

UNIVERSITÉ NATIONALE DU BÉNIN



FORMATION DOCTORALE EN SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR

Faculté des Sciences et Techniques
(FAST)

Collège Polytechnique Universitaire
(CPU)

N° d'ordre : 6-DU

THÈSE

Pour obtenir le grade de :

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ NATIONALE DU BÉNIN
Option : ELECTROTECHNIQUE

par

Sossou HOUNDÉDAKO

Titre

**IDENTIFICATION DE LA RÉSISTIVITÉ DU SOL ET DE LA
RÉSISTANCE DE PRISE DE TERRE DANS UN MILIEU
HÉTÉROGÈNE PAR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS**

Soutenue le 8 décembre 2000 devant le jury composé de :

Pr. Ludovic PROTIN
Pr. Emmanuel TONYE
Pr. Koffi-sa BEDJA
Pr. Jean BARRAL
Pr. Norbert HOUNKONNOU
Pr. Antoine VIANO
Pr. Jean Marie KAUFFMANN

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examineur, Codirecteur
Examineur
Examineur
Directeur de thèse

A la mémoire de mon père

A la mémoire de ma mère

à ma chère Agnès

à toute ma famille

AVANT-PROPOS

Ce travail a été réalisé au sein de l'Equipe Energétique Electrique de l'Institut de Génie Energétique de Belfort (IGE), dans le cadre d'une convention de recherche entre la Société Béninoise d'Electricité et d'Eau (SBEE), l'Office des Postes et Télécommunication (OPT) et le Collège Polytechnique et Universitaire (CPU), sous la direction de Monsieur le Professeur J. M. KAUFFMANN.

Je souhaite que ce mémoire apporte les solutions ne serait-ce que partielles aux nombreux problèmes de chacune des parties contractantes.

Je ne saurais exprimer à Monsieur J. M. KAUFFMANN, Professeur éminent, tout ce que je lui dois tant sur le plan scientifique que sur le plan humain. La réussite de ce travail doit beaucoup à ses compétences et à ses conseils. Je voudrais qu'il sache que je suis très heureux de travailler sous sa direction et d'avoir bénéficié de sa grande compétence scientifique et de ses qualités humaines. Qu'il soit assuré de ma plus profonde reconnaissance.

Que Monsieur L. PROTIN, Professeur des universités trouve ici l'expression de mes plus vifs remerciements pour l'honneur qu'il me fait en présidant ce jury.

J'exprime mes profondes gratitudee à Monsieur E. TONYE, Professeur à l'Université de Yaoundé pour avoir accepté la lourde charge de rapporteur de ce travail.

Je suis très honoré de la participation au jury de Monsieur K. BEDJA, Maître de Conférences à l'Université du Bénin au Togo, Directeur de l'Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieur de Lomé.

Je tiens à remercier Monsieur J. BARRAL, Directeur du Laboratoire d'Etudes et de Recherche en Techniques Industrielles (LERTI) pour les encouragements qu'il m'a prodigués et la disponibilité dont il a toujours fait preuve dans l'encadrement de ces travaux de recherche.

J'adresse ici mes sincères remerciements aux nombreuses personnes pour leur participation directe ou indirecte à l'aboutissement de cette thèse et particulièrement à :

- Messieurs M. A. MIRAOUI et C. ESPANET pour leur contribution active à la maîtrise des logiciels FLUX2D et FLUX3D.

- Monsieur S. ADEDJOURA pour ses soutiens académiques et scientifiques constants.

- Monsieur A. VIANOU, Maître de conférences à l'Université Nationale du Bénin pour toute l'attention particulière dont il a fait preuve en ce qui concerne le suivi administratif de ce travail.

- Monsieur K. D. SOHOUNHLOUE, Maître de conférences à l'Université Nationale du Bénin pour ses conseils clairvoyants et soutiens moraux.

- Messieurs D. ADADJA et B. AGNAN respectivement ex-Directeur Général et Directeur Général de l'OPT, qui ont été les initiateurs de ce projet de recherche dont ce mémoire de thèse en est partie intégrante.

- Messieurs P. HOUNKPATIN, G. CHEKETE, A. R. TAMAMA C. KOHOUE et R. KOUESSI ex-Directeurs Généraux et Directeur Général de la SBEE qui, également ont été les initiateurs de ce projet de recherche dans lequel s'inscrit ce travail.

- Messieurs A. TCHABI et S. K. YOVO respectivement ex-Directeur et Directeur du CPU qui ont su gérer efficacement avec toute l'attention nécessaire ce projet de recherche initié par leur prédécesseur, Monsieur A. S. AKINDES.

- Monsieur A. S. AKINDES ex-Directeur du CPU à qui je rends un hommage particulier pour sa clairvoyance et son dynamisme qui ont milité à la signature de la convention du projet de recherche appliquée entre le CPU, l'OPT et la SBEE. Je tiens à le remercier particulièrement pour tout ce qu'il a fait pour moi dans le cadre de ces travaux de recherche.

Ce travail a reçu de nombreux soutiens et aides dans des différentes étapes de son déroulement. Je tiens à remercier surtout :

- Le Groupe d'Amnesty International de Belfort et ses sympathisants qui n'ont ménagé aucun effort pour me combler d'un confort humanitaire inestimable durant tout mon séjour à Belfort.

- Mademoiselle K. DIEZ pour sa gentillesse, son aide et son assistance constante pendant mon séjour à l'IGE.

- Mademoiselle I. CHRISTEN, secrétaire de recherche pour sa permanente disponibilité.

- Je ne saurais omettre de remercier tous les collègues, amis et tout le personnel de l'IGE de Belfort pour l'ambiance agréable de travail qu'ils ont su créer et entretenir.

- Enfin je réserve une place exceptionnelle pour mon épouse Agnès et mes enfants. Je ne saurais exprimer quelle abnégation ils ont eue et quel courage ils ont su se donner tout au long de cette période qui leur a certainement semblé très très longue.

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS.....5

INTRODUCTION GENERALE.....11

**Chapitre 1. EFFETS DES COURANTS DE DEFAUT ET DE Foudre
SUR LES RESEAUX ELECTRIQUES DE LA SBEE ET DE
L'OPT.....15**

Introduction

- 1.1 Les effets d'un foudroiement sur les installations de la SBEE et de l'OPT
- 1.2 Réseau de terre et les protections des installations
- 1.3 Conclusion

Chapitre 2 MESURE DE LA RESISTIVITE DU SOL.....45

- 2.1 Etude géologique
- 2.2 Méthodes de mesure de la résistivité du sol
- 2.3 Résultats expérimentaux au Bénin sur les sites la SBEE et de l'OPT
- 2.4 Conclusion

**Chapitre 3 CALCUL DE LA RESISTIVITE DU SOL ET DE LA
RESISTANCE DE TERRE DANS UN MILIEU
HETEROGENE.....61**

Introduction

- 2.5 Méthodes de calcul analytiques des résistivités du sol
- 2.6 Calcul de la résistance d'un réseau de terre dans un milieu homogène
- 2.7 Etude de la résistance de terre dans un modèle à deux couches.
- 2.8 Conclusion

**Chapitre 4 CALCUL DE LA RESISTANCE DE TERRE PAR LA
METHODE DES ELEMENTS FINIS.....84**

Introduction

- 4.1 Simulation et détermination d'une méthode de calcul avec le logiciel FLUX2D.

4.2	Application à un modèle à deux couches	
4.3	Conclusion	
Chapitre 5.	SIMULATION DE LA METHODE DE MESURE DE WENNER PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS.....	107
	Introduction	
5.1	Simulation de la résistivité apparente du sol par la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel FLUX3D	
5.2	Simulation de la résistivité équivalente dans un modèle à multiple couche	
5.3	Exploitation des résultats	
5.4	Conclusion	
	CONCLUSION GENERALE.....	129
	NOTATIONS.....	131
	BIBLIOGRAPHIE.....	133
	ANNEXE I.....	143
	ANNEXE II.....	149
	ANNEXE III	157

INTRODUCTION GENERALE

La mise à la terre dans les réseaux électriques et les installations de télécommunications paraît être relativement simple et cependant elle n'a cessé de présenter des difficultés ; les progrès récents accomplis tant en électrotechnique qu'en électronique de puissance ont fait apparaître de nouveaux problèmes, encore non parfaitement résolus, dus à la coexistence d'équipements d'électroniques sensibles avec des installations susceptibles de produire des courants de court-circuit importants.

Le réseau de terre d'une installation électrique ou de télécommunication doit assurer simultanément plusieurs fonctions :

- * écouler dans le sol les courants de défaut et la foudre,
- * assurer à tout moment le maintien de la sécurité des personnes et des biens,
- * maintenir un potentiel de référence.

Une enquête préliminaire au Bénin plus précisément à la Société Béninoise d'Electricité et d'Eau (SBEE) et à l'Office des Postes et Télécommunications (OPT) a révélé l'étendue des problèmes de prises de terre dans les installations électriques, électroniques et de télécommunication.

L'étude du comportement d'un réseau de terre nécessite l'analyse préalable de la répartition du potentiel dans le sol autour du réseau de terre. Cette répartition est fonction des caractéristiques électriques du terrain c'est à dire de la résistivité du sol.

Le calcul d'un réseau de terre jusqu'à nos jours est du domaine des formules empiriques. Analytiquement, il devient une tâche extrêmement laborieuse dans un modèle à multiple couches.

Aussi pensons-nous que les méthodes numériques constituent une nouvelle approche permettant de surmonter cette difficulté. Parmi celles ci, la méthode des différences finies et les méthodes variationnelles sont les plus utilisées.

Dans la solution variationnelle, l'équation différentielle est mise sous une forme variationnelle équivalente, et la solution approximative est supposée être une combinaison de fonctions d'approximation. Les méthodes variationnelles accusent un désavantage en ce sens que les fonctions d'approximation des problèmes avec des domaines arbitraires sont difficiles à construire.

La méthode des éléments finis surmonte la difficulté des méthodes variationnelles parce qu'elle pourvoit à une méthode symétrique de développement

des fonctions d'approximation. Cette méthode est rehaussée par deux traits caractéristiques qui font d'elle une méthode supérieure. D'abord un domaine géométriquement complexe est représenté par une collection de sous-domaines géométriquement simples appelés éléments finis. Ensuite, sur un élément fini, les fonctions d'approximation sont établies selon le principe que toute fonction peut-être représentée par une combinaison linéaire de polynômes algébriques. Ainsi, la méthode des éléments finis peut-être interprétée comme une application par élément des méthodes variationnelles, dans laquelle les fonctions d'approximation sont des polynômes et les paramètres inconnus, les valeurs de la solution sur un nombre fini de points bien déterminés appelés nœuds. Aussi est-elle appropriée pour notre étude.

Nous, nous proposons, dans le cadre du travail qui est présenté, de calculer la résistance de prise de terre et la résistivité du sol par la méthode des éléments finis à l'aide des logiciels FLUX2D dans le premier cas et FLUX3D dans le second. La démarche adoptée est celle de la définition d'une méthode de calcul et de sa validation dans chacun des cas ci-dessus mentionnés.

Nous rappelons dans le premier chapitre, les effets des courants de défaut et de la foudre sur les réseaux électriques de la SBEE et les installations de l'OPT.

Nous avons étudié ensuite les différentes méthodes de mesure de la résistivité du sol et leur application sur les sites de la SBEE et l'OPT au Bénin.

Le troisième chapitre est consacré aux méthodes de calcul de la résistance de terre et de la résistivité du sol dans un milieu hétérogène.

Dans le quatrième chapitre, nous avons abordé le calcul de la résistance de terre par la méthode des éléments finis. D'abord nous avons défini une méthode de calcul ensuite nous avons procédé à sa validation par la loi de conservation du courant pour deux types de prise de terre.(hémisphérique et piquet vertical).

Dans le dernier chapitre, nous avons traité de l'identification de la résistivité du sol par la méthode des éléments finis. Une méthode de calcul a été définie et ensuite sa validation a été faite en comparant les valeurs calculées aux valeurs injectées dans notre système de simulation.

CHAPITRE 1

EFFETS DES COURANTS DE DEFAUT ET DE FOUDRE SUR LES RESEAUX ELECTRIQUES DE LA SBEE ET LES INSTALLATIONS DE L'OPT

INTRODUCTION

1.1 Les effets d'un foudroiement sur les installations de la SBEE et de l'OPT

1.1.1 Coup direct sur une ligne HTA de la SBEE et transmission vers la BT

1.1.2 Coup direct sur un réseau BT de la SBEE

1.1.3 Coup direct sur une installation BT

1.1.4 Coup tombant à proximité d'une installation de la SBEE

1.1.5 Effets des surtensions dues aux coups de foudre sur les installations SBEE-OPT

1.1.5.1 Les perturbations et couplages

1.1.5.2 Les différents modes de couplages

1.2 Réseau de terre et les protections des installations

1.2.1 Définition d'un réseau de terre

1.2.2 Fonction des réseaux de terre

1.2.2.1 La sécurité des personnes et animaux

1.2.2.2 Protection de installations de puissance

1.2.2.3 Protection des équipements fonctionnant à bas niveaux et installations de télécommunication

1.2.2.4 Potentiel de référence

1.2.3 Classification et comportement général des prises de terre

1.2.3.1 Le problème des prises de terre

1.2.3.2 Objet et classification des prises de terre

1.2.4 Notions sur le calcul des prises de terre dans un sol homogène

1.2.4.1 Généralités sur la circulation des courants dans le sol

1.2.4.2 Grandeurs électriques caractérisant une mise à la terre

1.2.4.2.1 Cas d'une prise de terre hémisphérique dans un milieu homogène

1.2.4.2.2 Cas d'un piquet vertical dans un milieu homogène

- 1.2.4.2.3 Cas d'une plaque mince dans un sol homogène
- 1.2.4.2.4 Conducteur en tranchée horizontale dans un sol homogène
- 1.2.4.2.5 Bras rayonnants en étoile en milieu homogène

1.2.5 Application des prises de terre à la SBEE et à la CEB au Bénin

- 1.2.5.1 Circuit et prises de terre des postes HT/MT
- 1.2.5.2 Terre des postes MT/BT
- 1.2.5.3 Terre de neutre BT
- 1.2.5.4 Les prises de terre
 - 1.5.2.4.1 Les types de prises de terre à la SBEE
 - 1.5.2.4.2 Schéma synoptique du réseau de terre à la direction générale de l'OPT

1.3 Conclusion

CHAPITRE 1

EFFET DES COURANTS DE DEFAUT ET DE LA Foudre SUR LES RESEAUX ELECTRIQUES DE LA SBEE ET LES INSTALLATIONS DE L'OPT

INTRODUCTION

De nos jours, le domaine de la protection contre les effets des courants de défaut et de la foudre s'est étendu à la quasi totalité des activités humaines et porte aussi bien sur les problèmes liés à l'impact direct qu'à ceux consécutifs à la circulation des courants importants. [17]

Ceci est essentiellement dû :

- d'une part au développement important du nombre des installations électriques, électroniques, informatiques et de télécommunications et de leur interdépendance.
- d'autre part à l'augmentation en taille des installations en raison de leur surface au sol (aéroport par exemple), ou de leur hauteur élevée (immeuble de télécommunications par exemple).

En effet, trois grandes évolutions technologiques conduisent, pour les installations au sol, à une sensibilité toujours plus accrue vis-à-vis de la foudre.

- La première est relative à la miniaturisation des systèmes par l'utilisation massive des semi-conducteurs,
- La deuxième est liée au remplacement progressif par des matériaux composites et plastiques des traditionnels matériaux métalliques qui présentaient des écrans naturels vis-à-vis des perturbations électromagnétiques engendrées par la foudre.
- La dernière concerne l'interconnexion de plus en plus importante des réseaux électriques, téléphoniques, mais surtout informatiques. La surface interconnectée présentée à l'agression foudre devient immense, pour ne pas dire infinie.

Force est ainsi de constater l'augmentation élevée d'avaries de matériels : elle n'épargne aucun milieu, civil, militaire, ou industriel.[15]

La mise en œuvre de systèmes, dispositifs et méthodes de protection contre la foudre s'avère donc indispensable, tout en restant conscient qu'une protection à 100% n'est pas possible compte tenu du caractère aléatoire de la foudre. Cependant,

l'application de principes simples et de méthodologies adaptées peut permettre d'en réduire les effets à un niveau technico-économique acceptable.

Cette protection devra être conçue de manière globale en tenant compte de l'environnement de la structure (caractéristiques géologiques et d'implantation, risques de foudroiement), de l'interconnexion avec d'autres structures, et des sensibilités aux perturbations des différentes entités (personnes et matériels) qui y seront implantées.

1.1 Les effets d'un foudroiement sur les installations de la SBEE et de l'OPT

Il est évident que les effets perturbateurs d'un foudroiement sur un site vont dépendre de ses caractéristiques et des fonctions mises en œuvre sur le site. La vulnérabilité d'un site va dépendre entre autres :

- de sa localisation (niveau kéraunique local) et des points d'impacts sur le site.
- de la complexité et de la sensibilité des équipements qu'il utilise.
- des fonctions qu'il remplit (opérations, stockage, surveillance, transmissions, etc.)
- de sa superficie.
- de son degré d'interaction avec d'autres sites.

Toutefois, sur le plan général, on peut distinguer deux catégories d'effets perturbateurs dus à la foudre : les effets directs et les effets indirects

a) Les effets directs

Ces effets résultent de l'impact direct du courant de foudre sur un point du site. Ils sont donc la conséquence de passage de courant très important sur un trajet compris entre le point d'impact et le sol. Parmi les effets possibles on trouve :

- l'endommagement ou la destruction d'antennes, de réseaux de distribution, d'installations de télécommunications, de structures , de bâtiments.
- les incendies,
- les explosions,
- les effets sur les personnes,

- les chutes de tension, les coupures, les micro-coupures, les coupures franches de l'alimentation électrique de façon durable,
- les tensions de trouble en télécommunications,
- un dysfonctionnement d'équipement ou de dégradation grave de la communication.

b) Les effets indirects

Il s'agit de cas où l'onde de courant ne touche pas un point du site ; dans ces conditions les effets perturbateurs sont strictement liés au rayonnement électromagnétique créé par la décharge ; ce sont :

- la dégradation des équipements électriques et électroniques par des courants induits,
- l'explosion des carburants, de poudre par claquages induits,
- les pannes sur ordinateurs et l'altération des logiciels.

1.1.1 Coup direct sur une ligne HTA de la SBEE et transmission vers la BT.

Le coup direct qui se traduit non seulement par des dégâts corporels (électrisation) et des dégâts mécaniques (point de fusion des métaux, éclatement des corps isolants ou mauvais conducteurs, incendies, ondes de chocs), génère aussi une montée en potentiel le long des structures touchées et autour du point d'impact.

Lorsque le coup de foudre tombe sur un conducteur de ligne aérienne HTA de la SBEE, la surtension qui résulte sur l'installation du client est la résultante de deux composantes :

- l'une qui se propage depuis la ligne HTA à travers le transformateur HTA/BT, vers le réseau BT,
- l'autre qui est due au couplage direct du canal de foudre avec les conducteurs du réseau BT.

Outre les caractéristiques électriques des réseaux et du transformateur, la position relative des lignes HTA et BT est un paramètre influant sur le niveau des surtensions.

La figure 1.1. représente :

- a) un coup de foudre sur la ligne HTA de la SBEE,

- b) un coup de foudre direct sur la ligne basse tension de la SBEE,
- c) un couplage électromagnétique entre ligne de la SBEE et la foudre tombant au sol à proximité.

Les coups directs génèrent les contraintes les plus fortes mais ils sont rares et la grande majorité des surtensions sont induites. En zone relativement foudroyée, on peut estimer la fréquence des coups directs à environ 0,15 coup par an (un coup tous les 7 ans) [17]

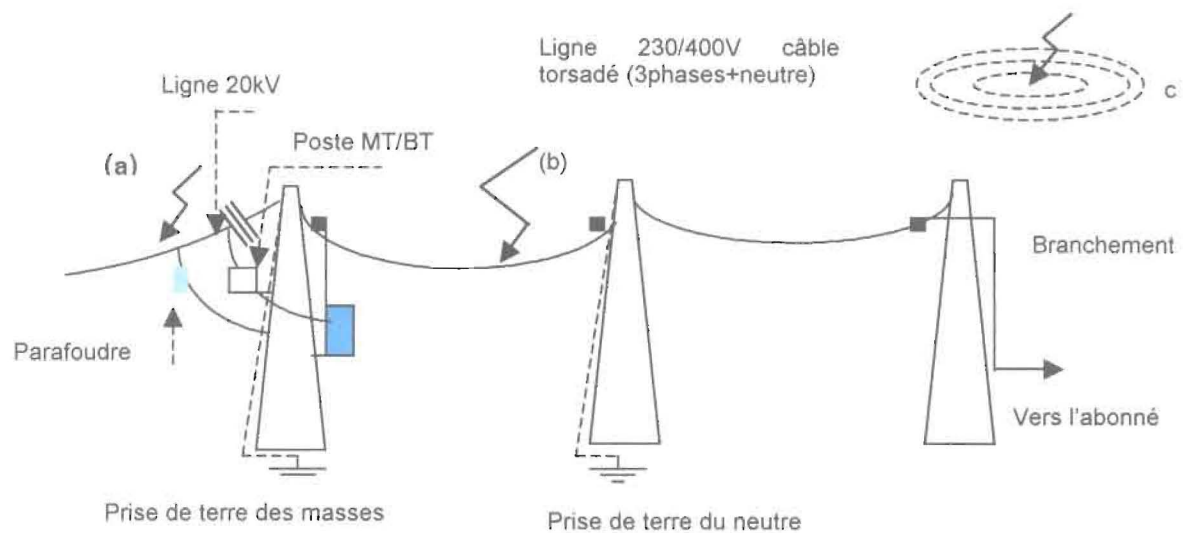


Figure 1.1 a) coup de foudre direct sur la ligne HTA de la SBEE
 b) coup de foudre direct sur la ligne basse tension de la SBEE
 c) coup de foudre à proximité de la ligne SBEE

1.1.2 Coup direct sur un réseau BT de la SBEE

C'est le cas le plus contraignant du point de vue de la valeur atteinte par les surtensions à proximité de l'impact : plusieurs centaines de kV. L'amorçage des isolants (isolateurs ou point d'accrochage des torsades) est alors systématique. Il existe en général un grand nombre de ces isolateurs susceptibles d'amorcer entre le point d'impact et l'installation du client BT, et il est illusoire de chercher à immuniser le réseau des effets de ces coups directs. La surtension qui parvient au bout de l'installation du client va dépendre de la distance qui le sépare du point d'impact et des possibilités d'écoulement du courant de foudre sur cette distance. Sa valeur crête peut dépasser la dizaine de kV, et donc la tension de tenue du matériel.

Mais , compte tenu de la faible hauteur des lignes BT (figure 1.1 b) et de leur proximité immédiate avec des structures plus élevées (bâtiments, arbres...), le risque de coup de foudre direct sur les conducteurs de phase est très faible. On peut estimer qu'un réseau BT en conducteurs nus, de 1 km de long, reçoit un impact direct tous les 20 ans. Le risque est encore plus faible sur les conducteurs isolés des lignes torsadées.[16]

1.1.3 Coup direct sur une installation BT.

Lorsqu'un coup de foudre tombe sur une installation, par exemple sur un paratonnerre (figure 1.2), l'écoulement du courant de foudre dans le réseau de terre entraîne sa montée en potentiel, proportionnelle à son impédance, ainsi que celle des conducteurs de protection ou d'équipotentialité qui y sont reliés. La montée en potentiel du réseau de terre peut également être significative pour un coup de foudre proche, et ceci par un phénomène de couplage dans le sol.

Les conducteurs de protection ou d'équipotentialité peuvent ainsi atteindre une surtension élevée (dizaines de kV), même en tenant compte de la fraction du courant de foudre conduite par les différents réseaux qui sont raccordés à ce même réseau de terre. Cette surtension dépassera facilement la tenue de l'isolement phase-terre des conducteurs de l'installation BT. Si des parafoudres protègent l'entrée de l'installation, ceux-ci fonctionneront en conduisant une partie du courant de foudre vers le réseau BT. Ainsi, à cause d'amorçages dans l'installation ou du fonctionnement des parafoudres, une surtension se propage sur les conducteurs vers les installations des autres clients alimentés par le même réseau et dont les prises de terre n'ont pas subi l'influence directe du coup de foudre. Ces surtensions peuvent atteindre plusieurs kV. Elles sont d'autant plus élevées que les prises de terre par lesquelles le courant de foudre peut s'écouler (installation foudroyée , neutre du réseau) sont d'impédance élevée.

Le risque dû à ces perturbations est lié au taux de foudroiement du site car, même sans paratonnerre, le coup de foudre tombant sur l'installation ou dans son immédiate proximité peut entraîner la montée en potentiel de sa prise de terre avec le même mécanisme de propagation d'une surtension sur le réseau vers les autres clients. La contribution du couplage direct du canal de foudre avec les conducteurs aériens du réseau s'ajoute aussi dans tous les cas.

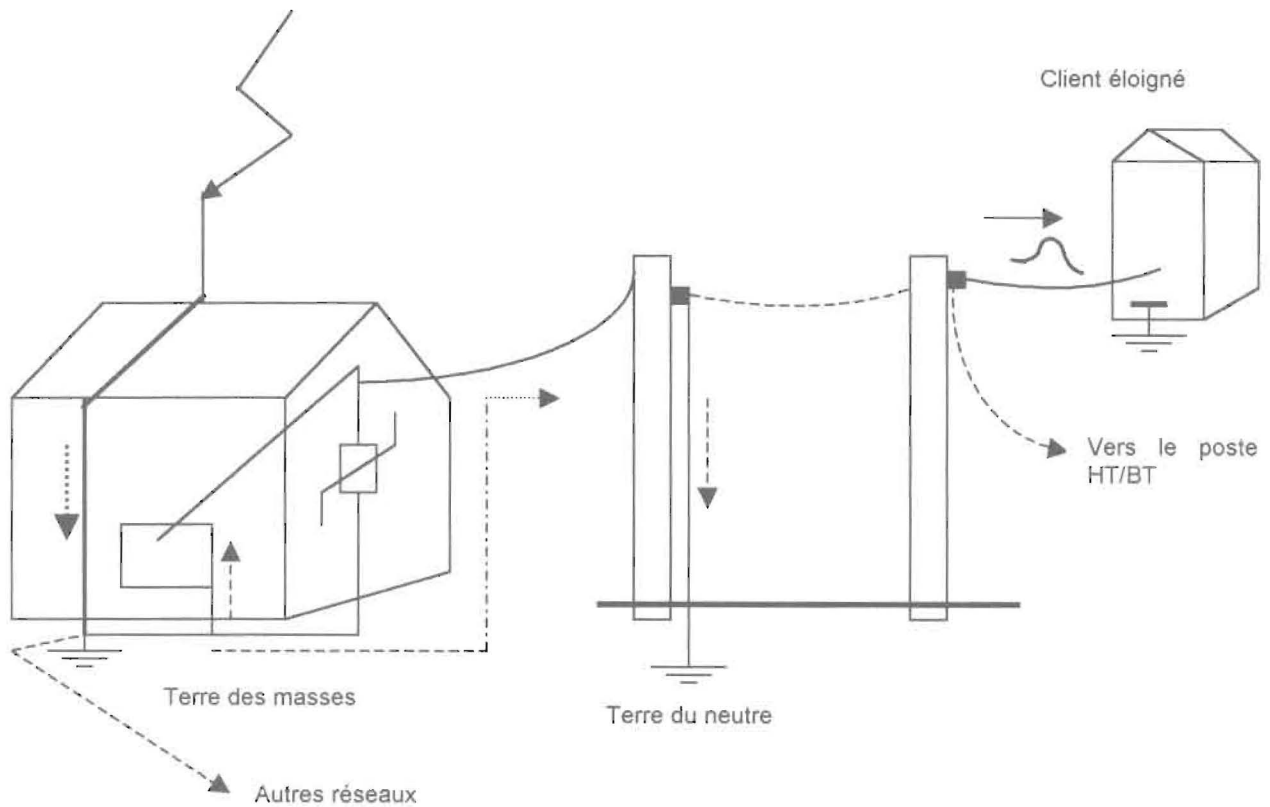


Figure 1.2 coup de foudre direct sur une installation BT

1.1.4 Coup tombant à proximité d'une installation de la SBEE [15]

Le coup indirect prédominant dans le nombre d'incidents imputables à la foudre, par le biais de surtensions localisées peut provoquer des destructions lointaines par différentes voies de propagation (air, sol, conducteurs....)

Si les effets optiques, acoustiques, électrochimiques, électrodynamiques ou thermiques sont ceux qui viennent immédiatement à l'esprit, d'autres comme les effets électromagnétiques, sont plus insidieux et peuvent avoir des implications graves sur les structures et les matériels qui y sont implantés.

Ces diverses agressions sur les systèmes peuvent alors se propager de trois manières fondamentales : par conduction, rayonnement et couplage. Il faudra donc envisager pour chacun de ces modes de propagation un ensemble de mesures de protections (règles et moyens adaptés) pour en limiter la fréquence et la gravité à des niveaux imposés par la sécurité des personnes, la qualité de fonctionnement des équipements et les coûts.

Les surtensions qui apparaissent sur le réseau et l'installation BT résultent du couplage électromagnétique entre le canal de foudre et les conducteurs du réseau et de la propagation sur les conducteurs en ce qui concerne surtout les réseaux aériens, car le couplage avec les conducteurs souterrains en général munis d'écrans ne provoque pas de surtensions dangereuses pour les isolations. En revanche, le couplage avec une ligne aérienne entraîne des surtensions qui sont à prendre en compte, même pour des coups tombant à plusieurs kilomètres (figure 1.1 c).

Les installations de télécommunications (figure 1.3), de l'OPT en dehors des coups directs de foudre, contre lesquels on essaie de se protéger avec les paratonnerres, sont aussi soumises aux effets d'induction provenant des lignes d'alimentation du réseau électrique de la SBEE et de la circulation du courant de foudre dans les réseaux de terre. La protection contre ces surtensions induites est assurée par les parafoudres. La figure 1.3 présente l'installation extérieure de protection contre la foudre du central téléphonique de la direction générale de l'OPT à Cotonou.

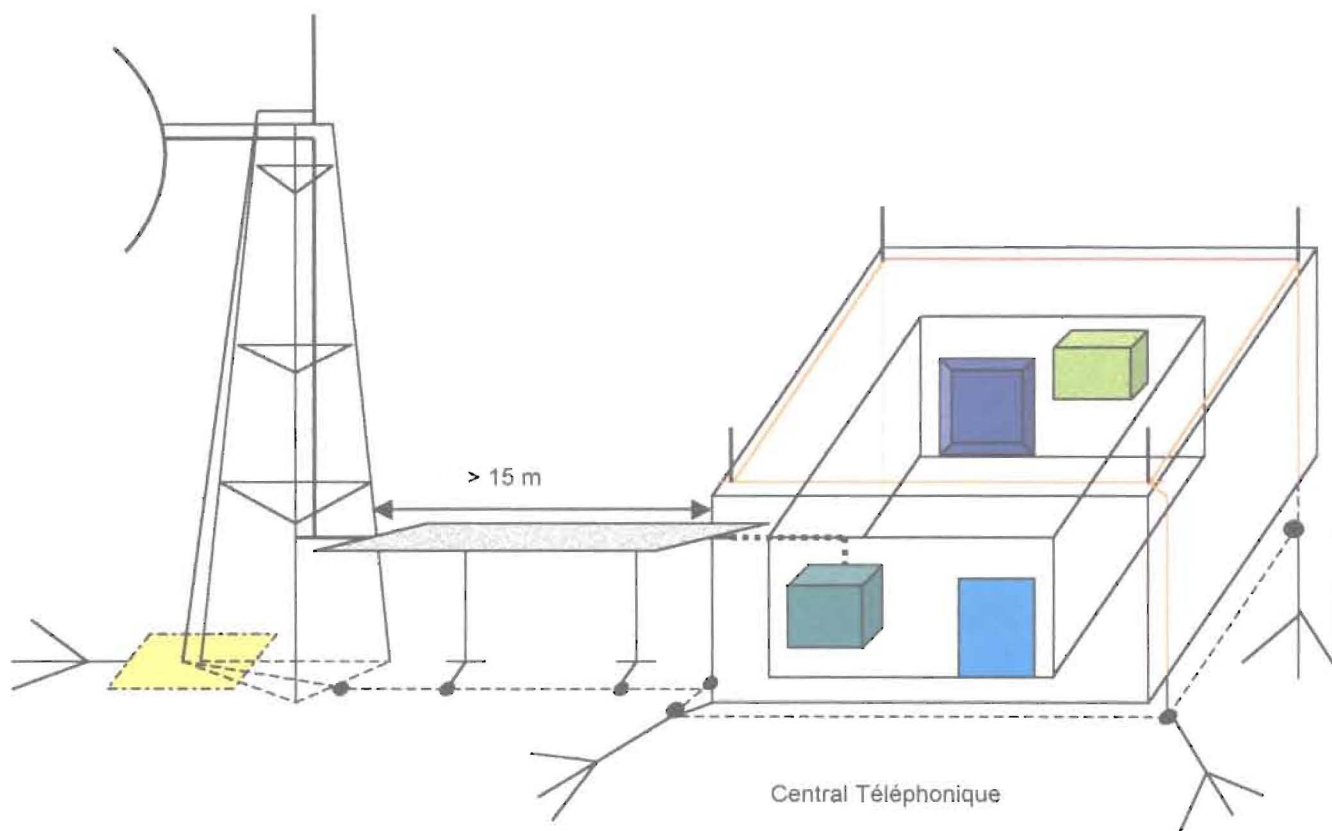


Figure 1.3 Installation extérieure de protection contre la foudre du central téléphonique de l'OPT à Cotonou

1.1.5 Effets des surtensions dues aux coups de foudre sur les installations SBEE-OPT

1.1.5.1 Les perturbations et les couplages

En dehors des perturbations collectées par les lignes des télécommunications elles-mêmes, et les perturbations d'origines industrielles, notamment des réinjections 50Hz des lignes de puissance, l'OPT prend en compte dans sa politique de protection de ses installations et des abonnés, le caractère aléatoire de la foudre. Par contre des lignes au voisinage des ouvrages de la SBEE ne manquent pas de poser des problèmes liés aux différents types de couplages qui prennent naissance entre les installations des deux entreprises suite à une perturbation causée par la surtension due essentiellement aux coups de foudre.

1.1.5.2.1 Les différents modes de couplages

Les perturbations qui sont susceptibles d'atteindre les équipements de télécommunications peuvent provenir de la foudre, des défauts des lignes de transport ou de distribution d'énergie électrique (SBEE ou CEB dans le cas du Bénin), des sources industrielles ou électrodomestiques et les ondes radioélectriques. Ces perturbations se produisent par des couplages qu'on range habituellement en quatre groupes (dans la pratique, ces modes de couplage peuvent se combiner) : résistif, capacitif, inductif et radioélectrique. Les conséquences peuvent être :

- en régime permanent :
 - dégradation de la communication ;
 - erreur de transmission ;
 - dysfonctionnement d'équipement ;
 - bruit psophométrique (cas du couplage inductif) ;
- en régime de défaut :
 - danger pour les personnes ;
 - destruction de matériels ;

A Couplage résistif

C'est une conduction par le sol, à travers les prises de terre des installations de la société de distribution d'énergie électrique (SBEE). Ce couplage se produit suite à un défaut dans la ligne d'énergie : foudre, court-circuit ou montée de potentiel par le sol (figure 1.4).

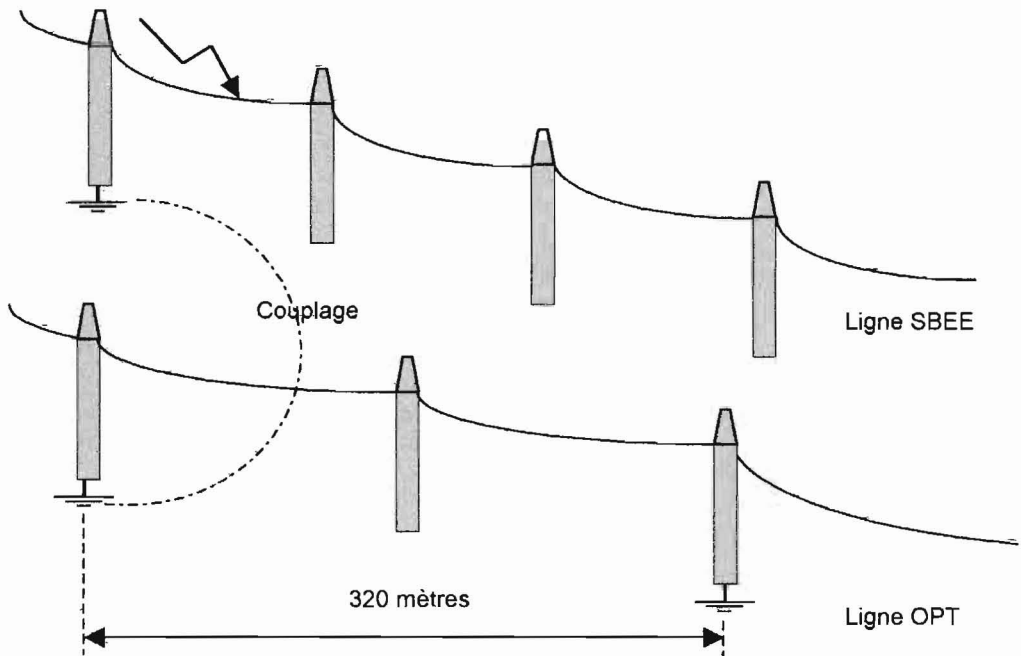


Figure 1.4 Couplage résistif entre prise de terre

B Couplage capacitif

La perturbation par couplage capacitif provient souvent du parallélisme entre les lignes de l'OPT et de la SBEE ou de la CEB, ou de la foudre (figure 1.5)

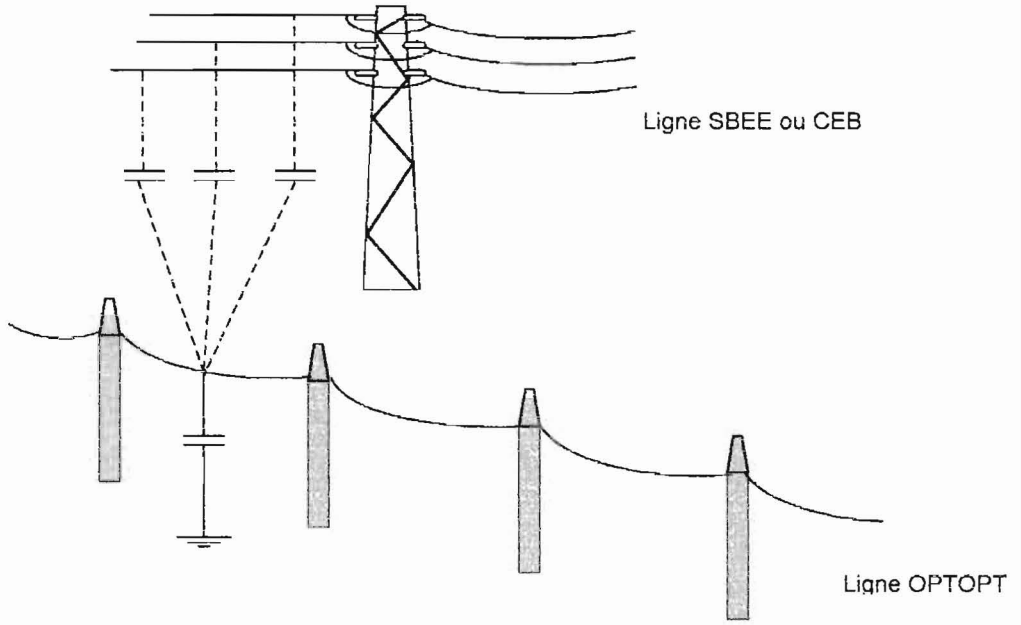


Figure 1.5 Couplage capacitif entre ligne OPT et ligne SBEE

C Couplage inductif

Ce mode de couplage se produit grâce à des boucles de courant avec retour par le sol. L'émetteur de la perturbation pourrait être, une ligne d'énergie aérienne ou souterraine, ou la foudre (figure 1.6)

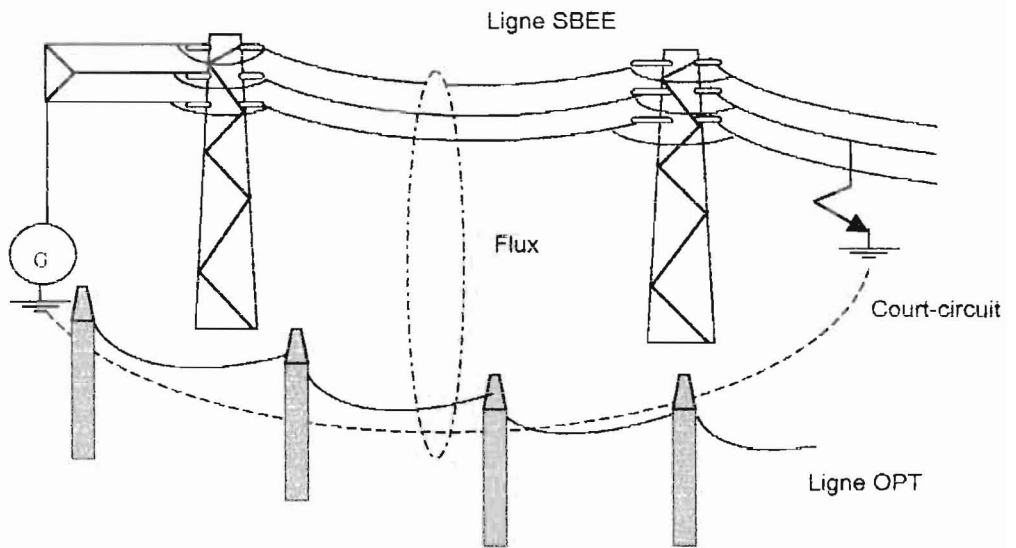


Figure 1.6 Couplage inductif entre ligne SBEE et OPT

D Couplage radioélectrique

Ce couplage peut provenir du rayonnement direct qui serait causé par une propagation électromagnétique. L'émetteur de la perturbation est une ligne d'énergie, de télécommunication ou tout autre câble qui est soumis à une propagation d'onde d'énergie plus ou moins importante (figure 1.7).

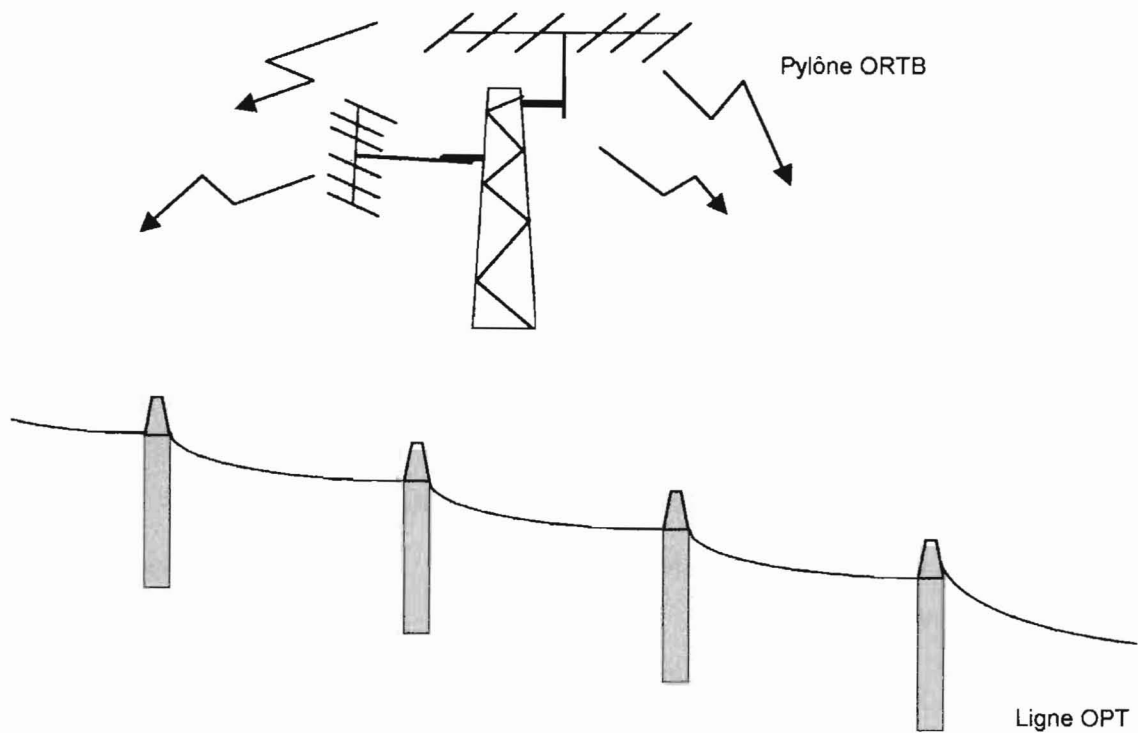


Figure 1.7 Couplage radioélectrique entre pylône de radiocommunication et ligne de télécommunication

1.2 Réseau de terre et les protections des installations [33]

1.2.1 Définition d'un réseau de terre

Un réseau de terre est constitué d'un ensemble de conducteurs enterrés, en contact direct avec le sol et reliés électriquement entre eux.

Pour une installation ou une structure de faible étendue on emploie l'expression "prise de terre", en réservant le terme "réseau de terre" aux installations importantes

telles que postes et centrales. Dans ce dernier cas il convient de distinguer le circuit de mise à la terre qui comprend l'ensemble des conducteurs non enterrés ou isolés du sol et raccordés au réseau de terre, généralement reliés à la masse mécanique ou à la masse électrotechnique des appareils.

1.2.2 Fonction des réseaux de terre

Le rôle du réseau de terre d'une installation électrique ou de télécommunications est de permettre l'écoulement à l'intérieur du sol de courants de toutes origines, qu'il s'agisse, par exemple de courants de chocs dus à des coups de foudre ou bien des courants de défauts à 50Hz.

Lors de l'écoulement de tels courants par une prise ou un réseau de terre, des différences de potentiel peuvent apparaître entre certains points, par exemple entre la prise de terre et le sol qui l'entoure, ou entre deux points du sol. La conception des prises et des réseaux de terre doit permettre, même dans ces conditions, d'assurer le maintien de :

- la sécurité des personnes et des animaux,
- la protection des installations de puissance,
- la protection des équipements sensibles et des installations de télécommunications,
- un potentiel de référence,

1.2.2.1 La sécurité des personnes et animaux

Lors de l'écoulement dans le sol de courants élevés, la sécurité doit être assurée à l'intérieur de l'installation électrique et de télécommunications et de leurs abords immédiats par une limitation de la tension de pas et de la tension de contact à des valeurs non dangereuses pour le corps humain ou les animaux. Cette limitation est obtenue grâce à la connaissance et au contrôle de la répartition du potentiel à la surface du sol. Dans le cas d'une installation, la situation idéale dont on doit chercher à se rapprocher est l'équipotentialité de l'ensemble du réseau et du circuit de terre.

1.2.2.2 Protection des installations de puissance

Le réseau de terre des installations électriques et les prises de terre des supports de ligne limitent la création et la propagation des surtensions provoquées par les défauts à 50Hz, par les manœuvres d'appareillages dans les postes et centrales ou par la foudre.

Cette limitation est d'autant plus efficace que ces réseaux et prises de terre facilitent l'écoulement du courant dans le sol, c'est à dire qu'ils présentent une impédance de terre faible, aussi bien pour les phénomènes lents (défauts 50Hz) que pour les phénomènes rapides tels que ceux engendrés par la foudre.

1.2.2.3 Protection des équipements fonctionnant à bas niveaux et installations de télécommunications.

A côté des installations de puissance on trouve souvent des équipements fonctionnant à des niveaux comparativement beaucoup plus bas : équipements de relayage dans les postes par exemple, mais aussi câbles P.T.T. installés à proximité des lignes, des postes ou des centrales. Ces équipements sont également exposés aux effets des surtensions subies par les installations de puissance, avec lesquels ils peuvent être liés par couplage résistif, inductif, capacitif ou plus généralement, électromagnétique. Ces couplages sont rarement caractérisés par une grandeur simple telle que la résistance du réseau de terre, mais plutôt par un ensemble complexe de paramètres qui dépendent notamment de la disposition des conducteurs de terre de celle des équipements sensibles, des règles de mise à la terre de ces derniers, etc....

1.2.2.4 Potentiel de référence

Différents équipements placés dans une même installation doivent, lorsqu'ils sont reliés électriquement, rester fixés à un potentiel identique même pendant la durée des perturbations mentionnées plus haut.

1.2.3 Classification et comportement général des prises de terre [5]

1.2.3.1 Le problème des prises de terre

Les mises à la terre des installations électriques et de télécommunications jouent un rôle important, en périodes perturbées, dans le comportement des réseaux et dans la sécurité du personnel et du public. Il est cependant peu de domaines dans l'électrotechnique où une plus large part ait été laissée jusqu'ici à l'empirisme.

Malgré les études très intéressantes et très objectives parues sur ce sujet, on rencontre encore quelques fois l'opinion que tout objet "mis à la terre", fut-ce par quelques décimètres de piquet enfoncé dans le sol, devient par le fait même incapable d'être le siège d'aucune tension dangereuse : plusieurs personnes paient chaque année de leur vie cette conception simpliste. Ailleurs, on utilisera en toutes circonstances le même type de prise de terre alors que leur efficacité peut varier dans le rapport de 1 à 100 et plus, suivant les terrains. Ailleurs encore, on dépensera des sommes considérables dans des circuits de terre, alors que les seules fondations ou les seules liaisons enterrées entre les diverses structures de l'installation suffisaient à réaliser une excellente liaison avec le sol.

Les procédés de contrôle des prises de terre sont, de leur côté, employés souvent sans une juste appréciation des conditions d'une mesure correcte.

Il faut reconnaître que les problèmes de mise à la terre se présentent souvent de façon complexe : il en est ainsi parce que le sol est un conducteur médiocre, très peu homogène et dont les caractéristiques sont toujours mal connues ; les conducteurs et électrodes enterrés dans le sol échappent à la vue et ont souvent des formes compliquées, ils prêtent difficilement à un examen direct et à des mesures ; parce que la sécurité du public fait intervenir des questions de probabilité de contact qui se mettent difficilement en équation ; enfin, la réalisation de bonnes terres se heurte souvent, surtout dans de mauvais terrains, à de sérieux obstacles économiques.

Notre but essentiel a été d'utiliser, dans ce domaine où toute recherche de précision est vaine et illusoire, la méthode des éléments finis afin de la comparer aux méthodes existantes.

1.2.3.2 Objet général et classification des prises de terre [5]

Les divers objectifs auxquels on cherche à contribuer par la mise à la terre des installations électriques et de télécommunications sont la protection du matériel, l'amélioration de la qualité du service et la sécurité des personnes.

Ces buts généraux sont loin de déterminer de façon rigoureuse les moyens à mettre en œuvre, et des voies très différentes peuvent conduire à des degrés de perfection du même ordre moyen. La perfection absolue en ces domaines est hors d'atteinte ; car la force naturelle qu'est l'électricité si domestiquée qu'elle soit, demeure intrinsèquement une source d'incidents de matériel, de pannes de services et d'accidents de personnes, qu'il est impossible d'éviter complètement sans condamner le principe même de son emploi et qu'il s'agit seulement de maintenir dans des limites raisonnables eu égard aux services rendus et aux difficultés à vaincre.

On distinguera de façon générale deux catégories de prise de terre : celle de service et celle de sécurité ou de protection.

- Les prises de service font partie intégrante des réseaux et réalisent entre les conducteurs et le sol des liaisons permanentes ou non, directes ou par impédance appropriées, ayant pour effet d'influencer le comportement des réseaux en cas de défaut à la terre dans un appareil ou sur une ligne.

- Les prises de terre de sécurité relèvent de l'utilisateur plus que de l'exploitant. Elles ne sont pas reliées aux conducteurs du réseau, mais aux objets qui risquent d'entrer fortuitement en contact avec ces conducteurs et qu'il serait dangereux de maintenir à un potentiel élevé pendant un temps appréciable.

Les prises de terre de service sont, par exemple les terres des points et conducteurs neutres ou celles des limiteurs de tensions. Les prises de terre de sécurité seront celles des masses et bâtis d'appareils ou des supports de lignes.

1.2.4 Notions sur le calcul des prises de terre dans un sol homogène

1.2.4.1 Généralités sur la circulation des courants dans le sol

Le sol est un milieu à trois dimensions et le plus souvent hétérogène. Un calcul précis de la distribution des courants qui l'empruntent ne vaut généralement pas d'être

entrepris en raison de la connaissance très imparfaite que l'on a de la résistivité du terrain et de ses variations en plan et en profondeur.

D'une façon générale, le courant alternatif qui s'écoule d'une ligne par une prise de terre cherche à revenir au réseau par les voies qui minimisent l'impédance du circuit. Autour de la prise de terre il commence par s'épanouir dans toutes les directions qui lui sont offertes. Puis les filets de courant s'infléchissent et tendent à se concentrer dans une zone diffuse sous-jacente au trajet de la ligne d'amenée. Cette distribution résulte du jeu de deux facteurs antagonistes : une large dilution des filets de courant réduit les chutes ohmiques, mais leur rapprochement aussi grand que possible du conducteur d'amenée minimise l'inductance de la boucle que forme l'ensemble des filets avec ce conducteur. La dilution résultante est celle pour laquelle ces deux efforts se contrebalancent. Les courants tendent à pénétrer d'autant plus profondément dans le sol que sa résistivité est plus grande, et au contraire à se rassembler d'autant plus vers la surface que la fréquence est plus élevée. [5]

La grande profondeur à laquelle pénètrent les filets de courants à 50Hz permet souvent de considérer que la zone où ils s'épanouissent radialement autour de la prise de terre s'étend jusqu'à une grande distance vis à vis des dimensions physiques de celle-ci. On calcule donc généralement l'impédance d'une prise de terre comme si le retour du courant s'effectuait à une distance infinie de celle-ci dans toutes les directions.

D'une façon assez générale, l'impédance d'une prise de terre se réduit pratiquement à sa résistance. Les effets inductifs et capacitifs n'interviennent que pour les fronts très raides des ondes de courants, et seulement dans le cas des conducteurs enterrés relativement longs pour ce qui est des effets inductifs et dans le cas de roches de résistivités extrêmement élevés pour ce qui est des effets capacitifs [5].

1.2.4.2 Grandeurs électriques caractérisant une mise à la terre

L'écoulement d'un courant I par une prise de terre porte celle-ci à une tension U par rapport au sol lointain. Le quotient $\frac{U}{I}$ définit la résistance R de la prise de terre.

Cette résistance intervient comme élément du calcul de courant écoulé dont dépendent le comportement des protections et la tension U elle-même. Mais les problèmes de sécurité font toujours intervenir des tensions entre points physiquement assez proches pour qu'on puisse les toucher simultanément, de sorte que si le potentiel du sol lointain est amené à l'intérieur de l'installation, voire si celui de l'installation est

propagé à une grande distance de celle-ci, par une liaison conductrice telle qu'une ligne téléphonique, un réseau à basse tension, une canalisation métallique isolée, etc....

Autour des électrodes de terre, la tension du sol décroît progressivement depuis la valeur $U = R.I$ jusqu'à zéro. On peut définir la tension U_x à une distance x du centre de la prise de terre et le gradient local correspondant $\frac{dU}{dx}$.

Le gradient de tension dans une région de sol y détermine la tension de pas, qui prend évidemment ses valeurs les plus élevées au voisinage immédiat des électrodes de terre. Toutefois, dans de nombreux cas, le danger le plus grand pour les personnes ne résulte pas des tensions de pas qui sont surtout dangereuses pour les quadrupèdes, mais du double contact du corps avec d'une part, une structure reliée aux électrodes à la tension U , et d'autre part, le sol à la distance x ou une structure solidaire de la tension U_x . Le danger est alors en relation avec la tension $U - U_x$, qui peut atteindre, quelquefois, mais pas toujours, une fraction importante de la tension totale U . Les dimensions de la prise de terre jouent également à cet égard un rôle primordial.

1.2.4.2.1 Cas d'une prise de terre hémisphérique dans un milieu homogène

Les filets de courant s'écoulent dans toutes les directions. Les surfaces équipotentielles sont des demi sphères concentriques dont les traces sur le sol sont circulaires (figure 1.8)

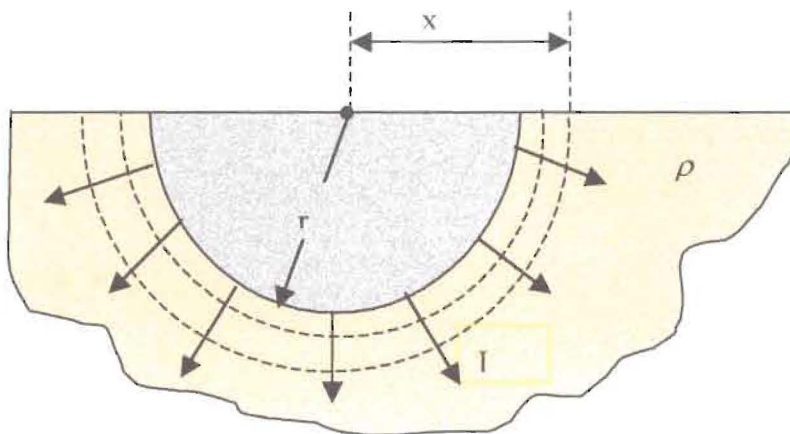


Figure 1.8 Prise de terre hémisphérique dans un sol homogène

On appellera r le rayon de la prise de terre hémisphérique en mètres, x la distance entre le centre et un point extérieur, ρ la résistivité du terrain en $\Omega.m$ et I le courant écoulé en ampères.

La densité de courant et le gradient de potentiel au point x sont :

$$J = \frac{I}{2\pi x^2} \text{ (A/m}^2\text{)} \quad (1.1)$$

$$G_x = \rho \frac{I}{2\pi x^2} \text{ (V/m)} \quad (1.2)$$

Ils varient comme l'inverse du carré de la distance au centre de l'électrode.

En intégrant le gradient depuis l'infini on obtient le tension en x :

$$U_x = \rho \frac{I}{2\pi x} \text{ (V)} \quad (1.3)$$

Et l'on constate qu'elle est inversement proportionnelle à la distance au centre et indépendante du rayon de l'électrode.

La tension à laquelle l'écoulement du courant I porte l'électrode est :

$$U = \rho \frac{I}{2\pi r} \text{ (V)} \quad (1.4)$$

La résistance qui s'oppose à l'écoulement du courant depuis la surface de l'électrode jusqu'à l'infini est donc :

$$R = \frac{\rho}{2\pi r} \text{ (\Omega)} \quad (1.5)$$

1.2.4.2.2 Cas d'un piquet vertical dans un milieu homogène

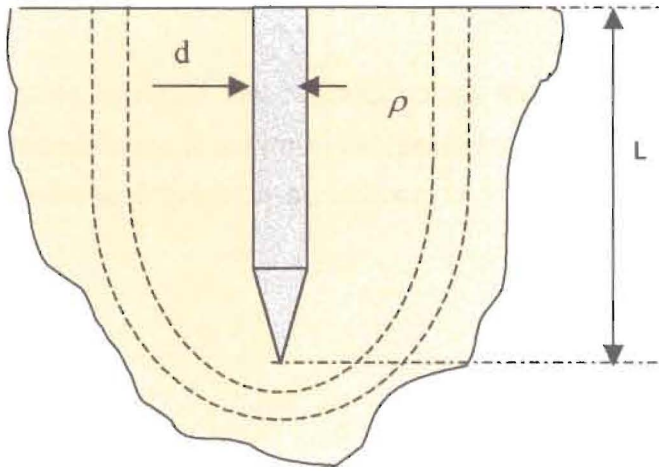


Figure 1.9 Piquet de terre dans un milieu homogène

Dans le cas général des prises de terre de forme quelconque en terrain homogène, on peut faire abstraction des limites de tension dans l'électrode de terre, la surface extérieure de celle-ci est équipotentielle et les premières surfaces dans le sol tendent à épouser ses formes. Puis à mesure qu'on s'éloigne, les irrégularités s'estompent et les surfaces équipotentielles tendent progressivement vers la disposition régulière en hémisphères concentriques, en même temps que la tension du sol à une distance x du centre de la prise de terre se rapproche progressivement de la valeur :

$$U_x = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\rho I}{x} \text{ (V)} \quad (1.6)$$

Le cas d'une électrode cylindrique verticale peut servir de référence pour toutes les prises de terre constituées par des conducteurs enterrés de grande longueur et de petit diamètre.

Pour un piquet vertical de longueur L et de diamètre d en mètres, dont la tête affleure à la surface d'un sol homogène de résistivité $\rho(\Omega.m)$ (figure 1.9), la résistance de terre a pour valeur approximative :

$$R = \frac{\rho}{2\pi L} \ln \frac{3L}{d} \quad (1.7)$$

A partir de longueurs de l'ordre de 100 fois le diamètre, le terme logarithme est assez grand pour que cette variation devienne minime en valeur relative. La résistance n'est alors pas loin de varier comme l'inverse de la longueur et d'être indépendante du diamètre [5].

A proximité de la surface du conducteur, les surfaces équipotentielles sont sensiblement des cylindres concentriques. Si i (A/m) est le courant écoulé par mètre de longueur, la densité de courant et le gradient de potentiel à une distance x de l'axe sont :

$$J = \frac{i}{2\pi x} \text{ (A/m}^2\text{)} \quad (1.8)$$

$$G_x = \rho \frac{I}{2\pi x^2} \text{ (V/m)} \quad (1.9)$$

On obtient par intégration la chute de tension depuis la surface de l'électrode jusqu'à la distance x :

$$U - U_x = \frac{1}{2\pi} \rho i \ln \frac{2x}{d} \text{ (V)} \quad (1.10)$$

1.2.4.2.3 Cas d'une plaque mince dans un sol homogène

Dans le cas d'une plaque circulaire de rayon r , horizontale ou verticale et dont le centre est à une profondeur h , (fig.1.10) une expression approximative de la résistivité est :

$$R = \frac{\rho}{8r} \left(1 + \frac{r}{2,5h + r}\right) \quad (1.11)$$

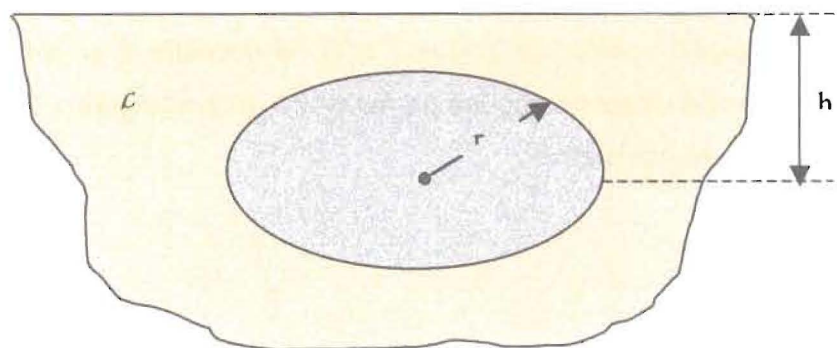


Figure 1.10 Plaque mince dans un sol homogène

1.2.4.2.4 Conducteur en tranchée horizontale dans un sol homogène

Si un conducteur de longueur L , de diamètre d est enterré à une profondeur h (fig.1.11), sa résistance de terre peut-être calculée par la relation :

$$R = \frac{\rho}{2\pi \cdot L} \ln \frac{9L^2}{16dh} \quad (1.12)$$

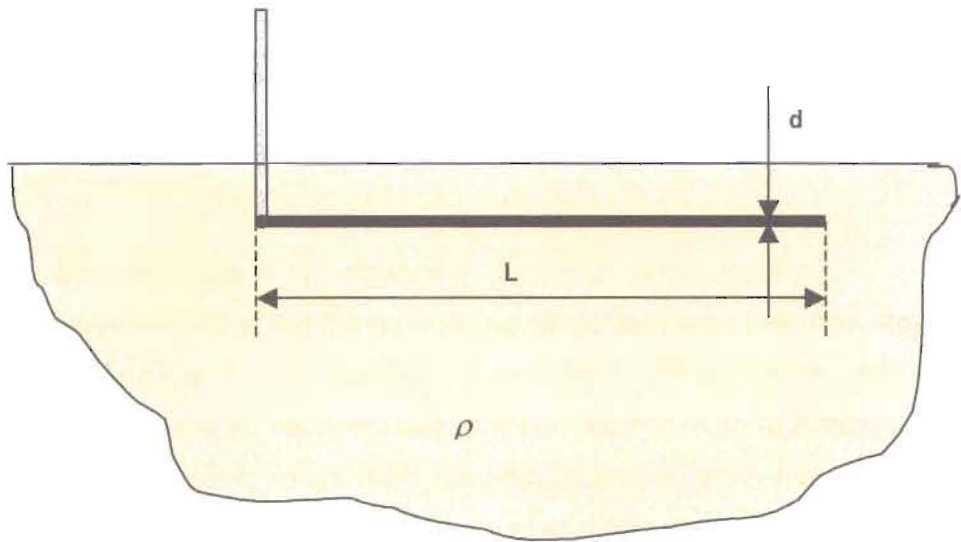


Figure 1.11 conducteur dans une tranchée horizontale en milieu homogène

1.2.4.2.5 Bras rayonnants en étoile en milieu homogène

La concentration de nombreux conducteurs au voisinage du centre de l'étoile tend à diminuer leur efficacité, à moins qu'on ne les regroupe de manière à éviter d'avoir plus de 3 ou 4 conducteurs convergeant en un même point.

Par rapport au cas d'un conducteur rectiligne, la valeur de la résistance de terre est augmentée, pour une étoile régulière de dimension courante, d'environ

0,13 si la longueur totale est répartie en 3 bras

0,30 si la longueur totale est répartie en 4 bras

0,80 si la longueur totale est répartie en 6 bras [5].

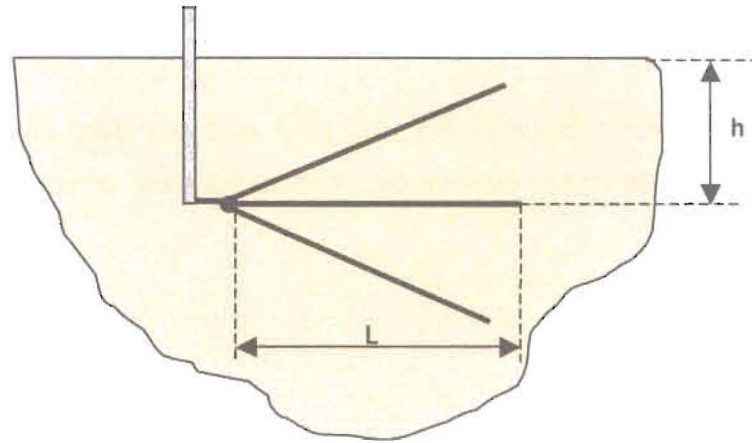


Figure 1.12 Bras rayonnants en étoile

1.2.5 Application des prises de terre à la SBEE et à la CEB au Bénin [11].

En République du Bénin, le transport et la distribution de l'énergie électrique sont assurés exclusivement et respectivement par la Communauté Electrique du Bénin (CEB) et la Société Béninoise d'Electricité et d'Eau (SBEE). Compte tenu des similitudes et de la complémentarité des pratiques de protection par les prises de terre qui existent entre ces deux sociétés, nous avons préféré traité indifféremment de la protection contre les effets de la foudre et de courant de défaut par la mise à la terre au sein de ces dernières. Nous aborderons essentiellement les différents niveaux d'installation des prises de terre.

1.2.5.1 Circuits et prises de terre des postes HT/MT.

Du point de vue de l'écoulement du courant de foudre à la terre, les postes HT/MT de la CEB comportent deux circuits, tous reliés à la terre : le circuit de "terre de sécurité" et le circuit de "terre de service".

Le circuit de "terre de service" comme nous l'avons évoqué plus haut, permet de relier à la terre les différentes cuvettes des transformateurs de puissance, les bâtis et enveloppes métalliques de tous les équipements, les secondaires (S2) des réducteurs de courants ou de tension, les écrans des câbles de mesure et les références de potentiel de circuits électroniques.

Au circuit de "terre de sécurité" sont reliés les neutres des transformateurs de puissance (transformateur principal et transformateur de services auxiliaires), les parafoudres et éclateurs, les sectionneurs et disjoncteurs shunts etc. ...

Ces deux circuits sont finalement reliés à une prise de terre générale constituée par un maillage de câbles en cuivre nus enterrés à une profondeur de 0,8 à 1,75 mètres selon la nature du sol sur la couche superficielle. Les sections des conducteurs de terre sont déterminés en fonction de la puissance de circuit calculée aux divers endroits du poste selon le tableau 1.1

Courant I_{cc} (kA)	Section en mm^2
Inférieur à 20	75
De 20 à 30	116
De 30 à 40	147
De 40 à 63	182

Tableau 1.1 Section des conducteurs de terre en fonction de l'intensité de courant de court-circuit

Les conditions de maillage des circuits de terre sont :

- polygone circonscrit à la maille supérieure à $2500 m^2$ (soit par exemple un poste carré d'au moins 50 mètres de côté).
- les courants de défauts sont automatiquement éliminés (des protections de défauts de terre sont prévus).
- la résistance globale de terre reste inférieure ou égale à 1 Ohm pour des conditions saisonnières moyennes.

1.2.5.2 Terre des postes MT/BT

Au niveau des postes MT/BT, les masses des divers équipements (cuve des transformateurs, tableau départ BT, châssis des interrupteurs et des disjoncteurs, les écrans des boîtes d'extrémités des câbles...), les parafoudres, les éclateurs, les secondaires (S2) des transformateurs de courant (TC) et des transformateurs de tension (TT) sont reliés à un circuit commun appelé terre des masses du poste.

La terre du neutre BT du transformateur est systématiquement reportée sur les premiers supports de chaque départ BT.

1.2.5.3 Terre du neutre BT

Le neutre de chaque départ est réalisé selon les règles suivantes :

- mise à la terre au premier poteau ;
- le neutre est mis à la terre à chaque 300 mètres en zone foudroyée, et chaque 1000 mètres en zone normale ;
- deux mises à la terre au maximum sur chaque départ BT quelque soit la longueur (une au premier support, l'autre au dernier) ;
- mise à la terre à l'extrémité des dérivations de longueur significative.

1.2.5.4 Les prises de terre

Elles sont constituées :

- soit de conducteurs en cuivre nu de section minimale égale à 29 mm^2 et de longueur variant entre 2 et 3 mètres, enfouis dans le sol dans une tranchée de profondeur variant entre 0,5 et 0,8 mètres en cuivre massif ;
- soit des piquets verticaux en cuivre de diamètre variant entre 16 et 20 mm et de longueur variant de 2 à 3 mètres, enfouis dans le sol à une profondeur de 0,8 à 1,75 mètres.

L'usage, à la SBEE, est qu'aucune étude du sol ne se fait avant l'installation des éléments de prise de terre. Lorsque la prise de terre a une valeur supérieure aux valeurs normalisées, les techniciens ajoutent d'autres piquets supplémentaires pour abaisser cette résistance élevée.

1.5.2.4.1 Les types de prises de terre à la SBEE

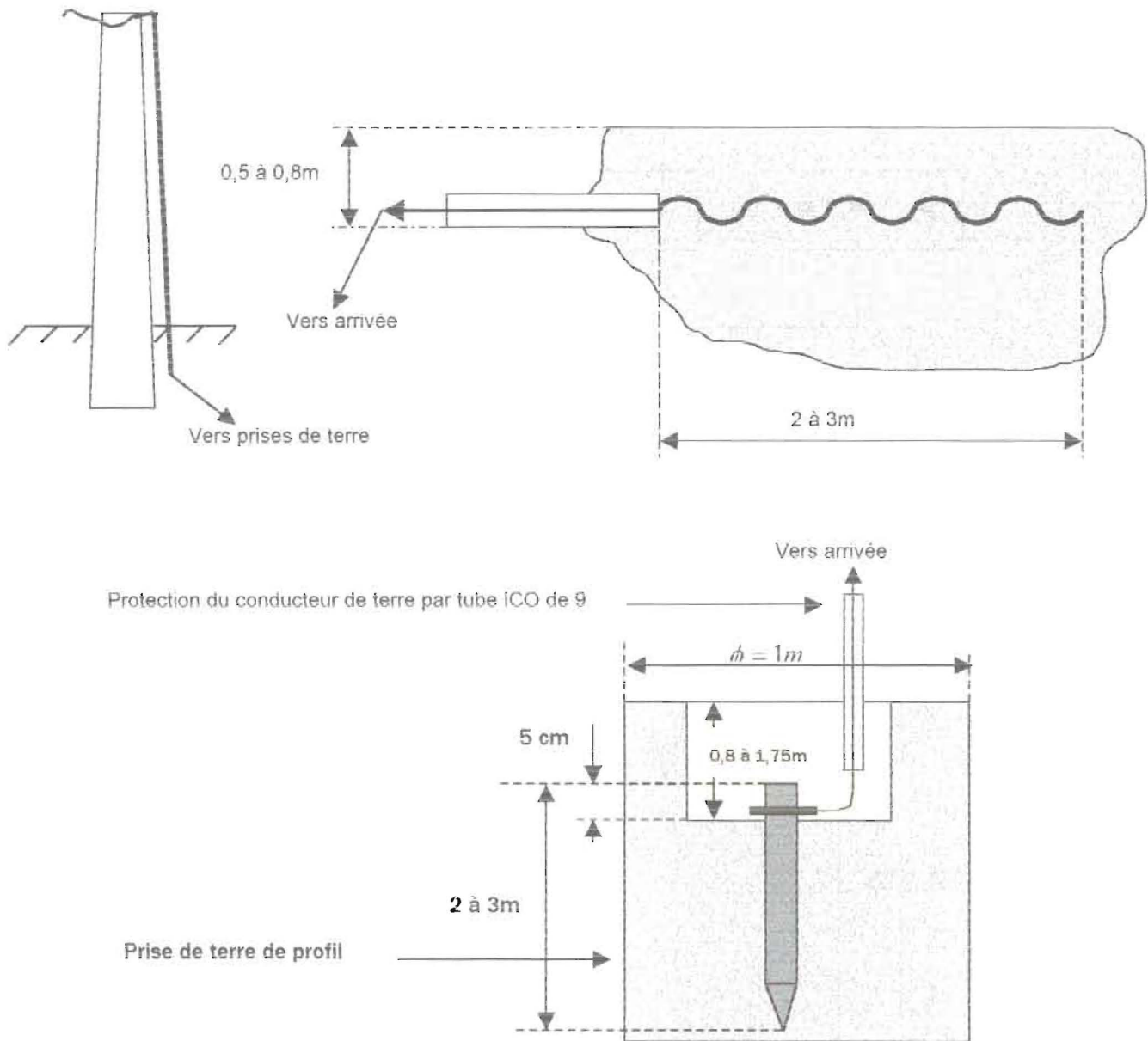


Figure 1.13 Méthodes de réalisation de prises de terre à la SBEE

1.2.5.4.2 Schéma synoptique du réseau de terre à la direction générale de l'OPT

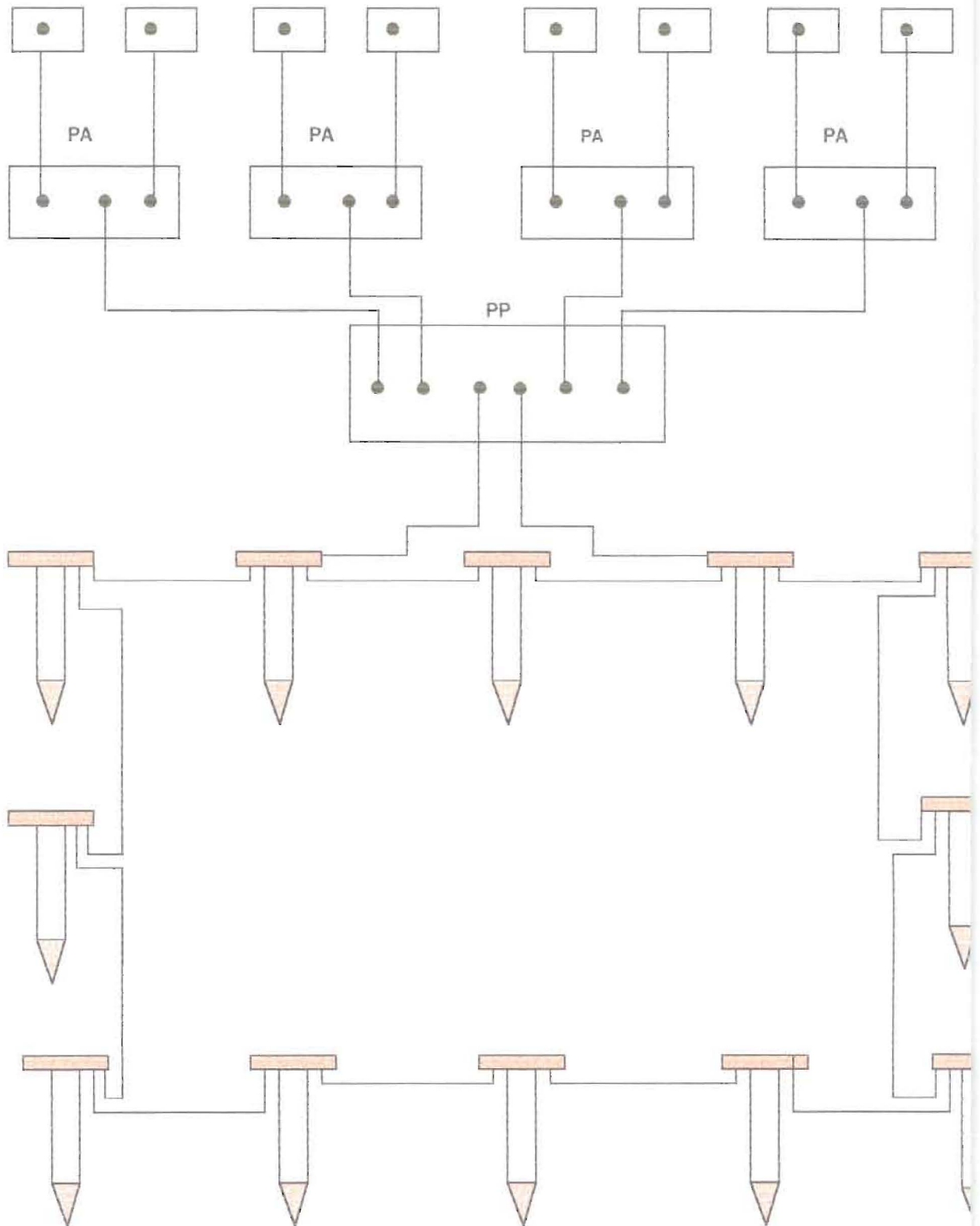


Figure 1.14 Schéma synoptique du réseau de terre de la Direction Générale de l'OPT

1.3.Conclusion

La foudre et le courant de défaut ou de manoeuvre demeurent une menace permanente, vis-à-vis desquels nos systèmes sont de plus en plus sensibles, et paradoxalement ils sont souvent négligés ou mal pris en compte.

Le phénomène naturel que constitue la foudre n'est pourtant pas une fatalité, car il obéit à des lois physiques pour son écoulement et statistiques pour son déclenchement lorsque celui-ci n'est pas déclenché artificiellement.

Toutefois, la conception d'une protection foudre ne sera techniquement et économiquement optimisée que si elle est étroitement liée aux phases d'étude et de construction de la structure à protéger. En particulier, elle devra être envisagée le plus en amont possible, c'est-à-dire dès le début de la planification des structures nouvelles ou de l'installation d'un système dans une structure.

Le problème de la protection des installations électriques et de télécommunications contre les surtensions de défaut et de foudre n'a pas de solution unique. Pour une densité de foudroiement donné, le niveau des contraintes subies dépend directement de la configuration du réseau et du branchement.

Le choix du réseau de terre est intimement lié à la structure du sol. A la SBEE comme à l'OPT au Bénin les prises de terre en forme de piquet sont les plus utilisées compte tenu de la nature hétérogène du sol. La connaissance de la résistivité aux diverses profondeurs est l'une des bases nécessaire pour déterminer la configuration d'un réseau ou prise de terre.

CHAPITRE 2

MESURE DE LA RESISTIVITE DU SOL

2.1 Etude géologique

- 2.1.1 Structure du sol
- 2.1.2 Influence de la température, de l'humidité et de la granulation
- 2.1.3 Quelques valeurs de résistivités de terrains naturels

2.2 Méthodes de mesure de la résistivité du sol

- 2.2.1 Méthode des quatre piquets
 - 2.2.1.1 Principe de mesure
 - 2.2.1.2 Méthode de Schlumberger
 - 2.2.1.3 Méthode de Wenner
 - 2.2.1.4 Notion de profondeur d'investigation
 - 2.2.1.5 Difficultés inhérentes aux mesures de résistivité

2.3 Quelques résultats expérimentaux au Bénin sur les sites de la SBEE et de l'OPT

- 2.3.1 Première série de courbes
- 2.3.2 Deuxième série de courbes
- 2.3.3 Troisième série de courbes

2.4 Conclusion

CHAPITRE 2

MESURE DE LA RESISTIVITE DU SOL

2.1 Etude géologique

L'impédance d'un réseau de terre et la répartition du potentiel dans le sol dépendent des caractéristiques du terrain, c'est à dire de sa résistivité. C'est pourquoi la conception du réseau de terre d'une installation électrique ou de télécommunications doit débiter par une étude de la nature du sol sur lequel il sera réalisé.

2.1.1 Structure du sol

La composition en profondeur d'un sol donné est très complexe et diffère énormément d'un endroit à l'autre. On retrouve en général, des matières organiques, des carbonates, des silicates, des oxydes et hydroxydes qui font du sol un milieu hétérogène. Le sol est donc constitué d'éléments solides (résultat de la dégradation mécanique ou chimique des rochers de l'écorce terrestre) qui s'assemblent en un squelette de particules en ménageant des vides à l'intérieur desquels les fluides (eau et air en général) peuvent exister et circuler. Ainsi la résistivité du sol varie énormément en fonction de la profondeur et du milieu considéré.

2.1.2 Influence de la température, de l'humidité et de la granulation [5]

Le sol intervient surtout par sa résistivité dans le comportement des prises de terre. Or la résistivité des terrains naturels présente les particularités suivantes :

- Elle est extrêmement variable d'un endroit à l'autre selon la température des roches et leur taux d'humidité. Les valeurs extrêmes que l'on rencontre en pratique peuvent s'échelonner dans le rapport de 1 à 1 000 et plus.
- Le sol à un endroit donné est souvent extrêmement hétérogène, tant horizontalement qu'en profondeur.
- La résistivité des couches superficielles du terrain présente de très importantes variations saisonnières sous l'effet de la sécheresse qui l'augmente ou de

l'humidité qui la diminue. Cette action se fait sentir jusqu'à environ 1 ou 2 mètres de profondeur.

- Les résistivités du sol en surface et plus encore en profondeur sont rarement bien

connues avant l'établissement des ouvrages, et c'est souvent la réalisation des prises de terre elles-mêmes qui donne les premières indications sur la qualité des terrains.

Prenant en compte, les résultats de nos enquêtes sur le terrain (SBEE et OPT) et, compte tenu des nombreux cas de perturbations de fonctionnement enregistrés au niveau des deux sociétés, nous proposons désormais que le processus inverse soit de règle. Ainsi, toute réalisation de réseaux de terre doit faire l'objet d'une étude préalable du sol en tenant compte des saisons critiques du milieu.

2.1.3 Quelques valeurs de résistivités de terrains naturels [5]

Nous donnerons, à titre d'exemples, quelques ordres de grandeur de résistivités en ohmmètres. Une résistivité en ohmmètre est numériquement égale à la résistance en ohms d'un cube de 1 mètre de côté.

- Terrains gras, argiles, marnes, sables crayeux humides : quelques dizaines d'ohmmètres pouvant monter à 100 ou 200 pour des argiles très compactes.

- Sols pierreux recouverts d'un gazon maigre : souvent 300 à 400 $\Omega.m$

- Sables siliceux : 200 à 500 $\Omega.m$ à l'état humide, des milliers à l'état sec.

- Tourbières humides pauvres en sels dissous : dans certaines régions montagneuses, jusqu'à 150 ou 300 $\Omega.m$

- Roches calcaires : quelques dizaines d'ohmmètres en cas d'imprégnation par des eaux souterraines, 1 000 à 3 000 à l'état sec.

- Roches anciennes (granits, schistes, basaltes, etc.) : la résistivité est d'autant plus grande que la roche est compacte et plus ancienne. Elle peut atteindre des dizaines de milliers d'ohmmètres pour des granits très sains et très secs, mais descend souvent à des valeurs comprises entre 1 000 et 5 000. Dans le cas de roches très altérées et mêlées d'argiles, elle peut tomber à une centaine d'ohmmètres.

- Les ballasts, les bétons secs sont très bons isolateurs. En revanche, le béton enterré dans un sol humide a une résistivité qui ne dépasse guère la centaine d'ohmmètres.

Un autre élément important de la constitution du terrain est sa granulation qui influe à la fois sur sa porosité et son pouvoir rétenteur d'humidité et sur la qualité du

contact avec les électrodes. Les sols à gros grains : graviers cailloux, etc., se prêtent mal à l'établissement de bonnes prises de terre et l'on doit souvent y remédier en entourant la surface des électrodes d'une certaine épaisseur de terre fine et grasse ou d'un autre matériau relativement conducteur.

2.2 Méthodes de mesure de la résistivité du sol

Il a été précisé précédemment que la conception d'un réseau de terre doit débiter par une étude de la résistivité du sol dans lequel il sera réalisé. Pour un réseau de terre, il est nécessaire de connaître le profil de la résistivité du sol suivant la profondeur de manière à choisir la disposition des conducteurs de terre et à prévoir les caractéristiques électriques du réseau de terre.

Diverses méthodes sont utilisés pour déterminer la résistivité d'un terrain à savoir :

- La méthode du prélèvement d'échantillons
- La méthode des deux électrodes
- La méthode d'une électrode connue (piquet par exemple)
- La méthode des quatre piquets.

Les deux premières méthodes ne fournissent que des indications très locales, et par conséquent, très insuffisantes, voire trompeuses, pour la conception des prises de terre. La troisième méthode a l'avantage de fournir une mesure globale, mais elle ne s'applique bien que si la prise de terre à implanter est de dimensions comparables à celle de l'électrode utilisée comme référence. La méthode la plus utilisée pour déterminer la résistivité du sol est celle des « quatre électrodes » qui possède deux variantes, la méthode de Schlumberger et celle de Wenner, qui se distinguent par la disposition des piquets de mesure.

2.2.1 Méthode des quatre piquets [33]

2.2.1.1 Principe de mesure

Pour connaître à l'aplomb d'un point O la résistivité du sol en fonction de la profondeur, on fait circuler à l'aide d'un générateur G un courant I entre deux prises de terre ponctuelles de très petites dimensions A et B (fig. 2.1)

En sol homogène de résistivité , la valeur du champ E au point O qui est dû à la présence des charges électriques de signes contraires venant de A et B a pour valeur :

$$E = \frac{\rho}{2\pi} \left[\frac{(+I)}{AO^2} - \frac{(-I)}{OB^2} \right] \quad (2.1)$$

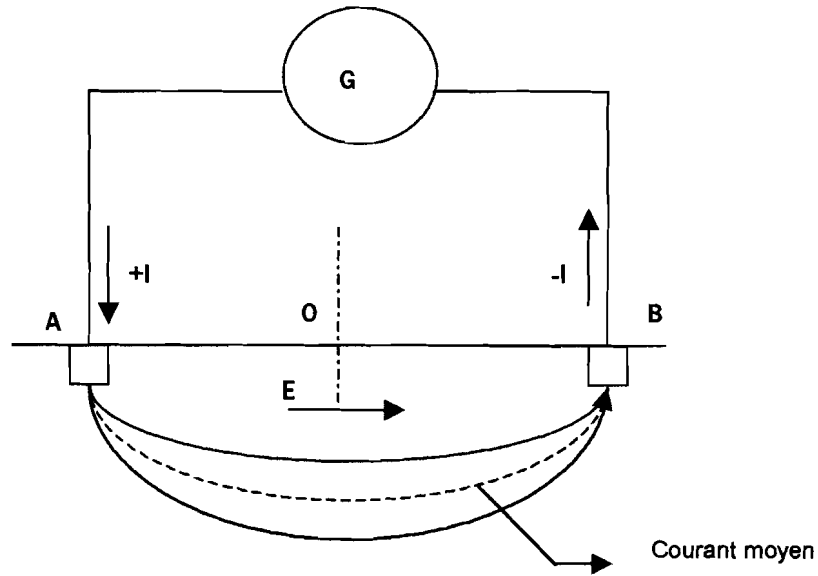


Figure 2.1 Mesure de la résistivité à l'aplomb du point O

Si le point O est situé au milieu de AB , tel que $AO = OB = x$, on en déduit la formule suivante de la résistivité du sol sous le point O .

$$\rho = \pi x^2 \frac{E}{I} \quad (2.2)$$

Le sol étant rarement homogène, la formule exprime la résistivité apparente des couches cumulées du sol sous le point O jusqu'à la profondeur atteinte par le filet de courant moyen circulant entre les électrodes A et B .

2.2.1.2 Méthode de Schlumberger

En pratique, on détermine le champ électrique E en faisant le rapport entre la différence de potentiel ΔV , qui existe entre deux sondes de terre C et D disposées symétriquement à O , et leur écartement ΔL .

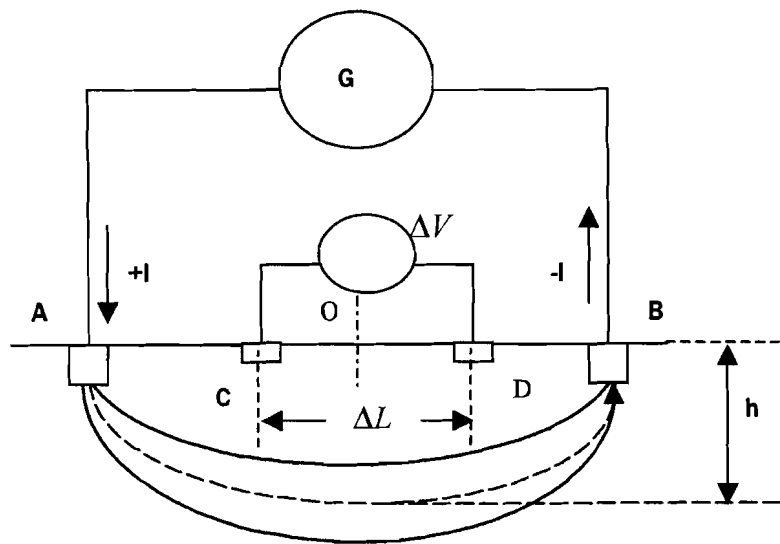


Figure 2.2 Principe de mesure de la résistivité apparente

$$E = \frac{\Delta V}{\Delta L} \quad (2.3)$$

La différence de potentiel ΔV peut-être exprimée en fonction de la distance respective des points C et D par rapport aux courants $+I$ et $-I$.

On obtient la relation suivante :

$$\Delta V = V_C - V_D = \frac{\rho_a \cdot I}{2\pi} \left[\left(\frac{1}{AC} - \frac{1}{CB} \right) - \left(\frac{1}{AD} - \frac{1}{DB} \right) \right] \quad (2.4)$$

On en déduit la valeur de la résistivité apparente des couches cumulées du sol sous le point O .

$$\rho_a = \frac{2\pi}{\frac{1}{AC} - \frac{1}{CD} - \frac{1}{AD} + \frac{1}{DB}} \cdot \frac{\Delta V}{I} \quad (2.5)$$

C'est la formule générale pour la mesure de la résistivité apparente des sols quelle que soit la longueur des segments en négligeant l'enfoncement des piquets dans le sol. Le terme $\Delta V/I$ est la résistance R qui est mesurée avec le telluromètre à quatre bornes dont le circuit voltmétrique est relié aux prises C et D et le circuit ampèremètre aux points A et B.

Dans le cas où le sol est homogène, la résistivité apparente est identique à la résistivité réelle.

2.2.1.3 Méthode de Wenner

La méthode de mesure de résistivité apparente des sols la plus utilisée est celle de Wenner dans laquelle les quatre électrodes sont disposées en ligne et équidistantes.

L'appareil de mesure est un telluromètre classique. Les deux électrodes extrêmes sont celle d'injection du courant de mesure I ; les deux centrales sont les électrodes de mesure de potentiel ΔV (figure 2.3).

Le point O de mesure de la résistivité se trouve au milieu d'un système symétrique entre les électrodes de potentiel. La distance a entre deux électrodes adjacentes est appelée "base de mesure" ; la distance entre les électrodes extrêmes est "la ligne d'émission" ; (elle est égale à $3 \cdot a$ avec la méthode de Wenner).

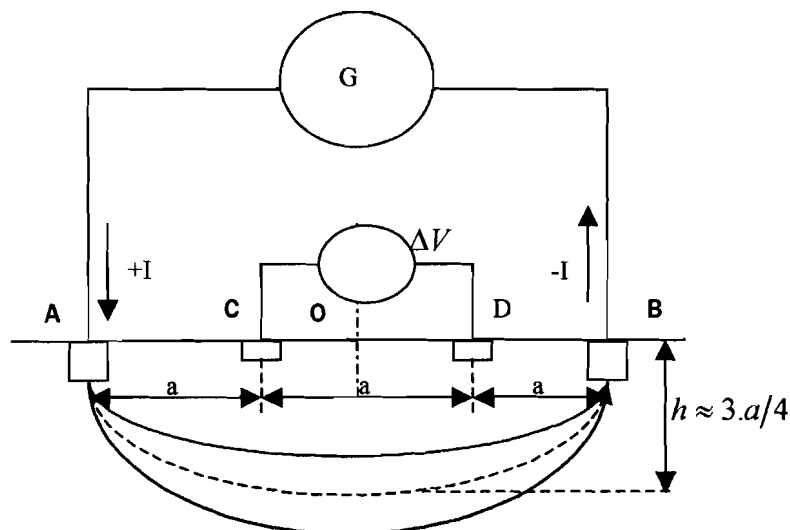


Figure 2.3 Méthode de WENNER de mesure de résistivité de sol

La formule générale donnant la valeur de la résistivité apparente cumulée des couches de terrain situées sous le point de mesure se trouve simplifiée avec la méthode de Wenner. Elle devient :

$$\rho_a = 2.\pi.a.R \quad (2.6)$$

ρ_a : résistivité apparente en ohmmètres

a : base de mesure en m.

R : valeur en ohms, lue sur le telluromètre pour obtenir l'équilibre du galvanomètre.

2.2.1.4 Notion de profondeur d'investigation [33]

A l'aplomb des deux électrodes centrales (mesure du potentiel), la densité de courant dans le sol décroît régulièrement lorsque la profondeur augmente. Le courant pénètre d'autant plus profondément dans le sol que les électrodes d'injection du courant sont éloignées.

La résistivité apparente mesurée par la méthode de Wenner est donc une moyenne des résistivités réelles du terrain, chaque valeur étant pondérée par la densité de courant à la profondeur considérée. En pratique, on peut admettre que la résistivité apparente est essentiellement celle des couches comprises entre la surface du sol et la profondeur à laquelle la densité du courant n'a que la moitié de sa valeur en surface

En sol homogène, cette « profondeur d'investigation » h est de l'ordre de grandeur de la distance a séparant deux piquets adjacents (h est compris entre a et $0,75*a$).

2.2.1.5 Difficultés inhérentes aux mesures de résistivité [33]

On a déjà dit que les variations climatiques saisonnières influent sur la résistivité des couches superficielles d'un terrain. C'est pourquoi il faut noter soigneusement les conditions climatiques lors des mesures de résistivité (température et humidité) et, si possible renouveler les mesures à des époques différentes de l'année.

Les mesures de résistivité peuvent se trouver compliquées par la présence dans la zone prospectée de corps métalliques, de filons obliques de terrain très résistants ou très conducteurs venant affleurer la surface. Le franchissement d'un tel "obstacle" par, l'électrode d'injection produit une modification du cheminement dans le

sol des filets de courant et par là même du champ électrique sous le point de mesure. Pour mettre en évidence ces causes perturbatrices, toujours possibles ou pour, plus simplement, vérifier qu'il n'existe pas de variations sensibles dans l'homogénéité du sous-sol étudié, il faut effectuer deux mesures pour un même point d'investigation, suivant deux axes perpendiculaires ; il est également recommandé de confirmer les résultats obtenus en procédant à des mesures en un autre point proche, situé dans la même zone géologique.

Une autre cause possible de perturbations lors des mesures de résistivité du sol est liée aux caractéristiques de l'équipement utilisé. On choisit généralement un telluromètre fonctionnant avec un courant d'injection alternatif pour les mesures de résistivités de terrains. Le courant alternatif permet en effet d'éliminer l'effet parasite de la polarisation des électrodes produit par le courant continu.

2.3 Quelques résultats expérimentaux au Bénin sur les sites pilotes de l'OPT et de la SBEE.

Dans le cadre de l'accord de convention de recherche appliquée signé entre l'OPT, la SBEE et le CPU, il est prévu l'installation des sites pilotes sur les domaines de l'OPT et de la SBEE pour la mesure de la résistivité du sol dans les six départements du Bénin.

La campagne de mesure lancée depuis 1996, nous permet de mettre en évidence le comportement de la résistivité du sol dans chaque département selon les périodes.

- La première série nous permet de constater la disparité qui peut exister entre les résistivités à différents endroits du même département dans la même période de l'année.
- La deuxième série de courbes nous montre l'allure des résistivités du sol de quelques sites de l'OPT et de la SBEE en fonction de l'espacement a en mètres pour différentes périodes.
- La troisième série de courbes présente les différentes allures éventuelles de courbes rencontrées sur le terrain

2.3.1 La première série de courbes

Ces mesures ont été effectuées en décembre 1996 dans le sud , le centre et le nord du département de l'Atacora pour apprécier le comportement de la résistivité du sol dans ces trois régions dudit département. La figure 2.4 nous prouve que la résistivité du sol dans le département de l'Atacora d'un endroit à l'autre est variable et ne dépend pas de la position d'une localité par rapport à l'autre. (Voir la cartographie du Bénin en annexe III).

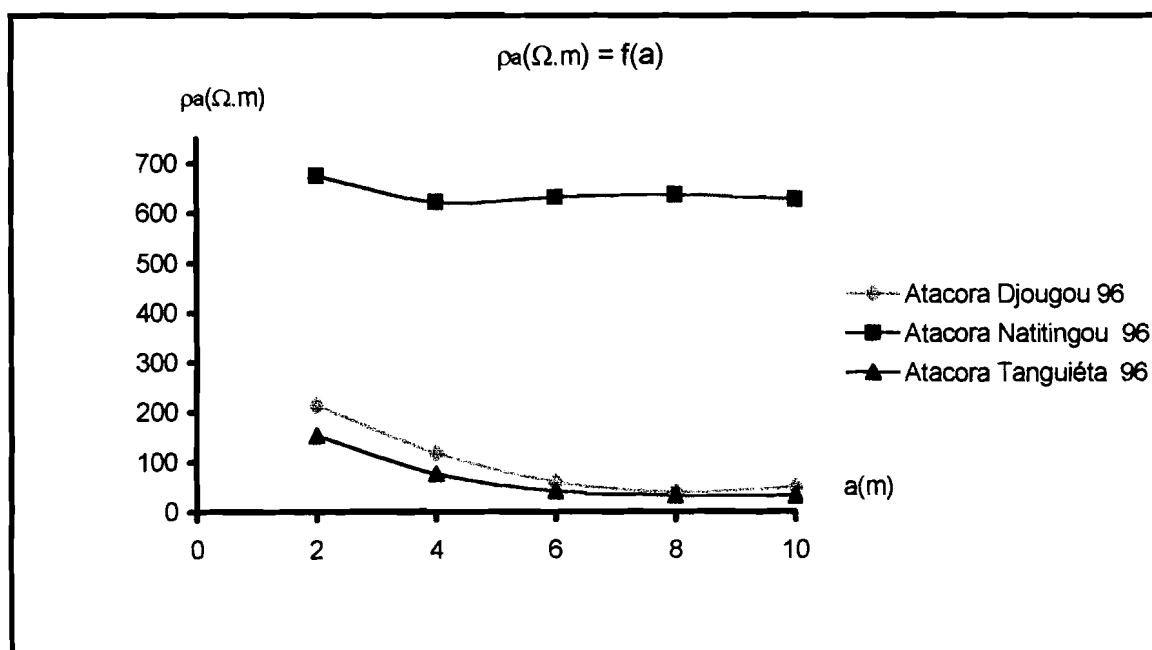


Figure 2.4 résistivités de sol mesurées à Djougou, Natitingou et Tanguiéta en décembre 1996

2.3.2 La deuxième série de courbes.

Ces mesures ont été effectuées sur les mêmes sites en décembre 1996 et en novembre 1997 sur les domaines de la SBEE d'une part, dans le département du Zou à Covè (figure 2.5), et d'autre part sur les sites de l'OPT dans les départements de l'Atacora (figure 2.6) et de l'Atlantique (figure 2.7) en décembre 1998 et novembre 1999. Ces deux séries de courbes montrent l'évolution de la résistivité du sol dans ces deux départements avec le temps.

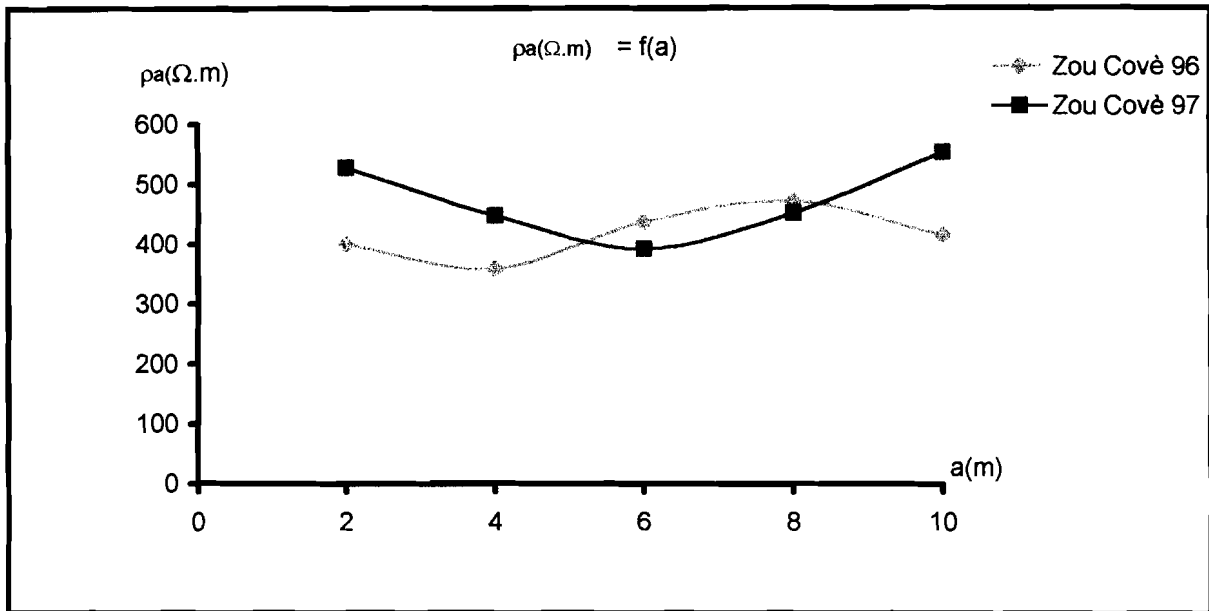


Figure 2.5 résistivités de sol mesurées à Cové en décembre 1996 et en novembre 1997 sur les sites de la SBEE

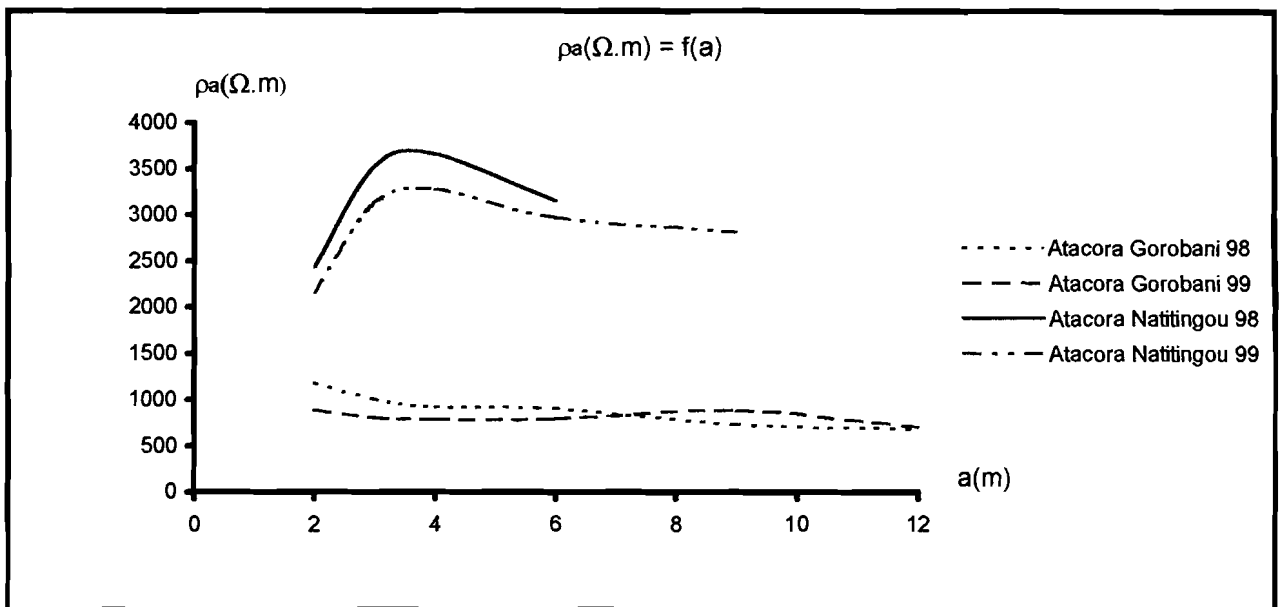


Figure 2.6 résistivités de sol mesurées en décembre 1998 et en novembre 1999 sur les sites de l'OPT

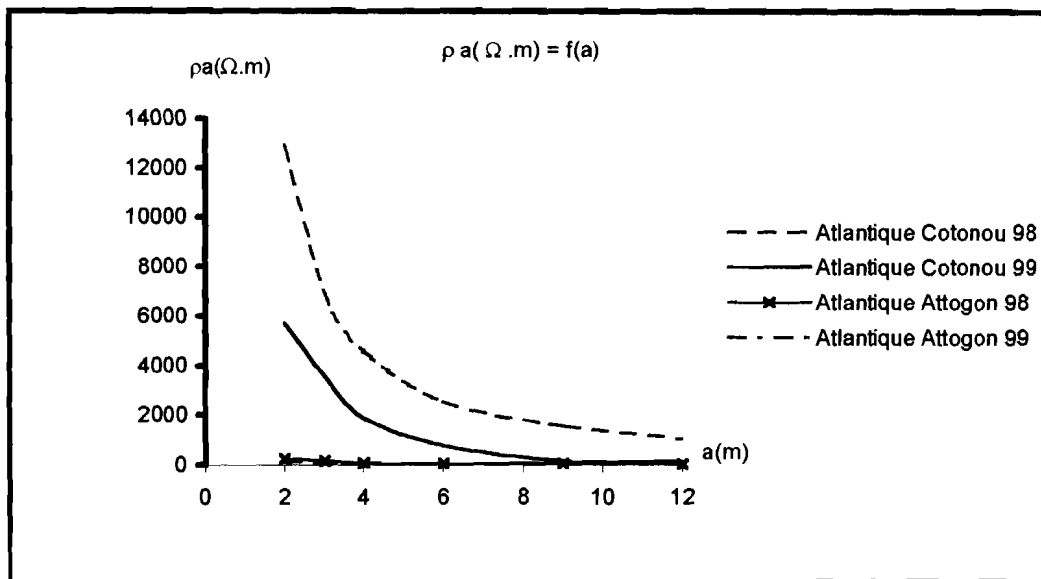
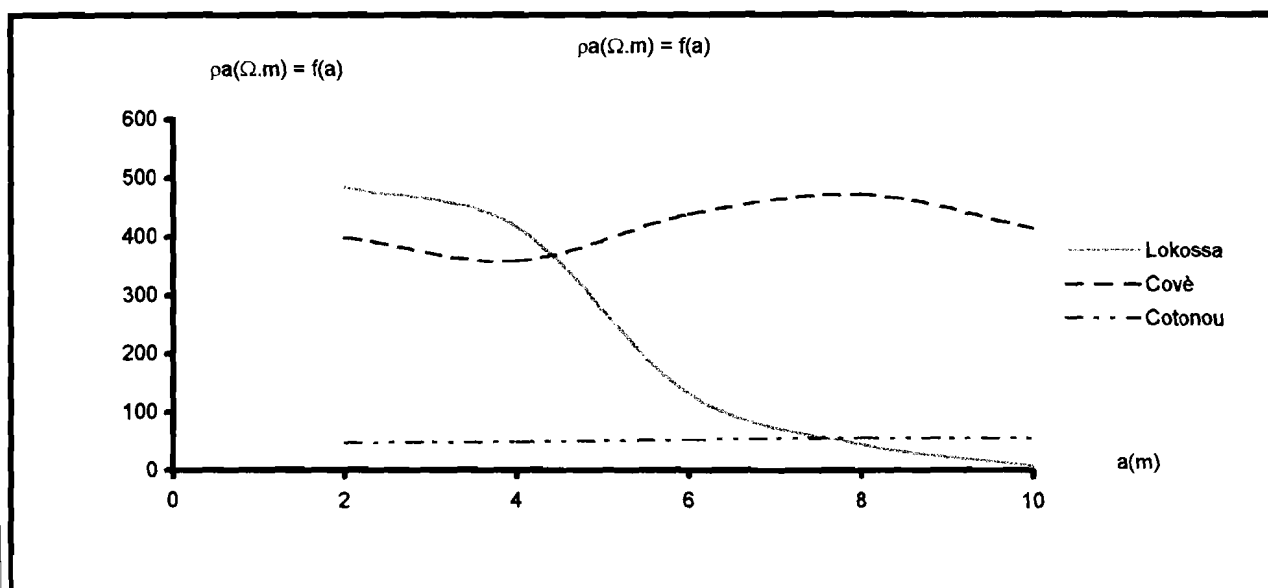


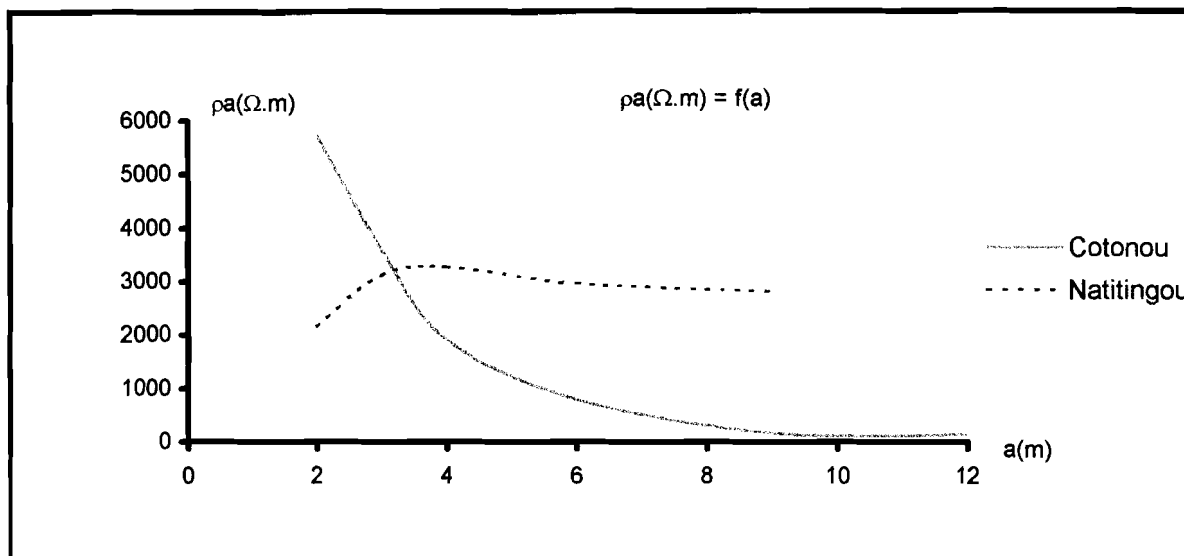
Figure 2.7 résistivités de sol mesurées en décembre 1998 et en novembre 1999 sur les sites de l'OPT

2.3.3 La troisième série de courbes.

Ces dernières séries nous permettront de mettre en évidence les différentes allures éventuelles de courbes de résistivités que l'on peut rencontrer dans les différentes localités du Bénin (figure 2.8 et figure 2.9)



Figures 2.8. allures particulières de courbes à Lokossa, Covè et Cotonou



Figures 2.9. allures particulières de courbes à Natitingou, et Cotonou

La figure 2.4 nous amène à conclure que la structure du sol de Djougou est presque identique à celle de Tanguéta avec des résistivités moins importantes que le sol de Natitingou.

Les figures 2.6 et 2.7, non seulement, nous permettent d'apprécier la variation de la résistivité avec le temps dans les départements de l'Atlantique et de l'Atacora, mais aussi, elles nous permettent de constater que ceux sont des zones à fortes résistivités. Le phénomène se justifie par le fait que Natitingou est une zone montagneuse tandis que Cotonou est une zone sablonneuse et les mesures sont effectuées pendant la grande saison sèche au Bénin c'est à dire pendant les mois de Novembre et Décembre.

Les deux dernières séries de courbes nous ont permis d'identifier cinq catégories d'allures de courbes au cours de nos mesures dans les différentes localités du Bénin

2.4 Conclusion

La réalisation d'un réseau ou prise de terre est toujours guidée par une approche trilogique :

- étude de la source perturbatrice
- étude de l'installation perturbée

- étude de la structure du sol et choix de la configuration du système de terre.

De nos jours, les sources perturbatrices, en particulier les études sur la foudre sont assez avancées. Des travaux nous permettent d'avoir aujourd'hui des connaissances bien établies de physique des phénomènes orageux par la vision planétaire des orages par les observations par satellites ou les mécanismes d'initialisation des décharges électriques au sein des nuages.

Plusieurs articles traitent des moyens et méthodes de protection des divers équipements et installations particulièrement sensibles à la foudre et au courant de défaut, soit par leurs situations exposées soit par leurs particularités techniques.

Par contre le choix de la configuration du réseau ou prise de terre demeure un problème permanent pour les chercheurs compte tenu de la nature variable du sol horizontalement, aussi bien qu'en profondeur avec les variations saisonnières. Les courbes issues des mesures effectuées sur les différents sites de la SBEE et de l'OPT au Bénin justifient parfaitement de l'existence du problème de façon permanente.

CHAPITRE 3

CALCUL DE LA RESISTIVITE DU SOL ET DE LA RESISTANCE DE TERRE DANS UN MILIEU HETEROGENE.

INTRODUCTION

3.1 Méthodes de calcul analytiques des résistivités du sol.

- 3.1.1 Etudes d'un modèle à deux couches
- 3.1.2 Application à la méthode de Wenner
- 3.1.3 Interprétation de quelques mesures expérimentales effectuées sur les sites de la SBEE et de l'OPT au Bénin.

3.2 Calcul de la résistance d'un réseau de terre dans un milieu homogène

- 3.2.1 Méthodes de calcul analytiques
- 3.2.2 Méthodes de calcul numériques
 - 3.3.2.1.1 Méthode des réseaux

3.3 Etude de la résistance de terre dans un modèle à deux couches.

- 3.3.1 Méthode des images
 - 3.3.1.1 Piquet de terre pénétrant la couche supérieure d'un modèle à deux couches.
- 3.3.2 Méthode alternative de calcul
 - 3.3.1.2 Cas de piquet pénétrant les deux couches

3.4 Conclusion

CHAPITRE 3

CALCUL DE LA RESISTIVITE DU SOL ET DE LA RESISTANCE DE TERRE DANS UN MILIEU HETEROGENE

INTRODUCTION

Comme nous avons déjà expliqué dans le chapitre 2, le sol est presque toujours non homogène et ces non-homogénéités peuvent prendre beaucoup de formes. Dans la plupart des cas, plusieurs couches de sol peuvent être de terre grasse, sable, gravier, argile ou mélange de ces derniers, et de roche. Ces couches peuvent être approximativement horizontales et parallèles sur la surface ou peuvent être inclinées sous un angle sur la surface. Du point de vue théorique le problème des couches parallèles est comparativement simple, bien que le résultat ne puisse être considéré comme simple.

Des changements transversaux de la résistivité peuvent être produits par un défaut vertical, et le sol de chaque côté de ce défaut peut être de différents constituants, ou les profondeurs des diverses couches peuvent changer.

Dans le chapitre présent, nous étudierons le problème des couches parallèles par la méthode analytique.

Le problème de la détermination de la résistance d'un réseau de terre et de la répartition du potentiel dans le sol est, sauf dans le cas d'une électrode hémisphérique enfouie à la surface d'un terrain homogène, extrêmement complexe. La résistance d'une prise de terre est égale au rapport de son élévation de potentiel, mesuré par rapport à une référence infiniment éloigné (terre lointaine), au courant qu'on y injecte.

Nous aborderons aussi dans ce chapitre le calcul de la résistance de terre par les méthodes numérique, des réseaux et des images. La première servira pour le calcul de la résistance apparente mesurée par la méthode de Wenner.

3.1. Méthodes de calcul analytiques des résistivités du sol

3.1.1. Etude d'un modèle à deux couches [2]

Admettons un modèle à deux couches dont la couche supérieure a une épaisseur h et une résistivité ρ_1 tandis que la couche inférieure est caractérisée par une résistivité ρ_2 (figure 3.1)

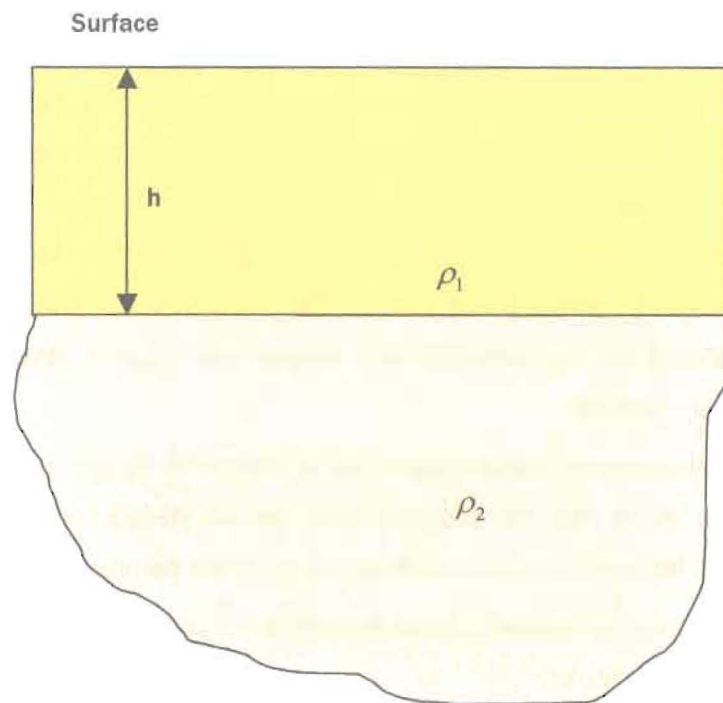


Figure 3.1 représentation du modèle à deux couches

Si nous injectons un courant à partir d'un point quelconque A à la surface, le problème doit se résoudre en calculant le potentiel en tout point du sol et toutes les expressions du potentiel doivent satisfaire les conditions usuelles de la circulation du courant dans un milieu semi-infini.

Supposons V_1 , le potentiel d'un point quelconque de la couche supérieure et V_2 , le potentiel d'un point de la couche inférieure. Ainsi les deux potentiels doivent satisfaire l'équation de Laplace.

$$\nabla^2 V = 0 \quad (3.1)$$

Cette équation de Laplace en coordonnées cylindriques symétriques s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (3.2)$$

Supposons que l'expression (3.2) a pour solution

$$V = \phi(r)e^{\pm \lambda z} \quad (3.3)$$

En remplaçant V par sa valeur dans l'expression (3.2), nous obtenons

$$\frac{d^2 \phi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi}{dr} + \lambda^2 \phi^2 = 0 \quad (3.4)$$

L'équation sous cette forme représente l'équation de BESSEL d'ordre zéro ayant pour solutions classiques $J_0(\lambda r)$ et $Y_0(\lambda r)$. Dans un cas particulier nous obtenons l'intégrale de HANKEL

$$\int \theta(\lambda) Y_0(\lambda r) e^{-\lambda z} . dz \quad \text{et} \quad \int \varphi(\lambda) Y_0(\lambda r) e^{+\lambda z} . d\lambda \quad (3.5)$$

Finalement la résolution de l'équation (3.2) nous permet de définir la valeur du potentiel à n'importe quel point à la distance r de la source A du courant.

$$V = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\left\{ r^2 + (2nh)^2 \right\}^{1/2}} \right] \quad (3.6)$$

$$\text{avec } k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

3.1.2. Application de la méthode de WENNER à un modèle à deux couches

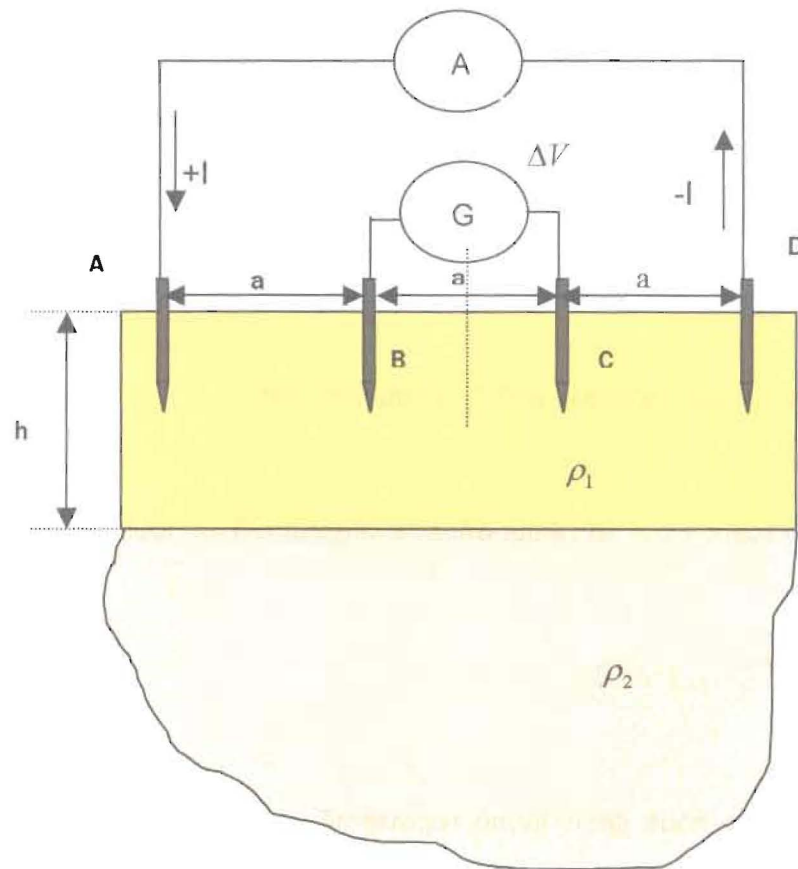


Figure 3.2 configuration de Wenner dans un modèle à deux couches

Ainsi le potentiel en B dû au courant I de la source est :

$$\frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\{a^2 + (2nh)^2\}^{1/2}} \right] \quad (3.7)$$

Le courant sortant de D est à la distance 2a de B, alors le potentiel en B dû au courant D est

$$-\frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{2a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\{4a^2 + (2nh)^2\}^{1/2}} \right] \quad (3.8)$$

Par conséquent le potentiel total en B est

$$V_B = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{2a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{k^n}{\{a^2 + (2nh)^2\}^{1/2}} - \frac{k^n}{\{4a^2 + (2nh)^2\}^{1/2}} \right\} \right] \quad (3.9)$$

Etant donné la symétrie de la figure, il est de toute évidence que la valeur du potentiel en C est égale et de signe opposé à celle de B. Ainsi donc, la différence de potentiel entre les points B et C devient 2V. Désormais :

$$V_{BC} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{a} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{k^n}{\{a^2 + (2nh)^2\}^{1/2}} - \frac{k^n}{\{4a^2 + (2nh)^2\}^{1/2}} \right\} \right] \quad (3.10)$$

On obtient alors

$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{k^n}{\left\{ 1 + \left(\frac{2nh}{a} \right)^2 \right\}^{1/2}} - \frac{k^n}{\left\{ 4 + \left(\frac{2nh}{a} \right)^2 \right\}^{1/2}} \right] \quad (3.11)$$

où ρ_a est la résistivité apparente du modèle à deux couches considéré.

Cette équation est très importante et est la base d'un certain nombre de méthodes de calcul de la résistivité du sol.

Avec cette formule nous aboutissons à une variation régulière de ρ_a en fonction de a , distance entre deux électrodes adjacentes (figure 3.3).

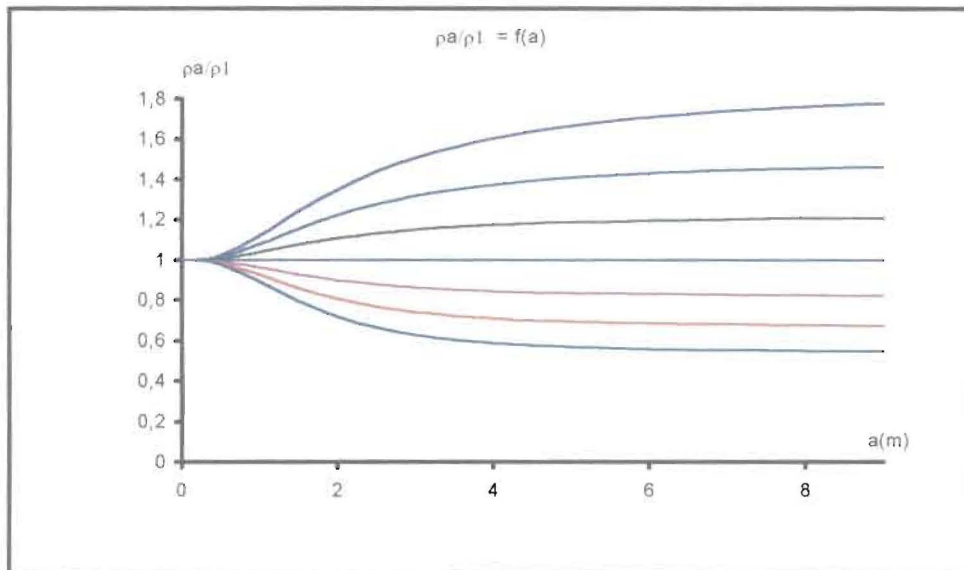


Figure 3.3 $\rho_a/\rho_l = f(a)$ pour un modèle à deux couches

A partir des valeurs de la résistivité apparente, nous pouvons déterminer, pour chaque valeur de a , les valeurs du coefficient de réflexion k en fonction de h . (figure 3.4).

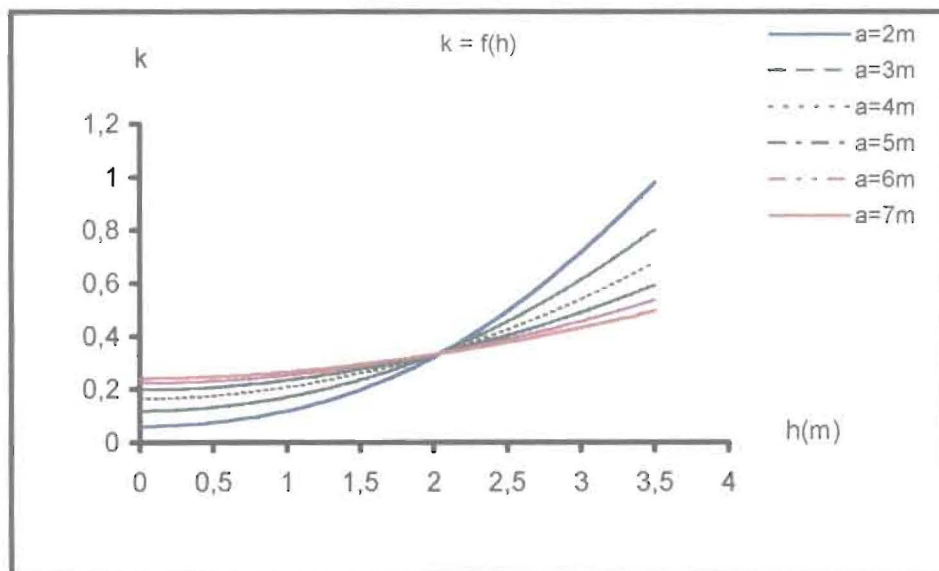


Figure 3.4 $k = f(h)$ pour un modèle à deux couches

3.1.3. Interprétation de quelques mesures expérimentales effectuées sur les sites de la SBEE et de l'OPT au Bénin.

Dans le cadre du projet de recherche appliquée entre la SBEE, l'OPT et le CPU, une campagne de mesures de résistivité de sol a été organisée dans les six départements de la République du Bénin sur les sites de la SBEE et de l'OPT surtout dans les régions les plus exposées aux décharges atmosphériques et très sensibles à la surtension pendant la foudre.

Les figures 3.5 et 3.6 nous donnent l'allure des résistivités apparentes des localités de Bembéréké, Natitingou, Bohicon, Covè d'une part et Porto-Novo d'autre part en fonction de la distance a entre deux électrodes adjacentes.

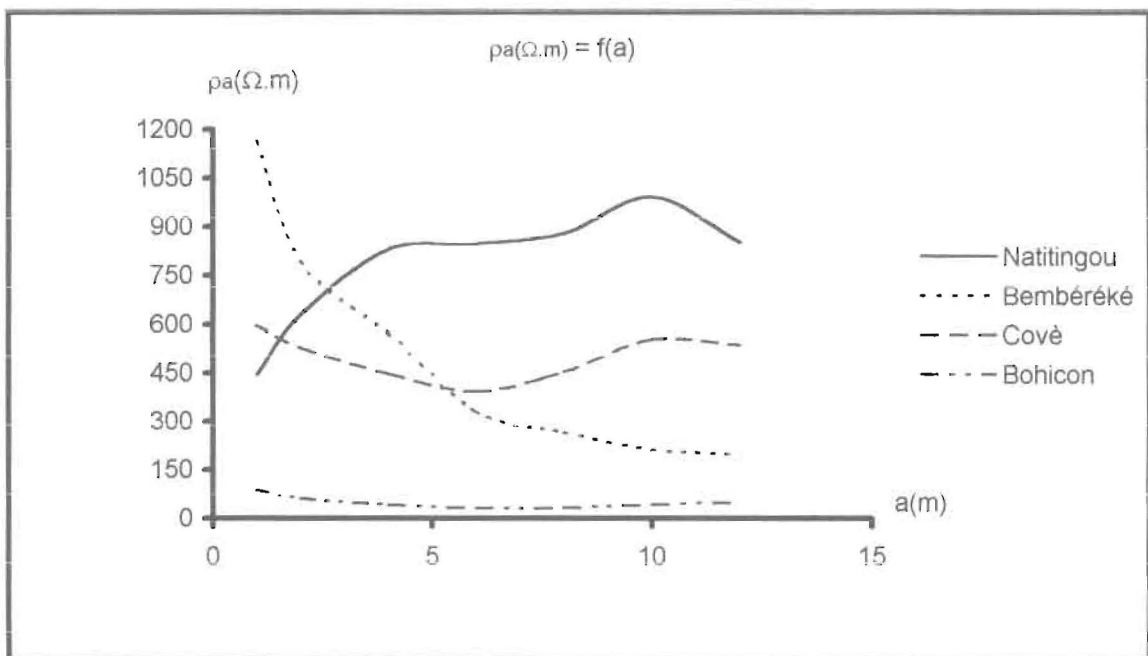


Figure 3.5 Courbes expérimentales $\rho_a = f(a)$

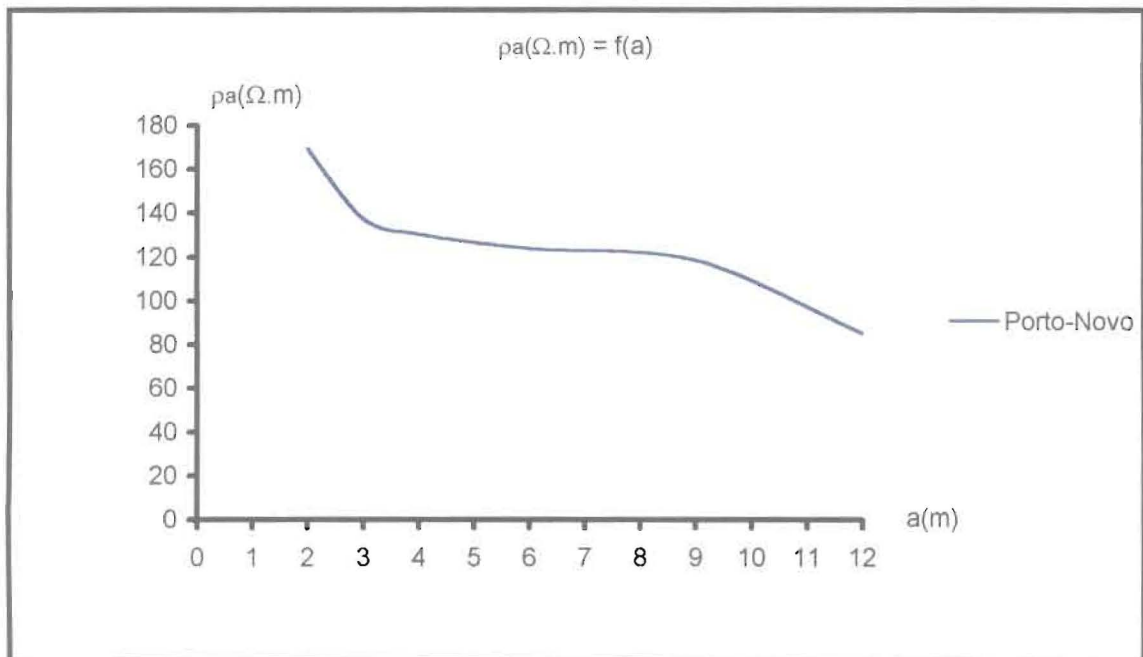


Figure 3.6 Courbe expérimentale $\rho_a = f(a)$ du site de l'OPT à Porto-Novo

A partir de ces valeurs de résistivités obtenues sur le terrain, nous évaluons, à l'image de la figure 3.4 les valeurs de k en fonction de h pour différentes valeurs de a afin d'identifier la structure de chaque localité.

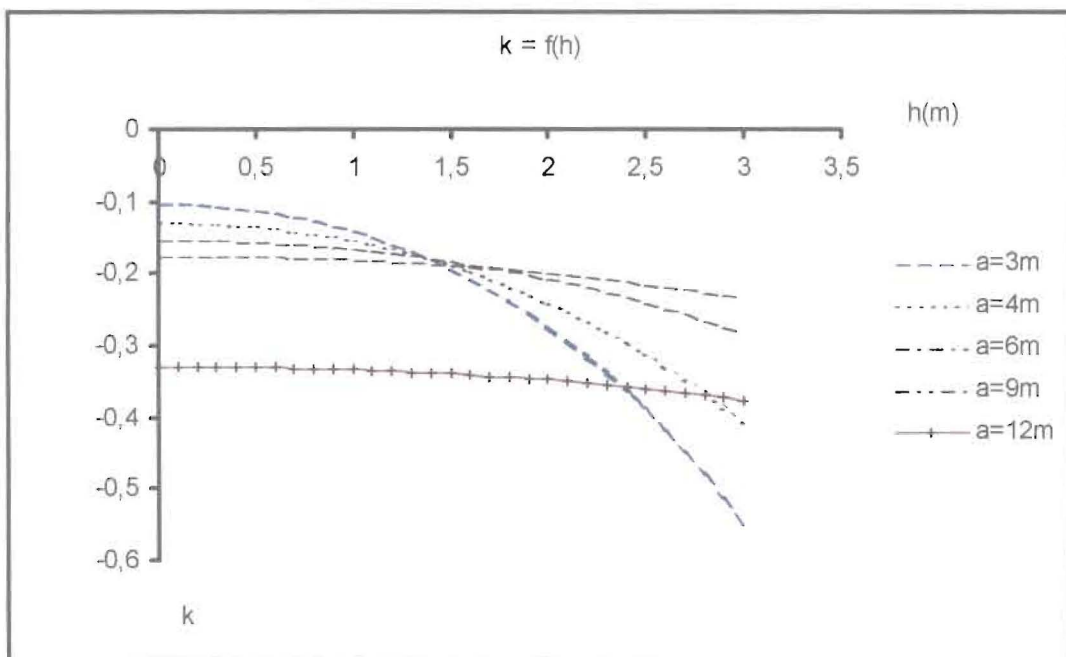


Figure 3.7 $k = f(h)$ pour le site de Porto-Novo

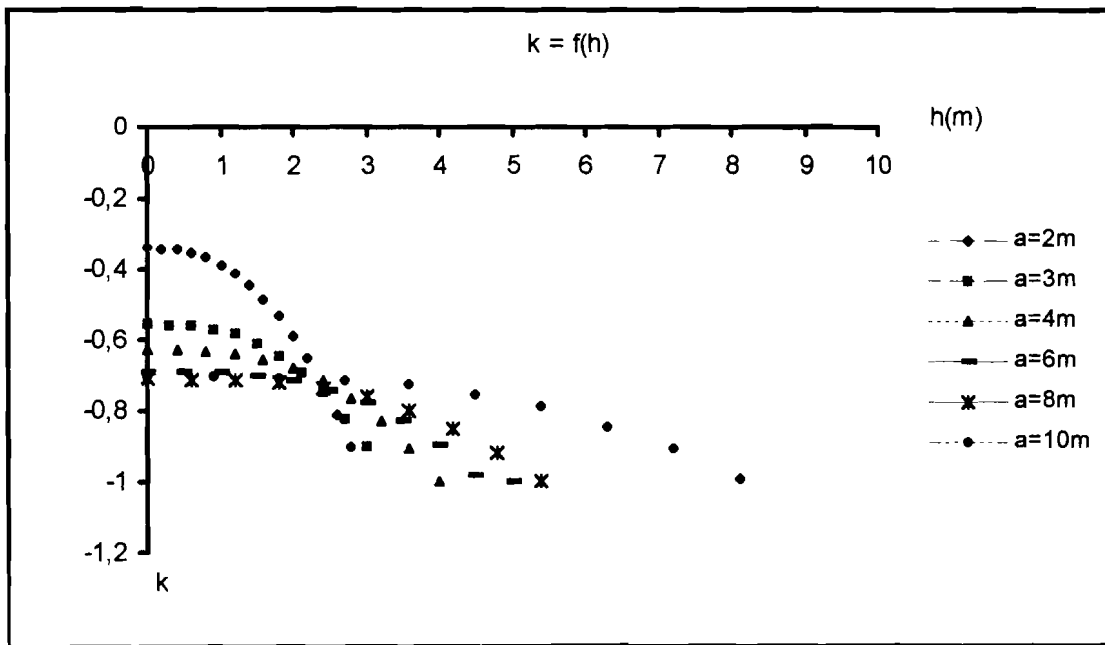


Figure 3.8 $k = f(h)$ pour le site de Bembéréké

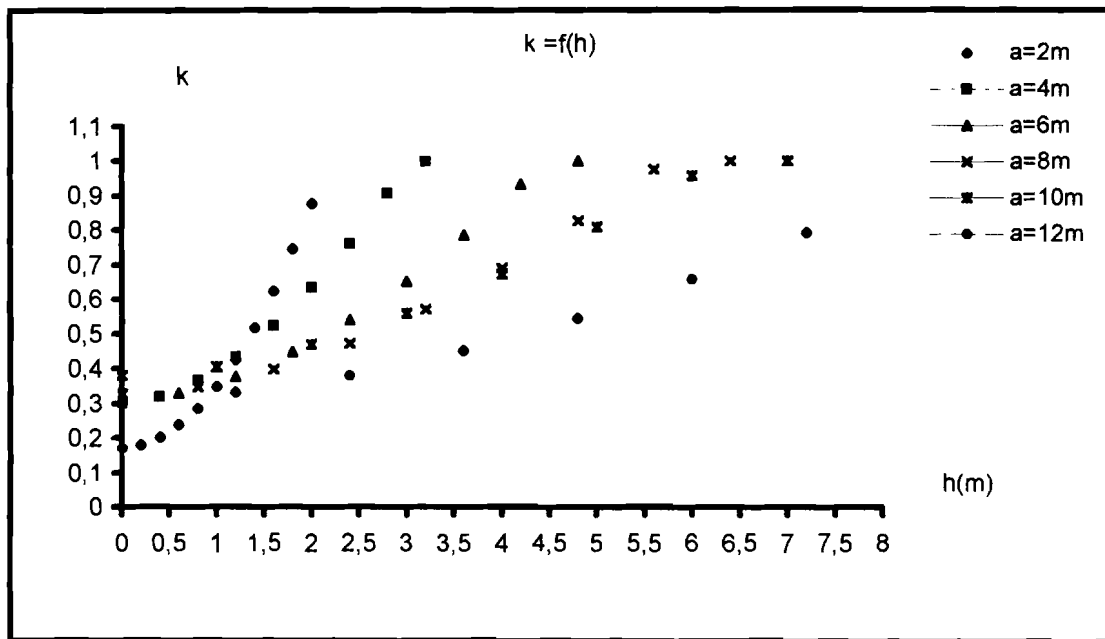
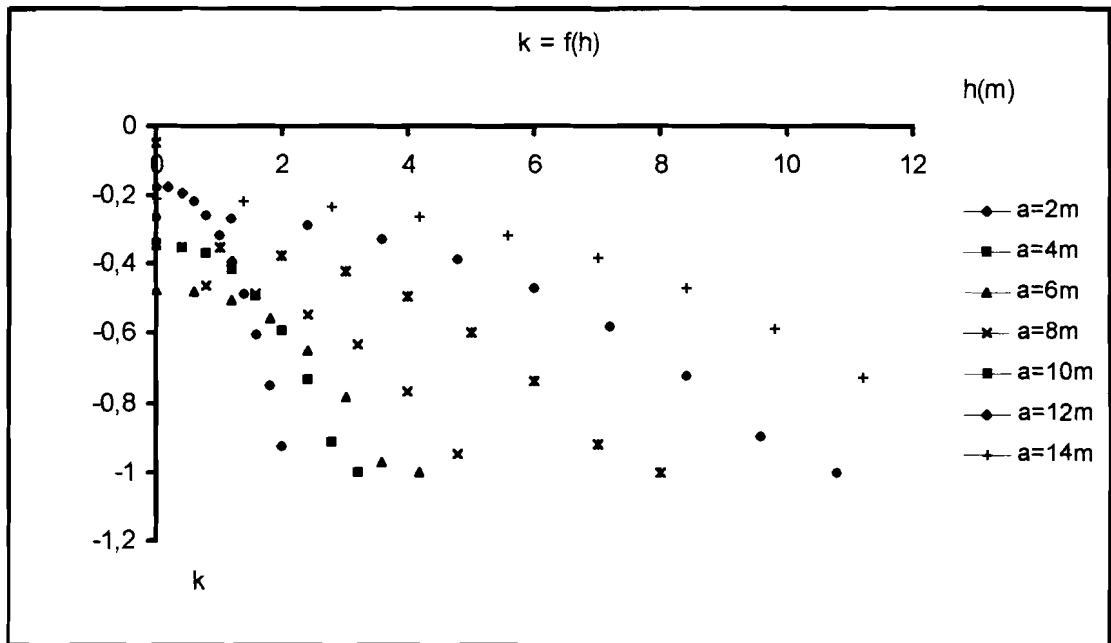
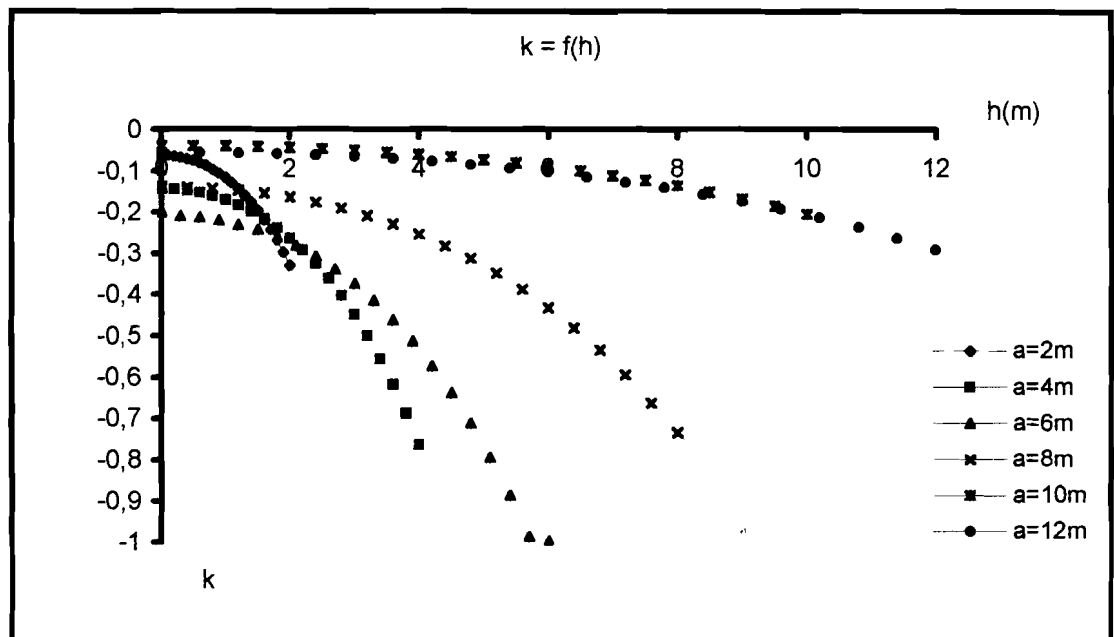


Figure 3.9 $k = f(h)$ pour le site de Natitingou

Figure 3.10 $k = f(h)$ pour le site de BohiconFigure 3.11 $k = f(h)$ pour le site de Covè

Il peut-être vérifié que dans les localités de Bembéréké, Porto-Novo et de Natitingou, avec une variation régulière des résistivités apparentes ρ_a , la profondeur h peut être définie avec une exactitude relativement bonne. Cela n'est pas le cas pour les localités de Bohicon et de Covè. Il justifie de la nécessité de développer une nouvelle méthode de recherche.

Ainsi nous obtenons pour les trois premières localités, les résultats suivants

$$\text{Porto-Novo } \rho_1 = 170\Omega.m ; \rho_2 = 85\Omega.m ; h \approx 1,5m \text{ et } k \approx -0,18$$

$$\text{Bembéréké } \rho_1 = 1160\Omega.m ; \rho_2 = 196\Omega.m ; h \approx 2,5m \text{ et } k \approx -0,72$$

$$\text{Natitingou } \rho_1 = 445\Omega.m ; \rho_2 = 852\Omega.m ; h \approx 1m \text{ et } k \approx 0,38$$

3.2 Calcul de la résistance d'un réseau de terre dans un milieu homogène .

Le problème de la détermination de la résistance d'un réseau de terre et de la répartition du potentiel dans le sol est, sauf dans le cas d'une électrode hémisphérique enfouie à la surface d'un terrain homogène, extrêmement complexe. Toute solution théorique, même satisfaisante pour les besoins pratiques, n'est jamais rigoureuse. Deux méthodes de détermination de la résistance de réseau de terre sont couramment utilisées dans les littératures : les méthodes analytiques et numériques.

3.2.1 Méthodes de calcul analytiques

Les expressions de la résistance de différents réseaux de terre enfouis en terrain homogène sont indiqués pour les cas les plus courants par les formules empiriques étudiés au chapitre 1.

3.2.2. Méthodes de calcul numériques [12]

Depuis les années 1970 plusieurs méthodes de calcul sur ordinateur ont été établies par divers auteurs. Ces méthodes, destinées à combler les lacunes des méthodes analytiques sont avant tout appliquées en pratique à la conception des réseaux de terre d'installation étendues (centrales et grands postes électriques),

notamment lorsqu'il est nécessaire d'évaluer les tensions de pas et de contact et à l'étude de problème de voisinage.

3.2.2.1 Méthode des réseaux [12]

Les méthodes numériques reposent toutes sur le principe de discrétisation, selon lequel une prise de terre filiforme est découpée en un nombre N de petits segments élémentaires rectilignes, repérés par leur indice i - N est d'autant plus élevé que la géométrie de la prise de terre est complexe.

On définit le coefficient R_{ij} comme l'élévation de potentiel du segment (i) lorsque le segment (j) et lui seul écoule dans le sol un courant égal à l'unité. La méthode de calcul des coefficients R_{ij} qui varie selon les auteurs, ne sera pas détaillée ici. En notant C_h le courant (inconnu) écoulé dans le sol par le segment (h), on peut écrire l'expression du potentiel du segment (i) en appliquant le principe de superposition.

$$V_i = \sum_{h=1}^N R_{ij} C_h \quad (3.12)$$

Or le potentiel est constant sur la prise de terre et égal à RI , produit de la résistance R de la prise de terre étudiée (inconnue et faisant l'objet des calculs) et du courant total I s'écoulant de la prise de terre dans le sol (connu par hypothèse). La somme des courants, C_h étant égale à I , on peut former le système d'équations

$$\begin{aligned} R_{11}C_1 + R_{12}C_2 + \dots + R_{1N}C_N - RI &= 0 \\ R_{i1}C_1 + \dots + R_{ih}C_h + \dots + R_{iN}C_N - RI &= 0 \quad (3.13) \\ R_{N1}C_1 + \dots + R_{NN}C_N - RI &= 0 \\ C_1 + \dots + C_h + \dots + C_N &= I \end{aligned}$$

Ces $N+1$ équations permettent de calculer les $N+1$ inconnues que sont la résistance de terre R et les $N+1$ courants C_h . Connaissant ces deux derniers, on peut déterminer le potentiel en tout point du sol.

3.3 Etude de la résistance de terre dans un modèle à deux couches.

Dans le paragraphe précédent, le calcul des résistances de terre a été fondé sur l'hypothèse que le sol est parfaitement homogène, et de sorte qu'une valeur simple de la résistivité de sol soit adéquate. Malheureusement c'est très rarement le cas dans la pratique et un certain type de non-homogénéité est toujours présent. Tout à fait fréquemment ceci prend la forme d'une série de couches qui sont plus ou moins parallèles. La résistance d'une électrode de terre est essentiellement due à la résistance de la terre l'entourant, la présence de ces couches peut affecter la résistance quoique l'électrode soit complètement enterrée dans une couche seulement. Ceci naturellement augmente les difficultés de concevoir une électrode de terre à l'avance, puisque la connaissance de la résistivité de sol est essentielle. Pour faire ceci correctement, il est ainsi nécessaire de faire une enquête de résistivité de la zone dans laquelle l'électrode doit- être placée et analyser les résultats de celle-ci de sorte que la présence de n'importe quelle non homogénéité importante puisse être détectée. Il se produit fréquemment qu'une approximation très bonne aux conditions pratiques peut- être obtenue en supposant que la terre peut- être considérée se composer de deux couches. Généralement, dans la pratique, pour prendre en compte l'état hétérogène du sol, on utilise les électrodes en forme de piquet.

3.3.1 Méthode des images

3.3.1 1 Piquet de terre pénétrant uniquement la couche supérieure d'un modèle à deux couches

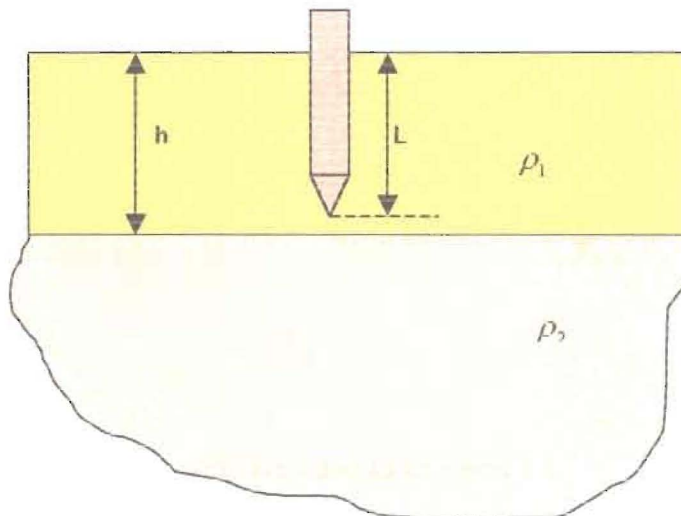


Figure 3. 12. Piquet pénétrant la couche supérieure seule

La couche supérieure a une résistivité ρ_1 et l'épaisseur de cette couche c'est à dire, la profondeur à la deuxième couche, est h . La résistivité de la deuxième couche est ρ_2 et le coefficient de réflexion est défini comme $\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$.

Une tige de longueur L est insérée dans la couche supérieure comme l'indique la figure 3.12. L'effet de la deuxième couche sur la résistance de la tige peut-être calculée approximativement en utilisant la méthode du potentiel moyen et en combinant ceci avec la méthode des images.(figure3.13)

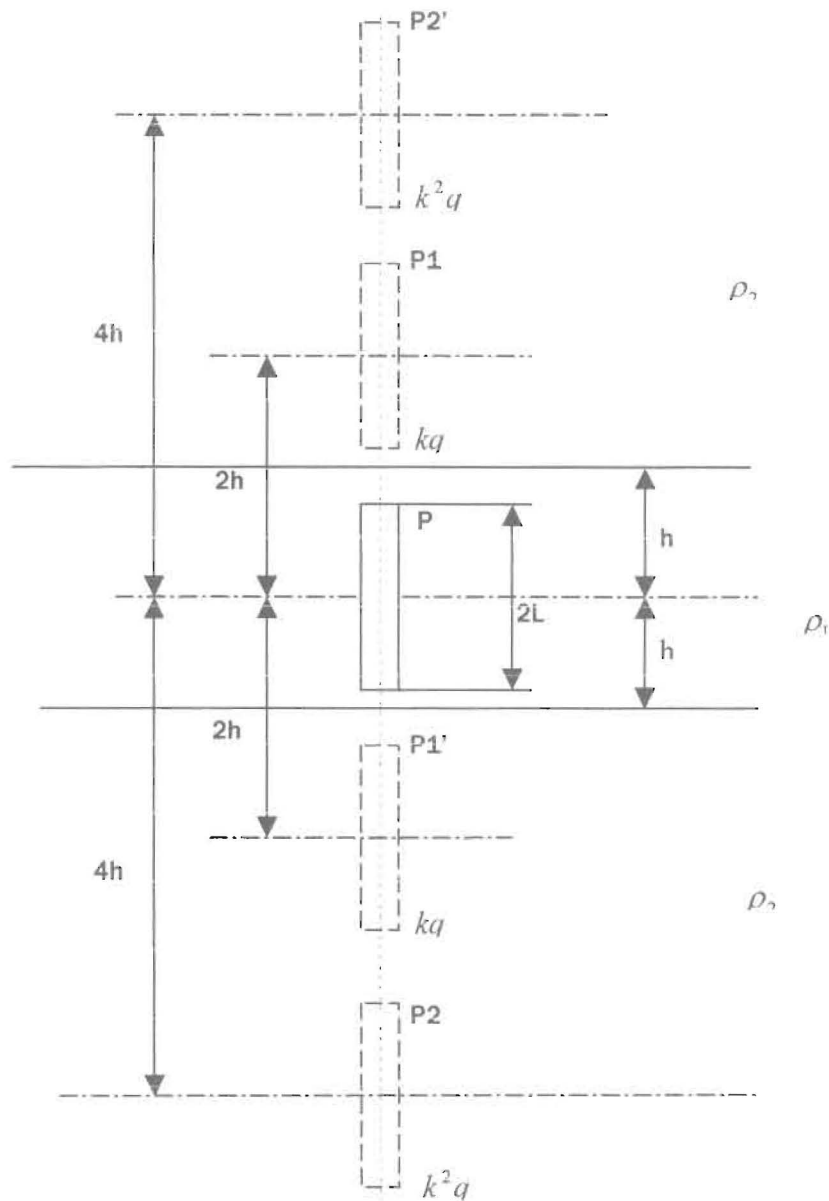


Figure 3.13. Le piquet avec ses images

Tout d'abord, il est nécessaire de remplacer l'agencement de la figure 3.13 par un agencement complètement symétrique comme il est représenté sur la figure 3.14 dans laquelle il y a une couche de résistivité ρ_1 et d'épaisseur $2h$ entre deux couches semi-infinies de résistivité ρ_2 . La tige est combinée avec l'image au dessus de la surface de la terre donnant une source de longueur $2L$ et portant une charge q par longueur de centimètre.

Les quatre premières images sont représentées sur la figure.3.13 La première paire est constituée de P1 et de P1' qui se trouvent à une distance $2h$ du centre de la source. La charge de ces deux images est prise comme $k.q$ par longueur de centimètre, où k est le coefficient de réflexion $\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$. La deuxième paire d'images est P2 et P2' à une distance $4h$ du centre de la tige source, et la charge de ces dernières sera $k^2.q$, de même que la nième paire d'images sera à une distance $2nh$ et la charge sera $k^n.q$

La nième image est montrée sur la figure 3.14. Le problème se résout en calculant le potentiel moyen au-dessus de la tige source dû à la charge sur cette image et en additionnant le résultat pour une série infinie d'images.

Considérons un point O sur la tige source à une distance y du centre et un élément de distance dx de l'image à une distance x de son centre. Cet élément portera une charge de $k^n.q.dx$

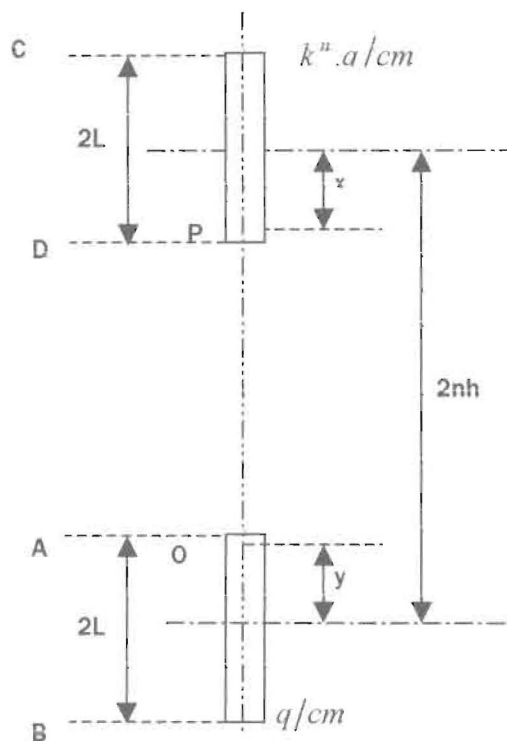


Figure 3.14. Le piquet et son nième image

Le potentiel en O dû à cet élément sera :

$$\frac{k'' q \cdot dx}{(2nh - x - y)} \quad (3.14)$$

Tout le potentiel en O dû à la charge totale sur l'image est :

$$\int_{x=-L}^{x=+L} \frac{k'' q \cdot dx}{(2nh - x - y)} = k'' q \{ \ln(2nh + L - y) - \ln(2nh - L - y) \} \quad (3.15)$$

Ainsi le potentiel moyen de la tige dû à la charge de l'image est :

$$\frac{1}{2L} \int_{y=-L}^{y=+L} k'' q \{ \ln(2nh + L - y) - \ln(2nh - L - h) \} dy \quad (3.16)$$

Sachant qu'il y a deux images à la distance $2nh$, portant $k'' \cdot q$ de charge par longueur de centimètre, tout le potentiel dû à la série d'images est :

$$V = \sum_{n=1}^{n=\infty} k'' q [\ln(2nh + 2L) - \ln(2nh - 2L)] \quad (3.17)$$

Des calculs pour une tige simple, on déduit le potentiel dû à sa propre charge :

$$2 \cdot q \left\{ \ln \frac{4L}{a} - 1 \right\} \quad (3.18)$$

où a est le rayon de la tige.

Le potentiel total de la tige est :

$$2q \left\{ \ln \frac{4L}{a} - 1 \right\} + \sum_{n=1}^{n=\infty} k^n q [\ln(2nh + 2h) - \ln(2nh - 2h)] \quad (3.19)$$

Par conséquent la valeur de la capacité de toute la combinaison est :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{L} \left\{ \ln \frac{4L}{a} - 1 \right\} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{k^n}{2L} \ln \frac{(2nh + 2L)}{2nh - 2L} \quad (3.20)$$

et ainsi la résistance de la tige devient :

$$R = \frac{\rho_1}{2\pi L} \left[\left\{ \ln \frac{4L}{a} - 1 \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{2} \ln \frac{(nh/L + 1)}{(nh/L - 1)} \right] \quad (3.21)$$

3.3.2. Méthode alternative de calcul

Il y a une méthode alternative de calculer l'effet de la couche inférieure basée sur une solution d'équation de Laplace.

En cela, il est supposé que l'électrode peut être remplacée par une source linéique de courant, I par longueur de centimètre.

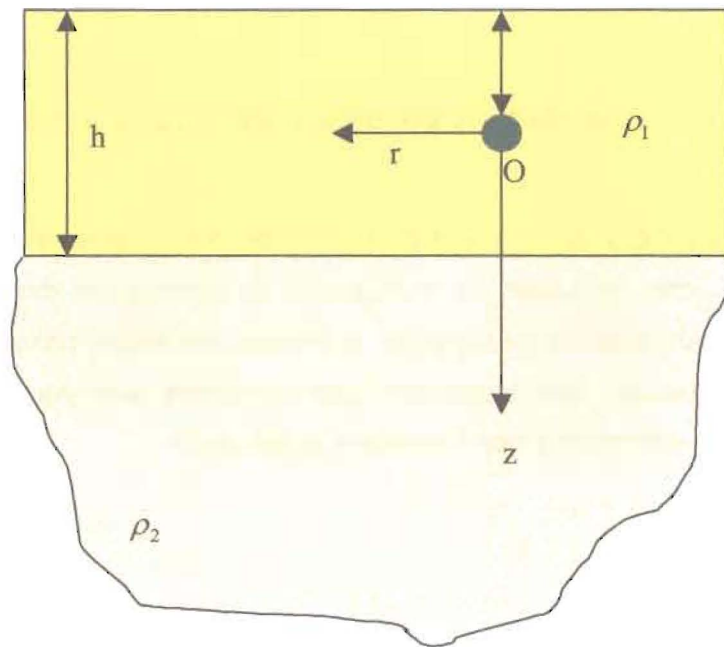


Figure 3.15. Piquet dans la couche supérieure seule (méthode alternative de calcul)

Dans le cas d'une tige de rayon a et de longueur L , le potentiel à la surface du piquet est obtenu par la formule suivante avec $r = a$ et $z = d$.

$$V = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{(a^2 + d^2)^{1/2}} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \left\{ \frac{k^n}{[a^2 + (2nh - d)^2]^{1/2}} + \frac{k^n}{[a^2 + (2nh + d)^2]^{1/2}} \right\} \right] \quad (3.22)$$

Le courant I dans l'expression ci-dessus est en fait le courant i découlant d'un petit élément de la tige. Pour obtenir le potentiel moyen au dessus de la tige entière, il est nécessaire d'intégrer la formule précédente de $d=0$ à $d=L$ et diviser le résultat par L . Ceci mène à :

$$V = \frac{I\rho_1}{2\pi L} \left[\ln \left\{ \frac{L + \sqrt{a^2 + L^2}}{a} \right\} + \sum_{n=1}^{n=\infty} k^n \ln \frac{2nh + L + \sqrt{a^2 + (2nh + L)^2}}{2nh - L + \sqrt{a^2 + (2nh - L)^2}} \right] \quad (3.23)$$

Si a est considéré petit devant L , la valeur de R a pour expression :

$$R = \frac{\rho_1}{2\pi L} \left[\ln \frac{2L}{a} + \sum_{n=1}^{n=\infty} k^n \ln \left\{ \frac{1 + \frac{L}{2nh}}{1 - \frac{L}{2nh}} \right\} \right] \quad (3.24)$$

3.3.3. Cas de piquet de terre pénétrant les deux couches.

Dans ce cas, la longueur de l'électrode est supérieure à l'épaisseur h de la première couche. En raison du changement de la résistivité dans le sol entourant la tige, il n'est plus possible de supposer que le courant circule uniformément sur toute la longueur du piquet, c'est cependant, une prétention raisonnable que la densité du courant est inversement proportionnelle à la résistivité

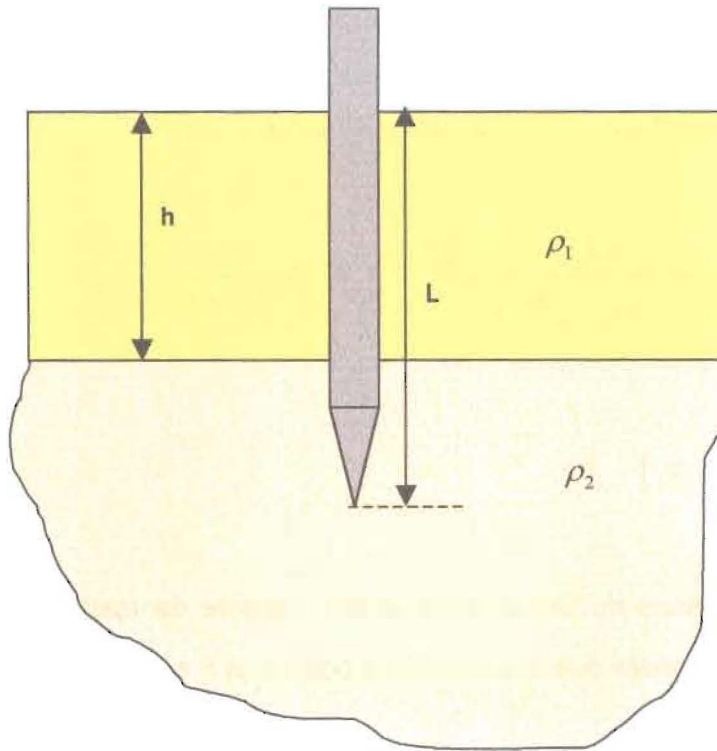


Figure 3.16. Piquet pénétrant les deux couches

Soient, σ_{c1} et σ_{c2} , le courant par unité de longueur, avec σ_{c1} dans la première couche et σ_{c2} dans la couche inférieure.

Posons les égalités suivantes :

$$\sigma_{c1} \rho_1 = \sigma_{c2} \rho_2 \quad \text{et} \quad \sigma_{c1} h + \sigma_{c2} (L - h) = I \quad (3.25)$$

la solution à ces équations donne.

$$\sigma_1 = \frac{I \rho_2}{\rho_2 h + \rho_1 (L - h)} \quad (3.26)$$

$$\sigma_2 = \frac{I \rho_1}{\rho_2 h + \rho_1 (L - h)}$$

Comme dans les cas précédents, nous pouvons calculer d'une part, le potentiel sur la surface du piquet dans la couche supérieure, d'autre part, le potentiel sur la

surface de la tige dans la couche inférieure et enfin calculer la valeur du potentiel moyen sur toute la tige entière. Ces calculs nous mènent à l'expression de la résistance du piquet de terre enfoui dans les deux couches.

$$R = \frac{\rho_1}{2\pi L} \cdot \frac{(1+k)}{\left\{ (1-k) + 2k \frac{h}{L} \right\}} \left[\ln \frac{2L}{a} + \sum_{n=1}^{n=\infty} k^n \ln \frac{(2nh+L)}{\{(2n-n)h+L\}} \right] \quad (3.27)$$

$$R = F[R_1 + R_a] \quad (3.28)$$

R_1 est la résistance du piquet dans le sol uniforme de résistivité ρ_1 , R_a est une résistance additionnelle due à la deuxième couche et F est un facteur de pénétration.

3.4 Conclusion.

En milieu homogène comme non homogène, les formules analytiques utilisées pour le calcul de la résistivité du sol sont des formules approchées. Aussi leurs applications deviennent très laborieuses quand la structure du sol à étudier est un milieu hétérogène à plus de deux couches.

Pour les milieux à deux couches, on peut aisément à partir de la formule 3.11 déterminer les paramètres du sol c'est à dire (ρ_1, ρ_2, k et h)

La résistance apparente mesurée par la méthode de Wenner peut être calculée dans le cas d'un modèle à deux couches au moyen d'une série faisant intervenir le coefficient de réflexion.

La comparaison avec les résultats expérimentaux permet de conclure que les sites de Porto-Novo, Bembéréké et Natitingou peuvent être identifier comme des modèles à deux couches.

Nous pouvons conclure que les sites de Porto-Novo, Bembéréké et Natitingou sont des sites que l'on peut accepter comme des modèles à deux couches, tandis que ceux de Covè et de Bohicon nécessitent plus de deux couches.

Ainsi donc, pour des milieux ayant plus de deux couches, nous devons envisager d'autres méthodes de calcul basées sur la méthode des éléments finis.

CHAPITRE 4

CALCUL DE LA RESISTANCE DE TERRE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS.

INTRODUCTION

4.1 Simulation et détermination d'une méthode de calcul avec le logiciel FLUX2D.

4.1.1 Détermination d'une méthode de Calcul

4.1.2 Validation de la méthode de calcul

4.1.2.1 Prise de terre hémisphérique

4.1.2.2 Electrode en forme de piquet dans un modèle à une couche

4.1.2.3 Estimation d'erreur

4.2 Application à un modèle à deux couches

4.2.1 Simulation et détermination d'une méthode de calcul dans un modèle à deux couches avec le logiciel FLUX2D

4.2.2 Résultats des simulations

4.2.2.1 Piquet pénétrant uniquement la couche supérieure

4.2.2.2 Piquet pénétrant les deux couches

4.3 Conclusion

CHAPITRE 4

CALCUL DE LA RESISTANCE DE TERRE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

INTRODUCTION

Pour faire assurer au réseau de terre, les fonctions de la sécurité des personnes, de la protection des installations de puissance, des équipements sensibles et de maintien d'un potentiel de référence, il est nécessaire de connaître et de contrôler la répartition du potentiel autour de la prise de terre et par conséquent son impédance. Or il se trouve qu'analytiquement, c'est une tâche extrêmement complexe sauf dans le cas d'une électrode hémisphérique enfouie à la surface d'un terrain homogène. De plus des formules correspondant à un terrain stratifié à deux couches sont plus ou moins empiriques et de ce fait approximatives.

Comme nous l'avons précisé dans l'introduction de ce travail, le choix de la méthode des éléments finis nous permettra de surmonter les difficultés des méthodes variationnelles et les faiblesses des méthodes analytiques.

Pour notre étude, nous avons utilisé FLUX2D qui est un logiciel de Conception Assistée par l'Ordinateur CAO, basé sur la méthode des éléments finis. Il calcule, sur des sections planes (problèmes plans ou à symétrie de révolution) les états magnétique, électrique thermique des dispositifs. Ces états permettent d'accéder à de nombreuses grandeurs globales ou locales : champ, potentiel, flux, énergie, force etc.

Dans ce chapitre, il sera essentiellement question dans un premier temps de déterminer une méthode de calcul par la méthode des éléments finis, de la valider et ensuite d'estimer l'erreur de calcul en tenant compte de l'influence de divers paramètres tels que les dimensions du domaine de la simulation, la forme de la prise de terre et du maillage etc.

4.1 Simulation et détermination d'une méthode de calcul avec le logiciel FLUX2D

4.1.1 Détermination d'une méthode de calcul

L'étude théorique est effectuée en utilisant les quatre équations classiques de base qui sont :

- La loi de Kirchhoff sous forme différentielle

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad (4.1)$$

où j est la densité de courant dans le sol

- La loi d'Ohm sous forme différentielle

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E} \quad (4.2)$$

- L'équation de Maxwell

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0 \quad (4.3)$$

Or

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V \quad (4.4)$$

- L'équation de Laplace

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} V) = \nabla^2 V = 0 \quad (4.5)$$

L'équation (4.5) qui était résolue analytiquement, doit être à nouveau résolue par la méthode des éléments finis pour obtenir la répartition du potentiel à la surface du sol.

La géométrie du domaine de simulation est obtenue à partir de points et de lignes. Les régions surfaciques, linéiques et ponctuelles sont construites à partir de ces entités.

La méthode des éléments finis oblige à découper le domaine d'étude en éléments, appelés mailles. Le maillage peut être réalisé à l'aide du mailleur automatique ou du mailleur assisté qui permet un contrôle très précis des mailles obtenues. Ces mailleurs génèrent des éléments finis du deuxième ordre (figure 4.1)

Ensuite, on procède à la définition des propriétés physiques du système. Ce programme permet de décrire les propriétés du problème : choix de l'application et de l'espace de travail, affectation des matériaux et des sources aux différentes régions, affectation des conditions aux limites.

La résolution du problème permet le contrôle des itérations et de la précision obtenue. Cette étape nous donne automatiquement la répartition du potentiel comme l'indique les figures 4.2 et 4.3 [36]

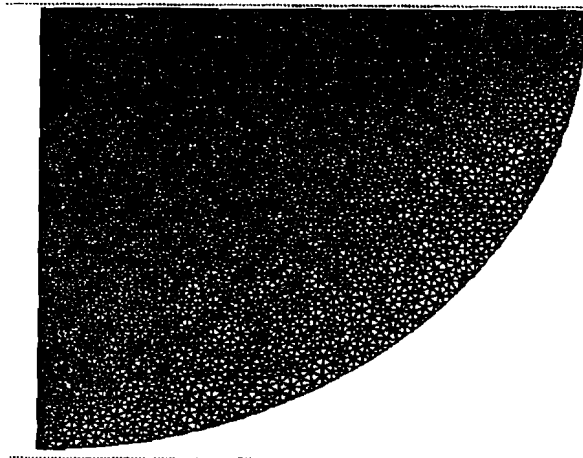


Figure 4.1 Structure maillée

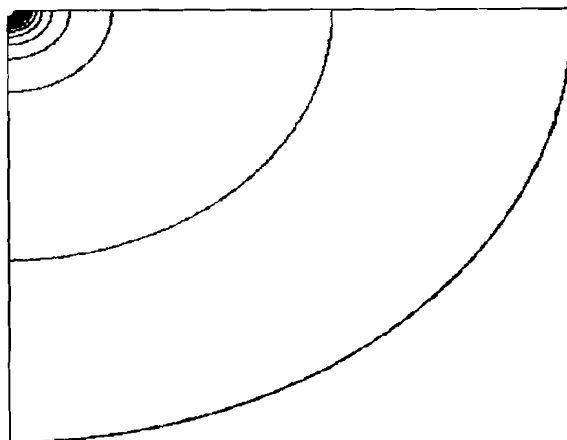


Figure 4.2 La répartition du potentiel

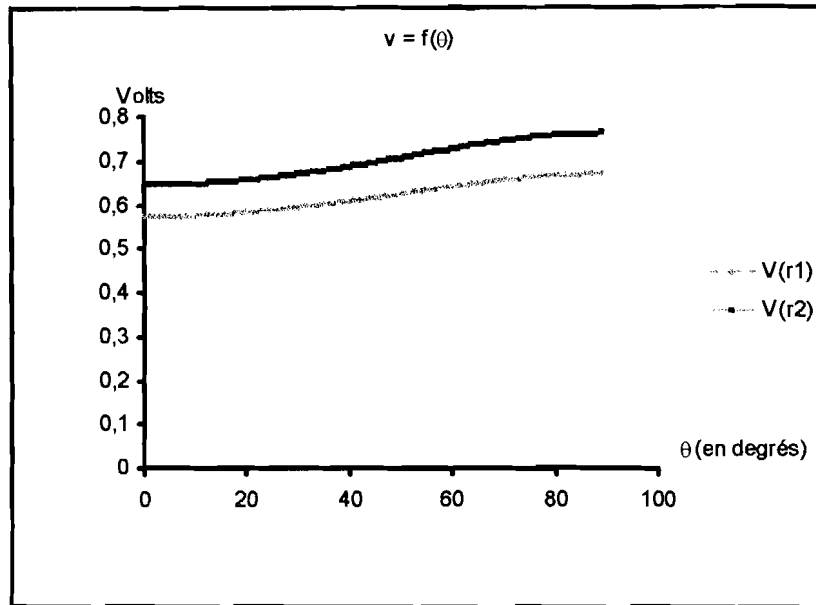


Figure 4.3 $V = f(\theta)$ en degrés pour deux valeurs de r

Pour la formulation du problème en FLUX2D, nous avons choisi un plan axisymétrique et la loi d'Ohm.

La loi d'Ohm lie trois grandeurs à savoir le courant I , la différence de potentiel V et la résistance R . La grandeur connue est la répartition du potentiel à partir de la différence de potentiel V . Il nous reste à déterminer le courant I et la résistance R de notre prise de terre.

Nous imposons sur l'élément de terre la valeur de V . Nous savons calculer $gradV$, mais nous n'avons pas directement la valeur du courant.

A partir des figures 4.2 et 4.3 nous calculons le champ électrique pour chaque valeur de θ pour des rayons r_1 et r_2 choisis.

$$E_r(\theta_i) = \frac{V_{\theta_i}(r_1) - V_{\theta_i}(r_2)}{r_2 - r_1} \quad (4.6)$$

Nous savons que :

$$I = \iint_s \vec{j} \cdot d\vec{s} \quad (4.7)$$

soit

$$I = \iint_s \sigma \cdot \vec{E}_r \cdot d\vec{S} \quad (4.8)$$

La composante normale de E est calculée connaissant le potentiel pour chaque valeur de θ aux distances r_1 et r_2 .

Compte tenu de la nature de la surface (sphère) de rayon r figure 4.2, le calcul du courant prend la forme :

$$I = \int_0^{\pi/2} 2 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot E_r(\theta) \cdot r \cdot \cos(\theta) \cdot r \cdot d\theta \quad (4.9)$$

Etant donné que E_r a des valeurs discrètes dans un demi plan de 0 à 90°, I prend la forme suivante :

$$I = 2 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot r^2 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot \Delta\theta \sum_0^{90} E_r(\theta_i) \cos(\theta_i) \quad (4.10)$$

où $\Delta\theta$ exprimé en degrés

et r en mètres est égal à :

$$r = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad (4.11)$$

Notre souci, est de parvenir à une bonne précision dans les calculs, ainsi nous procédons à une intégration par la méthode des trapèzes. Finalement I a pour expression :

$$I = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right) \cdot \sigma \cdot \frac{\pi}{180} \cdot \Delta\theta \sum_0^{90} \left[\frac{E_r(\theta_0) \cos(\theta_0)}{2} + E_r(\theta_1) \cos(\theta_1) + \dots + E_r(\theta_{89}) \cos(\theta_{89}) + \frac{E_r(\theta_{90}) \cos(\theta_{90})}{2} \right] \quad (4.12)$$

Cette valeur de courant nous permet de calculer la résistance de la prise de terre

$$R = \frac{V}{I} \quad (4.13)$$

4.1.2 Validation de la méthode de calcul par la loi de conservation du courant

4.1.2.1 Prise de terre hémisphérique

Pour une prise de terre hémisphérique de rayon r dans un milieu conducteur homogène limitée par le plan de la section droite de l'électrode, la valeur de la résistance est calculée par la formule analytique suivante :

$$R = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot r} \quad (4.14)$$

Soit une prise de terre hémisphérique de rayon $r = 400\text{mm}$

Résistivité du milieu $\rho = 100\Omega.m$

Dimension du domaine de simulation $D=15000 \times 15000\text{mm}$

Tableau 4.1 :Vérification de la loi de conservation du courant

$D(\text{mm})$	$r_2(\text{mm})$	$r_1(\text{mm})$	$\Delta r(\text{mm})$	I_{Flux2d}	$I_{\text{Calculé}}$	$\varepsilon\%$
15000	5200	5000	200	0,516617	0,516426	0,036
	10200	10000		0,516545		0,023
	13200	13000		0,516623		0,038

Les résultats du tableau ci-dessus sont calculés pour un nombre de 18245 éléments au maillage. L'erreur relative est très faible. A présent, nous allons étudier l'influence des différents facteurs sur la précision des résultats.

A Influence de la dimension de Δr pour 18245 éléments au maillage

Tableau 4.2 : Influence de Δr sur les résultats

$D(mm)$	$r_2(mm)$	$r_1(mm)$	$\Delta r(mm)$	I_{Flux2d}	$I_{Calculé}$	$\varepsilon\%$
15000	5200	5000	200	0,516617	0,516426	0,036
	10200	10000		0,516545		0,023
	13200	13000		0,516623		0,038
	5300	5000	300	0,516898		0,091
	10300	10000		0,516519		0,018
	13300	13000		0,516433		0,0013
	5500	5000	500	0,517633		0,23
	10500	10000		0,516727		0,058
	13500	13000		0,516584		0,030

L'erreur relative est plus faible que l'on se trouve plus loin de la prise de terre pour un Δr donné. Le gain entre 200 et 300 mm est faible à cause du maillage. L'écart doit être compatible avec le maillage comme montré dans le tableau suivant.

B Influence du nombre d'éléments au maillage

Tableau 4.3 : Influence du nombre d'éléments au maillage sur la précision des calculs

$D(mm)$	Nb éléments	$\Delta r(mm)$	I_{Flux2d}	$I_{Calculé}$	$\varepsilon\%$
15000	18245	300	0,516893	0,516426	0,091
			0,516519		0,018
			0,516433		0,038
	8607	400	0,517374		0,0013
			0,516969		0,10
			0,516508		0,015
	2165	600	0,519834		0,66
			0,518607		0,42
			0,518439		0,38

Le maillage et le temps de calcul fixent la précision.

C Influence du nombre d'éléments sur la prise de terre

Tableau 4.4 : Influence du nombre d'éléments au maillage sur la prise de terre

$D(mm)$	Eléments sur prise de terre	$\Delta r(mm)$	I_{Flux2d}	$I_{Calculé}$	$\varepsilon\%$
15000	90	300	0,516898	0,516426	0,091
			0,516519		0,018
			0,516433		0,0013
	180	300	0,516922		0,096
			0,516507		0,015
			0,516392		0,0065
	360	300	0,519607		0,1
			0,516565		0,027
			0,516289		0,026

Une augmentation du nombre d'éléments au maillage sur la prise de terre n'améliore pas outre mesure la précision du calcul. Il vaut mieux s'en tenir à un maillage fin du domaine de simulation et à un bon choix de Δr .

D Influence des dimensions du domaine de la simulation

Tableau 4.5 : Influence des dimensions du domaine de simulation sur la précision des calculs

$D(mm)$	$\Delta r(mm)$	R_{Flux2d}	$R_{Calculée}$	$\varepsilon\%$
15000	300	38,72717	38,72770	0,00137
30000	500	39,25081	39,25825	0,0189
40000	600	39,29797	39,39088	0,235
50000	700	39,29302	39,47046	0,449
70000	700	39,48486	39,56140	0,193

L'augmentation de la dimension du domaine à un nombre d'éléments donné diminue la précision, mais d'un autre côté améliore la description du modèle physique

De façon générale, la précision des résultats obtenus nous amène à conclure que la méthode de calcul définie est bonne.

Mais, malheureusement, les électrodes hémisphériques ne sont guère employées en pratique, car leur forme ramassée conduit à une mauvaise utilisation du métal. Dans le cas d'une électrode de forme quelconque, la forme des surfaces équipotentielles évolue avec leur éloignement de l'électrode. Elles ont une forme d'autant plus semblable à une hémisphère qu'elles sont éloignées de l'électrode.

Comme il a été dit au chapitre 1 l'OPT et la SBEE utilisent généralement des électrodes en forme de piquet.

4.1.2.2 Electrode en forme de piquet dans un modèle à une couche.

Dans le cas des électrodes en forme de piquet vertical, deux formules analytiques sont souvent utilisées selon les auteurs :

$$R = \frac{\rho}{2\pi.L} \ln\left(\frac{4L}{r} - 1\right) \quad (4.15)$$

$$R = \frac{\rho}{2\pi.L} \ln \frac{3.L}{d} \quad (4.16)$$

La simulation sur FLUX2D est faite dans ce qui suit dans les conditions suivantes :

Longueur	L=3000 mm
Diamètre du piquet	d=20 mm
Résistivité du sol	$\rho = 100\Omega.m$
Dimensions du domaine de simulation	D=10000 x 10000 mm

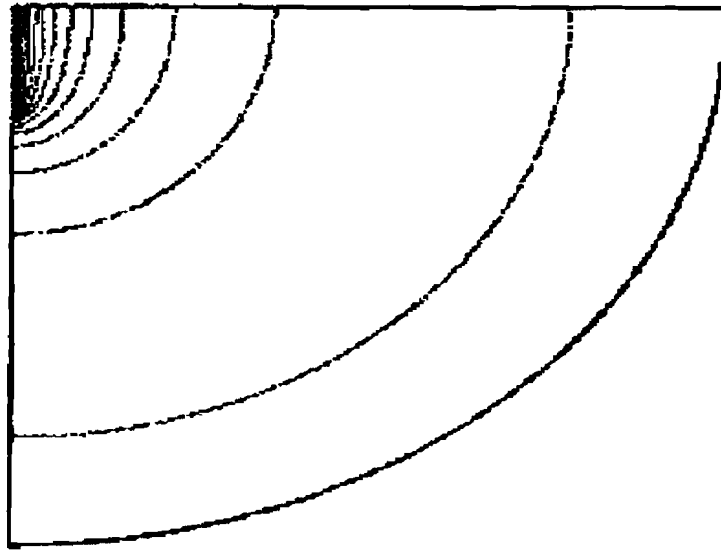


Figure 4.4 Répartition du potentiel autour d'un piquet

Tableau 4.6 : Vérification de la loi de conservation du courant

$D(mm)$	$r_2(mm)$	$r_1(mm)$	$\Delta r(mm)$	I Flux2d
10000	4300	4000	300	0,66134
	5300	5000		0,66105
	7500	7800		0,66076

A Influence de la forme du contour à l'infini ($V=0$)

Nous allons nous intéresser à la forme du contour à l'infini puisque les équipotentielles ne sont des sphères.

Tableau 4.7 : Influence de la forme du contour sur la précision des résultats

Forme du domaine	$D(mm)$	I Sphérique	I Ellipsoïdale	I Rectangulaire
Sphérique	5000	0,6969	0,6890	0,6908
Ellipsoïdale				
Rectangulaire				
Sphérique	10000	0,6607	0,6621	0,6602
Ellipsoïdale				
Rectangulaire				
Sphérique	15000	0,6584	0,6546	0,6537
Ellipsoïdale				
Rectangulaire				
Sphérique	20000	0,6481	0,6484	0,6522
Ellipsoïdale				
Rectangulaire				
Sphérique	30000	0,6512	0,6512	0,6507
Ellipsoïdale				
Rectangulaire				

Le courant est calculé par intégration de la densité du courant sur la surface d'une sphère, d'une ellipsoïde ou d'un parallélépipède. Les écarts sont très faibles entre les deux premiers cas. Il y a plus d'écart dans le troisième cas, pourtant intéressant pour le calcul.

B Influence des dimensions du domaine de la simulation

Tableau 4.8 : Influence des dimensions sur la valeur du courant

$D(mm)$	$\Delta r(mm)$	I Flux2D
5000	200	0,6969
10000	300	0,6607
15000	300	0,6584
20000	400	0,6481
25000	400	0,6468
30000	500	0,6512
35000	500	0,65104
40000	600	0,6576
50000	700	0,6731

La dispersion des valeurs des courants reste faible tant que le problème physique a un sens et que le maillage est suffisant.

4.1.2.3 Estimation d'erreur.

A l'étape actuelle nous allons nous servir des formules (4.15) et (4.16) couramment utilisées en pratique pour calculer la résistance des prises de terre en forme de piquet.

Ainsi pour une électrode de longueur $L=3000mm$, de diamètre $d=20mm$ dans un sol de résistivité $\rho = 100\Omega.m$, les deux formules donnent respectivement les valeurs suivantes :

$$R = \frac{\rho}{2.\pi.L} \ln\left(\frac{4L}{r} - 1\right) = 32,30\Omega$$

$$R = \frac{\rho}{2.\pi.L} \ln\frac{3.L}{d} = 32,41.\Omega$$

Tableau 4.9 : Estimation d'erreur

$D(mm)$	$R(\Omega)$ Flux2d	$R(\Omega)$ Formule1	$R(\Omega)$ Formule2	$\varepsilon_1\%$	$\varepsilon_2\%$
15000	30,3745	32,3089	32,4106	5,98	6,28
20000	30,8572			4,49	4,79
25000	30,9181			4,3	4,6
30000	30,7099			4,94	5,24
35000	30,7200			4,91	5,21
40000	30,4098			5,87	6,17

La valeur de la résistance donnée par FLUX2D est systématiquement inférieure à celle donnée par les expressions analytiques qui rappellent le sont approximatives.

A Influence de la forme du piquet sur la précision du calcul

Nous allons considérer trois géométries de piquet :

- Piquet avec épaisseur et pointe PAEP
- Piquet avec épaisseur sans pointe PAESP
- Piquet sans épaisseur PSE

Tableau 4.10 : Influence de la forme du piquet sur la précision

$D(mm)$	$R(\Omega)$ PAEP	$R(\Omega)$ PAESP	$R(\Omega)$ PSE
30000	30,7098	30,2520	36,7905
$\varepsilon_1\%$	4,94	6,36	13,87
$\varepsilon_2\%$	5,24	6,66	13,86

Seul le piquet sans épaisseur introduit une erreur notable, les lignes de courant sont modifiés au voisinage du piquet.

4.2 Application à un modèle à deux couches.

Les figures 4.5 et 4.6 présentent la répartition du potentiel respectivement autour d'une électrode hémisphérique et d'une électrode en tranchée horizontale dans un modèle à deux couches.

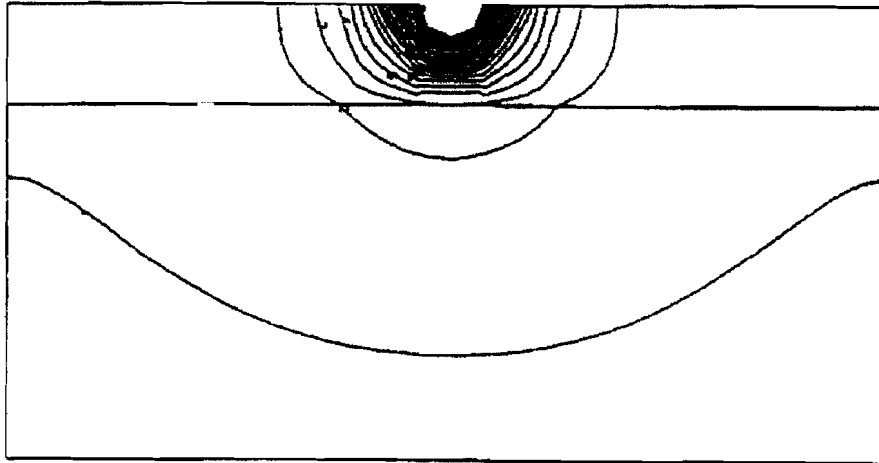


Figure 4.5 Répartition du potentiel autour d'une prise de terre hémisphérique

On note la concentration des lignes de potentiel dans la couche supérieure moins résistante.

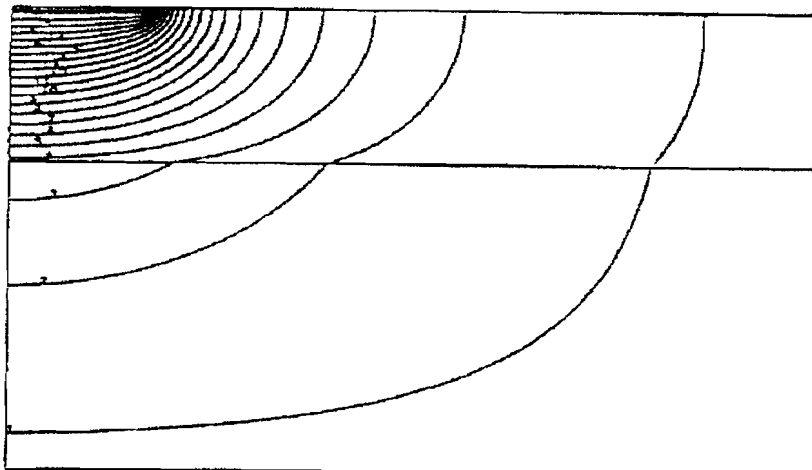


Figure 4.6 Répartition du potentiel autour d'une demie plaque en tranchée

Le piquet est une forme très commode d'électrode de terre et son installation dans les longueurs plus courtes est comparativement simple et bon marché. Il est rare, cependant, qu'un piquet simple, donne une résistance suffisamment basse, et souvent plusieurs piquets couplés bout à bout sont utilisés. Ceci a l'avantage supplémentaire d'atteindre des couches dans le sol de la résistivité inférieure et de gagner de ce fait une plus grande diminution de la résistance.

4.2.1 Simulation et détermination d'une méthode de calcul dans un modèle à deux couches avec le logiciel FLUX2D.

Le principe de calcul par éléments finis utilisé en milieu homogène reste valable pour le milieu non homogène.

Dans le cas précis d'un modèle à deux couches, il nous faut définir $\theta_1(i)$ et $\theta_2(i)$.

Soit un piquet de terre de longueur L , dans un milieu à deux couches de résistivités ρ_1 et ρ_2 , séparées à la profondeur h (figures 4.7 et 4.8).

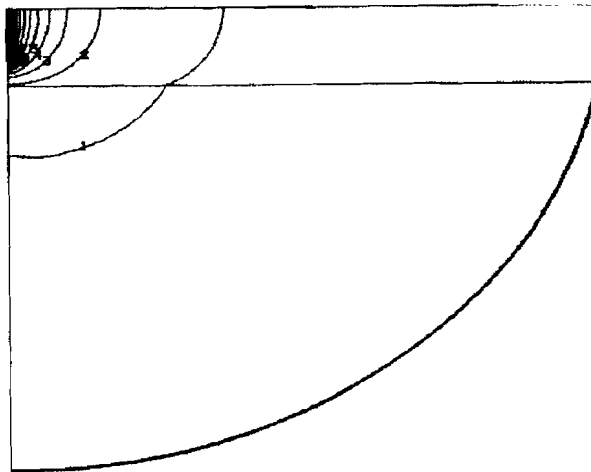


Figure 4.7 Répartition du potentiel autour d'un piquet

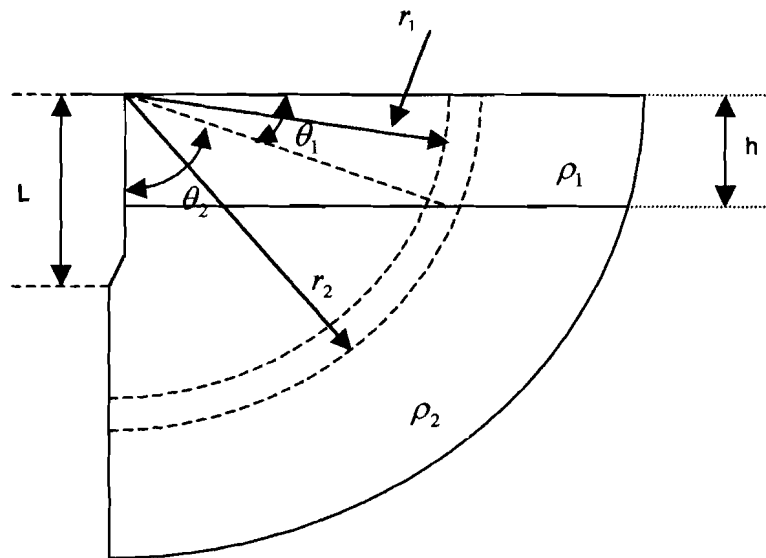


Figure 4.8 Méthode de détermination du champ électrique E

Définition de $\theta_1(i)$ et $\theta_2(i)$ en degrés.

$$\theta_1(i) = \arcsin \frac{h}{r} \cdot \frac{180}{\pi} \quad (4.17)$$

d'où

$$\theta_2(i) = 90^\circ - \theta_1(i) \quad (4.18)$$

$$I = 2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot \Delta\theta \left[\sigma_1 \sum_0^{\theta_1(i)} E_r(\theta_i) \cdot \cos(\theta_i) + \sigma_2 \sum_{90-\theta_1(i)}^{90} E_r(\theta_i) \cdot \cos(\theta_i) \right] \quad (4.19)$$

4.2.2 Résultats des simulations.

A cette étape nous aurons à simuler des prises de terre en forme de piquet de différentes dimensions et dans des conditions différentes de pénétration dans le sol et de valeur de ρ_2 .

4.2.2.1. Piquet pénétrant uniquement la couche supérieure

Longueur du piquet	$L=3000\text{mm}$
Diamètre du piquet	$d=20\text{mm}$
Profondeur de la première couche	$h=5000\text{mm}$
Résistivité de la couche supérieure	$\rho_1 = 200\Omega.m$
Résistivité de la deuxième couche	$\rho_2 = 50;100;150;200;250;300;350;400\Omega.m$

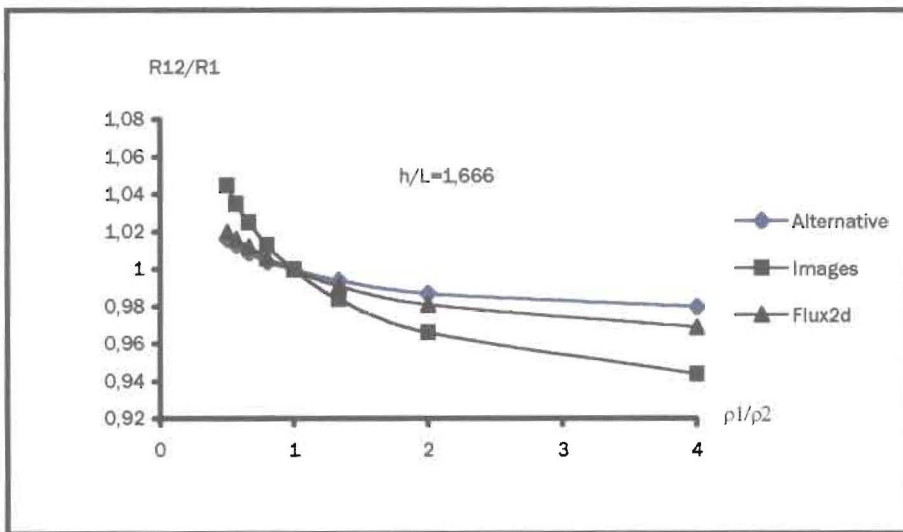


Figure 4.9 $R_{12}/R_1 = f(\rho_1/\rho_2)$ pour $h/L = 1,66$

R_{12} est la résistance de la prise de terre dans le modèle à deux couches pour $\rho_1 = 200\Omega.m$ et ρ_2 50 à $400\Omega.m$ tandis que R_1 est celle de la prise de terre pour $\rho_1 = \rho_2 = 200\Omega.m$.

Nous comparons sur la figure 4.9, trois méthodes de calcul, celle des images, celle dite alternative et celle des éléments finis. Cette dernière se situe entre les deux autres. Compte tenu des approximations faites, le calcul avec FLUX2D se révèle performant.

4.2.2.2. Piquet pénétrant les deux couches

Nous nous plaçons dans le cas où le piquet pénètre d'un mètre dans la deuxième couche

A Longueur du piquet	L=3000mm
Diamètre du piquet	d=20mm
Profondeur de la première couche	h=2000mm
Résistivité de la couche supérieure	$\rho_1 = 200\Omega.m$
Résistivité de la deuxième couche	$\rho_2 = 50;100;150;200;250;300;350;400\Omega.m$

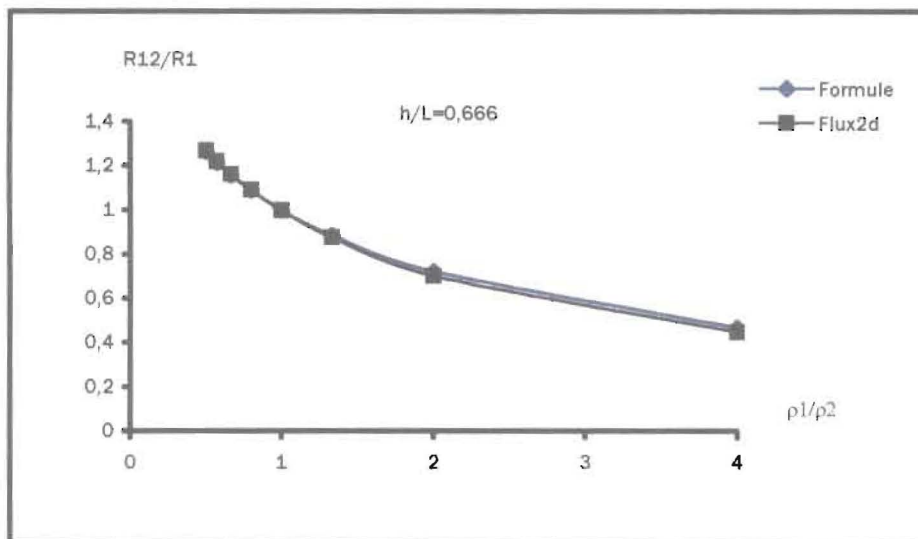
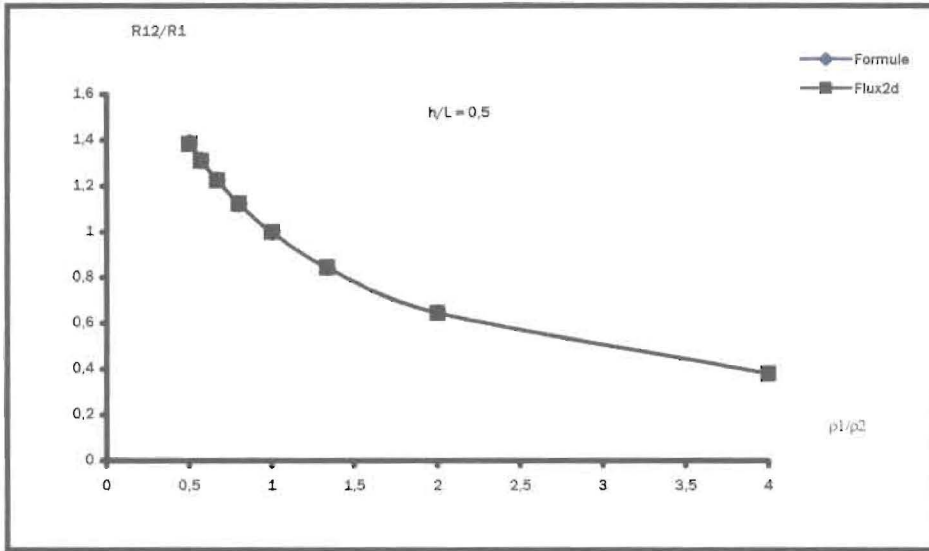


Figure 4.10 $R_{12}/R_1 = f(\rho_1/\rho_2)$ pour $h/L = 0,666$

La formule 3.27 et FLUX2D donnent des valeurs très voisines dans les conditions d'études.

Le piquet pénètre sur la moitié de sa longueur dans le deuxième milieu. Les résultats sont tout aussi cohérents.

B Longueur du piquet	L=4000mm
Diamètre du piquet	d=20mm
Profondeur de la première couche	h=2000mm
Résistivité de la couche supérieure	$\rho_1 = 200\Omega.m$
Résistivité de la deuxième couche	$\rho_2 = 50;100;150;200;250;300;350;400\Omega.m$

Figure 4.11 $R_{12}/R_1 = f(\rho_1/\rho_2)$ pour $h/L = 0,5$

Nous comparons enfin l'influence de la longueur du piquet pour une profondeur donnée.

C Longueur du piquet	L=3000 ; 3500 ; 4000 ; 4500 ; 5000mm
Diamètre du piquet	d=20mm
Profondeur de la première couche	h=2000mm
Résistivité de la couche supérieure	$\rho_1 = 200\Omega.m$
Résistivité de la deuxième couche	$\rho_2 = 50;100;150;200;250;300;350;400\Omega.m$

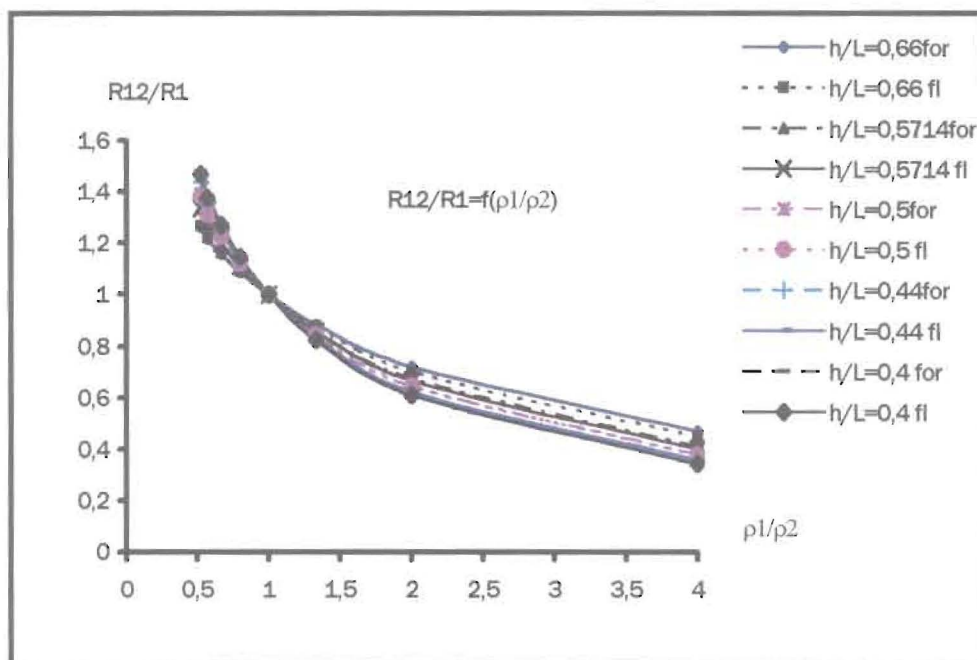


Figure 4.12 $R_{12}/R_1 = f(\rho_1/\rho_2)$ pour différentes valeurs de h/L

L'écart entre les valeurs données par FLUX2D et la formule 3.27 reste très faible. On note l'influence bénéfique d'une deuxième couche très peu résistive. La longueur n'a qu'une influence du second ordre. L'objectif d'une longueur plus grande est de trouver une couche moins résistante que celle en surface si la résistivité de celle-ci est relativement importante.

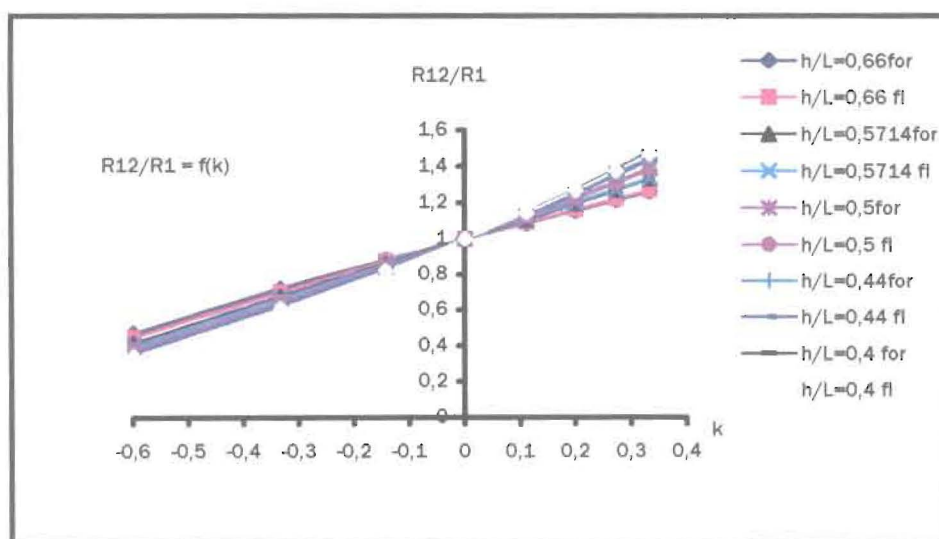


Figure 4.13 $R_{12}/R_1 = f(k)$ pour différentes valeurs de h/L

La figure 4.13 Traduit le même résultat mais sous une forme différente en utilisant le facteur de réflexion.

4.3 Conclusion

A partir des résultats obtenus nous pouvons affirmer que la méthode de calcul définie est bonne. Dans le cas d'une prise de terre hémisphérique l'erreur varie entre 0,0013% à 0,193% dans un modèle à une couche et de 4,3% à 6,28% pour les piquets.

L'élément qui joue le plus sur la précision des résultats est la dimension des maillages qui dépendent eux aussi de la capacité mémoire de l'ordinateur. Nous estimons que pour des maillages plus fins, nous aboutirons à des résultats plus précis. Le bon choix de Δr est aussi un élément non négligeable dans la précision des calculs

Nous constatons que la méthode de calcul définie en milieu homogène est aussi valable pour le modèle à deux couches. L'allure des courbes obtenues par le calcul avec les éléments finis obéit parfaitement à celle des courbes obtenues par une méthode analytique.

Nous allons utiliser la méthode pour simuler la technique de Wenner. Mais ceci nous impose de travailler en trois dimensions car il n'y a plus de symétrie de résolution.

CHAPITRE 5

SIMULATION DE LA METHODE DE MESURE DE WENNER PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS.

INTRODUCTION

5.1 Simulation de la résistivité apparente du sol par la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel FLUX3D.

- 5.1.1 Etude théorique
- 5.1.2 Calcul analytique de la résistivité du sol
- 5.1.3 Evaluation de la résistivité du sol par la méthode des éléments finis
- 5.1.4 Validation de la méthode des éléments finis pour un modèle à une couche
- 5.1.5 Validation de la méthode des éléments finis pour un modèle à deux couches

5.2 Simulation de la résistivité équivalente dans un modèle à multiple couches

- 5.2.1 Validation de la méthode de calcul
- 5.2.2 Influence de la résistivité et de l'épaisseur des deux premières couches sur le comportement de la résistivité équivalente.
 - 5.2.2.1 Allure de la résistivité d'un modèle à trois couches en comparaison avec celles des modèles à deux couches.
 - 5.2.2.2 Influence de ρ_3 sur le comportement de la résistivité équivalente
 - 5.2.2.3 Influence de h_1
 - 5.2.2.4 Influence de h_2

5.3 Exploitation des résultats

- 5.3.1 Modèle équivalent
- 5.3.2 Exemple de détermination des paramètres d'un modèle à trois couches

5.4 Conclusion

CHAPITRE 5

SIMULATION DE LA METHODE DE WENNER PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

INTRODUCTION [21]

Le comportement d'un système de terre est fortement lié à la résistivité de la terre au point d'emplacement du système. Ceci est vérifié pour assurer les mesures d'état d'équilibre de la résistance au sol, et il est également vrai pour des phénomènes passagers pendant la foudre. Dans les deux cas, la résistivité du sol influence directement la distribution du potentiel sur la surface de la terre. Ainsi, la résistivité du sol est un paramètre physique très important pour la réalisation d'un réseau ou prise de terre. La mesure de résistivité du sol peut-être très complexe, particulièrement quand on doit tenir compte de l'hétérogénéité du sol.

La méthode de Wenner pour mesurer la résistivité apparente du sol est généralement utilisée. Le principe est rappelé à la figure 2.3 du chapitre 2 du présent document. Un courant de basse fréquence est injecté aux deux électrodes extérieures. Pour un sol homogène, la résistivité est directement donnée par la relation (2.6) du chapitre 2. Dans le cas d'un modèle à deux couches, la résistivité apparente peut-être exprimée en fonction du coefficient de réflexion, de l'épaisseur h et par la formule analytique (3.11). La figure (3.3) donne la variation du rapport de la résistivité apparente sur la résistivité de la couche supérieure en fonction de la distance entre les électrodes pour différentes valeurs du coefficient de réflexion $\rho_a/\rho_1 = f(a)$ pour différentes valeurs de k .

Ce présent chapitre décrit la méthodologie et discute des résultats d'une étude dont le but est de simuler la méthode de mesure de résistivités de Wenner par la méthode des éléments finis.

La méthode de Wenner est une méthode commode si le sol est homogène. Dans le cas général du milieu hétérogène, il est nécessaire de revenir aux paramètres du milieu tels que l'épaisseur h , les résistivités des différentes couches et enfin le coefficient de réflexion k .

5.1 Simulation de la résistivité apparente par la méthode des éléments finis

5.1.1 Etude théorique

L'étude théorique est conduite par les quatre équations classiques de base qui sont définies par les formules (4.1 ; 4.2 ; 4.3 ; 4.4 ; 4.5 ;) au chapitre 4.

5.1.2 Calcul analytique de la résistivité du sol

La méthode est basée sur la résolution de l'équation (3.1) en coordonnées cylindriques.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V(r,\theta,z)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V(r,\theta,z)}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V(r,\theta,z)}{\partial z^2} = 0 \quad (5.1)$$

La solution de cette équation pour un modèle à deux couches est :

$$V = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{r^2 + (2nh)^2}} \right] \quad (5.2)$$

où

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (5.3)$$

Cette solution appliquée à la méthode de Wenner nous donne la formule (3.11) du chapitre 3 que nous pensons nécessaire de rappeler ici:

$$\rho_a = 2\pi a \frac{V}{I} = 2\pi a R = \rho_1 \left[1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\left\{ 1 + \left(\frac{2nh}{a} \right)^2 \right\}^{1/2}} - \frac{k^n}{\left\{ 4 + \left(\frac{2nh}{a} \right)^2 \right\}^{1/2}} \right] \quad (5.4)$$

5.1.3 Evaluation de la résistivité du sol par la méthode des éléments finis

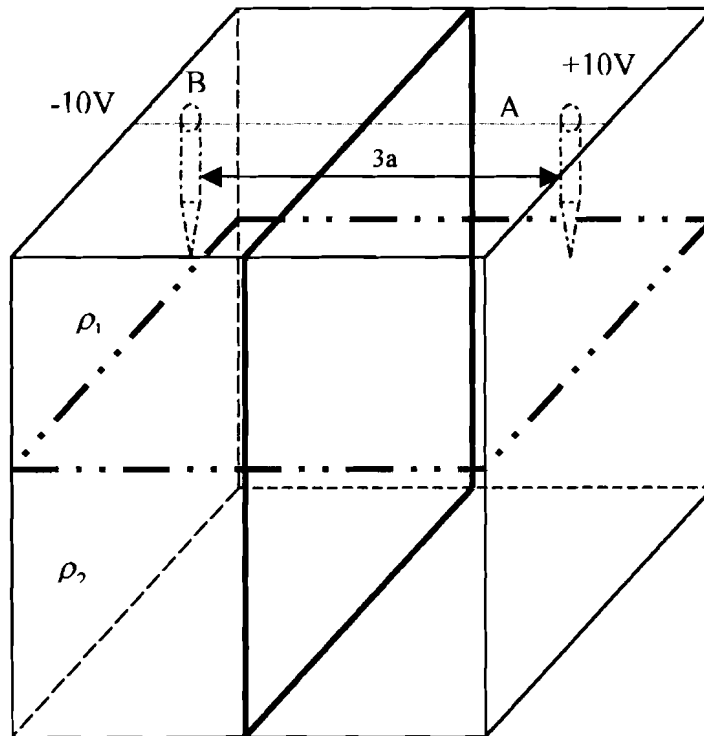


Figure 5.1 Domaine d'étude de la méthode des éléments finis pour un modèle à deux couches

Pour les présentes simulations, nous utilisons deux électrodes ayant chacune une longueur de 100 millimètres et 16 millimètres de diamètre. La distance a entre les électrodes peut être modifiée facilement. La difficulté majeure est la taille du domaine de simulation même si le logiciel présente une limite flottante à l'infini. Les dimensions sont égales à 25m x25 m sur la surface et la profondeur globale atteint 30 mètres.

Le calcul de la résistivité apparente par la méthode des éléments finis de la méthode de Wenner ne peut être mise en application directement dans le logiciel

utilisé FLUX3D. La variable est le potentiel à chaque point et seule une différence de potentiel peut-être appliquée entre les deux électrodes extérieures.

Le courant qui circule dans chaque zone doit être calculée. Le potentiel dans le sol est la solution de l'équation de Laplace $div(gradV) = \nabla^2 V = 0$. Dans chaque région, la résistivité est constante. La densité du courant est calculé par la formule (4.2) du chapitre 4.

De même le courant de fuite total de la surface de l'électrode A est calculé par la formule (4.8).

Quand nous considérons le champ de la surface de l'électrode A, le courant total I obtenu par addition des valeurs discrètes de l'intégrale correspondant à l'élément fini de la surface de l'électrode est calculé par la formule suivante pour un modèle à une couche :

$$I = \left[\iint_{s_1} \sigma \cdot \vec{E}_1 \cdot d\vec{s}_1 + \dots + \iint_{s_n} \sigma \cdot \vec{E}_n \cdot d\vec{s}_n \right] = \sigma \sum_{i=1}^n \iint_{s_i} \vec{E}_i \cdot d\vec{s}_i \quad (5.5)$$

Dès lors que la différence de potentiel peut être directement obtenue par la méthode des éléments finis elle-même, l'évaluation du courant est une condition suffisante pour calculer la résistance de la terre et la résistivité apparente ρ_a du sol.

$$R = \frac{V}{I} \quad (5.6)$$

$$\rho_a = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot a \quad (5.7)$$

5.1.4 Validation de la méthode des éléments finis pour un modèle à une couche.

A partir de la formule (5.5) nous calculons la valeur de I. Puisque la valeur de la différence de potentiel est automatiquement calculée par le logiciel FLUX3D, nous ensuite déterminons la résistance de terre par la formule (5.6). Enfin à l'aide de la formule (5.7) nous obtenons la valeur de la résistivité apparente ρ_a du système.

Le tableau 1 donne les résistivités du modèle à une couche pour différentes valeurs de résistivités, tandis que le tableau 2 présente les erreurs pour valider le principe.

Tableau 5.1 : simulation de la résistivité du sol dans un modèle à une couche

ρ ($\Omega.m$) injectés	a=2m	a=3m	a=4m	a=5m
100	100,48	100,6	100,48	100,48
200	200,96	198,48	198,22	198,063
300	301,44	304,83	297,64	298,73
400	401,92	406,37	397,61	397,32
500	502,4	507,96	497,012	496,76

Tableau 5.2 : comparaison des valeurs injectées avec les valeurs simulées.

ρ ($\Omega.m$) injectés	a(m)	$\varepsilon\% = 100(\rho_i - \rho_s / \rho_i)$
100 à 500	2	$-0,48 < \varepsilon < -0,48$
100 à 500	3	$-0,6 < \varepsilon < -1,61$
100 à 500	4	$-0,48 < \varepsilon < 1,97$
100 à 500	5	$-0,96 < \varepsilon < 1,90$

Il peut être observé une légère augmentation de l'erreur sur les valeurs des résistivités simulées avec l'augmentation de la distance a entre les électrodes. La distance entre les piquets extérieurs et le bord du domaine se réduit progressivement expliquant logiquement cet accroissement de l'erreur. Nous y reviendrons plus loin. L'erreur peut être réduite avec une augmentation des nœuds de maillage, mais le temps de calcul se trouvera également augmenté. Les valeurs actuelles ont été obtenues sur un Pentium 300 Mhz, 256 MO de mémoire. Le temps de calcul est d'environ huit (08) heures pour obtenir une bonne exactitude.

5.1.5 Validation de la méthode des éléments finis pour un modèle à deux couches.

Dans le cas de la simulation d'un modèle à deux couches, la formule (5.5) prend la forme :

$$I = \sum_{i=1}^5 \frac{1}{\rho_1} \iint_{S_{1i}} \bar{E}_i \cdot d\bar{S}_{1i} + \sum_{i=1}^5 \frac{1}{\rho_2} \iint_{S_{2i}} \bar{E}_i \cdot d\bar{S}_{2i} \quad (5.8)$$

En raison de l'augmentation du nombre de variables, il est nécessaire de vérifier l'influence de la couche supérieure et de la couche inférieure sur la valeur de la résistivité apparente simulée. Il faut aussi noter l'augmentation du temps de calcul qui est passé d'environ 08 heures à 09 heures 15minutes.

Pour la validation de la méthode de calcul dans le cas du modèle à deux couches, quatre séries de simulations ont été menées.

- a) $\rho_1 = 100\Omega.m$; $h=2m$; $a=3m$ et ρ_2 variant 100 à $500\Omega.m$
- b) $\rho_1 = 500\Omega.m$; $h=2m$; $a=3m$ et ρ_2 variant 100 à $500\Omega.m$
- c) $\rho_1 = 100\Omega.m$; $h=2m$; $a=4m$ et ρ_2 variant 100 à $500\Omega.m$
- d) $\rho_1 = 500\Omega.m$; $h=2m$; $a=4m$ et ρ_2 variant 100 à $500\Omega.m$

Les résultats de ces quatre premières simulations sont portés dans les tableaux 3, 4 5, et 6.

Tableau 5.3 : Résultats de la simulation pour $\rho_1 = 100\Omega.m$; $h=2m$

$\rho_2(\Omega.m)$	a=3m		$\varepsilon\% = 100(\rho_i - \rho_s / \rho_i)$
	Analytique	F.E.M.	
100	100	100,60	-0,6
200	127,135	126,60	0,54
300	143,156	142,18	0,98
400	153,83	152,57	1,26
500	161,502	160,00	1,51

Tableau 5.4 : Résultats de la simulation pour $\rho_1 = 500\Omega.m$; $h=2m$

$\rho_2(\Omega.m)$	a=3m		$\varepsilon\% = 100(\rho_i - \rho_s / \rho_i)$
	Analytique	F.E.M.	
100	291,49	291,06	0,43
200	358,59	357,85	0,74
300	413,87	412,93	0,94
400	460,32	459,01	1,3
500	500	499,10	0,9

Tableau 5.5 : Résultats de la simulation pour $\rho_1 = 100\Omega.m$; $h=2m$

$\rho_2(\Omega.m)$	a=4m		$\varepsilon\% = 100(\rho_i - \rho_s / \rho_i)$
	Analytique	F.E.M.	
100	100	100,48	-0,48
200	139,50	140,67	-0,83
300	163,95	162,51	0,87
400	180,72	178,54	1,20
500	193,00	191,00	1,03

Tableau 5.6 : Résultats de la simulation pour $\rho_1 = 500\Omega.m$; $h=2m$

$\rho_2(\Omega.m)$	a=4m		$\varepsilon\% = 100(\rho_i - \rho_s / \rho_i)$
	Analytique	F.E.M.	
100	219,19	220,27	-0,49
200	306,55	306,27	0,09
300	380,67	381,24	-0,14
400	444,45	444,33	0,02
500	500	499,12	0,17

On peut remarquer que dans le tableau 6, les erreurs sont plus petites que dans le tableau 5. Ceci signifie que, les erreurs sont relativement plus basses quand le coefficient de réflexion est négatif. Ce phénomène s'explique par la faible contribution du courant de la plus profonde partie de la terre.

Pour les simulations suivantes, tout en maintenant la distance a entre les électrodes à 4 mètres, nous allons procéder à une variation de l'épaisseur de la couche supérieure de 3 à 7 mètres.

Tableau 5.7 : Résultats de la simulation pour $\rho_1 = 100\Omega.m$

$\rho_2(\Omega.m)$	h=3m		$\varepsilon\% = 100(\rho_i - \rho_s / \rho_i)$
	Analytique	F.E.M.	
100	100	100,08	-0,08
200	122,59	122,20	0,31
300	135,73	134,85	0,64
400	144,41	143,03	0,95
500	150,06	148,81	0,83

Tableau5.8 Résultats de la simulation pour $\rho_1 = 100\Omega.m$

$\rho_2(\Omega.m)$	h=4m		$\varepsilon\% = 100(\rho_i - \rho_s / \rho_i)$
	Analytique	F.E.M.	
100	100	99,39	0,61
200	113,44	112,18	1,26
300	121,03	119,04	1,99
400	125,96	125,86	0,10
500	129,43	126,88	2,56

Tableau 5.9 : Résultats de la simulation pour $\rho_1 = 100\Omega.m$

$\rho_2(\Omega.m)$	h=5m		$\varepsilon\% = 100(\rho_i - \rho_s / \rho_i)$
	Analytique	F.E.M.	
100	100	99,92	0,08
200	108,39	107,71	0,62
300	113,06	112,28	0,68
400	116,07	114,63	1,24
500	118,17	116,45	1,45

Tableau 5.10 : Résultats de la simulation pour $\rho_1 = 100\Omega.m$

$\rho_2(\Omega.m)$	h=7m		$\varepsilon\% = 100(\rho_i - \rho_s / \rho_i)$
	Analytique	F.E.M.	
100	100	99,14	0,86
200	103,75	102,72	0,99
300	105,81	104,68	0,99
400	107,13	105,45	1,56
500	108,04	106,17	1,73

Globalement, l'épaisseur de la couche supérieure d'un modèle à deux couches n'a aucun effet sur l'erreur. Il peut y avoir que, la valeur de la résistivité apparente tend rapidement vers celle de la couche supérieure.

Nous avons vu à partir des mesures expérimentales que, l'identification de la structure du sol nous amène à conclure que les localités de Porto-Novo, Bembéréké et Natitingou peuvent être assimilées à des modèles à deux couches, et que celles de Bohicon et Covè par contre échappent à la règle.(voir chapitre 3 sous-paragraphe 3.1.3) d'où la nécessité de développer une nouvelle méthode de recherche.

Nous tenons à préciser à nouveau que ces mesures dans les différentes localités de la République du Bénin à Bohicon et Covè (département du Zou), à Natitingou (département de l'Atacora), Bembéréké (département de Borgou) et à

Porto-Novo (département de l'Ouémé) ont été effectuées en Novembre et Décembre, c'est à dire pendant la période de la grande saison sèche.

5.2 Simulation de la résistivité équivalente dans un modèle à multiple couches.

Le but est de simuler la résistivité équivalente d'un modèle à plus de deux couches par la méthode des éléments finis car les méthodes classiques analytiques ne permettent que de modeler les milieux à deux couches. Dans le cas présent, la méthode sera appliquée à un modèle à trois couches et ainsi la formule (5.12) devient :

$$I = \sum_{l \rightarrow 5} \frac{1}{\rho_1} \iint_{S_{1i}} \vec{E}_i \cdot d\vec{S}_{1i} + \sum_{l \rightarrow 4} \frac{1}{\rho_2} \iint_{S_{2i}} \vec{E}_i \cdot d\vec{S}_{2i} + \sum_{l \rightarrow 5} \frac{1}{\rho_3} \iint_{S_{3i}} \vec{E}_i \cdot d\vec{S}_{3i} \quad (5.16)$$

Etendre la méthode à un système multicouches ne pose pas de problème de principe. Il faut veiller à la qualité du maillage et augmenter le nombre de domaines permettant d'évaluer le courant circulant entre les électrodes extérieures.

5.2.1 Validation de la méthode de calcul

Une première validation pour vérifier la cohérence a été faite pour $\rho_1 = 400\Omega.m$ et $\rho_2 = \rho_3 = 100\Omega.m$ et $h_1 = 3m$ et $h_2 = 6m$.

Le tableau 5 11 donne les valeurs avec la méthode des éléments finis pour deux et trois couches en comparaison avec les résultats analytiques à deux couches

Tableau 5.11 : Comparaison des trois modèles

a(m)	1	2	3	4	5	6	7
ρ_a 2-Ana	394	366	319	270	227	194	169
ρ_a 2-FEM	386	363	319	269	227	192	168
ρ_a 3-FEM	385	361	318	268	225	191	171

2-Ana : Résistivité apparente d'un modèle à deux couches calculée analytiquement

ρ_a 2-FEM : Résistivité apparente d'un modèle à deux couches simulée par FLUX3D

ρ_a 3-FEM : Résistivité apparente d'un modèle à trois couches simulée par FLUX3D

pour $\rho_2 = \rho_3$

Il peut être observé dans ces conditions que l'erreur est inférieure à 2,5% même pour $a=6$ ou 7 mètres.

Le résultat est moins bon pour une seconde série de simulations, $\rho_1 = 100\Omega.m$ et $\rho_2 = \rho_3 = 400\Omega.m$ et $h_1 = 3m$ et $h_2 = 6m$.

Tableau 5.12 : Comparaison du modèle à trois couches par éléments finis avec trois couches analytiques pour $\rho_2 = \rho_3$

a(m)	1	2	3	4	5	6	7
ρ_a 2-Ana	100	105	113	122	141	152	162
ρ_a 3-FEM	103	104	114	121	139	143	159

L'erreur est plus importante et peut atteindre 5% pour les grandes valeurs de la distance a entre les électrodes. Ce phénomène s'explique par le fait que le courant ne peut pas être distribué dans le domaine entier comme le premier cas et se trouve concentré près de la surface de la terre.

La distance a entre les électrodes extérieures et les limites du domaine de simulation est de l'ordre de 2 à 3,5 mètres respectivement pour $a=7m$ et $a=6m$. Néanmoins la méthode peut être considérée comme valide dans un intervalle étendu de a . La zone de validité peut être augmentée avec une plus grande limite du « cadre » de simulation et avec des maillages plus fins, mais le temps de calcul augmentera sévèrement. Une autre solution consisterait à augmenter la taille globale de la zone étudiée et d'utiliser un maillage moins fin particulièrement pour les grandes valeurs de a . Le temps de simulation est passé à 10 heures 45 minutes pour le modèle à trois couches avec le même micro-ordinateur.

Nous étudierons dans ce qui suit l'influence des différents paramètres du modèle à trois couches sur le comportement de sa résistivité équivalente.

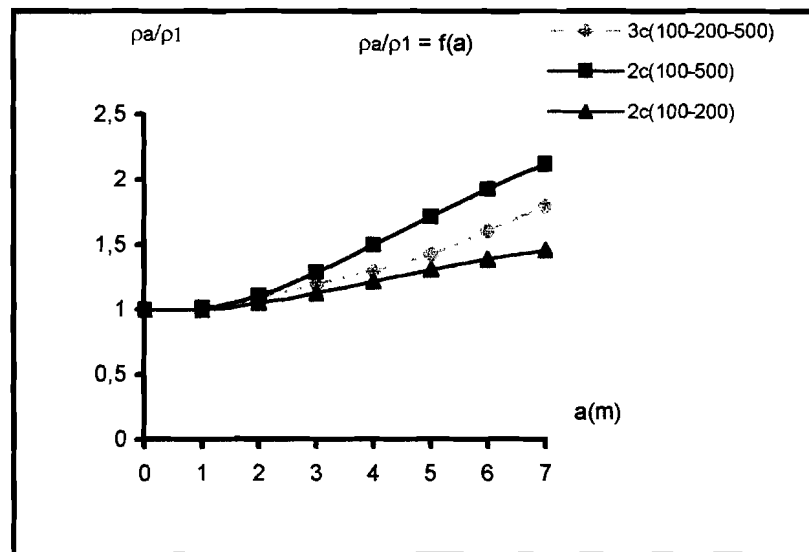
5.2.2 Influence de la résistivité et de l'épaisseur des deux premières couches sur le comportement de la résistivité équivalente.

Nous allons étudier à présent l'influence de la résistivité de la troisième couche et des épaisseurs des deux premières couches sur le comportement de la résistivité équivalente.

5.2.2.1 Allure de la résistivité d'un modèle à trois couches en comparaison avec celles des modèles à deux couches

Dans le cas des modèles à trois couches, les résistivités de la première et de la deuxième couche sont maintenues constantes ($\rho_1 = 100\Omega.m$ et $\rho_2 = 200\Omega.m$), pour trois différentes valeurs de $\rho_3 = 500$; 300 ; et $100\Omega.m$.

S'agissant des modèles à deux couches, tout en maintenant $\rho_1 = 100\Omega.m$, ρ_2 prend soit la valeur de ρ_2 soit la valeur ρ_3 du modèle à trois couches.



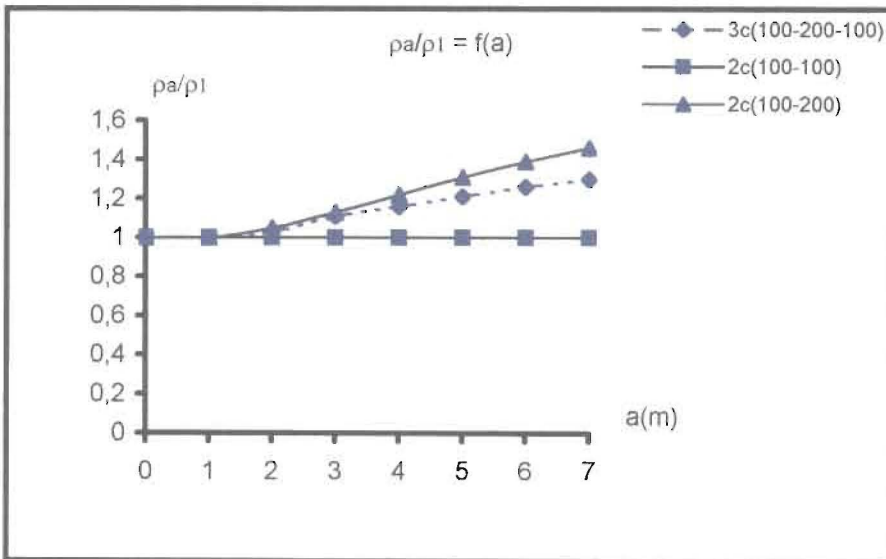
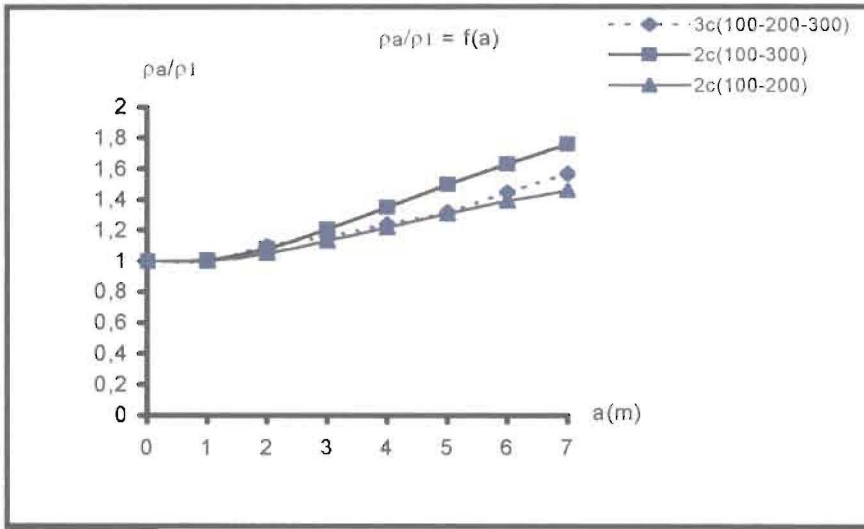


Figure 5.2 Comparaison entre modèles à trois couches et deux couches

Dans les trois cas de figure, les courbes des modèles à trois couches se trouvent encadrées par les courbes des modèle à deux couches. Ces trois figures montrent la cohérence des résultats.

5.2.2.2 Influence de ρ_3 sur le comportement de la résistivité équivalente

Les paramètres des deux premières couches sont maintenus constants, tandis que nous faisons varier la résistivité de la troisième couche dans un large domaine. Deux séries de simulations ont été effectuées, respectivement pour une couche supérieure moins résistante et une plus résistante. Il faut aussi noter que les points pour $a=6\text{m}$ et $a=7\text{m}$ ont été obtenus par une extrapolation à partir des quatre points précédents sur la courbe lissée par la méthode des moindres carrés.

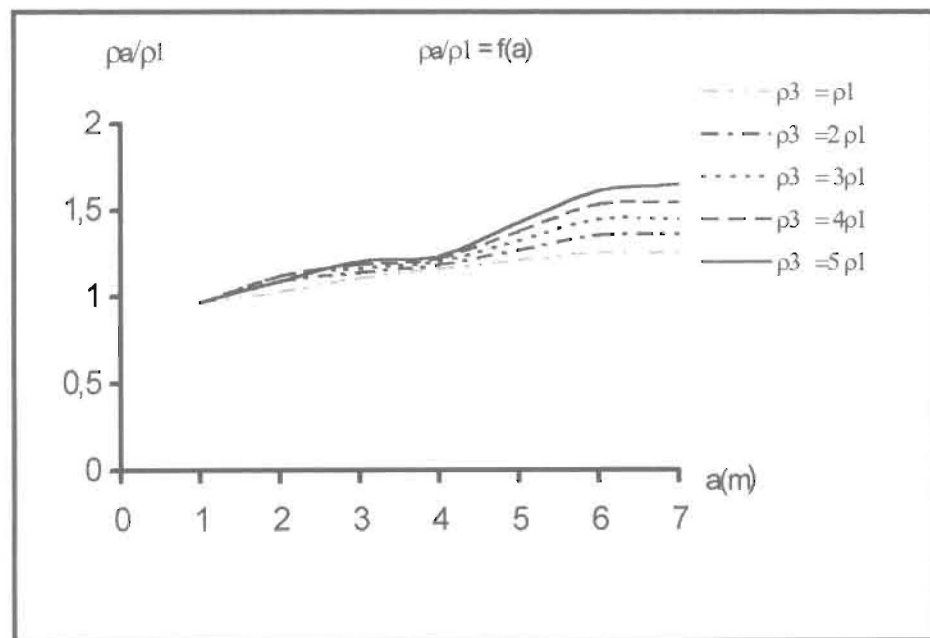


Figure 5.3 Influence de ρ_3 ($h_1=3\text{m}$, $\rho_2 = 2 * \rho_1$ et $h_2=6\text{m}$)

A la suite des simulations, il peut être observé deux types de variations. Pour les valeurs élevées de a , les courbes peuvent être approximativement représentées par des lignes droites avec un point commun pour $a=3,5$ mètres et approximativement pour $\rho_a/\rho_1 = 1,15$. Cette dernière valeur est très proche de celle obtenue pour la même valeur de a dans le cas d'un modèle à deux couches avec $h=3$ mètres et $\rho_2 = 2 * \rho_1$. La troisième couche semble intervenir seulement pour des valeurs

élevées de la distance a entre les électrodes. La première partie des courbes contredit quelque peu ce résultat parce que ρ_3 modifie légèrement la pente.

Dans la seconde série de courbes obtenues pour $\rho_1 = 2 * \rho_2$ avec la même épaisseur des couches, la forme des courbes n'est pas la même. Contrairement à la figure 5.3, les courbes correspondent aux valeurs simulées et on peut observer que, pour $a=7m$, l'erreur peut être importante et les points doivent être vérifiés avec un plus grand domaine de simulation.

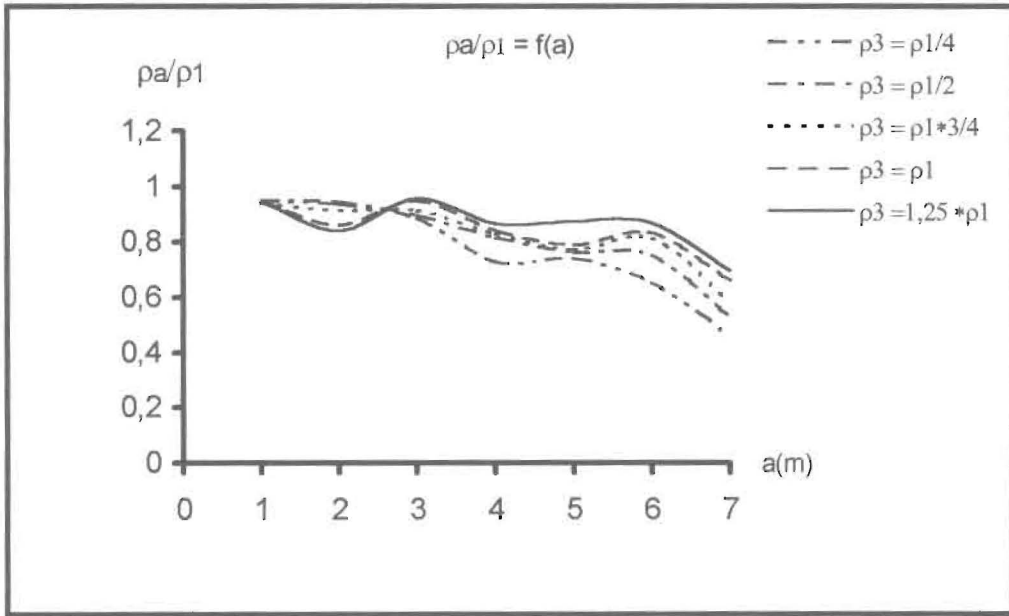


Figure 5.4 Influence de ρ_3 ($h_1=3m$, $\rho_2 = \rho_1/2$ et $h_2=6m$)

Tenant compte des erreurs numériques présentées par la méthode, les valeurs obéissent pour les petites valeurs de la distance a entre les électrodes à un modèle à deux couches. L'influence de la troisième couche apparaît à une distance de 4 mètres environ.

5.2.2.3 Influence de h_1

L'influence de la couche supérieure a été étudiée pour $h_2=6$ mètres et $\rho_2 = \rho_1/2$ et $\rho_3 = \rho_1/4$. On observe que pour $a=1$ mètre, il n'y a aucune influence. Le résultat est à peu près identique même si a est plus grand que h_2 .

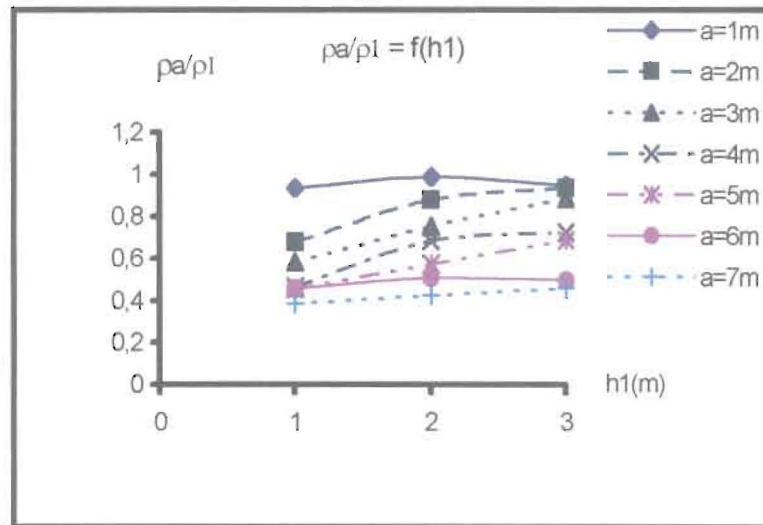


Figure 5.5 Influence de h_1 ($\rho_2 = \rho_1/2$, $\rho_3 = \rho_1/4$ et $h_2=6m$)

Il peut être formulé la règle suivante : si la distance entre les électrodes est suffisamment basse dans le respect de la profondeur de la première couche, la résistivité équivalente est égale à celle de la couche supérieure.

5.2.2.4 Influence de h_2

Le dernier paramètre est l'épaisseur de la deuxième couche. Les simulations sont conduites pour $h_1=2$ mètres et $h_1=3$ mètres, avec $\rho_2 = \rho_1/2$ et $\rho_3 = \rho_1/4$.

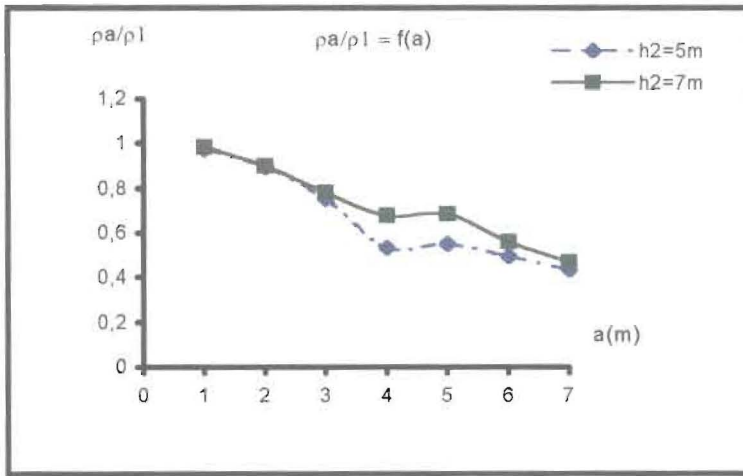


Figure 5.6 Influence de h_2 , $h_1 = 2\text{m}$

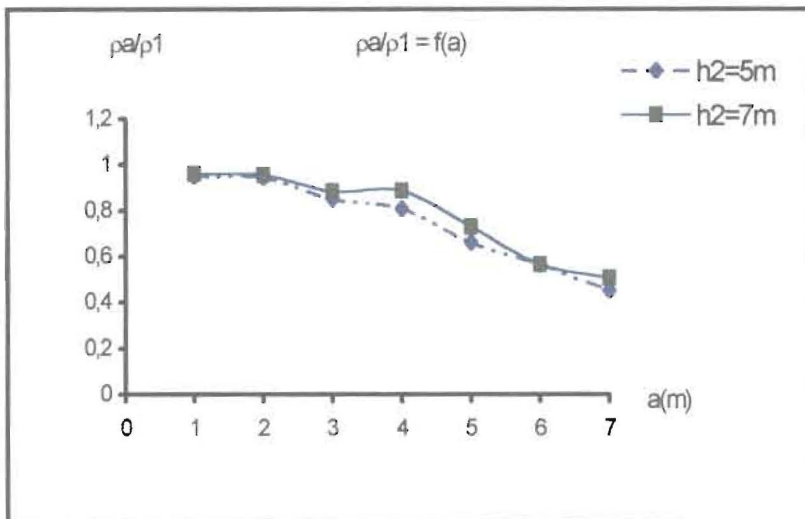


Figure 5.7 Influence de h_2 , $h_1 = 3\text{m}$

Il est à constater sur les deux figures que l'influence de h_2 est claire. Il n'y a aucune différence pour $a=1$ mètre ou $a=2$ mètres. L'influence de l'épaisseur de la couche moyenne est seulement apparente pour $a=3$ mètres. Il y a un effet d'anticipation ; une vraie corrélation existe au point d'inflexion entre a et h_2 . D'autre part, pour de plus grandes valeurs de a , il y a un comportement moyen, mais il n'est pas facile de déterminer la loi.

5.3 Exploitation des résultats.

5.3.1 Modèle équivalent

L'étude paramétrique de la résistivité équivalente mesurée par la méthode de Wenner mène à un certain nombre de conclusions claires dans le cas de la simulation d'un modèle à trois couches.

- Pour des valeurs faibles de la distance a entre les électrodes, le sol à trois couches peut être modélisé comme un modèle à deux couches. La méthode classique d'identification par comparaison avec la formulation analytique peut être utilisée. Les paramètres k et l'épaisseur sont alors déterminés, et donc les résistivités des couches supérieure et inférieure (ρ_1 et ρ_2).
- Le point d'inflexion de la courbe peut donner une indication sur h_2 . En effet, il est obtenu pour une valeur de la distance entre électrode a inférieure à h_2 , avec une différence dans ces cas considérés d'environ 2 mètres. Ce résultat doit être confirmé par d'autres séries de simulations.

En tenant compte des résultats de la première courbe donnant la résistivité équivalente en fonction de ρ_3 , nous proposons de partager le sol en deux parties dont la partie principale correspond à une modélisation à deux couches définie par (ρ_1, h_1, ρ_2) . La partie supplémentaire est obtenue par un deuxième modèle de deux couches avec les paramètres (ρ_2, h_2, ρ_3) (figure 5.7) Le signe (+) ne correspond pas une addition stricte car la résistance équivalente est ainsi obtenue par la formule suivante :

$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = \frac{\rho_{a2}(h_1, \rho_1, \rho_2)}{\rho_1} + \frac{\rho_{a2}(h_2, \rho_2, \rho_3)}{\rho_2} - 1 \quad (5.9)$$

où ρ_{a2} est calculée par la formule (5.4).

Autrement la formule (5.9) peut-être interprétée en partie par la figure 5.8

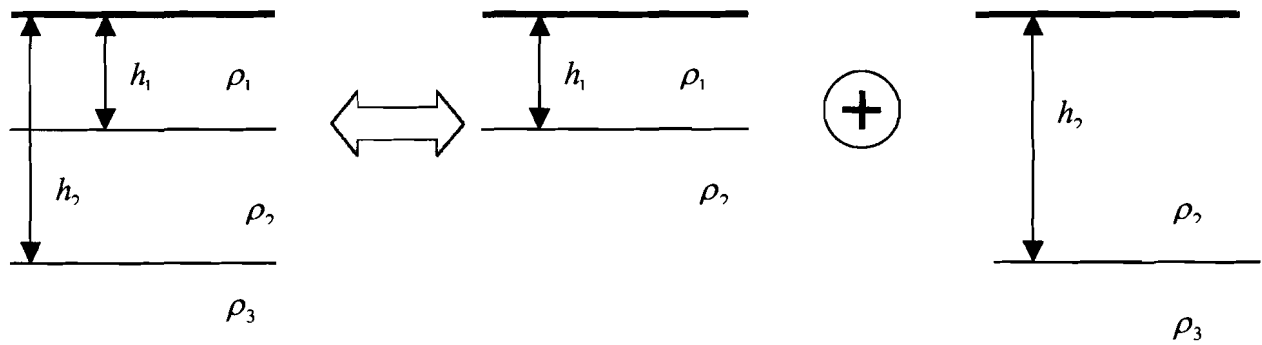
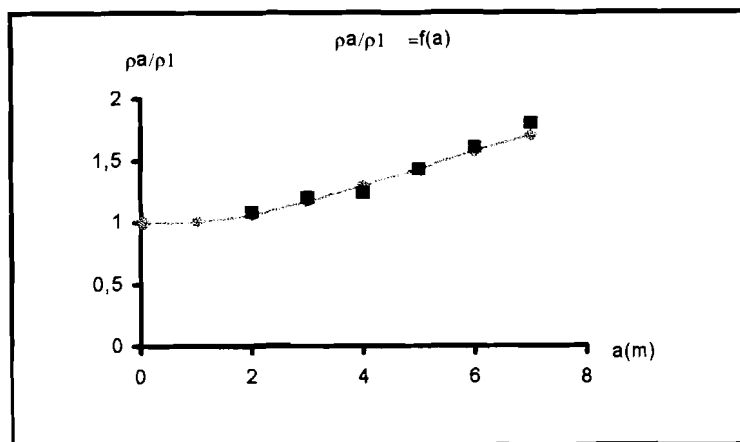
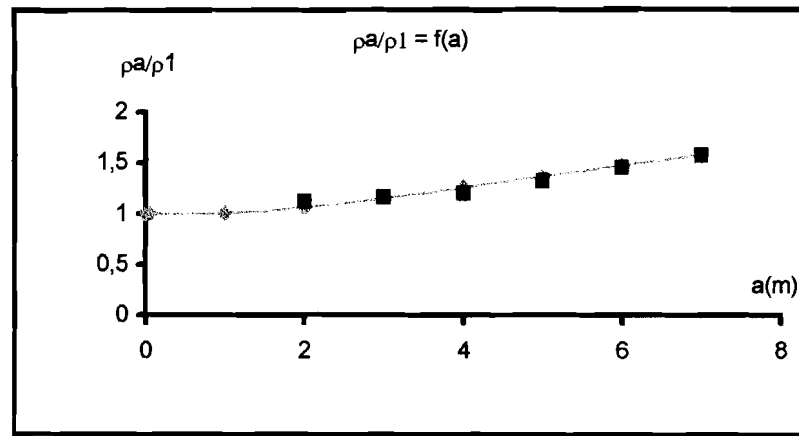


Figure 5.8 interprétation partielle de la formule approchée

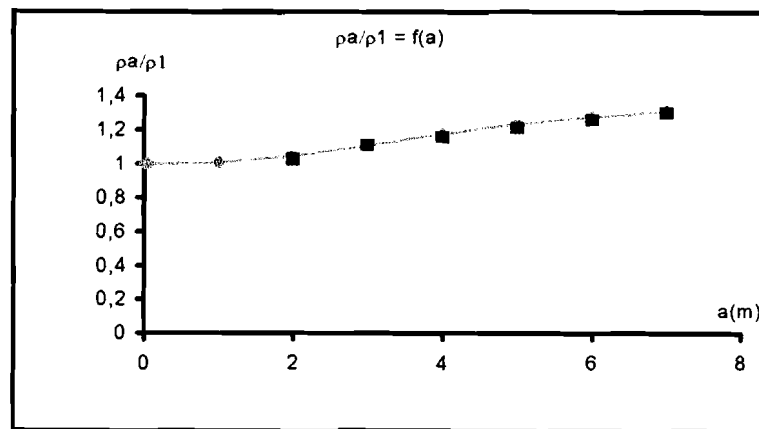
Les trois courbes suivantes nous permettent de faire une comparaison entre les résultats d'un modèle à trois couches et la méthode approchée de calcul. La simulation est menée pour une valeur constante ρ_1 , $h_1=3\text{m}$, $\rho_2=2\rho_1$ et $h_2=6\text{m}$. et ρ_3 peut prendre différentes valeurs ($\rho_3 = \rho_1$; $\rho_3 = 3\rho_1$; $\rho_3 = 5\rho_1$) h_1



a)



b)



c)

Figure 5.9 Comparaison entre modèle à trois couches et méthode approchée

a) $\rho_3 = \rho_1$

b) $\rho_3 = 3\rho_1$

c) $\rho_3 = 5\rho_1$

— Méthode approchée

□ Modèle à trois couches

Il peut être observé qu'il y a un bon accord entre les deux modèles et la méthode semble être facile à appliquer. Des simulations complémentaires doivent confirmer ceci. Néanmoins quelques commentaires peuvent être faits.

- L'erreur sur les résultats est toujours plus faible que prévue en particulier quand la comparaison avec une formule analytique est possible. Elle est due au domaine limité de la simulation par la méthode des éléments finis. Une correction systématique en fonction de cette erreur laisse approcher les valeurs avec précision des valeurs réelles.
- Des évaluations sur l'épaisseur et la conductivité doivent être associées avec des données géologiques.

5.3.2 Exemple de détermination des paramètres d'un modèle à trois couches.

Comme exemple, nous proposons d'appliquer ces règles pour déterminer le modèle obtenu à Covè dans le département du Zou. Le premier modèle de deux couches est défini par l'épaisseur $h_1=2$ mètres, le facteur de réflexion $k=-0,26$, $\rho_1 = 600\Omega.m$ et $\rho_2 = 350\Omega.m$. Il est un peu plus difficile de définir la seconde portion. Les paramètres obtenus sont : $h_2=14$ mètres et $\rho_1 = 3500\Omega.m$. L'erreur est faible pour les premiers points. Le découplage entre les deux parties n'est probablement pas aussi facile, ou le nombre de couches doit être augmenté. On devait par ailleurs vérifier la validité de l'homogénéité autour des points de mesure.

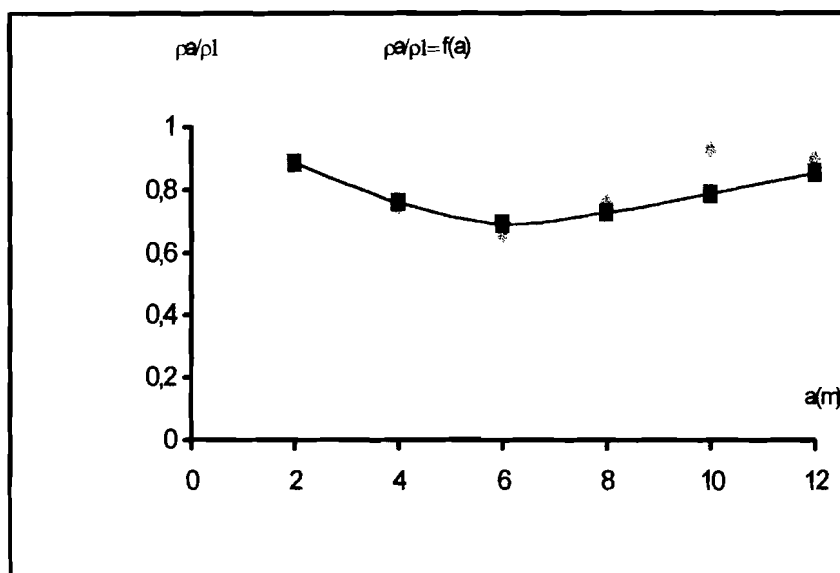


Figure 5.10 Comparaison entre résultats expérimentaux et méthode approchée

5.3 Conclusion

La simulation de la méthode de mesure de résistivité de Wenner pour un modèle à deux couches par la méthode des éléments finis a prouvé que l'évaluation de la résistivité du sol peut être améliorée par cette méthode. Il est clair à la lumière des résultats obtenus que les erreurs sont négligeables. Brièvement, il est mis en évidence que les paramètres du sol (ρ, h, k) et la séparation entre les électrodes, ont peu d'effet sur l'erreur et que l'analyse des résultats mène aux conclusions suivantes :

- Pour le sol uniforme et le sol à deux couches les erreurs sont acceptables.
- L'erreur dépend du coefficient de réflexion

Cette étude est une préparation au problème inverse. Elle ouvre la possibilité à concevoir quelques contrôles pour surmonter la limitation des modèles du sol à un modèle à deux couches.

Ce puissant outil que représente la méthode des éléments finis, permet d'étudier le cas d'un modèle ayant plus de deux couches, l'influence de la variation de la conductivité du sol sur la résistance du sol. Cette méthode nous apporte des informations utiles sur la nature du sol, par exemple la profondeur.

Dans quelques régions, comme la République du Bénin, seuls les piquets sont utilisés pour la réalisation des prises de terre et il est particulièrement important de simuler leur comportement avec une bonne exactitude. Il est donc nécessaire de connaître les paramètres du sol dans ses différentes couches. Nous avons appliqué la méthode des éléments finis pour simuler le sol à trois couches ; nous pensons que dans un grand nombre de cas, il est assez appréciable en tenant compte des mesures expérimentales. Des mesures systématiques doivent être continuées pour résoudre le problème inverse de façon générale. Nous avons proposé un modèle équivalent qui peut être défini comme la superposition de deux modèles à deux couches. La validation est bonne pour les valeurs obtenues par simulation. La méthode a été appliquée avec une bonne précision sur le site de Covè. Elle doit être validée par des mesures et des simulations complémentaires.

CONCLUSION GENERALE

Nous nous sommes proposés dans ce travail, de calculer la résistance de prise de terre et la résistivité du sol dans un modèle à multiple couches par la méthode des éléments finis afin de pouvoir identifier les paramètres de ce dernier.

Par rapport à la résistance de prise de terre, nous avons déterminé des méthodes de calcul pour les modèles à une et deux couches et avons procédé à leur validation par la loi de conservation de courant.

S'agissant de la résistivité du sol, nous avons simulé la méthode de Wenner pour un modèle à une, deux et trois couches.

Les résultats obtenus sont très satisfaisants :

- pour le calcul de la résistance de prise de terre dans un modèle à une couche, l'erreur est au maximum de 0,2% pour les prises de terre hémisphériques tandis que dans le cas des piquets l'erreur varie de 4,3% à 6,2%.
- dans le cas du modèle à deux couches, l'allure des courbes obtenues par la méthode des éléments finis s'identifie parfaitement à celle des courbes obtenues par le calcul analytique.
- En ce qui concerne la simulation de la méthode de Wenner nous avons abouti à des erreurs qui varient entre 0,48% à 1,96% pour un modèle à une couche et entre 0,69% à 2,56% pour un modèle à deux couches..
- La simulation de la méthode de Wenner dans un modèle de plus de deux couches, nous a permis d'étudier l'influence de la variation de la conductivité du sol sur la résistance du sol. Elle nous a également apporté des informations utiles sur la nature du sol, par exemple la profondeur.
- Nous avons proposé un modèle équivalent de deux systèmes à deux couches pour traduire le comportement d'un système à trois couches.

Nous pouvons estimer que les différentes méthodes de calcul définies sont valides. Cette possibilité d'identification des paramètres à l'aide de la méthode approchée faciliterait dans l'avenir, nous le pensons, la conception des réseaux de terre de qualité à la SBEE et à l'OPT qui, jusque là étaient réalisés sans étude préalable.

Bien que la méthode de calcul par éléments finis de la résistivité du sol soit valide, nous souhaitons que les simulations se poursuivent pour des modèles à quatre et cinq couches afin d'aboutir à des abaques et que l'on peut résoudre le problème inverse.

NOTATIONS

J	densité du courant en A/m^2
ρ	résistivité du sol en $\Omega.m$
E	champ électrique en V/m
V	Potentiel en Volts
L	Longueur en mètres
C	capacité en Farads
G_x	gradient de potentiel V/m
h	profondeur en mètres
a	base de mesure en mètres
d	diamètre du piquet en mètres
k	coefficient de réflexion
r	rayon en mètres
x	distance en mètres
R	résistance en Ω
I	intensité du courant en A
S	surface en m^2
ρ_1	résistivité de la première couche en $\Omega.m$
ρ_2	résistivité de la deuxième couche en $\Omega.m$
ρ_a	résistivité apparente en $\Omega.m$

σ conductivité en $1/\Omega.m$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **F. DAWALIBI, C. J. BLATHNER**
Earth resistivity measurement interpretations techniques 1984, vol. 103, February 1984. pp. 374-382
- [2] **FARID DAWALIBI, DINKER MUKHEDKAR**
Ground electrode resistance measurement 1974 vol.93 pp.109-115
- [3] **G. F. TAGG**
Earth resistance-Georges Newnes (1964)
- [4] **E. D. SUNDE**
Earth conduction effects in Transmission systems. Dower publi., Inc., New York 1968
- [5] **P. G. LAURENT**
Guide sur le calcul, l'exécution et la mesure des prises de terre. RGE T 81 N° 7/8 et n° 9 (1972)
- [6] **P. KOUTEYNIKOF**
Numerical computation of the grounding resistance of substations and towers. IEEE Trans. On PAS vol. PAS-99, n° 1 (May/June 1980) pp. 957-965
- [7] **M. BAUCHET**
"Protection foudre des installations au sol REE N° 4 Avril 1996, pp.13-20
- [8] **F. DAWALIBI, D. MUKHEDKAR**
"Resistance measurement of large grounding system". Paper 79 656-0 IEEE EPS Summer Meeting Vancouver (Canada) july 15-20, 1979

- [9] **J. C. SABONNADIÈRE**
"Méthode des éléments finis en C.A.O".
Editions Hermès.
- [10] **G. TOUZOT, G. DHATT**
"Une présentation de la méthode des éléments finis".
Collection Université de Compiègne. 1984 2^{ème} édition
- [11] **P. P. SYLVESTER, M.V.KARICH**
Finite element in electrical and magnetic field problems.
Edition wley 1987
- [12] **TH. APETI**
"Circuit et prise de terre" Communauté Electrique du Bénin, juin 1994, CFPP, Calavi
- [13] **SPECIFICATION TECHNIQUE EDF.(CENTRE DE NORMALISATION)**
"Principes de conception et de réalisation des mises à la terre". EDF/Centre de
Normalisation H115, janvier 1984.
- [14] **R. PEZZANI, E. BERNIER.**
"Une démarche d'intégration fonctionnelle et technologique : le cas des composants
de protection pour les réseaux téléphoniques" REE n° 4 avril 1997, pp. 26-31.
- [15] **A. MERLIN**
"La maîtrise du risque foudre : un enjeu pour demain". REE n° 6, juin 1997, pp. 62-
63.
- [16] **C. GARY, CIMADOR, R. FIEUX**
"Connaissance actuelle de la foudre et méthode de calcul de la protection des lignes
de transport". RGE Tome 84, n° 1, 1975, pp. 25-34.

- [17] **A. ZEDDAM**
"Protection des installations de télécommunications contre la foudre". RGE n° 6, juin 1994 pp. 38-44.
- [18] **B. BOURIOT, E. DE RAEMY.**
"Evaluation des risques encourus par des hommes en cas de foudroiement". REE n°6 juin 1997, pp. 64-69.
- [19] **A. P. MELIOPOULOS, M. G. MOHARAM,.**
"Transient analysis of grounding systems". IEEE Transactions on Power Apparatus and systems, vol. PAS-102, n° 2 February 1983. pp.389-399.
- [20] **F. MENTER.**
"Transient analysis of earthing systems". 20th ICCP, Berlin, September 1992.
- [21] **S. HOUNDEDAKO, K. CHABI-SIKA, J. M. KAUFFMANN.**
"Earth resistivity measurement by Wenner's method simulation through a three dimensional FEM" 18th IASTED International Conference, February 15-18, 1999 Innsbruck, Austria, pp. 249-252.
- [22] **S. HOUNDEDAKO, K. CHABI-SIKA, J. M. KAUFFMANN**
"Equivalent resistivity of multi-layer soil by a finite element method" 19th IASTED International Conference, February 14-17, 2000 Innsbruck, Austria, pp. 389-392.
- [23] **K. CHABI-SIKA, S. HOUNDEDAKO, J. M. KAUFFMANN**
"Parametric transient analysis of ground rod subjected to lightning" 19th IASTED International Conference, February 14-17, 2000 Innsbruck, Austria, pp. 360-364.
- [24] **B. NEKHOUL, C. GUERIN, P. LABIE, R. FEUILLET, G. MEUNIER, X. BRUNOTTE.**
"A finite element method for calculating the electromagnetic fields generated by substation grounding systems". IEEE Transactions on Magnetic, vol. 31, n° 3, 1995, pp.2150-2153.

- [25] **O. BIRO, K. PREIS.**
"On the use of magnetic vector potential in the finite element analysis of the three dimensional eddy current". IEEE Transactions on Magnetics, vol. 25, n° 4, 1998, pp. 3145-3159.
- [26] **B. NEKHOUL, P. LABIE, X. ZGAINSKI, C. GUERIN, G. MEUNIER, F. MORILLON, S. BOURG.**
"Calcul par éléments finis de l'impédance d'un réseau de terre". EDF, 96NR00048, septembre 1995, service matériel électrique.
- [27] **A. ROUSSEAU.**
"Choix d'un parafoudre basse tension basé sur l'analyse du risque" Publifoudre, Soulé. Traduit de l'anglais, publié à Power Quality 95, Brême-Allemagne 6-9 novembre 1995.
- [28] **A. ROUSSEAU.**
"Coordination de parafoudres dans les installations basse tension". Publifoudre, Soulé. Traduit de l'anglais, publié à Intelec 95, La Haye-Hollande, 29 octobre-1 novembre 1995.
- [29] **IEEE Standard 81.**
"Recommended guide for measuring ground resistance and potential gradients in the earth (1980)"
- [30] **M. M. ELSHERBINY, Y. L. CHOW, M. M. A. SALAMA.**
"A fast and accurate analysis of grounding resistance of driven rod in a homogeneous and two-layer soil". IEEE/PES SM July 23-27 1995, Portland OR (95 SM 362-4PWRD)
- [31] **Y. L. CHOW, M. M. ELSHERBINY, M. M. A. SALAMA**
"Resistance formulas of grounding systems in two-layer earth". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 11, n° 3 July 1996, pp. 1330-1336

- [32] **X. BRUNOTTE, G. MEUNIER, J. P. BONIGIRAUD.**
"Ship magnetization modeling by the finite elements method". IEEE Transactions on Magnetic, vol. 29, n° 2, march 1993, pp.1970-1975.
- [33] **P. G. LAURENT**
" Les bases générales de la technique des mises à la terre dans les installations électriques". Bulletin de la Société Française des Electriciens, vol. 1, pp. 368-402.
- [34] **H. SELJESTH, K. H. FEIST, M. KUUSSAARI.**
"Mise à la terre des postes vue sous les aspects de la sécurité et des interférences". Electra n° 71, pp. 47-69.
- [35] **CCITT**
"Directives concerning the protection of telecommunication lines against harmful effects from electricity lines. Geneva 1963"
- [36] **FLUX2D Version 7.20**
"Analyse des dispositifs électriques, magnétiques et thermiques par la méthode des éléments finis". Notice d'utilisation, Cedrat, Copyright, octobre 1996.
- [37] **FLUX3D Version 2.10**
"Analyse tridimensionnelle des dispositifs électriques et magnétiques par la méthode des éléments finis". Notice d'utilisation, Cedrat, Copyright, janvier 1995.
- [38] **F. P. DAWALIBI, J. MA, R. D. SOUTHEY.**
"Behaviour of grounding systems in multi-layer soils : A parametric analysis". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 9, n° 1, January 1994, pp. 334-342
- [39] **F. P. DAWALIBI, D. MUKHEDKAR**
"Parametric analysis of grounding grids", IEEE Trans. on Pas vol.98 n° 5, September-October 1979, pp. 1659-1668.

- [40] **A. BONAMY**
"La protection des installations contre les effets de la foudre" REE N° 6 Juin 1999,
pp.83-92
- [41] **M. KUUSSAARI, A. J. PESONEN**
"Mesures de l'impédance de terre des postes HT" Rapport 36-02 présenté à la
session CIGRE 1978 (Paris) 30 août –7 septembre.pp. 36.02.01-36.02.13
- [42] **A. P. MELIOPOULOS, R. P. WEBB, E. B. JOY**
"Analysis of grounding systems". IEEE Transactions on Power Apparatus and
Systems,, vol. PAS-95, n° 1, Jan./Feb. 1976. pp. 113-119
- [43] **J. GAGNON, D. MUKHEDKAR.**
"Earth resistivity measurement in two layer earth structure"
IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-97, 1978.pp.1452-
1457
- [44] **C. J. BLATTNER**
"Prediction of soil resistivity and ground rod resistance for deep ground electrodes".
IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-99, n° 5, Sept./Oct.
1980 pp. 1758-1763,.
- [45] **M. M. A. SALAMA, M. M. EL SHERBINY, Y. L. CHOW**
"A formula for resistance of substation grounding grid in two-layer soil". IEEE
Transactions on Power Delivery, vol. 10, n° 3, pp. 1255-1262. July 1995.
- [46] **F. DAWALIBI, D. MUKHEDKAR.**
"Influence of ground rods on grounding grids". IEEE Transactions on Power Appar.
And Systems, vol. 98, n° 6, Vov./Dec. 1997, pp.2089-2098.

- [47] **J. M. NAHMAN, D. D. SALAMON.**
“Analytical expressions for the resistance of grounding grids in non-uniform soil”.
IEEE Transactions on Power Appar. and Systems, vol. 103, n° 4, April 1984, pp.880-885.
- [48] **J. M. NAHMAN, D. D. SALAMON.**
“Analytical expressions for the resistance of roadbeds and combined grounding systems in non-uniform soil”. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 1, n° 4, July 1986, pp.90-96.
- [49] **J. M. NAHMAN.**
“Digital calculation of earthing systems in non-uniform soil”. Archive f. Electrotech., vol. 62, n° 1, January 1980, pp. 19-24.
- [50] **F. DAWALIBI, D. MUKHEDKAR.**
“Ground electrode resistance measurement in non uniform soils”. IEEE PES Summer Meeting and EHV/UHV Conference, Vancouver, B.C., Canada, July 15-20, 1973
- [51] **D. MUKHEDKAR, Y. GERVAIS, F. DAWALIBI.**
“Modeling of potential distribution around a grounding electrode”. IEEE Transactions paper # T73-032-0.
- [52] “Recommended guide for measuring ground resistance and potential gradients in the earth”. **AIEE Standard** n° 81, may 1962.
- [53] **F. DAWALIBI.**
“Etude sur modèle réduit d'une prise de terre dans un sol non homogène”. MS Thesis, Ecole Polytechnique, Montreal 1972.
- [54] **TAKEHIKO TAKAHASHI, TARO KAWASE.**
“Calculation of earth resistance for a deep-driven rod in a multi-layer earth structure”. IEEE Transactions on Power Delivery vol. 6, n° 2, April 1991.pp. 608-614

- [55] **TAKEHIKO TAKAHASHI, TARO KAWASE.**
"Analysis of apparent resistivity in a multi-layer earth structure". IEEE Transactions on Power Delivery vol. 5, n° 2, April 1990. pp.604-612
- [56] **Y. L. CHOW, M. M. SALAMA.**
"A simplified method for calculating the substation grounding grid resistance". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 9, n° 2, April 1994, pp. 736-742
- [57] **S. J. SCHWARTZ.**
"Analytical expression for resistance of grounding systems". AIEE Transactions, vol. 73, part III-B, 1954, pp. 1011-1016.
- [58] **J. G. SEVERAK.**
"Optimized grounding grid design using variable spacing technique". IEEE Transactions on Power Appar. and Systems, vol. PAS-95, pp.362-374.
- [59] **J. LAZZARA, N. BARBIETO.**
"Simplified two layer model substation ground grid design methodology. IEEE Transactions on power Delivery, vol. 5, 1990, pp.1741-1750.
- [60] **F. DAWALIBI, N. BARBIETO.**
"Measurements and computations of the performance of grounding system buried in multi-layer soils". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 6, 1991, pp.1483-1490.
- [61] **D. L. GARRETT, H. J. HOLLEY.**
"Calculation of substation grounding system resistance using matrix technique". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-99, n°.5, 1980, pp.2008-2011.
- [62] **J. MICHAUD EN COLLABORATION AVEC FRANCE TELECOM.**
"Surtensions dues à la foudre sur les lignes de distribution d'énergie basse tension"
REE N°6 Juin 1998 pp. 91-97

- [63] **B. THAPAR, S. L. GOYAL.**
"Scale model studies of grounding grids in non-uniform soils". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. PWRD-2, n° 4, October 1987 pp. 1060-1066.
- [64] **D. MUKHEDKER, J. GERVAIS, J. P. DEJEAN.**
"Modeling of grounding electrode". IEEE Transactions, PAS vol. PAS-92, 1973 pp.295-296.
- [65] **ROSS CALDECOTT, DONALD G. KASTEN.**
"Scale model studies of station grounding grids. IEEE Transactions, PAS vol. PAS-102, 1983 pp.558-566.
- [66] **B. THAPAR, J. K. ARORA.**
"Grounding systems in non-uniform soil". Institution of Engineers (India), vol. 58, Pt. EL I, august, 1977, pp. 23-29.
- [67] **A. MONARQUE, L. GASTONGUAY, J. GAGNON, G. Y. CHAMPAGNE**
"New method for measuring the electrical resistivity of a thin layer of earth". Institut de Recherche d'Hydro-Québec (IREQ) 1994.
- [68] **H. ROBERT BURBER**
"Exploration geophysics of the shallow subsurface" Prentice Hall Englewood Cliffs, New Jersey 07632.
- [69] **G. Y. CHAMPAGNE, A. MONARQUE**
"Mesure de la résistivité du revêtement granulaire dans les postes-PhaseII". Hydro-Quebec report n° IREQ-91-149, 1991
- [70] **G. Y. CHAMPAGNE, A. MONARQUE**
"Mesure de la résistivité du revêtement granulaire. Essais en salle climatique. PhaseIII". Hydro-Quebec report n° IREQ-93-229, 1993

- [71] **Y. L. CHOW, M. M. ELSHERBINY, M. M. SALAMA.**
"Resistance formulas of grounding systems in two-layer earth". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 11, n° 3 July 1996. Pp.1330-1336.
- [72] **J. M. NAHMAN, V. B. DJORDJEVIC**
"Resistance to ground of combined grid-multiple rods electrodes". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 11, n° 3, July 1996 pp. 1337-1342.
- [73] **G. LE BORGNE**
"Analyse trilogique de la protection d'un site sensible aux effets directs et indirects de la foudre " RGE N° 6/94 - Juin 1994.pp. 48-50
- [74] **J. M. NAHMAN, V. B. DJORDJEVIC, D. D. SALAMON.**
"Non-uniformity correction factors for maximum mesh-voltages of combined grid-multiple rods electrodes". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 11, n° 3 July 1996, pp. 1343-1348.
- [75] **P. J. LAGACE, J. FORTIN, E. D. CRAINIC**
"Interpretation of resistance sounding measurements in N-layer soil using electrostatic images". . IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 11, n° 3, July 1996 pp. 1349-1354.

ANNEXE I

PRESENTATION,DOMAINE D'APPLICATION ET STRUCTURE DES LOGICIELS FLUX2D ET FLUX3D

PRESENTATION, DOMAINES D'APPLICATION ET STRUCTURE DU LOGICIEL FLUX2D

Présentation du logiciel FLUX2D

FLUX2D est un logiciel de Conception Assistée par Ordinateur, basé sur une méthode des éléments finis. Il calcule sur des sections planes (problèmes plans ou problèmes à symétrie de révolution) les états magnétique, thermiques ou électriques des dispositifs. Ces états permettent d'accéder à de nombreuses grandeurs globales ou locales ; champ, potentiel, flux énergie force etc.

Les grandeurs obtenues seraient difficiles, voire impossibles à déterminer par d'autres méthodes (calculs analytiques, prototypes, mesures essais) et, en tout état de cause, elles sont obtenues avec des coûts et des délais très inférieurs à ceux des autres méthodes.

Domaines d'application du logiciel FLUX2D

Les phénomènes qui interviennent dans les dispositifs électrotechniques sont décrits par différentes équations : équations de Maxwell, équation de la chaleur, lors de comportement des matériaux.

La résolution simultanée de ces équations est difficilement réalisable en raison de sa complexité et de la quantité de calculs à effectuer. Pour cette raison, FLUX2D dispose d'un certain nombre de module d'application physique qui permettent de traiter tout problème décrit par une équation et des hypothèses (hypothèses de fonctionnement, hypothèses de comportement des matériaux). FLUX2D est utilisé pour traiter de façon générale les problèmes magnétiques, électriques et thermiques.

a) Problèmes magnétiques

Pour des applications physiques FLUX2D a donné des résultats significatifs dans le domaine magnétostatique, magnétique évolutif, magnétodynamique et électrodynamique etc.

b) Problèmes électriques

Des résultats significatifs ont été obtenus dans le domaine électrostatique, diélectrique et électrocinétique.

c) Problèmes thermiques

Pour des problèmes thermiques, les applications physiques dans les domaines de thermique permanent, thermique évolutif, couplage magnétothermique, couplage électrothermique et diélectrothermique des résultats significatifs ont été obtenus également.

Enchaînement général de FLUX2D

Nous donnons ici l'enchaînement de base du logiciel FLUX2D

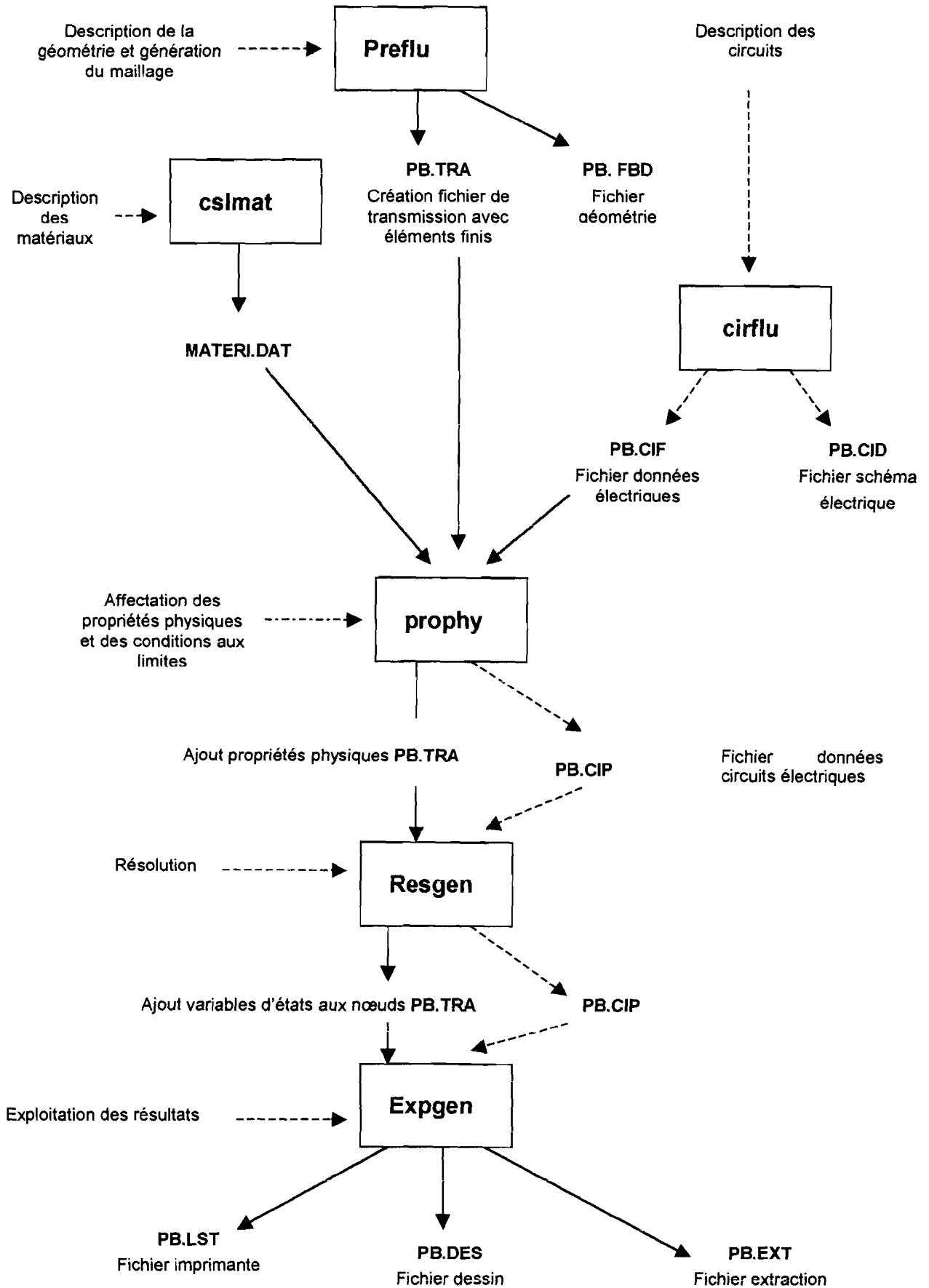


Figure I.1 Structure du logiciel FLUX2D

PRESENTATION, DOMAINES D'APPLICATION ET STRUCTURE DU LOGICIEL FLUX3D

Présentation du logiciel FLUX3D

FLUX3D, logiciel de CAO destiné à l'électrotechnique, permet de modéliser des phénomènes électromagnétiques tridimensionnels par la méthode des éléments finis. Il comprend :

- un descripteur géométrique
- un descripteur de propriétés physiques
- un mailleur automatique tridimensionnel
- un solveur
- un module d'exploitation des résultats

FLUX3D permet le calcul en trois dimensions des grandeurs dans divers domaines dans des dispositifs comportant des matériaux à caractéristiques linéaires ou non-linéaires, isotropes ou anisotropes. Différentes formulations sont utilisables dans FLUX3D. Le choix entre ces formulations se fait en fonction des propriétés physiques et l'objet étudié et des résultats que l'on souhaite obtenir. Le module d'exploitation permet de calculer et de visualiser les grandeurs utiles à l'ingénieur.

Les domaines d'application de FLUX3D

- a) Electrostatique
Sources : potentiel électrique fixé sur les limites
Matériaux : matériaux diélectriques
- b) Electrocinétique
Sources : potentiel électrique fixé sur les limites
Matériaux : matériaux conducteurs
- c) Magnétostatique
Sources : courant continu dans des régions volumiques, aimants quasi parfaits.
Matériaux : matériaux linéaires ou non linéaires.
- d) Magnétodynamique
Sources : sources de tension définies par des conditions aux limites sur le potentiel scalaire électrique.
Matériaux : matériaux magnétiques linéaires conducteurs (courants de Foucault).

Fonctionnement général de FLUX3D

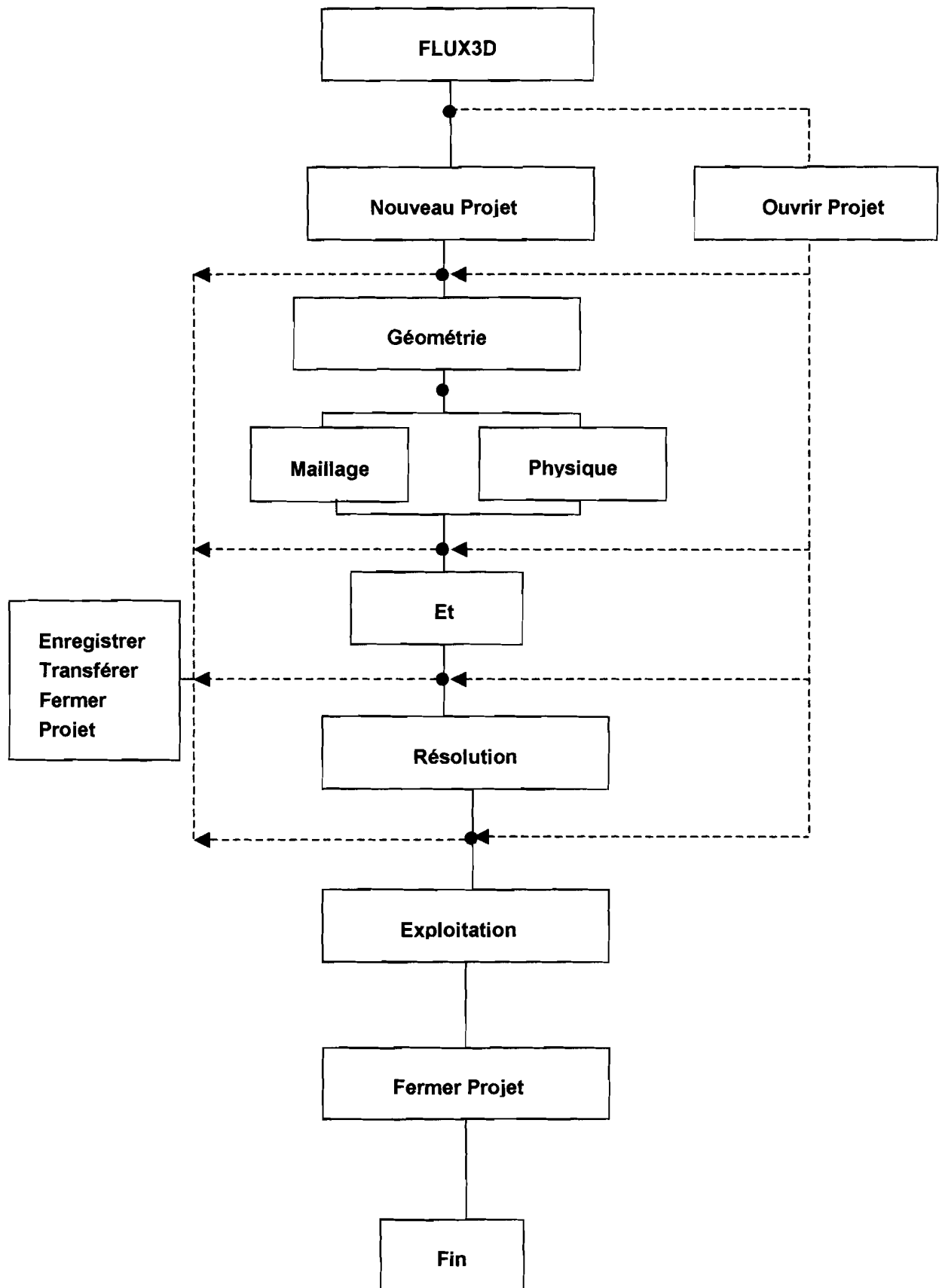


Figure I.2 Structure du logiciel FLUX3D

ANNEXE II

**METHODE DES ELEMENTS FINIS ET SON APPLICATION
AU MODELE ELECTRODINAMIQUE**

METHODE DES ELEMENTS FINIS

Généralités

L'évolution de la technologie amène l'ingénieur à réaliser des projets de plus en plus complexes, coûteux, et soumis à des contraintes de sécurité de plus en plus sévères. Pour dominer ces projets, l'ingénieur a besoin de modèles qui lui permettent de simuler le comportement de systèmes physiques complexes. Il peut ainsi prévoir l'influence de ses décisions au moment de la conception du système.

Les sciences de l'ingénieur permettent de décrire le comportement de systèmes physiques grâce à des équations aux dérivées partielles. La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus utilisées aujourd'hui pour résoudre effectivement ces équations. Elle consiste à utiliser une approximation simple des variables inconnues pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques.

Formulation électrocinétique

Les équations du phénomène de conduction électrique en régime stationnaire sont :

$$\operatorname{rot} \vec{E} \quad (\text{II.1})$$

$$\operatorname{div} \vec{J} = 0$$

Les vecteurs précédents sont reliés par la loi d'Ohm

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (\text{II.2})$$

L'introduction du potentiel scalaire électrique par :

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V \quad (\text{II.3})$$

conduit à l'équation différentielle :

$$\operatorname{div} \sigma \operatorname{grad} V = 0 \quad (\text{II.4})$$

Les principales équations de la physique mathématique

L'ensemble des équations aux dérivées partielles qui régissent des phénomènes physiques est très vaste et comprend un grand nombre de cas particuliers qu'il serait illusoire de vouloir décrire de manière exhaustive. On peut classer la plupart des équations rencontrées en trois grandes classes, chacune illustrée par un type de phénomène bien particulier à savoir :

- les équations elliptiques, elles sont représentatives des problèmes de type potentiel qui apparaissent dans les études de régime permanent en électricité (électrostatique,

magnétostatique ou électrocinétique). Les conditions aux limites qui leur sont normalement associées sont des conditions de type Dirichlet, Neumann ou mixte.

- Les équations paraboliques, elles sont représentatives de problèmes de diffusion dont l'équation de diffusion de la température dans un corps.
- les équations hyperboliques qui caractérisent le phénomène de propagation des ondes.

En électrocinétique il est bien connu qu'à la traversée d'un milieu conducteur à un autre ($\sigma_1 \neq \sigma_2$), il y a déformation des lignes de champ électrique. Si l'on appelle V le potentiel électrique défini à l'intérieur d'un domaine D formé d'un sous domaine $D1$ dans lequel le matériau conducteur a la conductivité électrique σ_1 et un domaine $D2$ caractérisé par un milieu de conductivité électrique σ_2 , l'équation du potentiel de la formule (II.4) varie d'un milieu à l'autre.

- Milieu 1

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma_1 \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma_1 \frac{\partial V}{\partial y} \right) = 0 \quad (II.5)$$

- Milieu 2

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma_2 \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma_2 \frac{\partial V}{\partial y} \right) = 0 \quad (II.6)$$

A l'interface, ces équations ne sont plus valables et sont remplacées par deux équations de continuité du potentiel et du courant électrique qui tiennent compte de la discontinuité du champ électrique.

Interface :

$$V_1 = V_2 \quad (II.7)$$

$$\sigma_1 \frac{\partial V_1}{\partial n} = \sigma_2 \frac{\partial V_2}{\partial n} \quad (n \text{ normale à l'interface}) \quad (II.8)$$

Principe de la méthode des éléments finis

Pour résoudre les équations (II.5) ou (II.6), deux démarches sont possibles [9] [10] [11] :

- par l'intermédiaire d'une projection de type Galerkin (Résidus pondérés)
- par l'intermédiaire d'une formulation variationnelle

L'aspect variationnel de cette dernière lui permet d'être la plus utilisée en électrotechnique car à partir de l'énergie, on peut calculer facilement les autres grandeurs.

Principe

Euler a montré, que résoudre l'équation différentielle du type :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial f}{\partial \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial f}{\partial \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)} \right] \quad (II.9)$$

revient à minimiser la fonctionnelle d'énergie w , qui s'exprime :

$$w = \iint_D f \left(V, x, y, \frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y} \right) dx dy \quad (II.10)$$

où D représente l'ensemble du domaine de définition de l'étude.

Étapes de résolution

La résolution d'un problème par la méthode des éléments finis est décrite par les cinq étapes suivantes :

- a) Découpage du domaine D en petits éléments, appelés "éléments finis", de géométrie simple. (triangle, rectangle....)
- b) Interpolation polynomiale sur chaque élément :

$$V = g(x, y, x^2, y^2, xy, \dots)$$

- c) Expression de la fonctionnelle d'énergie sur chaque élément en fonction des valeurs du potentiel V aux nœuds de l'éléments : \iint_e
- d) Expression de la fonctionnelle totale en fonction de tous les nœuds du maillage.

$$\iint_D = \sum \iint_e$$

e) Mise sous forme matricielle, minimisation de la fonctionnelle ($\frac{\partial w}{\partial V} = 0$)

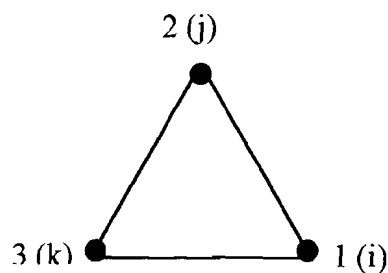
et résolution d'un système linéaire de la forme

$$[S] [V] = [F] \quad (II.11)$$

Choix des éléments finis

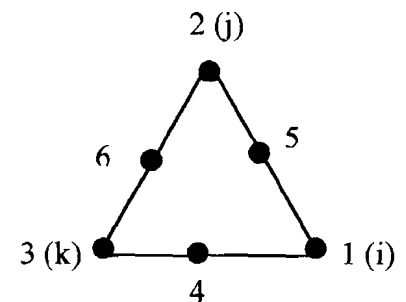
La topologie en deux dimensions de chaque élément fini peut être triangulaire ou rectangulaire. Un élément est caractérisé par son interpolation (nombre de nœuds). La figure (II.1) donne quelques exemples d'éléments finis.

Le choix d'un élément fini est important dans la précision et le temps de calcul. Dans FLUX2D et FLUX3D on utilise des éléments avec une interpolation du second ordre, (6 nœuds pour les triangles et 8 nœuds pour les rectangles).



3 nœuds

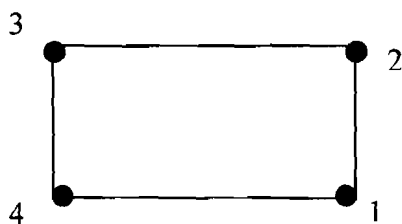
(a)



6 nœuds

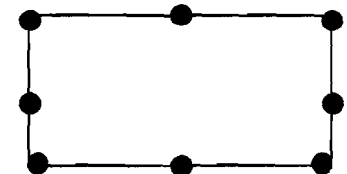
(b)

éléments triangulaires



4 nœuds

(c)



8 nœuds

(d)

éléments rectangulaires

Figure II 1 Exemple d'éléments finis

Fonction d'interpolation

Dans chaque élément (e), le potentiel V est approché par un polynôme d'ordre n. Pour les éléments triangulaires, les polynômes d'approximation seront :

Pour une interpolation du premier ordre (Figure II.1a) :

$$V_i = v_1 + v_2 x_i + v_3 y_i \quad (\text{II.12})$$

et pour celle du second ordre (Figure II.1.b)

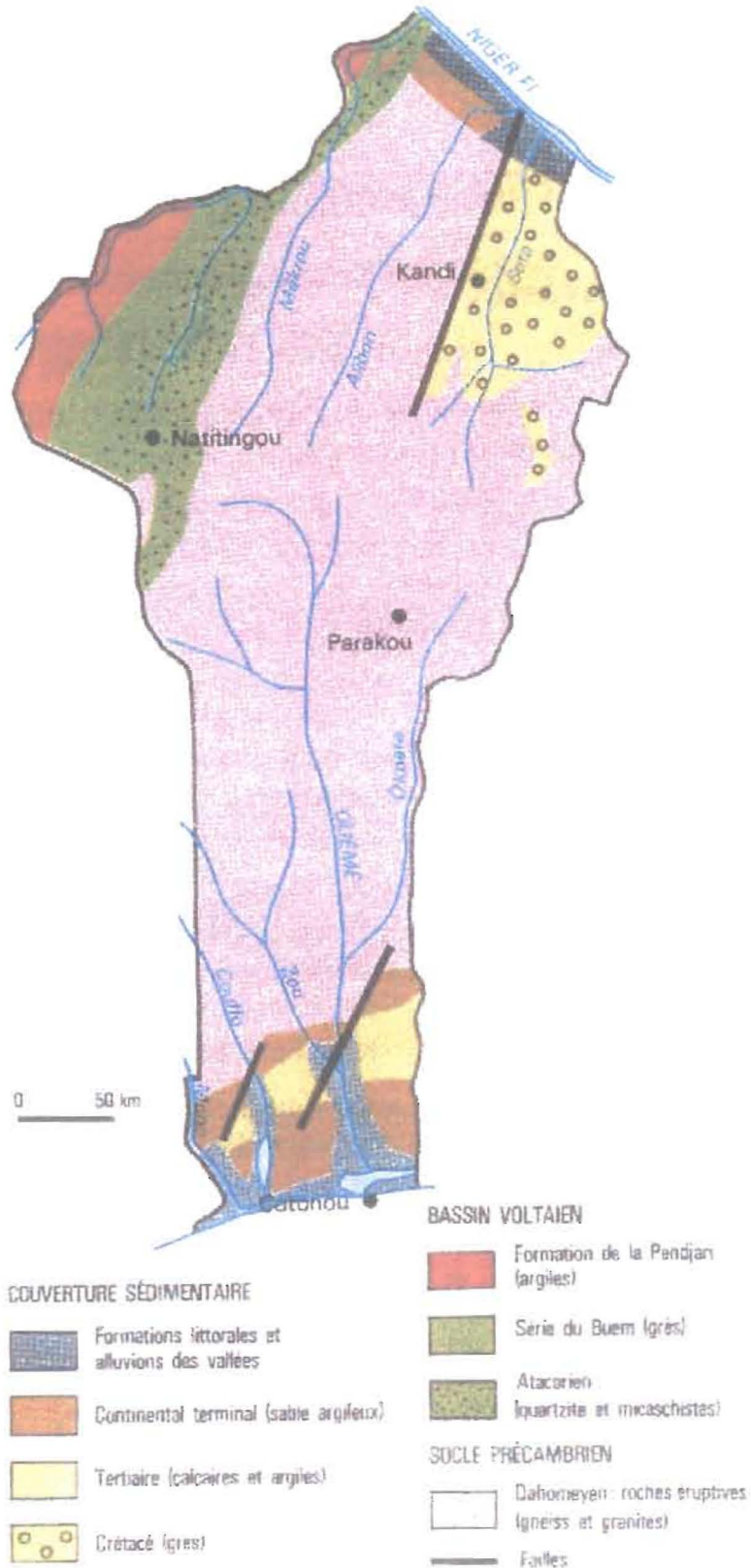
$$V_i = v_1 + v_2 x_i + v_3 y_i + v_4 x_i^2 + v_5 y_i^2 + v_6 x_i y_i \quad (\text{II.13})$$

i étant le numéro de nœud de l'élément

ANNEXE III

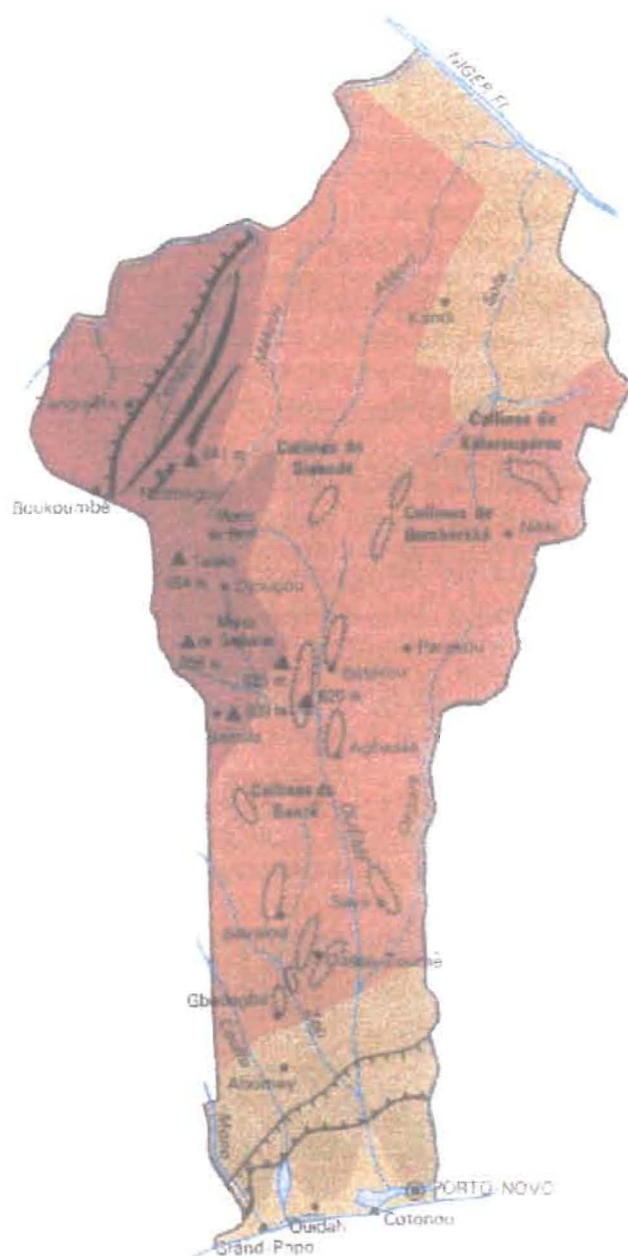
CARTES GEOLOGIQUE ET DU RELIEF DU BENIN

Carte géologique du Bénin





Le relief du Bénin



0 50 km