gordan. La figure 3.15 présente les probabilités des énergies de transition existant entre les bandes pour l'isotope de ^{194}Pt . Nous observons que les valeurs théoriques (couleur verte) sont toujours supérieures aux valeurs expérimentales (couleur noir). Ceci est dû au fait que lors de la théorie par notre modèle, les calculs sont faits par l'*AIM* accompagnés de l'approximation de Pekeris. Cette technique présente des résultats approximatifs et améliorés qui influencent ces probabilités de transitions, raison pour laquelle, elles sont toujours inférieures aux valeurs expérimentales. Ces probabilités gardent des intervalles presque équidistantes entre les bandes lorsqu'on part de l'état fondamental (ground state band $(0,0)$) de moment angulaire pair ($L = 0, 2, \dots$). Le même phénomène s'observe pour les bandes γ $(0, 1)$ lorsque le moment angulaire est impair ($L = 3, 5, \dots$) et pour les bande β $(1, 0)$ de moment angulaire pair ($L = 0, 2, \dots$). En revanche, l'écart entre les valeurs théoriques et expérimentales semble très grand avec la bande γ $(0, 2)$ pour les moments angulaires pairs ($L = 2, 4, \dots$). Par contre ces probabilités connaissent un chevauchement entre les valeurs théoriques et expérimentales dans la littérature.

Bref, à partir de la figure (3.15), nous pouvons conjecturer sur la probabilité de transition dans chaque bande tant pour le cas théorique qu'expérimentale en établissant un coefficient directeur pour chaque'un des cas suscités. Les énergies de transitions sont en générale plus faibles pour notre travail par rapport à la littérature [88]. La plus grande énergie de transition est de 4.96 [88] et contrairement à notre modèle(3.013). Nous remarquons également que plus un oscillateur est résistant (q), moins son énergie d'excitation est élevée quelque soit la bande où on se trouve figures (3.2), (3.3), (3.4), (3.5), (3.6), (3.7), (3.8), (3.9), (3.10), (3.11),

(3.12) et (3.13).

L'énergie de dissociation d'une molécule est proportionnelle à la surface de contact existante entre les deux atomes constituant la molécule. Les énergies des parties radiale et angulaire de notre système sont quantifiées (n) et les largeurs des bandes sont proportionnelles à celles des nombres quantiques m . Les deux atomes liés par les liaisons de covalence dans notre système sont comparables à deux solides S_1 et S_2 de masses respectives m_1 et m_2 , reliées par un ressort de raideur $k = D$, représentant la liaison existant entre les deux atomes. Pour la partie radiale, plus m croît, moins la largeur de l'énergie est étalée. De même, les écarts entre les différents niveaux d'énergies sont constants et plus rapprochés pour la valeur $\alpha = \alpha_1$, et connaissent une inversion de position pour les valeurs $m = 1$ et $m = 2$. Cependant on observe des écarts réguliers et plus considérable lorsque $\alpha = \alpha_2$ et alternant entre les valeurs positives et négatives pour certaines, totalement positives pour les plages $m = 1$ et $m = 2$ et totalement négatives lorsque m croît. Pour ce qui est de la partie angulaire, les écarts entre les différents niveaux d'énergie croissent avec m et l'étalement décroît avec m pour $\alpha = \alpha_1$. Le même phénomène est observé pour $\alpha = \alpha_2$ dans la plage $6 \leq m \leq 9$. En deçà de $m = 6$, nous observons des fluctuations et des inversions des positions de certains niveaux d'énergies; cependant nous remarquons que les énergies sont toutes positives. Lorsqu'on superpose les énergies radiales et angulaires de notre système avec celles de la littérature en fixant $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = -1.1$ [100] et en choisissant $\beta = -1.1$ [100], nous nous rendons compte que nos énergies sont toujours supérieures par rapport à celles jusqu'ici étudiées. Elles présentent ainsi les énergies de rupture des molécules, les températures d'ébullitions, de fusions, bref le seuil critique de l'entropie et de l'enthalpie des liaisons que certaines molécules peuvent atteindre avant de rompre. La maîtrise de telles techniques est utile lorsqu'on se retrouve dans le domaine de l'industrie chimique, notamment dans la synthèse des résines, les polystyrènes, les polychlorures de vinyle, les polycondensations, les industries pharmaceutiques, de manière générale dans le domaine des macromolécules. En s'approchant du domaine mécanique, nous pouvons dire qu'avec le $KPRSP$, le ressort issu du système formé est plus rigide et difficile à rompre par rapport à la littérature compte tenu de la superposition observée avec les figures (3.19) et

(3.20).

En définitive, notre modèle issu du *CKMP* et du *KPRSP* est d'une part un système constitué des isotopes ^{192}Pt ; ^{194}Pt ; ^{196}Pt qui malgré les multitudes déformations et des interactions diverses dues à la présence de nombreuses forces et en particulier le moment cinétique, il peut former une structure triaxiale. D'autres part d'un système constitué des atomes liés par des liaisons de covalences se rapportant à deux solides reliés par un ressort dont la constante de raideur est symbolisée par la liaison de covalence dont la rupture nécessite assez d'énergie par rapport à d'autres modèles.

Le modèle actuel, selon les valeurs du rsm du tableau 4, décrit mieux les données expérimentales pour $^{192,194,196}\text{Pt}$ que le modèle esM, alors que seulement ^{196}Pt est mieux décrit par rapport au modèle $Z(5)$. De cette étude, il est clair que les isotopes $^{192,194}\text{Pt}$ sont mieux adaptés par rapport à un potentiel de puits infini carré pour la composante β qu'un potentiel de Killingbeck-Morse, cependant le ^{196}Pt est mieux décrit par notre modèle que le potentiel de puits infini carré. En superposant les énergies radiales et angulaires avec la littérature, on s'aperçoit que nos énergies issues du *KPRSP* sont toujours supérieures à celles de la littérature, prouvant que pour dissocier deux atomes par rapport à notre modèle, il faudra un peu plus d'énergie, démontrant ainsi une stabilité renforcée de la molécule. Il va sans dire qu'avec le *KPRSP*, le ressort issu du système formé est plus rigide et difficile à se rompre. D'autres applications du modèle actuel sont nécessaires pour savoir lesquels des autres noyaux sont aussi les meilleurs candidats pour la triaxialité. Ces investigations seront effectuées dans des études futures.

Comme perspectives à venir, nous nous proposons dans un premier temps de continuer d'associer plusieurs autres types de potentiels capables de mieux décrire les isotopes de $^{192,194}\text{Pt}$, que le puit de potentiel infini carré lorsqu'on se réfère aux écarts types calculés. D'autres parts, de développer d'autres modèles et techniques réduisant le temps de calcul et facilitant l'interprétation des expressions complexes. Puis d'introduire dans l'équation de Schrödinger le paramètre temporel afin de savoir exactement quel est du paramètre spatial ou temporel, celui qui permet de décrire facilement les trois isotopes $^{192,194,196}\text{Pt}$. Ensuite de trouver des

potentiels qui, introduits dans l'équation de Schrödinger, s'identifient à un modèle permettant d'accroître l'énergie de dissociation des atomes dans une molécule et par ricochet, s'identifiant à un système mécanique constitué d'un ressort de raideur plus grande. Nous proposons de faire une étude comparée des énergies radiales et angulaires du *KPRSP* avec celui de Kratzer lorsque le paramètre α est variable afin de trouver les couches ou zones de fluctuations où la molécule est facilement rompue afin de rendre l'industrie plastique plus performante dans la production des produits plus facilement biodégradables.

Annexes

Tableau 1. Comparaison des résultats des énergies d'excitation, calculées en utilisant le modèle du potentiel de Killingbeck plus Morse avec les données expérimentales [84], esM [84] et de $Z(5)$ [84] pour les isotopes de $^{192,194,196}\text{Pt}$. Toutes les énergies sont mesurées à partir de l'état fondamental et normées par rapport au premier état excité. Les valeurs de σ des colonnes expérimentales sont celles du modèle $Z(5)$.

<i>cases</i>	^{192}Pt	^{192}Pt	^{192}Pt	^{194}Pt	^{194}Pt	^{194}Pt	^{196}Pt	^{196}Pt	^{196}Pt	$Z(5)$
E_{Ln,n_w}	exp	esM	this work	exp	esM	this work	exp	esM	this work	
0 _{0,0}	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2 _{0,0}	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4 _{0,0}	2.479	2.475	2.598	2.470	2.445	2.486	2.465	2.509	2.321	2.350
6 _{0,0}	4.314	4.317	3.597	4.299	4.280	4.488	4.290	4.440	3.440	3.984
8 _{0,0}	6.377	6.492	4.836	6.392	6.509	6.728	6.333	6.767	4.823	5.877
10 _{0,0}	8.624	9.001	6.285	8.671	9.148	9.073	8.558	9.489	6.432	8.019
12 _{0,0}		11.855	7.913		12.205	11.431		12.615	8.231	10.403
3 _{0,1}	2.910	2.364	2.743	2.809	2.716	2.788	2.854	2.795	2.483	2.597
5 _{0,1}	4.682	5.060	4.016	4.563	5.034	5.272	4.525	5.230	3.907	4.634
7 _{0,1}	6.677	7.647	5.503		7.717	7.841		8.016	5.564	6.869
9 _{0,1}		10.548	7.172		10.800	10.390		11.181	7.414	9.318
2 _{0,2}	1.935	1.907	2.307	1.894	1.888	1.863	1.936	1.923	1.993	1.837
4 _{0,2}	3.795	4.815	3.877	3.743	4.784	5.016	3.636	4.969	3.752	4.420
6 _{0,2}	5.905	7.875	5.635	5.863	7.956	8.053	5.644	8.263	5.711	7.063
8 _{0,2}	8.186	11.203	7.545	8.186	11.503	10.920	7.730	11.900	7.825	9.864
10 _{0,2}		14.853	9.573		15.455	13.604		15.919	10.056	12.852
0 _{1,0}	3.776	3.567	5.177	3.858	2.349	3.716	3.192	3.512	4.931	3.913
2 _{1,0}	4.547	4.568	5.617	4.603	3.350	4.717	3.828	4.542	5.427	5.697
4 _{1,0}	6.110	6.087	6.338	5.817	4.881	6.254	4.318	6.140	6.235	7.962
6 _{1,0}		8.039	7.319		6.900	8.171		8.235	7.334	10.567
σ	0.799	0.988	0.935	0.871	1.202	0.989	1.295	1.450	1.075	

Tableau 2. Comparaison des ratios des énergies de transitions quadripolaires électriques, calculés pour le potentiel de Killingbeck-Morse avec les résultats des données expérimentales [84], celles de *esM* [84] et de *Z(5)* [84]. En calculant les valeurs de $B(E2)$, les transitions $B(E2; 2_{0,0} \rightarrow 0_{0,0})$ sont normalisées à l'unité.

<i>cases</i> $B(E2; L_{n,n_w}^i \rightarrow L_{n,n_w}^f)$	^{192}Pt		^{194}Pt		^{194}Pt		^{196}Pt		^{196}Pt		<i>Z(5)</i>
	exp	esM	this work	exp	esM	this work	exp	esM	this work		
$4_{0,0} \rightarrow 2_{0,0}$	1.563	1.563	0.725	1.73	1.630	1.530	1.49	1.540	0.814	1.590	
$6_{0,0} \rightarrow 4_{0,0}$		2.213	0.988	1.37	2.334	1.914	0.95	2.141	1.105	2.203	
$8_{0,0} \rightarrow 6_{0,0}$		2.735	1.225	1.02	2.835	2.147	1.09	2.597	1.365	2.635	
$10_{0,0} \rightarrow 8_{0,0}$		3.163	1.434	0.69	3.187	2.256		2.955	1.590	2.967	
$12_{0,0} \rightarrow 10_{0,0}$		3.507	1.611		3.432	2.278		3.233	1.778	3.234	
$5_{0,1} \rightarrow 3_{0,1}$		1.250	1.259		1.316	2.376		1.205	1.407	1.235	
$7_{0,1} \rightarrow 5_{0,1}$		1.943	1.472		1.994	2.466		1.834	1.637	1.851	
$9_{0,1} \rightarrow 7_{0,1}$		2.485	1.652		2.468	2.458		2.306	1.827	2.308	
$11_{0,1} \rightarrow 9_{0,1}$		2.907	1.800		2.801	2.395		2.633	1.980	2.665	
$4_{0,2} \rightarrow 2_{0,2}$		0.734	1.553	0.428	0.776	3.013	0.43	0.716	1.737	0.736	
$6_{0,2} \rightarrow 4_{0,2}$		1.081	1.739		1.112	2.917		1.022	1.934	1.031	
$8_{0,2} \rightarrow 6_{0,2}$		1.715	1.890		1.697	2.765		1.589	2.089	1.590	
$0_{1,0} \rightarrow 2_{0,0}$		0.663	3.274	0.013	0.860	2.768	0.07	3.393	3.317		
$0_{1,0} \rightarrow 2_{0,2}$		0.000	0.000	0.171	0.000	0.000	0.45	0.000	0.000	0.000	
$2_{0,2} \rightarrow 0_{0,0}$		0.000	0.000	0.006	0.000	0.000		0.000	0.000	0.000	
$2_{0,2} \rightarrow 2_{0,0}$	1.91	1.586	0.440	1.81	1.653	0.936		1.564	0.491	1.620	
$3_{0,1} \rightarrow 2_{0,0}$	0.012	0.000	0.869		0.000	1.819		0.000	0.974	0.000	
$3_{0,1} \rightarrow 2_{0,2}$	1.79	2.147	0.431		2.264	0.883		2.094	0.483	2.171	
$3_{0,1} \rightarrow 4_{0,0}$	0.67	1.236	0.143		1.305	0.289		1.200	0.160	1.243	
$4_{0,2} \rightarrow 2_{0,0}$		0.000	0.000	1.73	0.000	0.000	0.013	0.000	0.000	0.000	
$4_{0,2} \rightarrow 4_{0,0}$		0.350	1.265	0.285	0.370	2.419	0.42	0.339	1.411	0.348	

Tableau 3 : Les paramètres ci-dessous sont ceux obtenus dans le présent travail [101].

<i>Nuclide</i>	^{192}Pt	^{194}Pt	^{196}Pt
Paramètre			
<i>a</i>	0.2101	0.3200	0.2200
β_e	5.0010	3.4800	4.8000
<i>D</i>	0.7200	0.7352	0.7752
<i>B</i>	0.1794	0.1794	0.2850
<i>F</i>	0.99302	0.7180	0.9302
<i>G</i>	-35.000	-14.000	-34.500
<i>q</i>	10	10	10

Tableau 4 : Comparaisons des écarts types de ce travail [101] avec ceux de la littérature.

rms ou σ	^{192}Pt	^{194}Pt	^{196}Pt
esM	0.988	1.202	1.450
$Z(5)$	0.799	0.871	1.295
ce travail	0.935	0.989	1.075

Bibliographie

- [1] A. Bohr, Mat. Fys. Medd. K. Dan. Vidensk. Selsk. 26 (1952) 14
- [2] A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear structure, vol II : Nuclear Deformations, Benjamin, New York, (1975).
- [3] D. J. Rowe, Nuclear Collective Motion ; Models Theory, Methuen, London, (1970).
- [4] A. Kratzer, Phys. Z 32 (1920) 89.
- [5] L. Fortunato and A. Vitturi, J. Phys. G : Nucl. Part. Phys. Rev. 29 (2003) 1341.
- [6] L. Fortunato and A. Vitturi, J. Phys. G : Nucl. Part. Phys. Rev. 30 (2004) 627.
- [7] N. Bohr and J. Wheeler, Phys. Rev. 56, 426 (1939).
- [8] A. Bohr, B. R. Mottelson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 27 (1953) 16.
- [9] L. Wilets and M. Jean, Phys. Rev. 102 (1956) 788.
- [10] P. M. Davidson, Proc. R. Soc. London Ser. A. 13 (1932) 5459.
- [11] S. G. Rohozinski, J. Srebrny and K. Horbaczwska, Phys. Z 26 (1974) 8401.
- [12] J. P. Elliott, J. A. Evans and P. Park, Phys. Lett. B. 16 (1986) 9309.
- [13] D. Bonatsos, E. A. McCutchan, N. Minkov, R. F. Casten, P. Yotov, D. Lenis, D. Petrellis and I. Yigitoglu, Phys. Rev. C 76 (2007) 064312.
- [14] D. Bonatsos, P. E. Georgoudis, D. Lenis, N. Minkov and C. Ouene, Phys. Rev. 83 (2011) 044312.
- [15] L. Fortunato and A. Vitturi, J. Phys. G : Nucl. Part. Phys. Rev. 29 (2003) 1341.

- [16] P. Cejnar, J. Jolie and R. F. Casten, *Rev. Mod. Phys.* 82 (2010) 2155.
- [17] F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.* 85 (2000) 3580.
- [18] F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.* 87 (2001) 05250.
- [19] R. F. Casten and N. V. Zamfir, *Phys. Rev. Lett.* 85 (2000) 3584.
- [20] J. P. Elliott, J. A. Evans and P. Park, *Phys. Lett. B.* 16 (1986) 9309.
- [21] D. Bonatsos, E. A. McCutchan, N. Minkov, R. F. Casten, P. Yotov, D. Lenis, D. Petrellis and I. Yigitoglu, *Phys. Rev. C* 76 (2007) 064312.
- [22] D. J. Rowe, T. A. Welsh and M. A. Caprio, *Phys. Rev. C* 79 (2009) 054304.
- [23] P. Buganu, A. A. Raduta and A. Faessler, *J. Phys. G : Nucl. Part. Phys.* 39 (2012) 025103.
- [24] H. G. Ganev, *Phys. Rev. C* 84 (2011) 054318.
- [25] L. Wilets and M. Jean, *Phys. Rev.* 102 (1956) 788.
- [26] L. Prochniak and S. G. Rohozinski, *Phys. G. Nucl. Part. Phys.* 36 (2009) 123101.
- [27] I. Boztosun and M. Karakoc, *Chin. Phys. Lett.* 24 (2007) 3028.
- [28] P. V. Isacker and K. Heyde, *Scholarpedia* 9 (2014) 31279.
- [29] R. F. Casten, *Nature Phys.* 2 (2006) 81120.
- [30] M. Çapak, D. Petrellis, B. Gönül and Dennis Bonatros, *Nucl-Th*, 1506 (2015), 07444; PACS : 21.60 . EV , 21.60. FW , 21.10. Re.
- [31] M. Chabab, A. Labbas and M. Oulne, *Int. J. Mod. Phys. E*, vol 21, 10 (2012) 1250087.
- [32] M. Chabab, A. Labbas and M. Oulne, *Phys. Rev. C* 91 (2015) 064307.
- [33] M. Chabab, M. Oulne and I. Re. *Phys.* 4 (2010) 331.
- [34] I. Inci, D. Bonatsos and I. Bostosun, *Phys. Rev. C* 84 (2011) 024309.
- [35] G. Gamow, *Der Bau des Atomkerns und die Radioaktivitiit* (Leipzig,1932).
- [36] G. Gamow, *les noyaux Atomiques*, *Annales de l'I. H. P.*, tome 5, no 2 (1935), p. 89-114.
- [37] B. Pires, *Bases de la théorie Atomique*, 200 mots, (1808).

- [38] J. J. Thomson, Hutchinson Encyclopedia of Science in Everyday Life, trad. Odile Ricklin, Christine Blondel, France Loisirs, coll., Le monde des Sciences (1897) 2724246918.
- [39] E. Trevert, Something About X-Rays for Everybody, Madison, Medical Physics Publishing Corporation, (1988) 0-944-838-057, p. 4.
- [40] B. Pire, La Découverte de la radioactivité naturelle, Encyclopædia universalis (2015).
- [41] R. F. Mould, The British Journal of Radiology. 71 (852), 1229 (1998) 54.
- [42] Q. Susan, Marie Curie, A Life. Da Capo Press., 203, 9780201 (1996) 88794-5, pp. 176.
- [43] P. M. Stewart, Blackett, The Ejection of Protons From Nitrogen Nuclei, Photographed by the Wilson Method, Journal of the Chemical Society Transactions. Series A, (1925) 107742, p. 349-60.
- [44] E. Rutherford, Radioactive Transformations (1906), 978-1-60355-054-3.
- [45] J. C. Chadwick, Radioactivity and Radioactive Substances, an Introduction to the Study of Radioactive Substances And their Radiations 978 (1921) 0548692905.
- [46] M. Thoennessen, Reaching the limits of nuclear stability, reports on Progress in Physics, vol. 67, no 7 (2004) p. 1215
- [47] J. P. Sarmant, Dictionnaire Hachette de Physique, Hachette, Paris, 2, 01 (1988) 007597-8
- [48] C. Amsler, et al., Phys. Lett., B 667, 1 (2008).
- [49] T. Ruedas, Radioactive heat production of six geologically important nuclides, G3, (2017) 006997.
- [50] D. Calvet, les interactions fondamentales, (2015).
- [51] S. Fraser, Nuclear deformation en quadrupole moment, (2011) 342.
- [52] D. Buskulic, D. Décamp, Introduction à la physique nucléaire, (2013).
- [53] A. H. Wapstra, External Properties of Atomic Nuclei, Springer, Atomic Masses of Nuclides 978, 3, 642 (1958) 45902-3, p. 1-37.

- [54] J. W. Rohlf, *Modern Physics from α to $Z(o)$* , 978 (1994) 0471572701.
- [55] P. M. Morse, Diatomic molecules according to the wave mechanics II, Vibrational levels, *Phys. Rev.* 34 (1929), p. 57-64.
- [56] I. G. Kaplan, in *Handbook of Molecular Physics and Quantum Chemistry*, Wiley, (2003), p. 207.
- [57] C. C. Tannoudji, B. Diu and F Laloë, *Mécanique quantique*, vol1, 889 (1973) and (1997) 2705660747.
- [58] A. Messiah, *Mécanique Quantique*, 97821 (1995) 00073610 p. 456
- [59] L. Landau, E. Lifchitz, *Physique Théorique*, 5, 03, (1982) 000198-0.
- [60] J. L. Basdevant, J. Dalibard, *Mécanique Quantique*, X, 2, 7302 (2002) 0914 p. 524.
- [61] E. Eichten, K. Gottfried, T. Kinoshita, J. Kogut, K. D. Lane et T.-M. Yan, *Phys. Rev. Lett.* 34 (1975) 369
- [62] E. Eichten, K. Gottfried, T. Kinoshita, K. D. Lane et T.-M. Yan, *Phys. Rev. D* 17 (1978) 3090
- [63] C. Quigg et J. L. Rosner, *Phys. Rep.* 56 (1979) 167
- [64] M. Chaichian et R. Kogerler, *Ann. Phys.* 124 (1980) 61
- [65] A. A. Bykov, I. M. Dremin et A. V. Leonidov, *Sov. Phys. Usp.* 27 (1984) 321
- [66] C. H. Mehta et S. H. Patil, *Phys. Rev. A* 17 (1978) 34
- [67] J. Killingbeck, *Phys. Lett. A* 65 (1978) 87.
- [68] E. J. Austin, *Mol. Phys.* 40 (1980) 893.
- [69] C. S. Lai et W. C. Lin, *Cano J. Phys.* 59 (1981) 733.
- [70] M. Seetharaman, Sekhar Raghavan et S. S. Vasan, *J. Phys. A* 16 (1983) 455.
- [71] B. Thidé et S. Linnaeus, *Ann. Phys.* 164 (1985) 495.
- [72] F. Brau, *Phys. Rev. D* 62 (2000) 014005.
- [73] S. C. Chhajlany et D. A. Letov, *Phys. Rev. A* 44 (1991) 4725
- [74] R. P. Saxena et V. S. Varma, *J. Phys. A* 15, L (1982) 149
- [75] R. N. Chaudhuri, M. Tater et M. Znojil, *J. Phys. A* 20 (1987) 1401

- [76] L. P. Fulcher, Z. Chen et K. C. Yeong, *Phys. Rev. D* 47 (1993) 4122
- [77] J. J. Fifen, *Introduction à la Mécanique*, (2014).
- [78] H. Neyazi, A. A. Rajabi and H. Hassanabadi, *Nucl. Phys. A* 945 (2016) p. 80-88.
- [79] I. Inci, *Int. J. Mod. Phys. B* 23 (10) (2014) 1450053.
- [80] D. Bonatsos et al, *Phys. Lett. B* 584 (2004) 40.
- [81] A. Bohr, B. R. Mottelson, *Nuclear Structure, Vol 2*, Benjamin, MA (1975).
- [82] J. Meyer-ter-Vehn, *Nucl. Phys, A* 249 (1975) 111.
- [83] P. Baganu and A. A. Raduta, *Rom. Journ. Phys.* 60 (2015) 161.
- [84] D. Bonatsos, D. Lenis, D. Petrellis and P. A. Terziev, *Phys. Lett. B* 588 (2004) 172.
- [85] C. Y. Chen and S. H. Dong, *Phys. Lett. A* 335 (2005) 374382.
- [86] A. R. Edmonds, *Angular Momentum in quantum Mechanics*, Princeton University Press, Princeton (1957).
- [87] C. L. Pekeris, *Phys. Rev.* 45 (1934) 98.
- [88] I. Inci, *Int. Jour. of Mod. Phys. E, Vol. 23, 10* (2014) 1450053.
- [89] H. Fakhri and J. Sadeghi, *Mod Phys. Lett. A* 19 (2004) 615.
- [90] M. A. Jafarizadeh and H. Fakhri, *Phys. Lett A* 230 (1997) 164.
- [91] B. Gönül and I. Zorba, *Phys. Lett. A* 269 (2000) 83.
- [92] A. F. Nikiforov and V. B. Uvarov, *Special function of Mathematical. Physics : A, Unified Introduction with applications*, Basel, Boston : Birkhauser (1988).
- [93] R. D. Lide, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, CRC Press Inc, 978, 1, 420 (2009) 09084-0.
- [94] R. M. Wald, *General Relativity*, University of Chicago Press (1984) 0226870332 p. 90.
- [95] S. Deser, *The Immortal Bel-Robinson Tensor*, communication au colloque Iberian Gravity Symposium, In *Gravitation and Relativity in General*, World Scientific, Singapour (1999) 9901007.

- [96] K. P. Huber, G. Herzberg, *Molecular Spectra and Molecular Structure IV. Constants of Diatomic Molecules*, New York : Van Nostrand, Reinhold (1979).
- [97] M. E. Peskin, D. V. Schroeder, *Introduction à la théorie quantique champ*, Addison-Wesley, (1995) 0201503972.
- [98] S. Weinberg. *La théorie quantique des champs*. Bologne, Zanichelli, (1998) 8808178943.
- [99] R. Ticciati, *Théorie quantique des champs pour Mathématiciens*, Cambridge University Press (1999).
- [100] J. Sadeghi and B. Pourhassan, *Electronic Journal of Theoretical Physics*, no 17 (2008) 193-202.
- [101] B. M. Tchana, et al. *Int. Jour. of Mod. Phys. E*, vol. 27, 8 (2018) 1850072.
- [102] B. M. Tchana, et al. *Mod. Phys. Lett. A*, vol. 33, 1 (2019) 1950072.

Liste des publications issues de la thèse

[1] **B. Tchana Mbadjoun**, J. M. Ema'a Ema'a, P. Ele Abiama, G. H. Ben-Bolie and P. Owono Ateba, Nuclear energy excitation by Bohr Hamiltonian for triaxial nuclei using Killingbeck plus Morse potential, *Int. Jour. of Mod. Phys. E*, vol. 27, 8 (2018) 1850072, doi : 10.1142/S0218301318500726.

[2] **B. Tchana Mbadjoun**, J. M. Ema'a Ema'a, Jean Yomi, P. Ele Abiama, G. H. Ben-Bolie and P. Owono Ateba, Factorization method for exact solution of the non-central modified Killingbeck potential plus a Ring-Shaped like potential, *Mod. Phys. Lett. A*, vol. 33, 1 (2019) 1950072, doi : 10.1142/S021773231950072X.

[3] Ema'a Ema'a Jean Marie, **Tchana Mbadjoun Basile**, Ele Abiama Patrice, Ali Zarma and Ben-Bolie Germain Hubert, Bohr Hamiltonian with multi-parameter exponential-type potential for triaxial nuclei, *Eur. Phys. J. Plus*, 134 : 490, doi : 10.1140/epjp/i2019-12850-4.

[4] **B. Tchana Mbadjoun**, J. M. Ema'a Ema'a, P. Ele Abiama, G. H. Ben-Bolie and P. Owono Ateba, Effect of gravity and electromagnetic field on the spectra of cylindrical quantum dots together with AB flux field, *Mod. Phys. Lett. A*, vol. 33, 1 (2020) 2050092, doi : 10.1142/S0217732320500923.