

**UNIVERSITE DE OUAGADOUGOU**

-----  
**Ecole Doctorale  
Sciences et Technologies**  
-----

**Laboratoire d'Energies Thermiques  
Renouvelables (L.E.T.RE)**



N° d'ordre.....179.....

## **Thèse présentée**

Par : Wendsida Serge IGO

Pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Ouagadougou

Option : Physique des matériaux et énergétique

Spécialité : Physique

## **TITRE DE LA THESE**

**Etude théorique et expérimentale d'un système de  
dépoussiérage de gaz pollué**

Soutenue le 16 décembre 2011 devant le jury composé de :

<b>M. Jean KOULIDIATI</b>	Professeur titulaire, Université de Ouagadougou	<b>Président</b>
<b>M. Belkacem ZEGHMATI</b>	Professeur titulaire, Université de Perpignan	<b>Codirecteur</b>
<b>M. Kossi NAPO</b>	Professeur titulaire, Université de Lomé	<b>Rapporteur</b>
<b>M. Pierre SAINT-GREGOIRE</b>	Professeur titulaire, Université de Nîmes	<b>Rapporteur</b>
<b>M. Abdoulaye OUEDRAOGO</b>	Maître de Conférences, Université de Ouagadougou	<b>Rapporteur</b>
<b>M. D. Joseph BATHIEBO</b>	Professeur titulaire, Université de Ouagadougou	<b>Directeur de thèse</b>

Ce travail a été effectué avec le soutien de l'ambassade de France au Burkina Faso

# Remerciements

Je ne saurais commencer la rédaction de ce mémoire sans remercier les personnes qui m'ont aidé à mener à bien mon travail de thèse.

Je remercie tout d'abord, Campus de France à Ouagadougou qui m'a octroyé une bourse doctorale trois années durant pour mener cette thèse en codirection avec l'Université de Perpignan en France.

Je remercie ensuite vivement mes directeurs de thèse, le Professeur D.J. BATHIEBO de l'Université de Ouagadougou qui n'a ménagé aucun effort pour me mettre dans de bonnes conditions de travail et le Professeur Belkacem ZEGHMATI de l'Université de Perpignan qui m'a accueilli dans son équipe de recherche (Groupe Mécanique Energétique) au sein du laboratoire de Mathématique et Physique des Systèmes (LAMPS) de l'Université de Perpignan. Trois années durant, j'ai énormément profité de vos conseils, de vos critiques et de votre grande culture scientifique.

J'adresse mes vifs remerciements au Professeur Xavier CHESNEAU, qui m'a énormément aidé dans mes programmes informatiques. Vous m'avez donné goût à la programmation informatique, notamment en Fortran, et j'en garde un souvenir merveilleux.

Je remercie aussi toute l'équipe du groupe de recherche Mécanique Energétique du LAMPS de l'Université de Perpignan pour leur soutien multiforme. Particulièrement, je dis merci à Michel CAYROL qui m'a beaucoup aidé dans la partie expérimentale de ma thèse.

Je remercie beaucoup le Professeur Alioune OUEDRAOGO de l'Université de Ouagadougou pour son soutien moral et matériel.

Mes remerciements s'adressent également à mes supérieurs hiérarchiques et à mes collègues à l'IRSAT pour le soutien qu'ils m'ont apporté durant cette thèse. Particulièrement, je tiens à remercier les professeurs Alhadi WEREME et Oumar SANOGO.

Enfin, je remercie les rapporteurs qui ont accepté de juger mon travail ainsi que toutes les personnes qui m'ont prêté une oreille attentive.

**A mon épouse, mes enfants Aymard et Ashley,  
A papa et maman,  
Pour tout votre soutien**

**Publications**

**S.W.Igo, D.J.Bathiébo, K.Palm, K.N'wuitcha, B.Zeghmati, X.Chesneau**

Laminar forced convection heat and mass transfer in a venturi tube with wetted walls.  
*Frontiers in heat and mass transfer. FHMT,2(3)1-7, 2011, doi: 10.5098/hmt.v2.3.3007.*

## **Communications**

---

### **Communications**

Laminar forced convection submicron particles scrubbing in non isolated wet venturi scrubber. *5<sup>th</sup> International Conference on Advances in Mechanical Engineering and Mechanics. 18-20 December, 2010, Hammamet, Tunisia. ICAMEM2010.*

Laminar forced convection heat and mass transfer in a venturi tube. *15<sup>th</sup> International Meeting of thermal sciences. 23,24,25 September,2011, Tlemcen, Algérie. JITH2011.*

### Résumé

---

Ce travail concerne une étude numérique et expérimentale d'un système de dépoussiérage de gaz pollué par les laveurs venturis. Les travaux antérieurs sur les dépoussiéreurs venturi ont montré que les particules submicroniques n'avaient pas été suffisamment étudiées. Le transfert de masse et de chaleur qui accompagne les processus de dépollution dans les canaux venturis a été aussi largement négligé. De plus, la plupart des modèles mathématiques utilisés sont uniquement basés sur le modèle de turbulence standard k- $\epsilon$ . Ainsi, pour corriger ces insuffisances, un modèle mathématique basé sur les équations de Navier-stokes a été mis en place en régime laminaire tandis qu'en régime turbulent, le modèle mathématique est basé sur les équations moyennées de type R.A.N.S couplées à un modèle de turbulence k- $\epsilon$  à bas nombre de Reynolds (Launder et Sharma, 1974). La méthode des volumes finis a été utilisée pour discrétiser les équations et les algorithmes de Gauss et de Thomas ont permis d'implémenter les modèles mathématiques. Pour éviter les mailles irrégulières, le venturi a été transformé en canal droit. Les résultats montrent que le transfert de masse et de chaleur augmente dans le convergent et atteint son pic dans le col. Concernant la dépollution, les résultats montrent que la collecte des particules submicroniques est meilleure pour de grandes valeurs du ratio Liquide/gaz et de faibles valeurs du nombre de Reynolds et du ratio diamètre du col/diamètre du venturi. Pour les grosses particules, un nombre de Reynolds et un ratio Liquide/gaz élevés assurent une meilleure collecte. Ce dernier résultat a été corroboré par une étude expérimentale.

### Abstract

---

This work concern a numerical and experimental study of gas cleaning by venturi scrubbers. Previous works have shown that submicron particles have been neglected in venturi scrubbers studies. Heat and mass transfer occurring in scrubbing process in venturi channels have not received much attention too. Moreover, all mathematical models used are only based on the standard k- $\epsilon$  turbulent model. Thus, in order to complete the previous works, Navier-stokes equations have been used for laminar modeling while the R.A.N.S averaged equations coupled with low Reynolds number k- $\epsilon$  turbulent model (Launder and Sharma, 1974) have been used for turbulent modeling. The equations are solved using finite volume method, Gauss and Thomas algorithms. In order to avoid the non-uniformity of the mesh spacing along the venturi plane, the venturi has been transformed into a straight channel. Results show that the heat and mass transfer increase in the converging section and reach his maximum in

## **Résumé**

---

the throat. Concerning the scrubbing process, results show that submicron particles are well collected at high liquid/gas ratio, low Reynolds number and low throat diameter/venturi diameter ratio. For large particles, a high Reynolds number and a high liquid/gas ratio lead to a better collect. This last result has been experimentally corroborated.

# Table des matières

<b>LISTE DES FIGURES .....</b>	<b>12</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX.....</b>	<b>16</b>
<b>LISTE DES IMAGES .....</b>	<b>17</b>
<b>NOMENCLATURE.....</b>	<b>18</b>
<b>LISTE DES ABREVIATIONS.....</b>	<b>22</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>23</b>
<b>CHAPITRE 1 : REVUE BIBLIOGRAPHIQUE .....</b>	<b>25</b>
<b>I. PROBLEMATIQUE GENERALE DU TRAITEMENT DE LA POLLUTION PARTICULAIRE DE L’AIR PAR LES DEPOUSSIERS VENTURI.....</b>	<b>25</b>
<b>I.1 Le phénomène de la pollution de l’air .....</b>	<b>25</b>
<b>I.2 La pollution particulaire de l’air.....</b>	<b>26</b>
I.2.1 Particules et aérosols .....	26
I.2.2 Conséquence de la pollution particulaire.....	27
<b>I.3 Techniques de traitement de la pollution particulaire.....</b>	<b>29</b>
<b>I.4 Traitement de l’air par les dépoussiéres venturi .....</b>	<b>31</b>
<b>II. MODELISATION DES DEPOUSSIERS VENTURIS.....</b>	<b>32</b>
<b>II.1 Modélisation des particules et des gouttes .....</b>	<b>35</b>
<b>II.2 Modélisation de la collecte des particules par les gouttes.....</b>	<b>36</b>
II.2.1 Modélisation de la collecte par impaction .....	38
II.2.1.1 Modèle de Calvert et al. (1972) .....	38
II.2.1.2 Modèle de Leith et Cooper (1980) .....	38

## Tables des matières

---

II.2.1.3 Modèle de Mohebbi et al. (2003).....	39
II.2.2 Modélisation de la collecte par diffusion .....	39
II.2.3 Modélisation de la collecte par interception .....	40
<b>II.3 Avantages et inconvénients des dépoussiéreurs venturi .....</b>	<b>40</b>
<b>III. CONCLUSION .....</b>	<b>41</b>
<b>CHAPITRE 2 : MODELISATION DES PHENOMENES DE TRANSFERT EN REGIME LAMINAIRE.....</b>	<b>42</b>
<b>I. INTRODUCTION .....</b>	<b>42</b>
<b>II. MODELISATION MATHEMATIQUE .....</b>	<b>42</b>
II.1 Modèle physique.....	42
II.2 Formulation mathématique .....	43
II.2.1 Equations.....	44
II.2.2 Conditions initiales et aux limites.....	46
II.2.2.1 Conditions initiales .....	46
II.2.2.2 Conditions aux limites .....	46
II.3 Adimensionnalisation.....	50
II.3.1 Adimensionnalisation des équations .....	50
II.3.2 Adimensionnalisation des conditions initiales et aux limites.....	52
II.3.2.1 Conditions initiales .....	52
II.3.2.2 Conditions aux limites .....	52
<b>III. RÉOLUTION NUMÉRIQUE DES ÉQUATIONS DE TRANSFERT .....</b>	<b>55</b>
III.1 Transformation de l'espace physique.....	55
III.2 Conditions initiales et aux limites dans l'espace ( $\eta, \xi$ ).....	57
III.2.1 Conditions initiales .....	57
III.2.2 Conditions aux limites .....	57
III.3 Méthodologie numérique .....	59
III.3.1 Discrétisation des équations de transfert .....	61
III.3.1.1 Discrétisation temporelle .....	62

## Tables des matières

---

III.3.1.2 Discrétisation spatiale .....	62
III.3.1.2.1 Discrétisation de l'équation de conservation du débit .....	63
III.3.1.2.2 Discrétisation des équations de transfert .....	63
III.3.2 Procédure de résolution .....	67
III.3.3 Procédure de calcul .....	69
<b>III.4 Résultats et discussions .....</b>	<b>72</b>
III.4.1 Validation du code numérique .....	72
III.4.2 Etude de la sensibilité du maillage .....	72
III.4.3 Résultats .....	73
<b>IV. CONCLUSION .....</b>	<b>82</b>
<b>CHAPITRE 3 : MODELISATION DES PHENOMENES DE TRANSFERT EN REGIME TURBULENT .....</b>	<b>84</b>
<b>I. INTRODUCTION .....</b>	<b>84</b>
<b>II. MODELISATION DES ECOULEMENTS TURBULENTS .....</b>	<b>84</b>
II.1 Approche statistique de la turbulence .....	85
II.2 Les équations de Navier-stokes moyennées au sens de Reynolds .....	86
II.3 Les modèles de turbulence .....	88
II.3.1 Le concept de viscosité turbulente : Hypothèse de Boussinesq .....	88
II.3.1.1 Fermeture à l'ordre zéro : Modèles de longueur de mélange .....	88
II.3.1.2 Fermeture au premier ordre .....	89
II.3.2 Les modèles k- $\epsilon$ (modèle de fermeture à deux équations) .....	89
II.3.2.1 Les modèles k- $\epsilon$ à grands nombres de Reynolds ou modèles k- $\epsilon$ standard .....	91
II.3.2.2 Les modèles k- $\epsilon$ à bas nombres de Reynolds .....	92
<b>III. IMPLEMENTATION DU MODELE MATHEMATIQUE .....</b>	<b>94</b>
III.1 Modèle mathématique .....	94
III.1.1 Equations .....	95
III.1.2 Conditions initiales et aux limites .....	97
III.1.2.1 Conditions initiales .....	97
III.1.2.2 Conditions aux limites .....	98

## Tables des matières

---

<b>III.2 Résolution numérique</b> .....	<b>101</b>
III.2.1 Équations dans l'espace $(\eta, \xi)$ .....	101
III.2.2 Conditions initiales et aux limites.....	102
III.2.2.1 Conditions initiales .....	102
III.2.2.2 Conditions aux limites .....	103
III.2.3 Méthodologie numérique .....	105
III.2.4 Algorithme de calcul.....	106
<b>III.3 Résultats et discussions</b> .....	<b>109</b>
III.3.1 Validation du code numérique.....	109
III.3.2 Etude de la sensibilité du maillage .....	109
III.3.3 Résultats.....	110
<b>IV. CONCLUSION</b> .....	<b>115</b>
<b>CHAPITRE 4 : ETUDE EXPERIMENTALE DU DEPOUSSIÈREUR VENTURI</b> .....	<b>117</b>
<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>117</b>
<b>I. MATERIELS ET METHODES</b> .....	<b>117</b>
<b>I.1. Matériels</b> .....	<b>117</b>
<b>I.2. Méthodes</b> .....	<b>121</b>
I.2.1. Mesure des vitesses et des gradients de pression .....	121
I.2.2. Mesure des températures.....	122
I.2.3. Efficacité de collecte :Procédure expérimentale.....	122
<b>II. RESULTATS</b> .....	<b>123</b>
<b>II.1. Vitesses et gradients de pression</b> .....	<b>123</b>
II.1.1. Vitesses.....	123
II.1.2 Gradients de pression .....	123
<b>II.2. Températures</b> .....	<b>124</b>
<b>II.3 Efficacité de collecte</b> .....	<b>126</b>
<b>III. CONCLUSION</b> .....	<b>129</b>

## **Tables des matières**

---

**CONCLUSION GENERALE .....130**

**REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....132**

## Liste des figures

Figure I.1. Synopsis de la pollution de l'air .....	26
Figure I.2. Pénétration des particules dans l'appareil respiratoire (EPA, 1996).....	28
Figure I.3. Schéma d'un venturi rectangulaire .....	31
Figure I.4. Description des phénomènes de collecte [51] .....	37
Figure II.1. Description schématique du modèle physique .....	43
Figure II.2. Domaine physique et domaine numérique .....	55
Figure II.3. Maillage décalé du domaine.....	60
Figure II.4. Maillage du domaine.....	61
Figure II.5. Volume de contrôle (en pointillés) centré en P.....	63
Figure II.6. Flux total sur les faces du volume de contrôle .....	64
Figure II.7. Organigramme de résolution des équations en régime laminaire .....	71
Figure II.8. Validation du code numérique ( $T_o = 20^\circ\text{C}$ , $T_w = 40^\circ\text{C}$ , $\phi_o=50\%$ , $Pr = 0.703$ , $Sc=0.592$ , $Re = 500$ ).....	72
Figure II.9. Champ de vitesse : $Re=500$ , $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ .....	73
Figure II.10. Champ de vitesse: $Re=600$ , $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ .....	73
Figure II.11. Champ de vitesse: $Re=700$ , $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ .....	73
Figure II.12. Champ de vitesse: $Re=1000$ , $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ .....	73
Figure II.13. Champ de vitesse: $Re=1500$ , $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ .....	73
Figure II.14. Champ de vitesse: $Re=2000$ , $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ .....	73
Figure II.15. Evolution de la composante axiale de la vitesse, influence du nombre de Reynolds. $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ .....	74
Figure II.16. Evolution du gradient de pression axial, influence du nombre de Reynolds. $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ .....	74
Figure II.17. Structure des lignes de courant : $Re=500$ , $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ .....	74
Figure II.18. Structure des lignes de courant : $Re=1000$ , $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ .....	74
Figure II.19. Structure des lignes de courant : $Re=1500$ , $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ .....	74
Figure II.20. Structure des lignes de courant : $Re=2000$ , $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ .....	75
Figure II.21. Structure des lignes de courant : $Re=500$ , $d_p=10^{-7}$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Y=1$ .....	75
Figure II.22. Structure des lignes de courant : $Re=500$ , $d_p=10^{-7}$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Y=0.75$ .....	75
Figure II.23. Structure des lignes de courant: $Re=500$ , $d_p=10^{-7}$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Y=0.5$ .....	75
Figure II.24. Structure des lignes de courant : $Re=500$ , $d_p=10^{-7}$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Y=0.25$ .....	76

## Liste des figures

Figure II.25. Evolution au cours du temps de la fraction massique des gouttes et des particules à la sortie du venturi : $Re=500$ , $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ .....	76
Figure II.26. Evolution au cours du temps de la fraction massique des gouttes et des particules à la sortie du venturi : $Re=500$ , $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{de}=3C_{pe}$ .....	76
Figure II.27. Evolution au cours du temps de la fraction massique des gouttes et des particules à la sortie du venturi : $Re=500$ , $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{de}=6C_{pe}$ .....	77
Figure II.28. Evolution au cours du temps de la fraction massique des gouttes et des particules à la sortie du venturi : $Re=500$ , $d_p=10^{-7}$ , $Y=0.25$ , $C_{de}=9C_{pe}$ .....	77
Figure II.29. Evolution au cours du temps de la fraction massique des particules à la sortie du venturi, influence du diamètre des particules : $Re=500$ , $Y=0.25$ , $C_{de}=C_{pe}$ .....	77
Figure II.30. Evolution au cours du temps de l'efficacité de collecte : $Re=500$ , $Y=0.25$ , $C_{de}=9C_{pe}$ .....	78
Figure II.31. Efficacité de collecte en fonction de $Y$ : $Re=500$ , $C_{de}=9C_{pe}$ .....	78
Figure II.32. Efficacité de collecte en fonction du nombre de Reynolds : $Y=0.25$ , $C_{de}=9C_{pe}$ .	79
Figure II.33. Evolution du nombre de Nusselt local sensible le long du venturi : $Re=500$ , $Y=0.25$ , $C_{de}=C_{pe}$ .....	79
Figure II.34. Evolution du nombre de Nusselt local latent le long du venturi : $Re=500$ , $Y=0.25$ , $C_{de}=C_{pe}$ .....	79
Figure II.35. Evolution du nombre de Nusselt local total le long du venturi : $Re=500$ , $Y=0.25$ , $C_{de}=C_{pe}$ .....	80
Figure II.36. Evolution du coefficient global d'échange de chaleur le long du venturi : $Re=500$ , $Y=0.25$ , $C_{de}=C_{pe}$ .....	80
Figure II.37. Evolution du nombre de Nusselt local le long du venturi, influence du nombre de Reynolds : $Y=0.25$ , $C_{de}=C_{pe}$ .....	80
Figure II.38. Evolution du nombre de Nusselt local le long du venturi, influence du paramètre $Y$ : $Re=500$ , $C_{de}=C_{pe}$ .....	80
Figure II.39. Evolution du nombre de Sherwood local le long du venturi : $Re=500$ , $Y=0.25$ , $C_{de}=C_{pe}$ .....	81
Figure II.40. Evolution du nombre de Sherwood local le long du venturi, influence du nombre de Reynolds : $Y=0.25$ , $C_{de}=C_{pe}$ .....	81
Figure II.41. Evolution du nombre de Sherwood local le long du venturi, influence du paramètre $Y$ : $Re=500$ , $C_{de}=C_{pe}$ .....	82
Figure II.42. Evolution de la température de la paroi interne le long du canal : $Re=500$ , $Y=0.25$ , $C_{de}=C_{pe}$ .....	82

## Liste des figures

---

Figure II.43. Evolution de la température de la paroi externe le long du canal : $Re=500$ , $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ .....	82
Figure III.1. Couche limite turbulente.....	91
Figure III.2. Maillage décalé à pas variables .....	106
Figure III.3. Organigramme de résolution des équations en régime turbulent .....	108
Figure III.4. Validation du code numérique ( $T_o = 20^\circ C$ , $T_w = 50^\circ C$ , $\phi_o = 50\%$ , $Pr = 0.709$ , $Sc = 0.597$ , $Re = 20\ 000$ ).....	109
Figure III.5. Profil radial de la vitesse dans les différentes sections du venturi : $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Re=20000$ .....	110
Figure III.6. Profil radial de la viscosité turbulente dans les différentes sections du venturi : $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Re=20000$ .....	110
Figure III.7. Profil radial de l'énergie cinétique turbulente dans les différentes sections du venturi : $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Re=20000$ .....	111
Figure III.8. Profil radial de la dissipation visqueuse dans les différentes sections du venturi : $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Re=20000$ .....	111
Figure III.9. Profil radial de la vitesse dans les différentes sections du venturi : $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Re=30000$ .....	111
Figure III.10. Profil radial de la viscosité turbulente dans les différentes sections du venturi : $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Re=30000$ .....	111
Figure III.11. Profil radial de l'énergie cinétique turbulente dans les différentes sections du venturi : $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Re=30000$ .....	112
Figure III.12. Profil radial de la dissipation visqueuse dans les différentes sections du venturi : $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Re=30000$ .....	112
Figure III.13. Concentration des particules et des gouttes à la sortie du venturi en fonction du temps : $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Re=5000$ .....	112
Figure III.14. Concentration des particules et des gouttes à la sortie du venturi en fonction du temps : $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Re=10000$ .....	112
Figure III.15. Concentration des particules et des gouttes à la sortie du venturi en fonction du temps : $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Re=15000$ .....	113
Figure III.16. Concentration des particules et des gouttes à la sortie du venturi en fonction du temps : $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Re=20000$ .....	113
Figure III.17. Concentration des particules et des gouttes à la sortie du venturi en fonction du temps : $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ , $Re=30000$ .....	113

## Liste des figures

---

Figure III.18. Evolution temporelle de l'efficacité de collecte en fonction du nombre de Reynolds : $Y=0.25$ , $C_{pe}=C_{de}$ .....	114
Figure III.19. Concentration des espèces à la sortie du venturi en fonction du temps : $Y=0.25$ , $Re=5000$ , $C_{do}=1.5C_{po}$ .....	114
Figure III.20. Concentration des espèces à la sortie du venturi en fonction du temps : $Y=0.25$ , $Re=5000$ , $C_{do}=2C_{po}$ .....	114
Figure III.21. Concentration des espèces à la sortie du venturi en fonction du temps : $Y=0.25$ , $Re=5000$ . $C_{do}=2.5C_{po}$ .....	114
Figure III.22. Efficacité de collecte en fonction du ratio liquide/gaz : $Y=0.25$ , $Re=5000$ . ...	115
Figure IV.1. Vue schématique du dispositif expérimental.....	118
Figure IV.2. Vitesse à l'entrée, au col et à la sortie du venturi en fonction du débit d'air à l'entrée.....	123
Figure IV.3. Gradient de pression en fonction du débit d'air à l'entrée du canal.....	124
Figure IV.4. Températures en fonction du débit d'eau à l'entrée du canal.....	124
Figure IV.5. Températures en fonction du débit d'eau à l'entrée du canal.....	124
Figure IV.6. Températures en fonction du débit d'eau à l'entrée du canal.....	125
Figure IV.7. Températures en fonction du débit d'eau à l'entrée du canal.....	125
Figure IV.8. Efficacité de collecte en fonction de la vitesse de l'air à l'entrée du venturi ....	127
Figure IV.9. Efficacité de collecte en fonction du débit d'eau à l'entrée du venturi .....	127

## Liste des tableaux

Tableau II.1. Caractéristiques physiques du venturi étudié .....	43
Tableau II.2. Définition des variables adimensionnelles .....	52
Tableau II.3. Définition des variables $\alpha$ , $B$ , $\kappa$ , $\chi$ , et $G$ de l'équation II.98 .....	56
Tableau II.4. Expression des termes de linéarisation des différents termes sources.....	67
Tableaux II.5. Système d'équations de l'algorithme de Gauss .....	68
Tableaux II.6. Système d'équations de l'algorithme de Thomas.....	69
Tableau II.7. Valeurs du nombre de Nusselt pour deux maillages différents .....	72
Tableau III.1. Valeurs du terme $D$ et des constantes pour différents modèles.....	93
Tableau III.2. Valeurs des termes $f_{\mu}$ , $f_1$ , $f_2$ , et $E$ pour différents modèles .....	94
Tableau III.3. Définition des variables $B$ , $\chi$ , et $G$ de l'équation III.54.....	101
Tableau III.4. Valeurs du nombre de Nusselt pour différents maillages.....	110
Tableau IV.1. Caractéristiques du ventilateur .....	119
Tableau IV.2. Calcul de l'efficacité de collecte en fonction de la vitesse d'entrée .....	126
Tableau IV.3. Calcul de l'efficacité de collecte en fonction du débit.....	127

## Liste des images

Image IV.1 Venturi expérimental.....	119
Image IV.2 Système d'injection d'eau et thermocouples .....	119
Image IV.3 Venturi et système de soufflerie.....	120
Image IV.4 Ordinateur, multimètre Keithley et manomètre-vélocimètre .....	120
Image IV.5 Tube de Pitot monté sur l'entrée du venturi.....	120
Image IV.6. Limaille de fer utilisée comme particules .....	128
Image IV.7. Pesage de l'eau avant introduction.....	128
Image IV.8. L'eau recueillie à la sortie du venturi contenant les particules piégées (vue 1).	128
Image IV.9. L'eau recueillie à la sortie du venturi contenant les particules piégées (vue 2).	128

# **Nomenclature**

# Nomenclature

## Lettres latines

<b>A</b> *	Valeurs adimensionnelles
<b>C</b>	Concentration (nombre/m <sup>3</sup> )
<b>X</b>	Axe des abscisses
<b>Z</b>	Axe des ordonnées
<b>x</b>	Cordonnée suivant l'axe X
<b>z</b>	Cordonnée suivant l'axe Z
<b>V</b>	Composante suivant x du vecteur vitesse du gaz (ms <sup>-1</sup> )
<b>U</b>	Composante suivant z du vecteur vitesse du gaz (ms <sup>-1</sup> )
<b>I</b>	Indice suivant z
<b>J</b>	Indice suivant x
<b>q</b>	Flux de Chaleur (Wm <sup>-2</sup> )
<b>Q</b>	Débit (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )
<b>c<sub>p</sub></b>	Chaleur massique à pression constante (Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )
<b>T</b>	Température (K)
<b>t</b>	Temps (s)
<b>D<sub>h</sub></b>	Diamètre hydraulique (m)
<b>D</b>	Coefficient de diffusion (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )
<b>d</b>	Diamètre (m)
<b>E</b>	Epaisseur de la paroi (m)
<b>vc</b>	Volume de contrôle
<b>g</b>	Accélération de la pesanteur (ms <sup>-2</sup> )
<b>P</b>	Pression (Nm <sup>-2</sup> )
<b>h</b>	Coefficient d'échange de chaleur (Wm <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> )
<b>H</b>	Hauteur du venturi (m)

## Nomenclature

---

<b>L</b>	Longueur section rectangulaire du venturi (m)
<b>L<sub>v</sub></b>	Chaleur latente de vaporisation (Jkg <sup>-1</sup> )
<b>R</b>	Rayon diamètre d'entrée du venturi (m)
<b>M</b>	Masse molaire (kgmol <sup>-1</sup> )
<b>k</b>	Energie cinétique turbulente (m <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> )
<b>S</b>	Terme source
<b>W</b>	Fraction massique de la vapeur d'eau
<b>div</b>	Opérateur divergence

## Symboles grecques

<b>η</b>	Cordonnée radiale après transformation
<b>ξ</b>	Cordonnée axiale après transformation
<b>μ</b>	Viscosité dynamique (kgm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )
<b>ν</b>	Viscosité cinématique (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )
<b>φ<sub>o</sub></b>	humidité relative
<b>λ</b>	Conductivité thermique (Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )
<b>Υ</b>	Ratio diamètre du col/diamètre d'entrée
<b>β</b>	Coefficient de dilatation thermique (K <sup>-1</sup> )
<b>ρ</b>	Masse volumique (kgm <sup>-3</sup> )
<b>σ</b>	Constante de Stefan-Boltzmann ( $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-4}\text{K}^{-1}$ )
<b>ε</b>	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente (m <sup>2</sup> s <sup>-3</sup> )
<b>π</b>	Pi
<b>Δ</b>	Incertitude
<b><math>\vec{\nabla}</math></b>	Opérateur gradient

## Indices

<b>a</b>	Air
<b>b</b>	Moyenne enthalpique
<b>R</b>	Rayonnement

## **Nomenclature**

---

<b>C</b>	Convection
<b>p</b>	Particules
<b>d</b>	Gouttes
<b>ev</b>	Evaporation
<b>g</b>	Gaz
<b>k</b>	Indice de l'espèce
<b>e</b>	Entrée
<b>o</b>	Initial
<b>L</b>	Latent
<b>P</b>	Paroi
<b>Pe</b>	Paroi externe
<b>Pi</b>	Paroi interne
<b>moy</b>	Moyenne
<b>max</b>	Maximum
<b>amb</b>	Ambiant
<b>t</b>	Turbulent
<b>T</b>	Total
<b>in</b>	Entrée
<b>out</b>	Sortie
<b>M</b>	Masse
<b>v</b>	Vapeur
<b>s</b>	Solide
<b>S</b>	Sensible

### **Exposants**

<b>m</b>	Nombre d'itérations
<b>0</b>	Précédent

### **Nombres adimensionnels**

## **Nomenclature**

---

<b>Re</b>	Nombre de Reynolds
<b>Pr</b>	Nombre de Prandtl
<b>Sc</b>	Nombre de Schmidt
<b>Gr</b>	Nombre de Grashof
<b>Nu</b>	Nombre de Nusselt
<b>Sh</b>	Nombre de Sherwood
<b>P</b>	Nombre de Peclet

## Liste des abréviations

<b>Abréviation</b>	<b>Définition</b>
<b>COV</b>	Composé Organique Volatile
<b>CNRST</b>	Centre National de la Recherche Scientifique et Technologique
<b>EC</b>	Efficacité de Collecte
<b>EPA</b>	US Environmental Protection Agency
<b>IRSAT</b>	Institut de Recherche en Sciences Appliquées et technologies
<b>LAMPS</b>	Laboratoire de Mathématique et Physique des Systèmes
<b>LRN</b>	Low Reynolds Number
<b>RANS</b>	Reynolds Average Navier-stokes
<b>RSM</b>	Reynolds Stress Model
<b>TDMA</b>	Tridiagonal Matrix Algorithme
<b>WHO</b>	World Health Organization
<b>MPC</b>	Masse des particules collectées

# **Introduction générale**

# Introduction générale

La protection de l'environnement notamment la qualité de l'air est devenue aujourd'hui un enjeu majeur pour nos sociétés. En effet, plusieurs études récentes menées aux états Unis, en Europe et récemment en Afrique font état d'une corrélation certaine entre certaines maladies respiratoires chroniques et la présence dans l'air de certaines particules. Ces particules proviennent le plus souvent de la combustion des énergies fossiles (trafic tout genre confondu) et des rejets des unités industrielles. La dépollution particulaire de l'air s'est donc imposée comme une des solutions majeures à cette problématique, tant il est difficile d'agir en aval car la plupart des particules présentes dans l'air sont le fruit d'une forte industrialisation. Notre sujet traite donc de la dépollution particulaire de l'air.

Ainsi, dans la dépollution de l'air par lavage de gaz, biofiltration, adsorption sur charbon actif ou zéolithe, etc. le venturi est un dispositif de conception simple qui peut être utilisé pour le nettoyage de gaz chargé de particules. Il est constitué d'un convergent et d'un divergent séparés par un col. La vaporisation de l'eau à la traversée du col du venturi combinée à l'accélération des particules en suspension permet de piéger ces particules dans les gouttelettes d'eau. Cependant, historiquement les venturis ont été utilisés pour les mesures de débit des écoulements gazeux.

Le sujet proposé dans le cadre de cette thèse porte sur une étude numérique et expérimentale des transferts dans un venturi où l'eau, introduite en amont du convergent, ruisselle sur l'une des parois en formant un film d'épaisseur supposée uniforme. Ce film est en interaction avec un écoulement d'air chargé de poussières qui s'effectue en convection forcée laminaire et turbulente. Les parois du venturi sont le siège d'un échange de chaleur avec le milieu ambiant par convection et rayonnement. La conversion de l'énergie potentielle en énergie cinétique à la traversée du convergent provoque la vaporisation de l'eau qui permet de piéger les particules solides contenues dans l'écoulement d'air.

L'objectif principal de ce travail est l'étude des paramètres de fonctionnement du venturi sur l'efficacité de collecte. Pour ce faire, les mécanismes hydrodynamiques et thermiques qui accompagnent le processus de dépoussiérage seront étudiés en détail. L'influence du nombre de Reynolds laminaire et turbulent sur la dépollution particulaire sera également analysé en détail.

Pour mener à bien cette étude, nous l'avons divisée en quatre chapitres :

## **Introduction générale**

---

Dans le chapitre I, nous allons mener une recherche bibliographique sur les travaux antérieurs effectués dans le domaine du traitement de l'air par les dispositifs venturis.

Dans le chapitre II, nous allons présenter un modèle mathématique pour simuler le dépoussiéreur venturi en régime laminaire.

Le chapitre III sera consacré à la modélisation et à la simulation du venturi en régime turbulent. Pour ce faire, nous allons utiliser un modèle de turbulence k- $\epsilon$  à bas nombre de Reynolds (LRN) pour modéliser les phénomènes de transfert, et ce afin de tenir compte de la couche limite turbulente.

En régime laminaire comme en régime turbulent, nous allons utiliser la méthode des volumes finis avec un maillage décalé (staggered grid) pour discrétiser les équations de transfert; Aussi, afin d'éviter des mailles non régulières (triangulaires ou autres) nous allons effectuer une transformation géométrique pour transformer le venturi en canal droit. Nous allons ensuite implémenter les algorithmes de Gauss et de Thomas. Le programme informatique sera écrit en Fortran 90.

Le chapitre IV sera consacré à l'étude expérimentale du dispositif venturi. L'objectif de cette partie du travail est de mettre en évidence les phénomènes hydrodynamiques, thermiques et massiques dans les dépoussiéreurs venturi. Nous chercherons également à corroborer certains résultats théoriques.

# **Chapitre 1 : Revue bibliographique**

# Chapitre 1 : Revue bibliographique

## I. Problématique générale du traitement de la pollution particulaire de l'air par les dépoussiéreurs venturi

### I.1 Le phénomène de la pollution de l'air

La pollution de l'air est provoquée par toute substance solide, liquide ou gazeuse qui modifie les proportions normales de la composition chimique de l'air dit pur [1]. La source de ces substances peut être d'origine naturelle ou humaine. La pollution naturelle de l'atmosphère est causée par les phénomènes de dégradation biologique, les éruptions volcaniques, les tempêtes de sable, les grands feux de forêt et les incendies, etc. Elle est incontrôlable et très aléatoire, donc difficile à combattre. Par contre, la pollution due à l'activité humaine est essentiellement la conséquence des procédés de combustion : transports, unités de transformation industrielles, incinération des déchets, etc.

Généralement, on distingue deux familles de polluants de l'air : les polluants gazeux et les particules solides (aérosols, poussières) en suspension dans l'air. Parmi les polluants gazeux, on peut citer essentiellement les oxydes de soufre ( $\text{SO}_x$ ) et d'azote ( $\text{NO}_x$ ), les oxydes de carbone (CO et  $\text{CO}_2$ ), les composés organiques volatiles (COV), l'ammoniac ( $\text{NH}_3$ ), etc. Ils sont générés en grande partie par le trafic routier et les activités industrielles diverses.

Les particules en suspension ou les matières particulaires sont des polluants atmosphériques importants dont les principales sources sont l'utilisation du gazole (diesel) et de l'essence dans les véhicules et dans les divers secteurs industriels (construction, secteur minier, sidérurgie, chimique...). Lors de leur émission dans l'atmosphère, les particules peuvent véhiculer de nombreuses substances toxiques telles que des métaux lourds, des métalloïdes ou des composés organiques.

En réalité la notion de pollution n'est pas liée à la présence ou à l'absence d'éléments dans l'atmosphère mais plutôt à leur concentration. C'est pourquoi la notion de seuil de concentration a tout son sens dans les phénomènes de pollution. Ainsi, on commencera à parler de pollution lorsque la concentration en polluants atteint un certain seuil.

Dans l'atmosphère, les polluants, appelés polluants primaires, subissent des transformations chimiques pour donner de nouvelles espèces appelées polluants secondaires, qui sont transportés par le vent (convection, turbulence). La figure I.1 illustre le phénomène de la pollution de l'air.

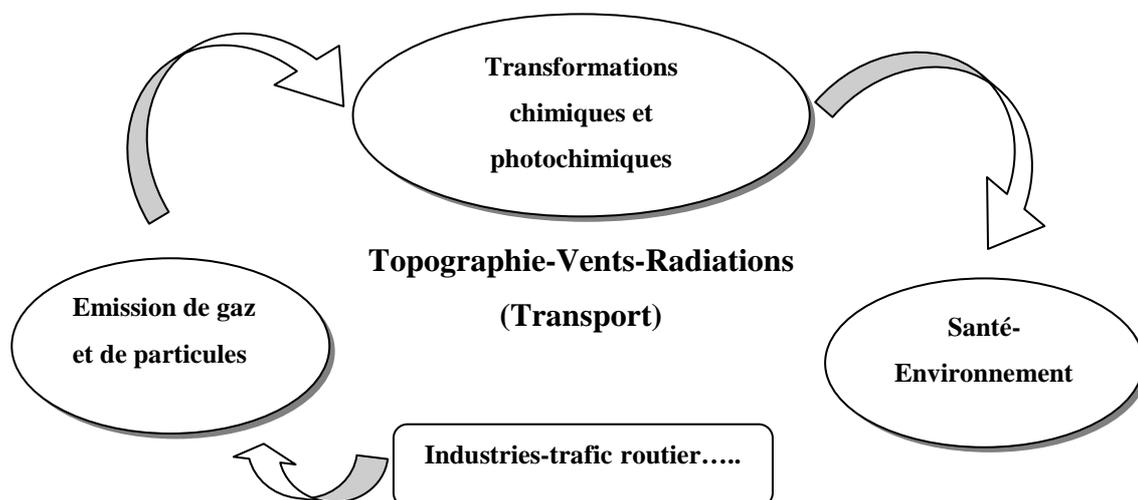


Figure I.1. Synopsis de la pollution de l'air

Le problème de la pollution par les effluents gazeux ne sera pas traité dans cette étude bien qu'étant très important. Dans ce qui va suivre, nous allons traiter uniquement la question de la pollution particulaire de l'air, objet de notre thèse.

## I.2 La pollution particulaire de l'air

### I.2.1 Particules et aérosols

La pollution particulaire de l'air est le plus souvent la conséquence des activités industrielles dont les plus significatives sont le trafic routier [2], les industries métallurgiques et la production d'électricité [3], et tout récemment les unités de traitement des déchets (incinération) [4] qui rejettent dans l'atmosphère des métaux lourds, des aérosols et des poussières. Les particules en suspension dans l'atmosphère sont diverses et très variées. Il convient de faire la différence entre particules et aérosols bien que ces termes soient souvent employés indistinctement dans la littérature. D'après Schmaus, le terme aérosol désigne toute particule solide et/ou liquide en suspension dans un milieu gazeux et présentant une vitesse de chute négligeable (Schmaus, 1920). La notion d'aérosol inclut donc à la fois les particules et

le gaz dans lequel elles se trouvent en suspension. Ainsi, les suies, les pollens, les particules de sels de mer, les fibres d'amiantes, les cendres volantes font partie des aérosols [5,6]. Quatre modes de classification sont habituellement utilisés en fonction de la taille des aérosols atmosphériques [7] : le mode nucléation (1-20nm), le mode Aitken (20-90nm), le mode accumulation (90-1000nm) et le mode coarse (>1µm).

En ce concerne les particules dont les formes sont très variables (sphériques, ellipsoïdales, en bâtonnets, etc.), la classification est réalisée en fonction de leur diamètre aérodynamique qui correspond au diamètre d'une sphère ayant la même vitesse de chute que la particule en question et une masse volumique égale à  $1\text{g.cm}^{-3}$  (Renoux et Bouland, 1998). La notion de diamètre aérodynamique a permis de classer les particules en trois grands groupes et de spécifier leur nomenclature :

- Les particules ayant un diamètre aérodynamique inférieur ou égal à  $10\mu\text{m}$  sont appelées **PM<sub>10</sub>** (PM pour Particulate Matter en anglais).
- Les particules ayant un diamètre aérodynamique inférieur ou égal à  $2.5\mu\text{m}$  sont appelées **PM<sub>2,5</sub>**.
- Les particules ayant un diamètre aérodynamique inférieur ou égal à  $0.1\mu\text{m}$  sont appelées **PM<sub>0.1</sub>**.

Les particules dont le diamètre aérodynamique est compris entre 2.5 et  $10\mu\text{m}$  sont appelées «particules grossières» ou «grosses particules» (coarse particles en anglais), celles inférieures à 2.5 sont appelées particules fines (fine particles en anglais). Enfin, celles inférieures à  $0.1\mu\text{m}$  sont appelées particules ultrafines (ultrafine particles en anglais).

### I.2.2 Conséquence de la pollution particulaire

La corrélation entre pollution de l'air et santé humaine a été démontrée par de nombreux travaux. Ainsi, des études menées aux Etats Unis ont montré que les populations qui vivent dans les zones moins polluées avaient une espérance de vie meilleure par rapport à celles qui vivaient dans les zones fortement polluées (Dockery et al., 1993; Pope et al., 1995). Le fait historique des conséquences de la pollution particulaire est incontestablement l'épisode du «smog» à Londres en 1952, «the great smog», qui fit 4000 morts (Ministry of Health, 1954) et qui a révélé au monde entier, le vrai danger des particules en suspension dans l'air. Ce

## Chapitre 1 : Revue bibliographique

phénomène se produit dans tous les lieux où les conditions météorologiques (le brouillard «fog») se combinent aux rejets industriels et des transports routiers («smoke»).

Les études actuelles montrent que ce sont les particules fines produites par les véhicules diesel et à essence qui posent le plus de problèmes. L'implication des particules Diesel dans le développement de tumeurs ou de maladies respiratoires a été signalée par certains auteurs [8,9]. En effet, leur temps de résidence dans l'air urbain peut être assez long (jours, voire semaines) et elles peuvent donc s'accumuler. Comme ces particules sont fines, elles pénètrent partout, dans les maisons, dans les lieux de travail et donc peuvent se retrouver dans le système respiratoire de l'homme. Les études toxicologiques et épidémiologiques mentionnent les particules fines comme un facteur d'accroissement de maladies respiratoires chroniques et de mortalité précoce (SFSP, 1996). De ce fait, l'OMS ne mentionne pas de seuils de protection, mais considère l'exposition aux particules fines comme un facteur de risque sans seuil de protection sanitaire (WHO, 2000).

L'étude menée par EPA, (EPA,1996) a montré que l'impact sanitaire des particules dépend de leur taille qui influence la pénétrabilité de la particule dans le système respiratoire humain et son assimilation. Cette étude est illustrée par la figure I.2.

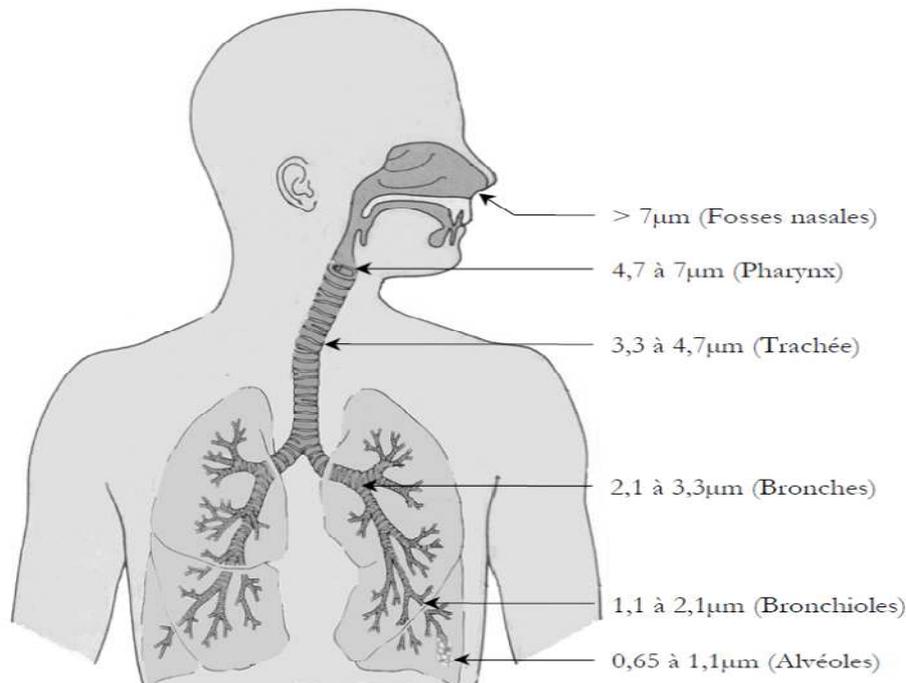


Figure I.2. Pénétration des particules dans l'appareil respiratoire (EPA, 1996)

Sur le plan environnemental, l'étude de Colbeck (1995) a montré que les particules avaient une influence sur le bilan radiatif de l'atmosphère et donc jouent un rôle dans le changement climatique global [ 10].

Les aérosols sont également la cause de la réduction de la visibilité dans les zones urbaines et industrielles à cause de la discontinuité de l'indice de réfraction à la surface de la particule ou à travers un gaz [11].

Ainsi donc, comme nous pouvons le constater, les particules présentes dans l'atmosphère sont extrêmement dangereuses pour l'espèce humaine. Par conséquent, le traitement des effluents atmosphériques avant leur rejet dans l'atmosphère s'impose donc afin de minimiser les risques pour l'homme et son environnement.

### **I.3 Techniques de traitement de la pollution particulaire**

Le dépoussiérage est toute action ou procédé dans lequel un air pollué est débarrassé par une séparation air/solide d'une partie substantielle de solides qu'il véhicule par des dépoussiéreurs ou séparateurs de poussières. Un dépoussiéreur est donc un appareil qui permet la séparation des particules solides du courant gazeux dans lequel elles sont en suspension. On distingue en général cinq (05) types de dépoussiéreur parmi lesquels les chambres de coulées, les séparateurs d'inertie, les filtres, les précipitateurs électrostatiques, et les dépoussiéreurs humides [12].

Les dépoussiéreurs humides sont des dispositifs qui utilisent un liquide pour soutenir l'évacuation de fines particules du flux de gaz porteur. Normalement, on utilise de l'eau comme liquide de frottement. Dans un collecteur à liquide, les fines particules sont agglomérées avec de l'eau et ensuite séparées du gaz.

La nature a utilisé le frottement avec les liquides comme une méthode de purification de l'atmosphère depuis le début du monde. Chaque pluie frotte l'air, produisant cette sensation d'air frais que nous expérimentons tous. Dans les applications industrielles, il est nécessaire de mettre le flux de gaz à nettoyer en contact avec le liquide de frottement. Ce processus nécessite beaucoup d'énergie. En somme, les frais d'installation de ces purificateurs sont relativement faibles, mais les frais d'exploitation sont très élevés.

Avec ces purificateurs, il est possible d'éliminer non seulement des particules d'un diamètre inférieur à  $0,2 \mu\text{m}$ , mais aussi de larges particules qui peuvent être suspendues dans le gaz [13].

Le processus par frottement avec un liquide comprend quatre étapes principales :

## **Chapitre 1 : Revue bibliographique**

---

- Le transport : les particules doivent être déplacées vers les gouttelettes d'eau, qui, normalement, sont 10 à 100 fois plus larges.
- La collision : les particules doivent entrer en collision avec les gouttelettes.
- L'adhésion : l'adhérence est favorisée directement par la tension superficielle.
- La précipitation : les gouttelettes contenant les fines particules provenant du gaz sont évacuées.

En général, les particules sont éliminées du flux de gaz par un ou une combinaison des mécanismes suivants :

### **Collision**

Lorsque le gaz chargé de fines particules traverse une zone contenant des gouttelettes d'un liquide, les fines particules vont entrer en collision avec celles-ci. Après y avoir adhéré, elles peuvent être évacuées avec les gouttelettes.

### **Interception**

Les particules qui sont en mouvement avec le flux de gaz ne peuvent pas entrer en collision avec les gouttelettes, mais elles peuvent être capturées parce qu'elles se frottent aux gouttelettes et y adhèrent. Ce processus est connu sous le terme d'interception.

### **Diffusion**

La diffusion des dispersoïdes dans le milieu liquide soutient l'élimination des fines particules.

### **Condensation**

La condensation des vapeurs du milieu liquide sur les fines particules augmente la taille et le poids des particules, ce qui facilite l'évacuation des fines particules.

Les principaux types de purificateurs humides les plus utilisés et importants sont : les purificateurs Venturi, les tours de pulvérisation, les purificateurs cycloniques, les purificateurs tassés, les purificateurs mécaniques.

Dans ce qui va suivre, nous nous focaliserons uniquement sur les dépoussiéreurs venturi, objet de notre thèse.

### I.4 Traitement de l'air par les dépoussiéreurs venturi

Les dépoussiéreurs venturi (venturi scrubbers en anglais) sont, depuis de nombreuses années, utilisés pour le dépoussiérage de gaz chargé de particules (Johnstone et al., 1954). Ils possèdent un rendement de collecte très élevé variant de 70% à 99% pour les particules de diamètre supérieur à 1  $\mu\text{m}$  et plus de 50% pour les particules submicroniques [14,15]. Leur inconvénient majeur est lié à la perte de charge importante qui entraîne des coûts d'exploitation élevés [16].

Les dépoussiéreurs venturi sont également adaptés au traitement des polluants gazeux. Toutefois, leur utilisation dans ce domaine reste limité aux COV et aux gaz à très forte solubilité [17]. Dans ce cas, ils assurent le contact entre le liquide et le gaz chargé de particules favorisant le passage des polluants de la phase gazeuse à la phase liquide par le phénomène d'absorption, et facilitant ainsi leur élimination. Sur le plan industriel, les dépoussiéreurs venturi sont bien adaptés au nettoyage de l'air dans les chaudières, les incinérateurs de déchets municipaux, les cimenteries, les sidérurgies, les usines de fabrication de produits chimiques, de papiers, etc.

Un venturi est constitué par un convergent et un divergent séparés par un col. Ce dispositif peut être de forme cylindrique ou rectangulaire. La figure I.3 montre les différentes parties d'un venturi.

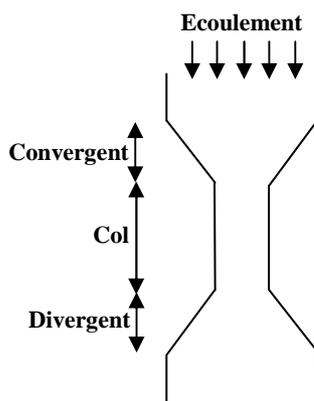


Figure I.3. Schéma d'un venturi rectangulaire

On distingue essentiellement trois types de venturi en fonction du mode d'introduction du liquide :

- **Les venturis de type Pease-Anthony** : ces venturis ont été les premiers à être étudiés (Johnstone et al., 1954) [18]. Dans ce type de venturi, l'énergie est fournie au gaz

(généralement par l'intermédiaire d'un ventilateur) qui pulvérise le liquide ajouté au col (ou en aval du col) du venturi par une ou plusieurs buses.

- **Les venturis de types éjecteurs** : dans les venturis éjecteurs, le liquide de lavage est pulvérisé (à l'aide d'une buse éjectrice) dans le col du venturi entraînant et lavant le gaz à traiter. Ce type de venturi convient au nettoyage des polluants gazeux [19].
- **Les venturis humides (Wetted Approach)** : dans ce type de venturi, le liquide est introduit sous forme de film circulant sur les parois du venturi. Ce type de venturi est utilisé pour le traitement des gaz corrosifs, des poussières adhésives (créant des problèmes de colmatage), ou des gaz chauds (Azzopardi et al., 1991) [20].

Après la collecte des particules au niveau du col, le mélange (gaz et gouttelettes chargées de particules) traverse ensuite le divergent et subit une forte décélération en raison de l'accroissement de la section du venturi. Il s'ensuit un accroissement de la dimension des gouttelettes par agglomération, ce qui provoque leur précipitation et les particules solides se retrouvent donc dans l'eau captée à la sortie du venturi.

## II. Modélisation des dépoussiéreurs venturis

La quasi-totalité des études numériques menées dans les dépoussiéreurs venturi sont des modèles de type Euler-Lagrange en régime turbulent qui considèrent l'impaction inertielle comme mode principal de collecte. Ainsi les termes diffusifs ont toujours été négligés. Ces modèles ont été développés dans le but de déterminer principalement l'efficacité de collecte et les pertes de charges des dépoussiéreurs venturi. Les particules et les gouttes sont traités avec un modèle Lagrangien appelé PIC (Particles In Cell techniques) [21,22] tandis que le gaz est traité avec un modèle Eulérien classique.

Dans le modèle d'Eckman et Johnstone (1951) [23], chaque goutte est suivie tout au long de sa trajectoire pour estimer la quantité de particules piégées par celle-ci. La quantité totale de particules piégées est obtenue en sommant sur toute les gouttes du liquide de lavage.

Calvert (1970) [24] a développé un modèle mathématique pour calculer l'efficacité de collecte d'un dépoussiéreur venturi. Ce modèle utilise une corrélation de Walton et Woolcock [25] pour déterminer l'efficacité de collecte en prenant en compte le caractère hydrophile ou hydrophobe des particules.

## **Chapitre 1 : Revue bibliographique**

---

Boll (1973) [26] proposa un autre modèle basé sur des équations différentielles des mouvements des particules et des gouttes et sur l'impaction des particules sur les gouttes. L'échange de quantité de mouvement entre les différentes phases est également pris en compte dans ce modèle.

Dans les modèles cités en haut, il est considéré une distribution uniforme des gouttes dans le col du venturi. Taheri et Sheih (1975) [27] ont montré que la distribution des gouttes avait une influence sur l'efficacité de collecte. Ils ont donc formulé un autre modèle dans lequel la non uniformité de la distribution des gouttes dans le venturi est prise en compte. Leur résultats obtenus sont en accord avec ceux de la littérature (Beg and Taheri,1977) [28]. Viswanathan et al. (1984) [29] ont amélioré ce modèle en incorporant la possibilité d'avoir plusieurs orifices d'injection localisés dans le col du venturi. Plus tard, ils ont présenté un modèle à deux dimensions dans lequel la pénétration du jet et la distribution de la taille des gouttes a été pris en compte.

Les études expérimentales menées par F.Mayingier et al. (1978) [30] ont montré qu'en ce qui concerne les venturis avec atomisation, la collecte des particules est prédominante dans la zone d'atomisation du liquide de lavage.

Placek et Peters (1981) [31] ont développé un modèle mathématique pour analyser l'effet des paramètres de fonctionnement du venturi (géométrie, vitesse au col, ratio liquide/gaz, distributions des particules et des gouttes) sur l'efficacité de collecte. Ils montrèrent que le ratio liquide/gaz, la vitesse du gaz au col, la localisation de l'orifice d'injection du liquide de lavage ainsi que la longueur du col sont des paramètres importants qui influence l'efficacité du venturi. Ils ont également analysé l'effet de l'échange de chaleur et de masse (entre les différentes phases) sur l'efficacité de collecte du venturi. Leur résultats montrent que des températures élevées du gaz réduisent la collecte des particules tandis que le transfert de masse entre les phases augmente l'efficacité de collecte lorsqu'il y a condensation sur les gouttes. Des études concernant la température d'entrée du gaz ont également été menées et ont montré qu'une température trop élevée du gaz va provoquer une forte évaporation du liquide de lavage (l'eau) et donc va baisser le nombre de gouttelettes d'eau générées par le système, ce qui fait chuter le rendement de collecte. Ainsi, la température du gaz généralement recommandée est comprise entre 4 et 370°C (40 à 700°F) (Avallone, 1996). Un système de refroidissement est donc généralement requis pour les gaz à forte température. C'est également le cas pour les venturis faits de matériaux sensibles aux fortes températures (Dixit, 1999).

## **Chapitre 1 : Revue bibliographique**

---

Azzopardi et GOVAN (1984) [32] et Azzopardi et al. (1992) [33] considèrent que quel que soit le mode d'introduction du liquide de lavage, il existera toujours une fraction du liquide circulant sous forme de film sur les parois du venturi. Cette fraction du film va accentuer les pertes de charge dans le venturi. Ils considèrent également l'existence d'un mouvement de gouttes du film vers le gaz et vice versa. Ce mouvement va forcément influencer l'efficacité de collecte du dépoussiéreur.

L'amélioration de l'efficacité de collecte des venturis avec atomisation se fait le plus souvent au détriment de la consommation énergétique. Heinz Haller et al. (1989) [34] ont montré à l'aide d'un modèle dit modèle de deux zones qu'en fonction de la géométrie du venturi, on pouvait trouver un compromis entre efficacité de collecte et consommation énergétique. Leurs résultats théoriques confirmés par l'expérience montrent qu'un venturi dont le col génère une distribution uniforme des gouttes dans le col réduisait de 37% la consommation énergétique.

Fathikalajahi et al. (1995) [35] ont proposé un modèle à trois dimensions pour la dispersion des gouttes. Leurs résultats concordent avec les données industrielles de Brink et Constant (1958) [36].

Shekar Viswanathan (1997) [37] a présenté un modèle mathématique à deux dimensions pour calculer l'efficacité de collecte d'un dépoussiéreur venturi. Il a analysé l'effet de la vitesse du gaz au col, le ratio liquide/gaz et la taille des particules sur l'efficacité de collecte. Il a montré que l'efficacité de collecte augmentait avec ces trois paramètres.

Amir Rahimi et al. (2005) [38] ont présenté un modèle mathématique pour calculer l'efficacité de collecte d'un venturi non isotherme dans lequel est pris en compte l'échange simultané de chaleur et de masse entre les différentes phases. Leurs résultats concordent avec ceux de Placek et Peters (1981).

S.I. Pak et K.S. Chang (2006) [39] ont développé un modèle à trois dimensions pour calculer l'efficacité de collecte d'un venturi circulaire de type Pease-Anthony. Ce modèle tient compte de l'interaction entre le gaz et les gouttes, de la déformation des gouttes et de l'atomisation du liquide. Leurs résultats montrent que l'atomisation du liquide ainsi que les interactions entre les différentes phases avaient une influence majeure sur les performances du venturi.

La quasi totalité des études citées plus haut concernent les particules de grosse taille. En réalité les modes de collecte par impaction ne sont efficaces que pour les particules d'une certaine taille. Cheng-Hsiung Huang et al. (2007) [40] ont développé une technique de traitement des particules submicroniques pour accroître leur taille, et donc accroître leur

collecte par impaction. Ainsi, avant que les particules ne n'entrent dans le dépoussiéreur, elles sont soumises à des conditions de saturation (ou de sursaturation), ce qui augmente leur taille à cause des phénomènes de condensation ou de nucléation hétérogène. Les essais menés sur des particules à base de NaCl et de SiO<sub>2</sub> ont montré que ce type de traitement améliorerait nettement l'efficacité de collecte par rapport aux particules submicroniques sans traitement préalable.

Enfin, M. Taheri et A. Mohebbi (2008) [41] ont développé un nouveau modèle basé sur le principe des réseaux de neurones pour prévoir l'efficacité de collecte des dépoussiéreurs venturi. Leur résultats montrent que l'efficacité de collecte augmente avec le diamètre des particules et la vitesse du gaz au col. Les résultats de ce modèle ont été confirmés par une étude expérimentale.

### II.1 Modélisation des particules et des gouttes

La distribution d'une population de particules dans un écoulement gazeux est la répartition en concentration des particules en fonction de leur diamètre. Très souvent deux approches sont utilisées : l'approche discrète et l'approche modale. Dans l'approche discrète, la distribution des particules est approchée par des classes de taille discrète (Gelbard & Seinfeld, 1980) [42]. Dans l'approche modale, la distribution des particules est approchée par des fonctions analytiques généralement de type log-normale (Whitby & McMurry, 1997) [43] :

$$n(d_p) = \frac{N_p}{\sqrt{2\pi \ln \sigma_{pg}}} \exp\left[-\frac{\ln^2(d_p/d_{pg})}{2 \ln^2 \sigma_{pg}}\right] \frac{1}{d_p} \quad (\text{I.1})$$

$N_p$  est la concentration moyenne particulaire,  $d_{pg}$  le diamètre géométrique moyen des particules et  $\sigma_{pg}$  la déviation standard géométrique.

La distribution des gouttes dans le venturi, peut être également de type log-normale mais la fonction de Rosin-Rammler (RR) [44] est habituellement utilisée pour décrire cette distribution.

$$1 - \phi = \exp\left[-\left(\frac{d_d}{\chi}\right)^{n_{RR}}\right] \quad (\text{I.2})$$

où  $\phi$  est la fraction volumique des gouttes dont le diamètre est inférieur à  $d_d$  et  $n_{RR}$  un paramètre qui tient compte de l'étendue de la distribution. Le paramètre  $\chi$  est corrélé au diamètre moyen de Sauter  $D_{32}$  par la fonction Gamma:

$$\frac{\chi}{D_{32}} = \Gamma\left(1 - \frac{1}{n_{RR}}\right) \quad (I.3)$$

Pour le diamètre moyen de Sauter, la corrélation de Boll et al. [45] est:

$$D_{32} = \frac{4.22 \times 10^{-2} + 5.77 \times 10^{-3} \left(\frac{L}{G}\right)^{1.922}}{V_{ing}^{1.602}} \quad (I.4)$$

$V_{ing}$  est la vitesse du gaz à l'orifice d'injection, L et G sont respectivement les débits volumique du liquide et du gaz.

La corrélation de Nukiyama et Tanasawa [46] est également utilisée pour calculer le diamètre de Sauter :

$$D_{32} = \frac{0.585}{V_{g,ing} - V_{d,ing}} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho_L}} + 1.683 \times 10^{-3} \left(\frac{\mu_L}{\sigma \rho_L}\right)^{0.5} \left(\frac{L}{G}\right)^{1.5} \quad (I.5)$$

Cependant S.H.Park et al. (2005) [47] note que dans les dépoussiéreurs, le diamètre des gouttes est habituellement dans la gamme des 0.1-1mm.

## II.2 Modélisation de la collecte des particules par les gouttes

Dans les dépoussiéreurs, les particules sont collectées par les gouttes d'eau selon plusieurs mécanismes, parmi lesquels l'impaction inertielle, la diffusion brownienne et l'interception.

**L'impaction inertielle** concerne les particules ayant une certaine masse et donc possédant suffisamment d'inertie pour s'impacter sur les gouttes d'eau. On considère généralement que les particules dont le diamètre est supérieur à 10 $\mu$ m sont collectées par impaction [48].

**L'interception** est un phénomène géométrique dû à la dimension de la particule : la taille de la particule rend possible le contact de sa surface avec celle de l'obstacle (goutte d'eau), même si son centre de masse est sur une trajectoire qui ne coupe pas la surface de la goutte.

Ainsi, pour les particules dont le diamètre est compris entre 0.1 et 1 $\mu\text{m}$ , le mode de collecte prépondérant est l'interception [49].

**La diffusion brownienne;** Les particules de très petite taille ont un mouvement brownien, irrégulier causé par les collisions avec les molécules du gaz. Ces particules sont captées par les gouttes d'eau à travers le phénomène de diffusion. Ce phénomène concerne généralement les particules dont le diamètre est inférieur à 0.5 $\mu\text{m}$  [50]. La figure I.4 décrit les différents mécanismes de capture d'une particule par une goutte d'eau.

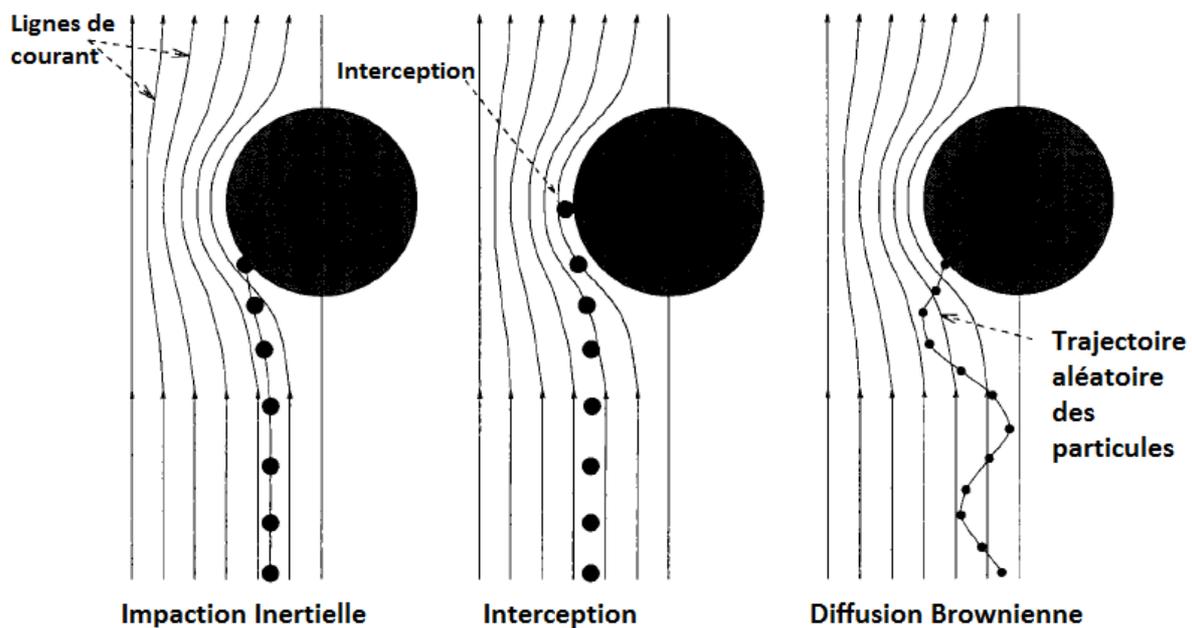


Figure I.4. Description des phénomènes de collecte [51]

D'après Seinfeld et Pandis [52], l'efficacité élémentaire de collecte (une seule goutte) est définie comme étant le rapport de la masse de particules collectées sur la masse de particules présentes dans le volume balayé par la goutte. En faisant un simple bilan de masse, on peut alors exprimer le terme source de disparition des particules :

$$S_p = -\rho \frac{\pi}{4} d_d^2 |\vec{V}_d| EFC_d C_p \quad (\text{I.6})$$

Où EF est l'efficacité élémentaire de collecte. L'efficacité globale de collecte est obtenue en intégrant les efficacités élémentaires de chaque goutte. Les modèles ci-dessous donnent donc uniquement les efficacités de collecte élémentaires.

### II.2.1 Modélisation de la collecte par impaction

Le mécanisme basique de la collecte des particules par les gouttes a été décrit par Calvert (1972) qui considère l'impaction inertielle comme le mode prépondérant de collecte. Le modèle de Calvert a par la suite été amélioré par Leith et Cooper (1980) et tout récemment par Mohebbi et al. (2003).

#### II.2.1.1 Modèle de Calvert et al. (1972)

Calvert [53] propose un paramètre d'impaction ( $\psi$ ) pour caractériser le phénomène d'impaction. Ce paramètre est assimilé au nombre de Stokes (écoulement de Stokes) :

$$\psi = \frac{C\rho_p d_p^2 |V_g - V_d|}{18\mu_g d_d}$$

(I.7)

Où  $\rho_p$  est la densité des particules,  $d_p$  est le diamètre des particules,  $d_d$  est le diamètre des gouttes,  $V_g$  est la vitesse du gaz,  $V_d$  la vitesse des gouttes,  $\mu_g$  est la viscosité dynamique du gaz et  $C$  le facteur de correction de Cunningham donné par la relation suivante :

$$C = 1 + \frac{1.65 \times 10^{-7}}{d_p} \quad (\text{I.8})$$

Pour le diamètre des gouttes, Calvert considère la corrélation de Nukiyama-Tanasawa. Finalement, pour l'efficacité de collecte élémentaire, il propose la relation suivante :

$$EF = \left( \frac{\psi}{\psi + 0.7} \right)^2 \quad (\text{I.9})$$

#### II.2.1.2 Modèle de Leith et Cooper (1980)

Se basant sur les travaux de Calvert (1972), Leith et Cooper [54] ont proposé une autre expression pour calculer l'efficacité de collecte élémentaire :

$$EF = 1 - \exp\left(-0.124 \cdot \left(\frac{f^2}{\beta}\right) \cdot N\right) \quad (\text{I.10})$$

$f$  est un paramètre empirique utilisé par Calvert et valant 0.2 pour les particules hydrophobes et 0.45 pour les particules hydrophiles.  $\beta$  est un facteur de correction introduit par Calvert pour prendre en compte les pertes de charges dans le venturi, et  $N$  est défini par :

$$N = \frac{C\rho_p d_p^2 \Delta P}{18\mu_g^2} \quad (\text{I.11})$$

Où  $\Delta P$ , représente les pertes de charge.

### II.2.1.3 Modèle de Mohebbi et al. (2003)

Mohebbi et al. [55] ont proposé une autre corrélation pour l'efficacité de collecte en se basant sur des résultats expérimentaux et les travaux de Calvert:

$$EF = \left( \frac{\psi'}{\psi' + 1} \right)^r \quad (\text{I.12})$$

Avec :

$$r = 0.759\psi'^{-0.25} \quad (\text{I.13})$$

$$\psi' = \frac{\rho_p d_p^2 |V_g - V_d|}{18\mu_g d_d} \quad (\text{I.14})$$

Pour le diamètre des gouttes, ils considèrent la corrélation de Boll et al. (1974).

### II.2.2 Modélisation de la collecte par diffusion

Jung and Lee (1998) [56] se sont basés sur les travaux expérimentaux de Slinn [57] sur les gouttes de pluie pour proposer une expression générale de l'efficacité de collecte élémentaire par diffusion :

$$E_{\text{diff}}(d_p, d_d) = 2 \left( \frac{\sqrt{3}\pi}{4P} \right)^{2/3} \left[ \frac{(1 - \alpha_d)(3\theta + 4)}{J + \theta K} \right]^{1/3} \quad (\text{I.15})$$

où  $\alpha_d$  représente la densité des gouttes, définie comme la fraction volumique des gouttes,  $\theta$  est le ratio entre la viscosité de l'eau et celle de l'air,  $J$  et  $K$  sont tels que :

$$J = 1 - 6\alpha_d^{1/3}/5 + \alpha_d^2/5 \quad (\text{I.16})$$

$$K = 1 - 9\alpha_d^{1/3}/5 + \alpha_d + \alpha_d^2/5 \quad (\text{I.17})$$

$Pe$  est le nombre de Peclet :

$$Pe = \frac{d_d V_d}{D_p} \quad (I.18)$$

$D_p$  est le coefficient de diffusion des particules définie par:

$$D_p = \frac{K_B T C_c}{3\pi\mu d_p} \quad (I.19)$$

où  $K_B$  est la constante de Boltzmann,  $T$  la température absolue,  $\mu$  la viscosité dynamique de l'air et  $C_c$  le facteur de correction de Cunningham :

$$C_c = 1 + 2.493 \frac{\lambda}{d_p} + 0.84 \frac{\lambda}{d_p} \exp\left(-0.435 \frac{d_p}{\lambda}\right) \quad (I.20)$$

où  $\lambda$  est le libre parcours moyen des molécules de l'air.

### II.2.3 Modélisation de la collecte par interception

Jung and Lee (1998) ont également proposé la corrélation suivante pour l'efficacité de collecte élémentaire par interception :

$$E_{int}(d_p, d_d) = \frac{1 - \alpha_d}{J + \theta K} \left[ \frac{R_{int}}{1 + R_{int}} + \frac{1}{2} \left( \frac{R_{int}}{1 + R_{int}} \right)^2 (3\theta + 4) \right] \quad (I.21)$$

$R_{int}$  est le ratio entre le diamètre des particules et celui des gouttes :

$$R_{int} = d_p / d_d,$$

Les expressions de  $J$  et  $K$  sont similaires à celles définies pour la diffusion.

## II.3 Avantages et inconvénients des dépoussiéreurs venturi

Parmi les avantages des dépoussiéreurs de type venturi, citons Cooper (Cooper, 1994).

- Leur conception simple et modulaire avec une faible maintenance,
- Une grande efficacité de collecte,
- Le nettoyage avec un moindre risque de gaz chargés de poussières inflammables et explosives,
- Le nettoyage de gaz chargés de fines particules,
- Le nettoyage des polluants gazeux.

L'inconvénient majeur du dépoussiéreur venturi est lié à sa forte consommation d'énergie, du fait des pertes de charges énormes donnant lieu à des coûts d'exploitation élevés.

Les inconvénients (Perry, 1984 ; Cooper, 1994) les plus significatifs sont liés au liquide de lavage qui peut engendrer:

- Une pollution de l'environnement,
- Un problème de collecte des déchets liquides,
- Une corrosion du dépoussiéreur.

En outre, les particules collectées peuvent être contaminées et non recyclables et l'élimination des déchets liquides peut être coûteuse.

### **III. Conclusion**

Ces rappels bibliographiques sur les systèmes de dépoussiérage de gaz chargés de particules, plus précisément sur les dépoussiéreurs venturi, ont montré notamment que le rendement de dépoussiérage dépend de nombreux paramètres caractéristiques de leur fonctionnement. Si les particules de grande taille ont été largement étudiées à travers le phénomène d'impaction dans les dépoussiéreurs venturis, les fines particules (ou particules submicroniques) ont été négligées. En effet, le mode de collecte par diffusion a été occulté dans de nombreux travaux. De plus, le modèle de turbulence k- $\epsilon$  utilisé dans la plupart des études pour la simulation de l'écoulement est le plus souvent un modèle de fermeture standard, donc qui ne tient pas compte de l'existence de la sous couche visqueuse de la paroi du venturi. Le transfert de chaleur et de masse qui est une conséquence des processus de dépollution (air insaturé et conditions thermiques d'opération) dans les dispositifs venturis n'a pas non plus fait l'objet d'étude.

Aussi, afin de corriger ces insuffisances, nous allons dans les prochains chapitres, modéliser et simuler un dépoussiéreur venturi pour un écoulement chargé de fines particules en régime laminaire, et modéliser puis simuler en régime turbulent un dépoussiéreur venturi avec un modèle k- $\epsilon$  à bas nombre de Reynolds qui tient compte de la sous couche visqueuse.

**Chapitre 2 :**  
**Modélisation en**  
**régime laminaire**

# **Chapitre 2 : Modélisation des phénomènes de transfert en régime laminaire.**

## **I. Introduction**

Les rappels bibliographiques du chapitre précédent ont montré que les particules submicroniques (diamètre inférieure à  $1\mu\text{m}$ ) n'ont pas été suffisamment prises en compte dans les études antérieures en régime laminaire. Ce chapitre est donc consacré à la modélisation des phénomènes de transfert en régime laminaire au sein du venturi. Le processus de dépoussiérage dans les dispositifs venturis suppose d'abord un écoulement gazeux, contenant des espèces (poussières) qui entrent en interaction avec des gouttes d'eau. Afin de mesurer les performances d'un dispositif venturi, il est donc impératif de modéliser les différents phénomènes qui s'y déroulent. En régime laminaire, l'écoulement de l'effluent gazeux dans le venturi sera modélisé par les équations de Navier-Stokes. La concentration des particules et des gouttes sera modélisée par des équations de transport (diffusion des espèces). Nous considérons également que le principal mode de collecte des particules est la diffusion et l'interception. L'échange de chaleur avec le milieu extérieur est régi par le rayonnement et la convection naturelle. Nous allons donc analyser les paramètres de fonctionnement du dépoussiéreur dans des conditions réelles d'opération. Etant donné que l'air est considéré insaturé, et avec le flux de chaleur imposé à la paroi, le dépôt de la vapeur d'eau sur la paroi va provoquer un échange de masse (et de chaleur) entre la paroi et l'écoulement. Une analyse thermique et massique sera donc également effectuée afin de voir comment la température extérieure influence l'écoulement gazeux au sein du venturi.

## **II. Modélisation mathématique**

### **II.1 Modèle physique**

Le venturi faisant l'objet de l'étude est de section rectangulaire avec des parois en aluminium. Le venturi admet une symétrie de révolution autour de l'axe [OZ]. Un référentiel (OXZ) a donc été associé au demi canal. La distance [OR] représente le rayon du canal à l'entrée.  $x$  est la coordonnée mesurée positivement de gauche à droite et  $z$  la cote orientée

positivement vers le bas, dans le sens de la gravité. Le modèle physique est décrit par la figure II.1.

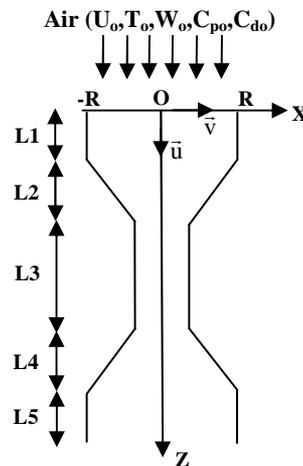


Figure II.1. Description schématique du modèle physique

Le tableau II.1 donne les caractéristiques physiques du venturi étudié.

Caractéristiques physiques du venturi	
Matériaux	Plexiglas sauf parois en aluminium
Hauteur (m)	0.9
Diamètre d'entrée (m)	0.2
Diamètre du col (m)	0.05
Diamètre de sortie (m)	0.2
Longueur L1 (m)	0.1
Longueur L2 (m)	0.2
Longueur L3 (m)	0.15
Longueur L4 (m)	0.3
Longueur L5 (m)	0.15
Epaisseur des parois (m)	0.005

Tableau II.1. Caractéristiques physiques du venturi étudié

Nous définissons le paramètre  $\Upsilon$  comme étant le ratio entre le diamètre du col et le diamètre d'entrée du venturi.

## II.2 Formulation mathématique

Nous considérons que le processus de dépoussiérage dans les dispositifs venturi est la résultante des phénomènes suivants :

- L'écoulement du gaz (véhicule du transport) : les particules et les gouttes sont transportées par l'écoulement du gaz.
- L'interaction gouttes-particules qui se traduit par la collecte des particules par les gouttes.

Les équations régissant l'écoulement de l'effluent gazeux sont celles de Navier Stokes. Ces équations sont l'équation de continuité (conservation de la masse), l'équation de conservation de la quantité de mouvement, l'équation d'énergie et l'équation de diffusion des espèces. L'équation de conservation du débit complètera le modèle. Ces équations sont résolues en considérant que les propriétés physiques de l'écoulement sont variables et dépendent de la température et de la fraction massique de la vapeur d'eau. Le détail du calcul des propriétés physiques variables est donné par Feddaoui et al. (2003) [58].

Posons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- L'écoulement est bidimensionnel
- L'effluent gazeux est incompressible avec une humidité relative  $\phi_0$
- Le gradient de pression motrice suivant l'axe horizontal est négligé
- Les effets Dufour et Soret sont négligeables
- Il n'y a pas d'interaction entre les particules et l'effluent gazeux
- Il n'y a pas d'interaction entre les gouttes et l'effluent gazeux
- La collecte des particules est uniquement basée sur la diffusion et l'interception
- Le nombre de particules collectées est égale au nombre de gouttes consommées
- Le mélange (air+particules+gouttes) est considéré comme un gaz parfait

### II.2.1 Equations

Dans ces conditions, les équations qui régissent le fonctionnement du dépoussiéreur s'écrivent dans le référentiel (OXZ) :

-Equation de continuité

$$\text{div}(\rho \vec{v}_g) = 0$$

Soit :

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho U)}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.1})$$

-Equation de conservation de la quantité de mouvement

L'équation vectorielle régissant la conservation de la quantité de mouvement en convection forcée est :

$$\rho \frac{\partial \vec{v}_g}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}_g \otimes \vec{v}_g) = -\vec{\nabla}(P) + \text{div}(\tau_{ij})$$

$\tau_{ij}$  est le tenseur des contraintes visqueuses défini par :

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

En projetant l'équation vectorielle sur les axes on obtient :

- Composante suivant [oz)

$$\rho \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial(\rho VU)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho UU)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad (\text{II.2})$$

- Composante suivant [ox)

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial(\rho VV)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho UV)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial z} \right) \quad (\text{II.3})$$

-Equation d'énergie

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_p VT)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho c_p UT)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (\text{II.4})$$

-Equation de diffusion des gouttes

$$\rho \frac{\partial C_d}{\partial t} + \frac{\partial(\rho VC_d)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho UC_d)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho D_d \frac{\partial C_d}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho D_d \frac{\partial C_d}{\partial z} \right) - S_d \quad (\text{II.5})$$

-Equation de diffusion des particules

$$\rho \frac{\partial C_p}{\partial t} + \frac{\partial(\rho VC_p)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho UC_p)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho D_p \frac{\partial C_p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho D_p \frac{\partial C_p}{\partial z} \right) - S_p \quad (\text{II.6})$$

-Equation de diffusion de la vapeur d'eau

$$\rho \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial(\rho VW)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho UW)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D \frac{\partial W}{\partial z} \right) \quad (\text{II.7})$$

-Equation de conservation du débit

$$\int_0^R U dx = Q_e + Q_{ev} \quad (\text{II.8})$$

$Q_e$  et  $Q_{ev}$  représente respectivement le débit d'entrée du gaz et le débit évaporé cumulé à la paroi.

D'après Seinfeld et Pandis (1998), le terme source de collecte des particules peut s'exprimer par la relation suivante :

$$S_p = -\rho \frac{\pi}{4} d_d^2 |\bar{V}_d| EFC_d C_p \quad (\text{II.9})$$

En utilisant une de nos hypothèses selon laquelle le nombre de particules collectées est égale au nombre de gouttes consommées, on peut écrire :

$$S_d = S_p \quad (\text{II.10})$$

L'efficacité élémentaire de collecte (EF) est la somme des efficacités élémentaires de collecte par diffusion et par interception :

$$EF = E_{diff}(d_p, d_d) + E_{int}(d_p, d_d) \quad (\text{II.11})$$

### II.2.2 Conditions initiales et aux limites

#### II.2.2.1 Conditions initiales

A l'instant initial, le processus de dépoussiérage n'est pas encore amorcé. Dans ces conditions, on a :

$$U(x,z)=0 \quad (\text{II.12})$$

$$V(x,z)=0 \quad (\text{II.13})$$

$$T(x,z)=T_e \quad (\text{II.14})$$

$$W(x,z)=W_e \quad (\text{II.15})$$

$$C_p(x,z)=C_{pe} \quad (\text{II.16})$$

$$C_d(x,z)=C_{de} \quad (\text{II.17})$$

#### II.2.2.2 Conditions aux limites

-A l'entrée ( $z = 0, 0 \leq x \leq R$ )

On considère un profil de poiseuille pour la vitesse U.

$$U(x,z) = \frac{3}{2} U_e \left( 1 - \left( \frac{x}{R} \right)^2 \right) \quad (\text{II.18})$$

$$V(x,z) = 0 \quad (\text{II.19})$$

$$T(x,z) = T_e \quad (\text{II.20})$$

$$W(x,z) = W_e \quad (\text{II.21})$$

$$C_p(x,z) = C_{pe} \quad (\text{II.22})$$

$$C_d(x,z) = C_{de} \quad (\text{II.23})$$

-A la sortie ( $z = L, 0 \leq x \leq R$ )

L'écoulement est supposé pleinement développé, dans ces conditions:

$$\frac{\partial U(x,z)}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.24})$$

$$\frac{\partial V(x,z)}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.25})$$

$$\frac{\partial T(x,z)}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.26})$$

$$\frac{\partial W(x,z)}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.27})$$

$$\frac{\partial C_p(x,z)}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.28})$$

$$\frac{\partial C_d(x,z)}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.29})$$

-A la paroi ( $0 \leq z \leq L, x=R$ )

En plus de la condition de non glissement du fluide sur la paroi qui impose des vitesses nulles, on considère que les particules et les gouttes ne se déposent pas sur la paroi. Il y a également évaporation de la vapeur d'eau à la paroi :

$$U(x,z)=0 \quad (\text{II.30})$$

$$V(x,z)=V_{ev} \quad (\text{II.31})$$

Avec  $V_{ev}$  la vitesse d'évaporation à la paroi. Cette vitesse peut s'exprimer par la relation suivante [59]:

$$V_{ev} = - \frac{D}{(1 - W_p)} \frac{\partial W}{\partial x} \Big|_p \quad (\text{II.32})$$

D'après la loi de Dalton, la fraction massique de la vapeur d'eau à la paroi  $W_p$  correspond aux conditions de saturation; dans ces conditions :

$$W = W_p \quad (\text{II.33})$$

Avec

$$W_p = P_p M_v / [P_p M_v + (P - P_p) M_a] \quad (\text{II.34})$$

$$\frac{\partial C_p(x, z)}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.35})$$

$$\frac{\partial C_d(x, z)}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.36})$$

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \rho L_v V_{ev} = -\lambda_s \left( \frac{T_{Pe} - T_{Pi}}{E} \right) = (h_c + h_R) (T_{amb} - T_{Pe}) \quad (\text{II.37})$$

Avec :

$\lambda$  : Conductivité thermique du gaz dans le venturi ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )

$\lambda_s$  : Conductivité thermique de la paroi du venturi ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )

$T_{Pe}$  : Température de la paroi externe du venturi (K)

$T_{Pi}$  : Température de la paroi interne du venturi (K)

$T_{amb}$  : Température ambiante (K)

$L_v$  : Chaleur latente de vaporisation de l'eau qui est fonction de la température ( $\text{Jkg}^{-1}$ )

$h_c$  : Coefficient de transfert de chaleur par convection naturelle entre la surface externe de la paroi du venturi et le milieu ambiant ( $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ )

D'après J.F.Sacadura [60], le coefficient  $h_c$  est corrélé au nombre de Rayleigh (GrPr), avec Gr le nombre de Grashof et Pr le nombre de Prandtl.

$$h_c = \frac{\text{Nu} \lambda_{\text{air}}}{H} \text{ avec } \text{Nu} = a(\text{GrPr})^m$$

Avec :  $a = 0.59$ ;  $m = 0.25$  pour  $10^4 < \text{GrPr} < 10^9$ . Et  $a = 0.21$ ;  $m = 0.4$  pour  $10^9 < \text{GrPr} < 10^{13}$   
et :

$$Gr = \frac{g\beta_T(T_{Pe} - T_{amb})H^3}{v_{air}^2}; H \text{ étant la hauteur du venturi.}$$

$h_R(\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1})$ : Coefficient de transfert de chaleur par rayonnement entre la surface externe de la paroi du venturi et le milieu ambiant :

$$h_R = \gamma\sigma(T_{Pe}^2 + T_{amb}^2) \times (T_{Pe} + T_{amb})$$

$\gamma$  et  $\sigma$  représentent respectivement l'émissivité de la paroi et la constante de Stefan.

-A l'axe de symétrie ( $0 \leq z \leq L, x = 0$ )

Toutes les grandeurs physiques sont invariantes sur l'axe de symétrie sauf la vitesse radiale qui est nulle:

$$\frac{\partial U(x,z)}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.38})$$

$$V(x,z) = 0 \quad (\text{II.39})$$

$$\frac{\partial T(x,z)}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.40})$$

$$\frac{\partial C_p(x,z)}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.41})$$

$$\frac{\partial C_d(x,z)}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.42})$$

$$\frac{\partial W(x,z)}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.43})$$

Le flux total de chaleur échangé entre la paroi mouillée et l'écoulement est la somme du flux de chaleur sensible et du flux de chaleur latente.

$$q_T = q_s + q_L = \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_p + \dot{m}_w'' L_v \quad (\text{II.44})$$

Où  $\dot{m}_w''$  représente le débit massique évaporé.

Nous caractérisons le transfert de chaleur par le nombre de Nusselt en utilisant la relation ci-dessous :

$$Nu_T = \frac{hD_h}{\lambda} = \frac{q_T D_h}{\lambda(T_p - T_b)} = Nu_s + Nu_L \quad (\text{II.45})$$

Où  $Nu_s$  et  $Nu_L$  représentent respectivement le nombre de Nusselt sensible et le nombre de Nusselt latent.

## Chapitre 2 : Modélisation des phénomènes de transfert en régime laminaire

Le nombre de Nusselt sensible  $Nu_S$  est corrélé au flux de chaleur sensible  $q_S$  tandis que le nombre de Nusselt latent  $Nu_L$  est corrélé au flux de chaleur latent  $q_L$ :

$$Nu_S = \frac{D_h}{\lambda} \frac{q_S}{(T_p - T_b)} = \frac{D_h}{(T_p - T_b)} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_P \quad (\text{II.46})$$

$$Nu_L = \frac{D_h}{\lambda} \frac{q_L}{(T_p - T_b)} = \frac{\dot{m}_w'' L_v D_h}{\lambda (T_p - T_b)} \quad (\text{II.47})$$

De façon similaire, nous caractérisons le transfert de masse par le nombre de Sherwood en utilisant la relation ci-dessous :

$$Sh = \frac{h_M D_h}{D} = \frac{D_h}{(W_p - W_b)} \left. \frac{\partial W}{\partial x} \right|_P \quad (\text{II.48})$$

D'après A. Mohebbi et al. (2003), l'efficacité de collecte (EC) d'un dépoussiéreur est définie par :

$$EC = 1 - \frac{\int x |\vec{v}| C_p(x, z) dx \Big|_{\text{out}}}{\int x |\vec{v}| C_p(x, z) dx \Big|_{\text{in}}} \quad (\text{II.49})$$

Où  $C_p(x, z) \Big|_{\text{in}}$  et  $C_p(x, z) \Big|_{\text{out}}$  représentent respectivement les concentrations des particules à l'entrée et à la sortie du venturi.

## II.3 Adimensionnalisation

A l'aide des variables caractéristiques de notre système, nous procédons à l'adimensionnalisation des équations et conditions aux limites :

### II.3.1 Adimensionnalisation des équations

-Equation de continuité

$$\frac{\partial(\rho^* V^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* U^*)}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{II.50})$$

-Equation de la quantité de mouvement

- Composante suivant [oz]

$$\rho^* \frac{\partial U^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho^* V^* U^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* U^* U^*)}{\partial z^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \mu^* \frac{\partial U^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \mu^* \frac{\partial U^*}{\partial z^*} \right) \right] \quad (\text{II.51})$$

- Composante suivant [ox]

$$\rho^* \frac{\partial V^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho^* V^* V^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* U^* V^*)}{\partial z^*} = \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \mu^* \frac{\partial V^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \mu^* \frac{\partial V^*}{\partial z^*} \right) \right] \quad (\text{II.52})$$

-Equation d'énergie

$$\rho^* c_p^* \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho^* c_p^* V^* T^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* c_p^* U^* T^*)}{\partial z^*} = \frac{1}{\text{RePr}} \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \lambda^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \lambda^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) \right] \quad (\text{II.53})$$

-Equation de diffusion des gouttes

$$\rho^* \frac{\partial C_d^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho^* V^* C_d^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* U^* C_d^*)}{\partial z^*} = \frac{1}{\text{ReSc}_d} \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \rho^* D_d^* \frac{\partial C_d^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \rho^* D_d^* \frac{\partial C_d^*}{\partial z^*} \right) \right] - S_d^* \quad (\text{II.54})$$

-Equation de diffusion des particules

$$\rho^* \frac{\partial C_p^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho^* V^* C_p^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* U^* C_p^*)}{\partial z^*} = \frac{1}{\text{ReSc}_p} \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \rho^* D_p^* \frac{\partial C_p^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \rho^* D_p^* \frac{\partial C_p^*}{\partial z^*} \right) \right] - S_p^* \quad (\text{II.55})$$

-Equation de diffusion de la vapeur d'eau

$$\rho^* \frac{\partial W^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(\rho^* V^* W^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* U^* W^*)}{\partial z^*} = \frac{1}{\text{ReSc}} \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( D^* \frac{\partial W^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( D^* \frac{\partial W^*}{\partial z^*} \right) \right] \quad (\text{II.56})$$

-Equation de conservation du débit

$$\int_0^R U^* dx^* = Q_e^* + Q_{ev}^* \quad (\text{II.57})$$

Les termes sources adimensionnelles des gouttes des particules s'écrivent :

$$S_p^* = -\rho^* D_h^3 \frac{\pi}{4} d_d^{*2} |\bar{V}_d^*| \text{EFC}_d^* C_p^* C_{de} \quad (\text{II.58})$$

$$S_d^* = -\rho^* D_h^3 \frac{\pi}{4} d_d^{*2} |\bar{V}_d^*| \text{EFC}_d^* C_p^* C_{pe} \quad (\text{II.59})$$

Avec :

$$\text{Re} = \frac{U_e D_h}{\nu_e} \text{ le nombre de Reynold.}$$

$D_h = 2R$  le diamètre hydraulique du venturi.

$$Pr = \frac{\rho_e v_e c_{pe}}{\lambda_e} \text{ le nombre de Prandtl.}$$

$$Sc = \frac{v_e}{D_e} \text{ le nombre de Schmidt de la vapeur d'eau.}$$

$$Sc = \frac{v_e}{D_{e,k}} \text{ le nombre de Schmidt des particules et des gouttes, } k = p, d.$$

Les variables adimensionnelles sont définies dans le tableau II.2 :

$x^* = \frac{x}{D_h}$	$z^* = \frac{z}{D_h}$	$L^* = \frac{L}{D_h}$	$R^* = \frac{R}{D_h}$
$V^* = \frac{V}{U_e}$	$U^* = \frac{U}{U_e}$	$P^* = \frac{P}{\rho_e U_e^2}$	$c_p^* = \frac{c_p}{c_{pe}}$
$C_p^* = \frac{C_p}{C_{pe}}$	$C_d^* = \frac{C_d}{C_{de}}$	$t^* = \frac{U_e t}{D_h}$	$v^* = \frac{v}{v_e}$
$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_e}$	$T^* = \frac{T}{T_e}$	$\mu^* = \frac{\mu}{\mu_e}$	$\lambda^* = \frac{\lambda}{\lambda_e}$
$S_d^* = \frac{S_d}{S_{de}}$	$S_p^* = \frac{S_p}{S_{pe}}$		

Tableau II.2. Définition des variables adimensionnelles

## II.3.2 Adimensionnalisation des conditions initiales et aux limites

### II.3.2.1 Conditions initiales

$$U^*(x^*, z^*)=0 \tag{II.60}$$

$$V^*(x^*, z^*)=0 \tag{II.61}$$

$$T^*(x^*, z^*)=1 \tag{II.62}$$

$$W^*(x^*, z^*)=1 \tag{II.63}$$

$$C_p^*(x^*, z^*)=1 \tag{II.64}$$

$$C_d^*(x^*, z^*)=1 \tag{II.65}$$

### II.3.2.2 Conditions aux limites

-A l'entrée ( $z^* = 0, 0 \leq x^* \leq R^*$ )

$$U^*(x^*, z^*) = \frac{3}{2} \left( 1 - \left( \frac{x^*}{R^*} \right)^2 \right) \quad (\text{II.66})$$

$$V^*(x^*, z^*) = 0 \quad (\text{II.67})$$

$$T^*(x^*, z^*) = 1 \quad (\text{II.68})$$

$$W^*(x^*, z^*) = 1 \quad (\text{II.69})$$

$$C_p^*(x^*, z^*) = 1 \quad (\text{II.70})$$

$$C_d^*(x^*, z^*) = 1 \quad (\text{II.71})$$

-A la sortie ( $z^* = L/DH, 0 \leq x^* \leq R^*$ )

$$\frac{\partial U^*(x^*, z^*)}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{II.72})$$

$$\frac{\partial V^*(x^*, z^*)}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{II.73})$$

$$\frac{\partial T^*(x^*, z^*)}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{II.74})$$

$$\frac{\partial W^*(x^*, z^*)}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{II.75})$$

$$\frac{\partial C_p^*(x^*, z^*)}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{II.76})$$

$$\frac{\partial C_d^*(x^*, z^*)}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{II.77})$$

-A la paroi ( $0 \leq z^* \leq L/DH, x^* = R^*$ )

$$U^*(x^*, z^*) = 0 \quad (\text{II.78})$$

$$V^*(x^*, z^*) = V_{ev}^* \quad (\text{II.79})$$

Avec:

$$V_{ev}^* = - \frac{D}{U_e D_h (1/W_e - W_p^*)} \left. \frac{\partial W^*}{\partial x^*} \right|_p \quad (\text{II.80})$$

$$W^* = W_p^* \quad (\text{II.81})$$

Avec:

$$W_p^* = P_p^* M_v^* / [P_p^* M_v^* + (P^* - P_p^*) M_a^*] \quad (\text{II.82})$$

$$\frac{\partial C_p^*(x^*, z^*)}{\partial x^*} = 0 \quad (\text{II.83})$$

$$\frac{\partial C_d^*(x^*, z^*)}{\partial x^*} = 0 \quad (\text{II.84})$$

$$-\lambda^* \left( \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \right) - \frac{\rho L_v V_{ev} D_h}{\lambda_e T_e} = -\lambda_s^* \left( \frac{T_{Pe}^* - T_{Pi}^*}{E^*} \right) = (h_c + h_R) \frac{D_h}{\lambda_o} (T_{amb}^* - T_{Pe}^*) \quad (\text{II.85})$$

-A l'axe de symétrie ( $0 \leq z^* \leq L/DH$ ,  $x^* = 0$ )

$$\frac{\partial U^*(x^*, z^*)}{\partial x^*} = 0 \quad (\text{II.86})$$

$$V^*(x^*, z^*) = 0 \quad (\text{II.87})$$

$$\frac{\partial T^*(x^*, z^*)}{\partial x^*} = 0 \quad (\text{II.88})$$

$$\frac{\partial C_p^*(x^*, z^*)}{\partial x^*} = 0 \quad (\text{II.89})$$

$$\frac{\partial C_d^*(x^*, z^*)}{\partial x^*} = 0 \quad (\text{II.90})$$

$$\frac{\partial W^*(x^*, z^*)}{\partial x^*} = 0 \quad (\text{II.91})$$

Les nombres de Nusselt et de Sherwood ainsi que l'efficacité de collecte deviennent :

$$Nu_s = \frac{1}{(T_P^* - T_b^*)} \left. \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \right|_P \quad (\text{II.92})$$

$$Nu_L = \frac{\dot{m}_w L_v D_h}{\lambda_e \lambda^* T_e (T_P^* - T_b^*)} \quad (\text{II.93})$$

$$Sh = \frac{1}{(W_P^* - W_b^*)} \left. \frac{\partial W^*}{\partial x^*} \right|_P \quad (\text{II.94})$$

$$EC = 1 - \frac{\int x^* |\bar{v}^*| C_p(x^*, z^*) dx^* \Big|_{out}}{\int x^* |\bar{v}^*| C_p(x^*, z^*) dx^* \Big|_{in}} \quad (\text{II.95})$$

### III. Résolution numérique des équations de transfert

#### III.1 Transformation de l'espace physique

La paroi du venturi n'étant pas rectiligne, et dans le souci de faciliter la résolution numérique, nous utilisons un changement de variable qui permet de transformer le profil irrégulier de la paroi du venturi en un profil rectiligne.

Cette transformation est de la forme :

$$(x^*, z^*) \rightarrow (\eta, \xi) \text{ tel que } \eta = x^*/F(z^*) \text{ et } \xi = z^* \text{ avec } F(z^*) = az^* + b, a \text{ et } b \text{ étant des réels.}$$

Elle est illustrée par la figure II.2.

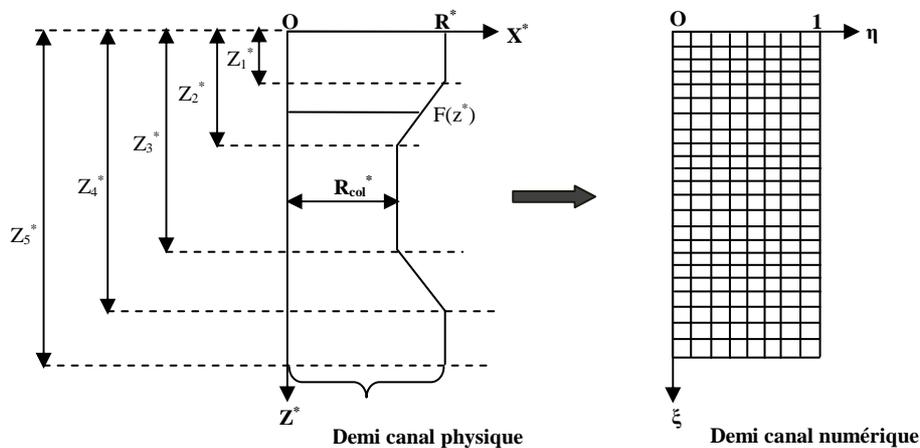


Figure II.2. Domaine physique et domaine numérique

Les réels a et b dépendent de  $z_1^*, z_2^*, z_3^*, z_4^*, z_5^*, R^*$  et de  $R_{col}^*$ . Ainsi :

$$0 \leq z^* \leq z_1^* :$$

$$a = 0, b = R^*$$

$$z_1^* \leq z^* \leq z_2^* :$$

$$a = \frac{R_{col}^* - R^*}{z_2^* - z_1^*} \quad b = \frac{z_2^* R^* - z_1^* R_{col}^*}{z_2^* - z_1^*}$$

$$z_2^* \leq z^* \leq z_3^* :$$

$$a = 0, b = R_{col}^*$$

$$z_3^* \leq z^* \leq z_4^* :$$

$$a = \frac{R^* - R_{col}^*}{z_4^* - z_3^*} \quad b = \frac{z_4^* R_{col}^* - z_3^* R^*}{z_4^* - z_3^*}$$

$$z_4^* \leq z^* \leq z_5^* :$$

$$a = 0, b = R^*$$

La correspondance entre les dérivées partielles dans l'espace physique et celles dans l'espace numérique s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{a\xi + b} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (\text{II.96})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (\text{II.97})$$

Dans ces conditions, les équations (II.51-II.56) s'écrivent sous la forme générale suivante :

$$\begin{aligned} \alpha \frac{\partial \Phi}{\partial t^*} + \frac{1}{a\xi + b} \frac{\partial (\alpha V^* \Phi)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\alpha U^* \Phi)}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial (\alpha U^* \Phi)}{\partial \eta} = B \\ + \kappa \left[ \frac{1}{a\xi + b} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\chi}{a\xi + b} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) + \left( \frac{\partial}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \chi \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) \right] + G \end{aligned} \quad (\text{II.98})$$

Les variables  $\alpha$ ,  $B$ ,  $\kappa$ ,  $\chi$ , et  $G$  sont définies dans le tableau II.3:

$\Phi$	$\alpha$	$B$	$\kappa$	$\chi$	$G$
$U^*$	$\rho^*$	$-\partial P^*/\partial \xi$	$1/\text{Re}$	$\mu^*$	0
$V^*$	$\rho^*$	0	$1/\text{Re}$	$\mu^*$	0
$T^*$	$\rho^* c_p^*$	0	$1/\text{RePr}$	$\lambda^*$	0
$W^*$	$\rho^*$	0	$1/\text{ReSc}$	$D^*$	0
$C_p^*$	$\rho^*$	0	$1/\text{ReSc}_p$	$D_p^*$	$-S_p$
$C_d^*$	$\rho^*$	0	$1/\text{ReSc}_d$	$D_d^*$	$-S_d$

Tableau II.3. Définition des variables  $\alpha$ ,  $B$ ,  $\kappa$ ,  $\chi$ , et  $G$  de l'équation II.98

Les équations (II.50) et (II.57) s'écrivent respectivement :

$$\frac{1}{a\xi + b} \frac{\partial (\rho^* V^*)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\rho^* U^*)}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial (\rho^* U^*)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{II.99})$$

$$\int_0^1 U^* (a\xi + b) d\eta = Q_e^* + Q_{ev}^* \quad (\text{II.100})$$

## **III.2 Conditions initiales et aux limites dans l'espace $(\eta, \xi)$**

Les conditions initiales et aux limites dans l'espace  $(\eta, \xi)$  sont les transformées de celles de l'espace  $(o, x, z)$ .

### **III.2.1 Conditions initiales**

La transformation de l'espace physique n'affecte pas les conditions initiales; cependant les grandeurs physiques deviennent directement dépendantes de  $\eta$  et de  $\xi$ :

$$U^*(\eta, \xi) = 0 \quad (\text{II.101})$$

$$V^*(\eta, \xi) = 0 \quad (\text{II.102})$$

$$T^*(\eta, \xi) = 1 \quad (\text{II.103})$$

$$W^*(\eta, \xi) = 1 \quad (\text{II.104})$$

$$C_p^*(\eta, \xi) = 1 \quad (\text{II.105})$$

$$C_d^*(\eta, \xi) = 1 \quad (\text{II.106})$$

### **III.2.2 Conditions aux limites**

Dans l'espace  $(\eta, \xi)$  les conditions aux limites deviennent :

-A l'entrée ( $\xi = 0, 0 \leq \eta \leq 1$ )

$$U^*(\eta, \xi) = \frac{3}{2}(1 - \eta^2) \quad (\text{II.107})$$

$$V^*(\eta, \xi) = 0 \quad (\text{II.108})$$

$$T^*(\eta, \xi) = 1 \quad (\text{II.109})$$

$$W^*(\eta, \xi) = 1 \quad (\text{II.110})$$

$$C_p^*(\eta, \xi) = 1 \quad (\text{II.111})$$

$$C_d^*(\eta, \xi) = 1 \quad (\text{II.112})$$

-A la sortie ( $\xi = L/DH, 0 \leq \eta \leq 1$ )

$$\frac{\partial U^*(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{II.113})$$

$$\frac{\partial V^*(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{II.114})$$

$$\frac{\partial T^*(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{II.115})$$

$$\frac{\partial W^*(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{II.116})$$

$$\frac{\partial C_p^*(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{II.117})$$

$$\frac{\partial C_d^*(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{II.118})$$

-A la paroi ( $0 \leq \xi \leq L/DH$ ,  $\eta = 1$ )

$$U^*(\eta, \xi) = 0 \quad (\text{II.119})$$

$$V^*(\eta, \xi) = V_{ev}^*(\eta, \xi) \quad (\text{II.120})$$

Avec:

$$V_{ev}^*(\eta, \xi) = - \frac{D}{U_e D_h (1/W_e - W_p^*)} \frac{1}{F(\xi)} \frac{\partial W^*}{\partial \eta} \Big|_p \quad (\text{II.121})$$

$$W^*(\eta, \xi) = W_p^*(\eta, \xi) \quad (\text{II.122})$$

Avec:

$$W_p^*(\eta, \xi) = P_p^*(\eta, \xi) M_v^*(\eta, \xi) / [P_p^*(\eta, \xi) M_v^*(\eta, \xi) + (P^*(\eta, \xi) - P_p^*(\eta, \xi)) M_a^*(\eta, \xi)] \quad (\text{II.123})$$

$$\frac{\partial C_p^*(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{II.124})$$

$$\frac{\partial C_d^*(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{II.125})$$

$$-\lambda^* \left( \frac{1}{F(\xi)} \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right) - \frac{\rho L_v U_e V_{ev}^* D_h}{\lambda_e T_e} = -\lambda_s^* \left( \frac{T_{pe}^* - T_{pi}^*}{E^*} \right) = (h_c + h_R) \frac{D_h}{\lambda_o} (T_{amb}^* - T_{pe}^*) \quad (\text{II.126})$$

-A l'axe de symétrie ( $0 \leq \xi \leq L/DH$ ,  $\eta = 0$ )

$$\frac{\partial U^*(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{II.127})$$

$$V^*(\eta, \xi) = 0 \quad (\text{II.128})$$

$$\frac{\partial T^*(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{II.129})$$

$$\frac{\partial C_p^*(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{II.130})$$

$$\frac{\partial C_d^*(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{II.131})$$

$$\frac{\partial W^*(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{II.132})$$

Les nombres de Nusselt et de Sherwood ainsi que l'efficacité de collecte s'écrivent dans l'espace  $(\eta, \xi)$ :

$$Nu_s = \frac{1}{(T_p^* - T_b^*)} \frac{1}{F(\xi)} \left. \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right|_p \quad (\text{II.133})$$

$$Nu_L = \frac{\dot{m}_w'' L_v D_h}{\lambda_e \lambda^* T_c (T_p^* - T_b^*)} \quad (\text{II.134})$$

$$Sh = \frac{1}{(W_p^* - W_b^*)} \frac{1}{F(\xi)} \left. \frac{\partial W^*}{\partial \eta} \right|_p \quad (\text{II.135})$$

$$EC = 1 - \frac{\int \eta |\bar{v}| C_p(\eta, \xi) d\eta \Big|_{out}}{\int \eta |\bar{v}| C_p(\eta, \xi) d\eta \Big|_{in}} \quad (\text{II.136})$$

### III.3 Méthodologie numérique

La modélisation des équations de transfert a engendré des équations aux dérivées partielles non linéaires et couplées. Leur résolution ne peut se faire que par des méthodes numériques [61]. Pour ce faire, nous avons choisi d'utiliser la méthode des volumes finis. Cette méthode dont Spalding et Patankar furent les précurseurs consiste à intégrer les équations de transferts sur des volumes de contrôle. Sa grande simplicité de mise en œuvre a fait qu'elle a connu un essor fulgurant depuis les années 1970-1980. Elle est d'ailleurs à

## Chapitre 2 : Modélisation des phénomènes de transfert en régime laminaire

l'origine de la majorité des codes industriels de calculs en géométrie cartésienne tels que Fluent et Phoenix.

Dans la méthode des volumes finis [62], le domaine d'étude est d'abord discrétisé à l'aide d'une grille. Dans une grille simple, toutes les grandeurs physiques sont calculées au même nœud. Cependant ce type de maillage peut conduire à des champs de pression et de vitesse irréalistes. Il est donc recommandé d'utiliser un maillage décalé pour les composantes du vecteur vitesse (Harlow et Welch, 1965). Le maillage ainsi obtenu est constitué d'un certain nombre de volumes de contrôle. Chaque volume de contrôle est centré en un point donné (nœud) pour lequel on cherche une solution au problème posé. Ainsi, pour un certain nombre de points donnés de l'espace maillé, on approche la solution exacte du problème. Il est évident que plus on a de points et plus le résultat est meilleur. La résolution numérique précise de telles équations nécessite donc un maillage fin de l'espace. Malheureusement, plus le maillage est fin, et plus la méthode est coûteuse en temps de calcul. D'où la nécessité de faire un compromis entre la finesse du maillage, le coût en temps de calcul et la stabilité de l'algorithme retenu pour la résolution des systèmes d'équations algébriques. Un maillage du domaine illustrant le décalage des composantes du vitesse est décrit par la figure II.3.

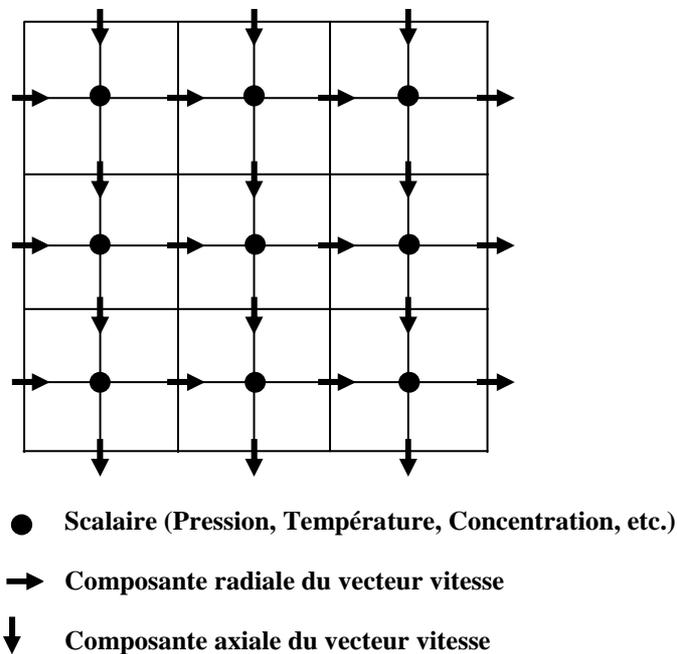


Figure II.3. Maillage décalé du domaine

Le maillage du domaine d'étude consiste à générer des nœuds et des éléments en vue d'une analyse par les volumes finis suivant des propriétés du maillage adaptées au domaine à

mailler. Ainsi une maille est repérée par ses coordonnées (J,I). J étant l'abscisse et I l'ordonnée. Le positionnement des mailles est indiqué par la figure II.4.

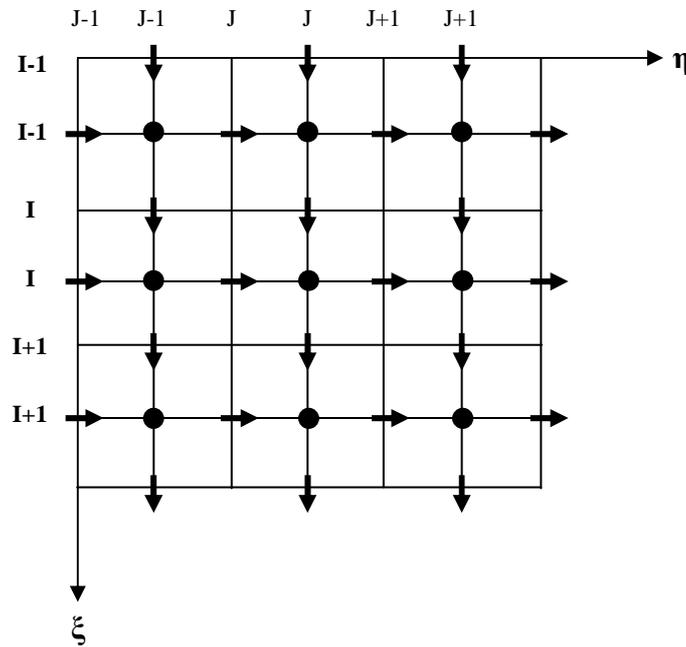


Figure II.4. Maillage du domaine

### III.3.1 Discrétisation des équations de transfert

Les équations de transfert à discrétiser sont regroupées sous la forme générale ci-dessus (équation II.98). Nous développons le second membre de cette équation afin d'isoler les termes diffusifs des termes sources. En posant J le flux total (flux convectif + flux diffusif), l'équation II.98 peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\alpha \frac{\partial \Phi}{\partial t^*} + \frac{\partial J_{\eta}}{\partial \eta} + \frac{\partial J_{\xi}}{\partial \xi} = S \quad (\text{II.137})$$

Avec :

$$J_{\eta} = \left[ \frac{1}{a\xi + b} (\alpha V^* \Phi) - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) (\alpha U^* \Phi) \right] - \kappa \frac{1 + (a\eta)^2}{(a\xi + b)^2} \chi \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \quad (\text{II.138})$$

$$J_{\xi} = (\alpha U^* \Phi) - \kappa \chi \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \quad (\text{II.139})$$

$$S = B + \kappa \left[ \frac{2a^2\eta}{(a\xi + b)^2} \chi \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \chi \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \chi \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right] + G \quad (\text{II.140})$$

S étant le terme source.

$$\Phi = U^*, V^*, T^*, W^*, C_p^*, C_d^*$$

$\alpha, \gamma, \kappa, B,$  et  $G$  sont indiqués dans le tableau II.3.

### III.3.1.1 Discrétisation temporelle

La discrétisation temporelle d'une fonction  $\Phi(t, \eta, \xi)$  impose d'abord la subdivision du temps en intervalles de temps  $\Delta t$ .

Le terme d'inertie ( $\frac{\partial}{\partial t}$ ) est intégré en supposant que la valeur de  $\Phi(t, \eta, \xi)$  au nœud central P est uniforme sur tout le volume de contrôle. Dans ce cas,

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{V_c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dV_c dt = (\Phi_p^{t+\Delta t} - \Phi_p^t) \Delta \eta \Delta \xi$$

Les autres termes des équations de transfert sont approchés en utilisant la relation générale suivante :

$$\int_t^{t+\Delta t} \Phi(t, \eta, \xi) dt = [f\Phi(t + \Delta t, \eta, \xi) + (1-f)\Phi(t, \eta, \xi)] \Delta t$$

où  $f$  est un facteur pondéral variant entre 0 et 1.

Les cas habituellement rencontrés dans la littérature sont les suivants :

$f=0$  : Schéma explicite (conditionnellement stable)

$f=1$  : Schéma implicite

$f=0.5$  : Schéma semi-implicite de Crank-Nicolson

Ainsi, pour le cas implicite que nous adoptons,

$$\int_t^{t+\Delta t} \Phi(t, \eta, \xi) dt = \Phi(t + \Delta t, \eta, \xi) \Delta t$$

### III.3.1.2 Discrétisation spatiale

Le domaine d'étude est divisé en cellules sans recouvrement entre elles de côtés  $\Delta \eta$  et  $\Delta \xi$  et de volume  $\Delta \eta \Delta \xi \Delta y$  avec  $\Delta y=1$ . Au centre de chaque cellule est considéré un nœud conventionnellement appelé P où les valeurs de  $\Phi$  sont calculées. Un volume de contrôle ( $V_c$ ) est donc constitué par un nœud central (P) entouré de ses quatre (04) voisins S, N, E, W (figure II.5).

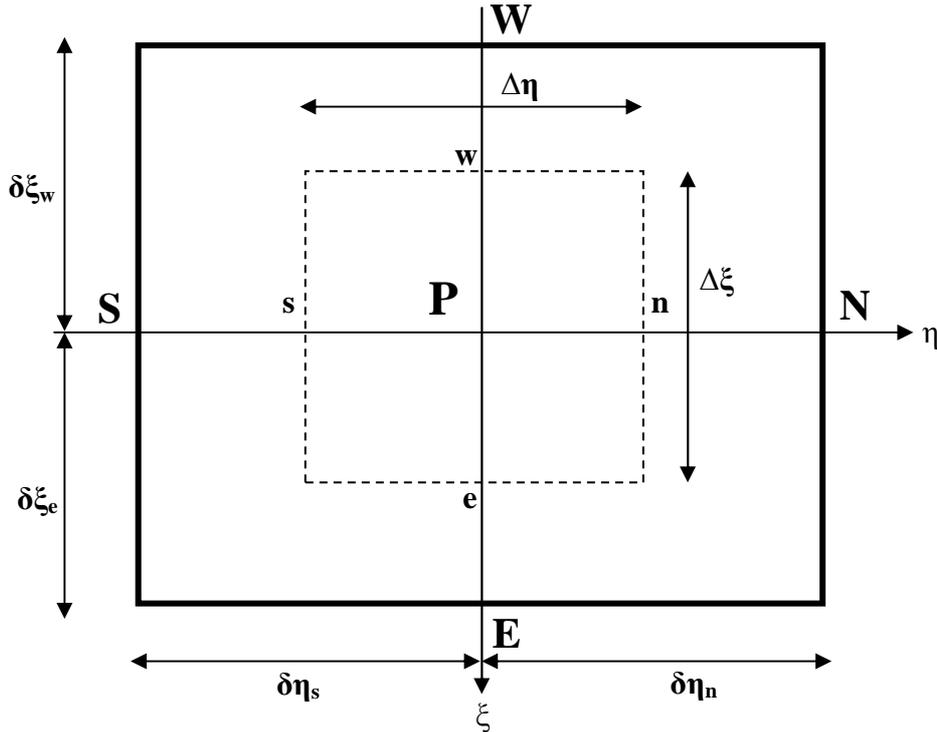


Figure II.5. Volume de contrôle (en pointillés) centré en P

**III.3.1.2.1 Discrétisation de l'équation de conservation du débit**

Considérons l'équation de conservation du débit (équation II.100).

$$\int_0^1 U^* (a\xi + b) d\eta = Q_e^* + Q_{ev}^* \tag{II.141}$$

Le segment [0,1] peut être décomposé en N segments de longueur identique  $\Delta\eta$  représentant les N volumes de contrôles.

En décomposant l'intégrale ci-dessus, l'équation (II.141) devient :

$$\int_0^{\Delta\eta} U^* (a\xi + b) d\eta + \int_{\Delta\eta}^{2\times\Delta\eta} U^* (a\xi + b) d\eta + \dots + \int_{(N-1)\times\Delta\eta}^1 U^* (a\xi + b) d\eta = Q_e^* + Q_{ev}^* \tag{II.142}$$

En faisant l'approximation  $U^*$  constant sur le volume de contrôle, l'équation (II.142) s'écrit :

$$\sum_{i=2}^{N-1} U_i^* (a\xi + b) \Delta\eta = Q_e^* + Q_{ev}^* \tag{II.143}$$

**III.3.1.2.2 Discrétisation des équations de transfert**

Intégrons l'équation de continuité (équation II.99) sur un volume de contrôle.

$$\int_{vc} \left( \frac{1}{a\xi + b} \frac{\partial(\rho^* V^*)}{\partial \eta} - \frac{a\eta}{a\xi + b} \frac{\partial(\rho^* U^*)}{\partial \eta} \right) d\eta d\xi + \int_{vc} \frac{\partial(\rho^* U^*)}{\partial \xi} d\eta d\xi = 0 \quad (II.144)$$

Ce qui donne :

$$F_n - F_s + F_e - F_w = 0 \quad (II.145)$$

Avec :

$$F_n = \frac{\Delta \xi}{a\xi + b} (\rho^* V^*)_n - \Delta \xi \frac{a\eta}{a\xi + b} (\rho^* U^*)_n \quad (II.146)$$

$$F_s = \frac{\Delta \xi}{a\xi + b} (\rho^* V^*)_s - \Delta \xi \frac{a\eta}{a\xi + b} (\rho^* U^*)_s \quad (II.147)$$

$$F_e = \Delta \eta (\rho^* U^*)_e \quad (II.148)$$

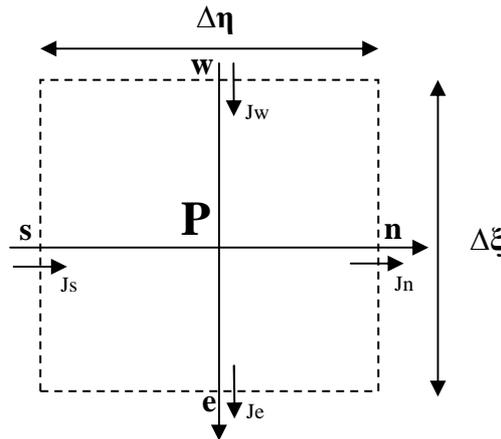
$$F_w = \Delta \eta (\rho^* U^*)_w \quad (II.149)$$

L'équation II.145 est l'équation classique de discrétisation d'une équation de continuité avec  $F_n, F_s, F_e, F_w$  les flux convectifs respectifs sur les faces Nord, Sud, Est et Ouest.

En intégrant l'équation II.137 sur un volume de contrôle, on obtient :

$$\alpha \frac{(\Phi_p - \Phi_p^0) \Delta \eta \Delta \xi}{\Delta t^*} + J_n - J_s + J_e - J_w = \bar{S} \Delta \eta \Delta \xi \quad (II.150)$$

Les flux  $J_e, J_w, J_s, J_n$ , sont indiqués par la figure II.6.



**Figure II.6. Flux total sur les faces du volume de contrôle**

$\Phi_p$  et  $\Phi_p^0$  sont respectivement les valeurs de  $\Phi$  au centre de la maille à l'instant  $t$  et à l'instant précédent.

$\bar{S}$  est la valeur moyenne de  $S$  sur le volume de contrôle.

En considérant le terme source  $\bar{S}$  linéarisable, on peut l'écrire sous la forme :

$$\bar{S} = S_c + S_p \Phi_p \quad (\text{II.151})$$

Avec  $S_p \leq 0$ .

En multipliant l'équation (II.145) par  $\Phi_p$  et en le soustrayant à l'équation (II.150), on obtient :

$$\alpha \frac{(\Phi_p - \Phi_p^0) \Delta \eta \Delta \xi}{\Delta t^*} + (J_n - F_n \Phi_p) - (J_s - F_s \Phi_p) + (J_e - F_e \Phi_p) - (J_w - F_w \Phi_p) = (\text{II.152})$$

$$(S_c + S_p \Phi_p) \Delta \eta \Delta \xi$$

D'après Suhas V. Patankar [63], on peut alors poser :

$$(J_n - F_n \Phi_p) = a_n (\Phi_p - \Phi_n) \quad (\text{II.153})$$

$$(J_s - F_s \Phi_p) = a_s (\Phi_s - \Phi_p) \quad (\text{II.154})$$

$$(J_e - F_e \Phi_p) = a_e (\Phi_p - \Phi_e) \quad (\text{II.155})$$

$$(J_w - F_w \Phi_p) = a_w (\Phi_w - \Phi_p) \quad (\text{II.156})$$

Avec :

$$a_n = D_n A(|P_n|) + \text{Max}[-F_n, 0] \quad (\text{II.157})$$

$$a_s = D_s A(|P_s|) + \text{Max}[-F_s, 0] \quad (\text{II.158})$$

$$a_e = D_e A(|P_e|) + \text{Max}[-F_e, 0] \quad (\text{II.159})$$

$$a_w = D_w A(|P_w|) + \text{Max}[-F_w, 0]$$

(II.160)

Les flux diffusifs  $D_n$ ,  $D_s$ ,  $D_e$ ,  $D_w$  sont donnés par :

$$D_n = \kappa \left( \frac{1 + (a\eta)^2}{(a\xi + b)^2} \right) \frac{\chi_s \Delta \xi}{(\delta\eta)_n} \quad (\text{II.161})$$

$$D_s = \kappa \left( \frac{1 + (a\eta)^2}{(a\xi + b)^2} \right) \frac{\chi_s \Delta \xi}{(\delta\eta)_s} \quad (\text{II.162})$$

$$D_e = \kappa \frac{\chi_e \Delta \eta}{(\delta\xi)_e} \quad (\text{II.163})$$

$$D_w = \kappa \frac{\chi_w \Delta \eta}{(\delta \xi)_w} \quad (\text{II.164})$$

P est le nombre de Peclet, défini comme le rapport entre les flux convectifs et les flux diffusifs :

$$P_n = \frac{Fn}{D_n} \quad (\text{II.165})$$

$$P_s = \frac{Fs}{D_s} \quad (\text{II.166})$$

$$P_e = \frac{Fe}{D_e} \quad (\text{II.167})$$

$$P_w = \frac{Fw}{D_w} \quad (\text{II.168})$$

Pour déterminer la fonction  $A(|P|)$ , plusieurs schémas peuvent être utilisés selon la façon dont les flux sont exprimés sur les centres des faces du volume de contrôle. Cependant, il est recommandé d'utiliser le schéma de type loi de puissance (power-law scheme), pour lequel :

$$A(|P|) = \text{Max} [0, (1 - 0.1|P|)^5] \quad (\text{II.169})$$

Finalement, compte tenu des relations (II.153-II.156), l'équation II.152 peut s'écrire sous la forme suivante :

$$a_p \Phi_p = a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + b \quad (\text{II.170})$$

Avec :

$$a_p = a_N + a_S + a_E + a_W + a_p^0 - S_p \Delta \eta \Delta \xi \quad (\text{II.171})$$

$$b = S_c \Delta \eta \Delta \xi + a_p^0 \Phi_p^0 \quad (\text{II.172})$$

Et

$$a_p^0 = \frac{\alpha \Delta \eta \Delta \xi}{\Delta t^*} \quad (\text{II.173})$$

### Linéarisation des termes sources

Comme nous l'avons mentionné plus haut, un terme source est linéarisable s'il peut se mettre sous la forme :

$$\bar{S} = S_c + S_p \Phi_p$$

Avec  $S_p \leq 0$ .

Les termes  $S_c$  et  $S_p$  des termes sources sont exprimés dans le tableau II.4

$\Phi$	$S_c$	$S_p$
$U^*$	$-\frac{\partial P^*}{\partial \xi} + \kappa \left[ \frac{2a^2 \eta}{(a\xi + b)^2} \chi \frac{\partial U^*}{\partial \eta} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \chi \frac{\partial U^*}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \chi \frac{\partial U^*}{\partial \eta} \right]$	0
$V^*$	$\kappa \left[ \frac{2a^2 \eta}{(a\xi + b)^2} \chi \frac{\partial V^*}{\partial \eta} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \chi \frac{\partial V^*}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \chi \frac{\partial V^*}{\partial \eta} \right]$	0
$T^*$	$\kappa \left[ \frac{2a^2 \eta}{(a\xi + b)^2} \chi \frac{\partial T^*}{\partial \eta} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \chi \frac{\partial T^*}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \chi \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right]$	0
$W^*$	$\kappa \left[ \frac{2a^2 \eta}{(a\xi + b)^2} \chi \frac{\partial W^*}{\partial \eta} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \chi \frac{\partial W^*}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \chi \frac{\partial W^*}{\partial \eta} \right]$	0
$C_p^*$	$\kappa \left[ \frac{2a^2 \eta}{(a\xi + b)^2} \chi \frac{\partial C_p^*}{\partial \eta} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \chi \frac{\partial C_p^*}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \chi \frac{\partial C_p^*}{\partial \eta} \right]$	$-\rho^* D_h^3 \frac{\pi}{4} d_d^{*2}  \bar{V}_d^*  EFC_d^* C_{de}$
$C_d^*$	$\kappa \left[ \frac{2a^2 \eta}{(a\xi + b)^2} \chi \frac{\partial C_d^*}{\partial \eta} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \chi \frac{\partial C_d^*}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \chi \frac{\partial C_d^*}{\partial \eta} \right]$	$-\rho^* D_h^3 \frac{\pi}{4} d_d^{*2}  \bar{V}_d^*  EFC_p^* C_{pe}$

**Tableau II.4. Expression des termes de linéarisation des différents termes sources**

La relation II.168 montre donc l'existence d'une relation linéaire entre les grandeurs physiques au nœud P et les grandeurs physiques aux nœuds voisins. Cette relation sera déterminante pour la suite de la résolution numérique.

### III.3.2 Procédure de résolution

L'équation de la composante suivant U compte tenu du gradient de pression axial, et en utilisant la relation II.170 peut se mettre sous la forme générale :

$$A_{i,j} \Phi_{i,j-1}^{t+\Delta t} + B_{i,j} \Phi_{i,j}^{t+\Delta t} + C_{i,j} \Phi_{i,j+1}^{t+\Delta t} + \frac{\partial P}{\partial \xi} \Delta \eta \Delta \xi (a\xi + b) = D_{i,j} \quad (\text{II.174})$$

Avec :

$$2 \leq i \leq M-1$$

$$2 \leq j \leq N-1$$

## Chapitre 2 : Modélisation des phénomènes de transfert en régime laminaire

Pour  $i = 1$  ou  $M$  et  $j = 1$  ou  $N$ , les coefficients de l'équation sont déduits des conditions aux limites.

L'équation (II.174) décrit un système de  $N$  équations algébriques à  $N+1$  inconnues (profil de vitesse et pression hydrodynamique). Aussi il est nécessaire de considérer une équation supplémentaire pour résoudre ce système d'équations algébriques. Nous associons donc à ces  $N$  équations, l'équation de conservation du débit (équation II.143). La résolution du système d'équations se fait ligne par ligne. Ainsi pour  $i$  fixé, le système d'équations algébriques obéit à l'équation générale :

$$\begin{pmatrix} B_{i,2} & C_{i,2} & 0 & 0 & 0 & \beta \\ A_{i,3} & B_{i,3} & C_{i,3} & 0 & 0 & \beta \\ \cdot & & & & & \\ 0 & A_{i,j} & B_{i,j} & C_{i,j} & 0 & \beta \\ \cdot & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & A_{i,N-1} & B_{i,N-1} & \beta \\ \gamma & \gamma & \cdot & \cdot & \gamma & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_{i,2} \\ \Phi_{i,3} \\ \cdot \\ \Phi_{i,j} \\ \cdot \\ \Phi_{i,N-1} \\ \frac{\partial P}{\partial \xi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{i,2} - A_{i,2}\Phi_{i,1} \\ D_{i,3} \\ \cdot \\ D_{i,j} \\ \cdot \\ D_{i,N-1} - C_{i,N-1}\Phi_{i,N} \\ Q_e^* + Q_{ev}^* \end{pmatrix}$$

Tableaux II.5. Système d'équations de l'algorithme de Gauss

Avec :

$$\beta = \Delta\eta\Delta\xi(a\xi+b)$$

$$\gamma = \Delta\eta(a\xi+b)$$

Le système d'équations obtenu est alors résolu par l'algorithme de Gauss.

Pour les autres équations ( $V$ ,  $T$ ,  $W$ ,  $C_p$ ,  $C_d$ ), en utilisant la relation II.170, la discrétisation conduit pour chacune d'entre elles à un système d'équations algébriques qui peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$A_{i,j}\Phi_{i,j-1}^{t+\Delta t} + B_{i,j}\Phi_{i,j}^{t+\Delta t} + C_{i,j}\Phi_{i,j+1}^{t+\Delta t} = D_{i,j} \quad (\text{II.175})$$

Avec :

$$2 \leq i \leq M-1$$

$$2 \leq j \leq N-1$$

En tenant compte des conditions aux limites plus précisément l'expression de  $\Phi$  en  $i=1$  et  $M$  et  $j=1$  et  $N$ , le système d'équations algébriques (II.175) complété par les conditions aux limites est un système d'équations algébriques de  $N$  équations à  $N$  inconnues de type matrice tridiagonal. De même que pour le cas précédent, pour  $i$  fixé, le système d'équations algébriques est matérialisé par l'équation générale ci-dessous :

$$\begin{pmatrix} B_{i,2} & C_{i,2} & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ A_{i,3} & B_{i,3} & C_{i,3} & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & A_{i,j} & B_{i,j} & C_{i,j} & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & \cdot & A_{i,N-2} & B_{i,N-2} & C_{i,N-2} \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & A_{i,N-1} & B_{i,N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_{i,2} \\ \Phi_{i,3} \\ \cdot \\ \cdot \\ \Phi_{i,j} \\ \cdot \\ \Phi_{i,N-2} \\ \Phi_{i,N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{i,2}-A_{i,2}\Phi_{i,1} \\ D_{i,3} \\ \cdot \\ \cdot \\ D_{i,j} \\ \cdot \\ D_{i,N-2} \\ D_{i,N-1}-C_{i,N-1}\Phi_{i,N} \end{pmatrix}$$

**Tableaux II.6. Système d'équations de l'algorithme de Thomas**

Ce système est résolu en utilisant l'algorithme TDMA (Tridiagonal Matrix Algorithm), généralement appelé algorithme de Thomas.

### III.3.3 Procédure de calcul

Le programme informatique que nous avons élaboré pour résoudre les systèmes d'équations précédemment établis est écrit en Fortran 90. Il permettra de calculer notamment l'évolution spatio-temporelle des concentrations des espèces (particules et gouttes) et donc de calculer le rendement de collecte du dépoussiéreur.

Les différentes étapes de l'algorithme résolution que nous avons retenu sont reportées dans l'organigramme ci-dessous (figure II.7).

La convergence des schémas numériques (algorithmes de Gauss et de Thomas) est supposée vérifiée lorsque le critère suivant est vérifié :

## Chapitre 2 : Modélisation des phénomènes de transfert en régime laminaire

---

$$\frac{\Phi_{i,j}^{m+1} - \Phi_{i,j}^m}{\Phi_{i,j}^{m+1}} < \delta$$

Avec  $\delta = 10^{-5}$  et  $\Phi = U, V, T, W, C_p, C_d$ .  $m$  étant le nombre d'itérations.

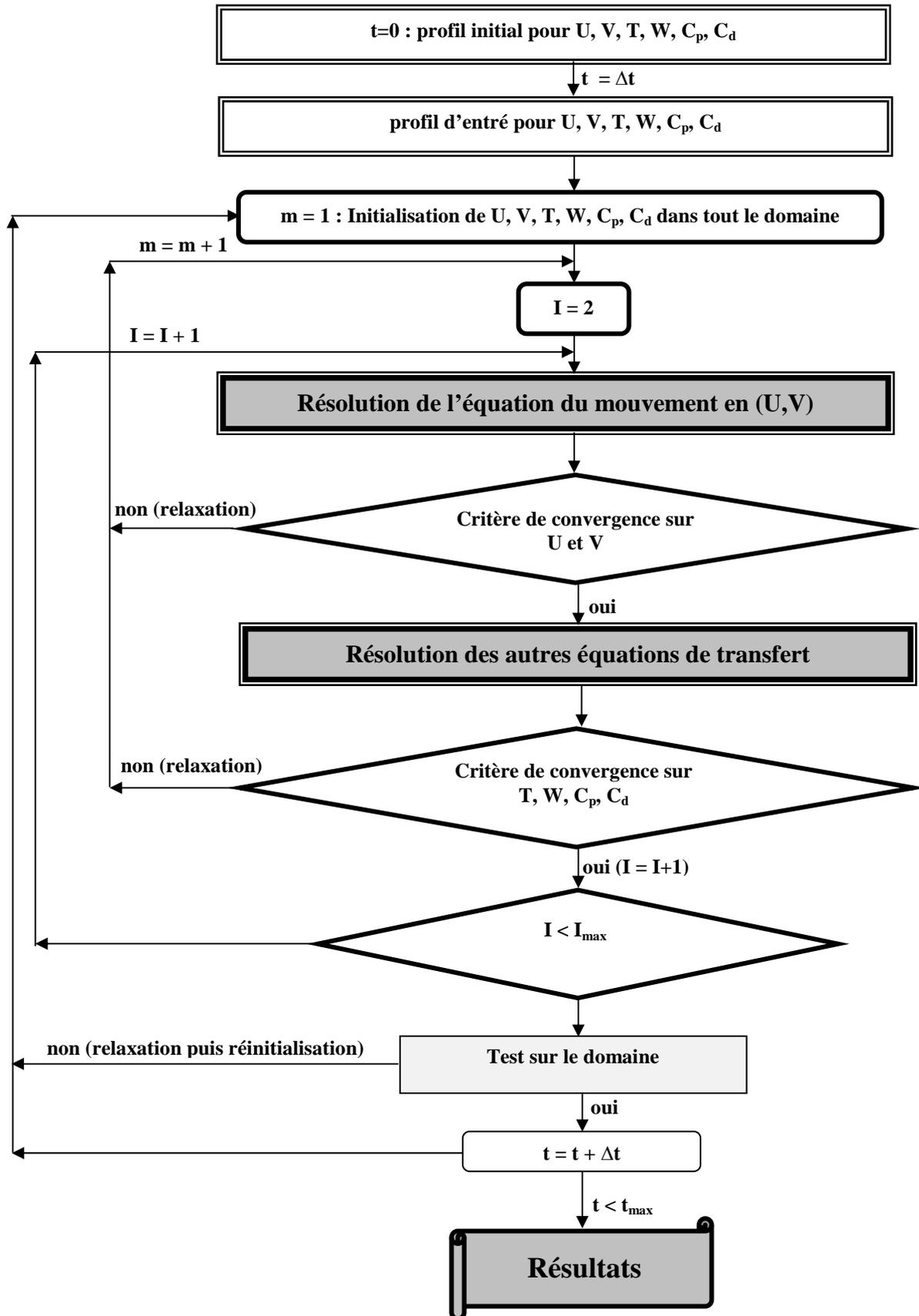


Figure II.7. Organigramme de résolution des équations en régime laminaire

### III.4 Résultats et discussions

#### III.4.1 Validation du code numérique

Dans le but de valider notre code numérique, nous avons comparé nos résultats avec ceux de la littérature. Ainsi, le nombre de Nusselt sensible est calculé et comparé avec celui de Yan et Lin (1988) [64] dans le cas d'un canal vertical à parois planes. Nos constatons un bon accord qualitatif et quantitatif puisque l'erreur relative n'excède pas 0.01% (figure II.8).

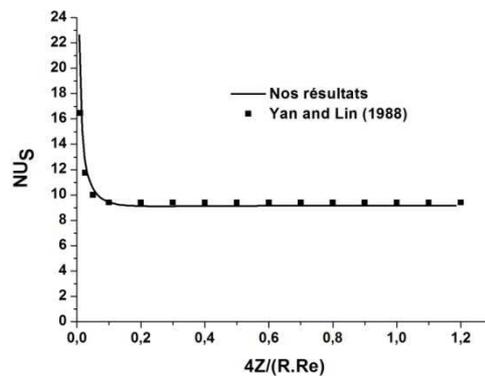


Figure II.8. Validation du code numérique ( $T_o = 20^{\circ}\text{C}$ ,  $T_w = 40^{\circ}\text{C}$ ,  $\phi_o=50\%$ ,  $Pr = 0.703$ ,  $Sc=0.592$ ,  $Re = 500$ )

#### III.4.2 Etude de la sensibilité du maillage

Le maillage utilisé est uniforme suivant les deux directions  $\eta$  et  $\xi$ . Les résultats issus d'une simulation numérique doivent être indépendants du maillage utilisé. Pour ce faire, nous avons effectué une étude de sensibilité du maillage pour nous rassurer qu'il en est ainsi. Ainsi, le maillage  $(67 \times 101)$  s'est avéré suffisant puisqu'en quadruplant le nombre de nœuds de ce maillage, les résultats ne subissent pas de modifications sensibles comme le montre le tableau II.7.

Maillage ( $\eta \times \xi$ )	$\xi=0.2$	$\xi=0.4$	$\xi=0.6$	$\xi=0.8$
$Nu_s$				
$(67 \times 101)$	14,98357	23,05232	9,10335	5,72132
$(134 \times 202)$	15.00361	23.44678	9.17501	5.89742

Tableau II.7. Valeurs du nombre de Nusselt pour deux maillages différents

On constate que l'écart relatif entre les valeurs du nombre de Nusselt pour les deux maillages n'excède pas 5%. Nous avons donc retenu le maillage (67×101) qui correspond à 67 nœuds dans la direction  $\eta$  et 101 nœuds dans la direction  $\xi$ .

### III.4.3 Résultats

Les résultats sont données dans les conditions suivantes :  $T_e = 293.15\text{K}$ ,  $T_{\text{amb}} = 298.15\text{K}$ ,  $d_p$  varie entre  $10^{-7}$  et  $10^{-9}\text{m}$ ,  $d_d = 100\mu\text{m}$ ,  $C_{pe} = 10^8\text{nombre/m}^3$ ,  $C_{de}$  varie entre  $10^8$  et  $9.10^8\text{nombre/m}^3$  et  $Re$  varie entre 500 et 2000.

Les figures II.9-II.14 et II.15-II.16 présentent le comportement hydrodynamique du venturi (champ de vitesse, composante axiale de la vitesse et gradient de pression) en fonction du nombre de Reynolds.

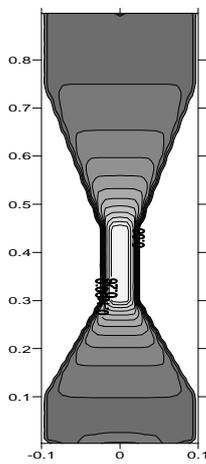


Figure II.9. Champ de vitesse :  $Re=500$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $Y=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$

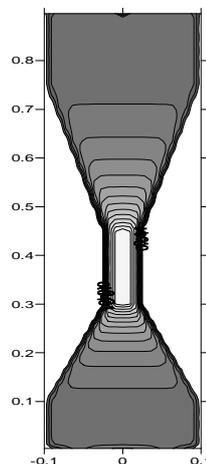


Figure II.10. Champ de vitesse:  $Re=600$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $Y=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$

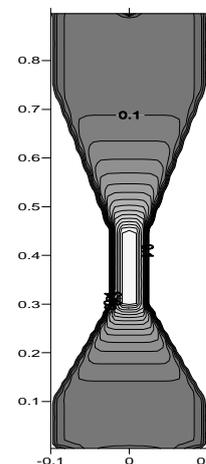


Figure II.11. Champ de vitesse:  $Re=700$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $Y=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$

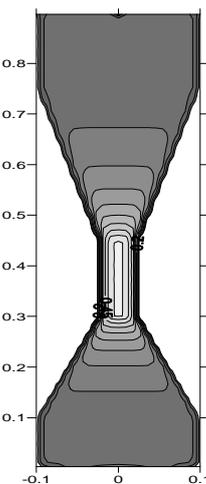


Figure II.12. Champ de vitesse:  $Re=1000$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $Y=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$

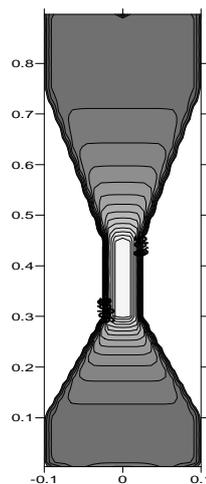


Figure II.13. Champ de vitesse:  $Re=1500$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $Y=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$

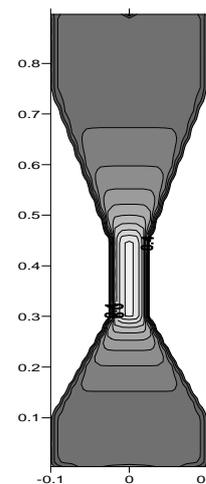


Figure II.14. Champ de vitesse:  $Re=2000$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $Y=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$

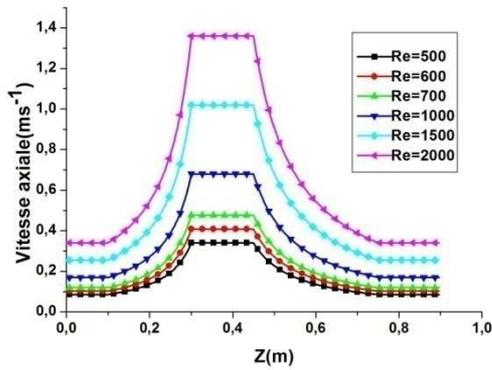


Figure II.15. Evolution de la composante axiale de la vitesse, influence du nombre de Reynolds.  $d_p=10^{-7}$ ,  $\gamma=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$

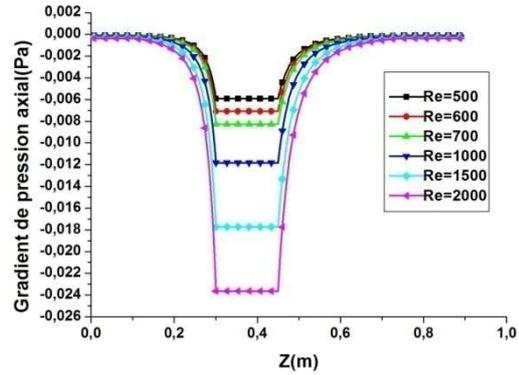


Figure II.16. Evolution du gradient de pression axial, influence du nombre de Reynolds.  $d_p=10^{-7}$ ,  $\gamma=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$

On constate que l'effet venturi (vitesse et gradient de pression évoluent de façon opposée) est vérifié. La vitesse évolue progressivement dans le convergent pour atteindre son maximum dans le col et décroît progressivement dans le divergent. C'est la conséquence de la conversion de l'énergie potentielle en énergie cinétique à la traversée du col conjuguée à la conservation du débit. On observe également que l'augmentation du nombre de Reynolds conduit à l'augmentation de la vitesse et du gradient de pression et ceci grâce à l'augmentation des transferts convectifs.

Les figures II.17-II.20 montrent la distribution des lignes de courant pour un nombre de Reynolds variant entre 500 et 2000.

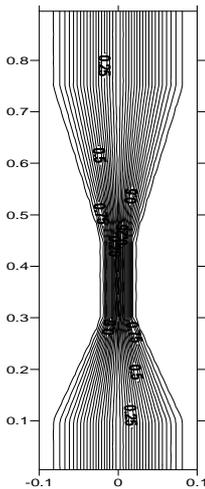


Figure II.17. Structure des lignes de courant :  $Re=500$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $\gamma=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$

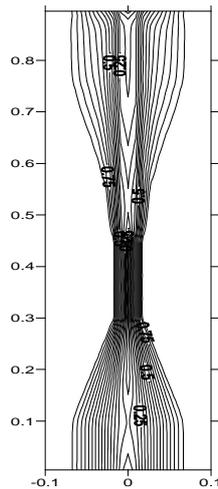


Figure II.18. Structure des lignes de courant :  $Re=1000$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $\gamma=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$

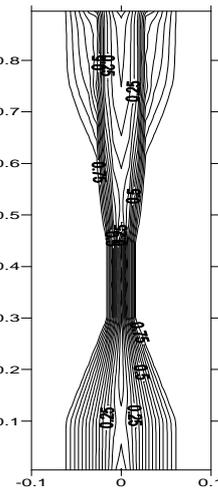


Figure II.19. Structure des lignes de courant :  $Re=1500$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $\gamma=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$

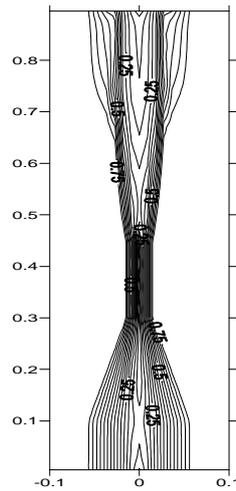


Figure II.20. Structure des lignes de courant :  $Re=2000$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $Y=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$

La distribution des lignes de courant montre que l'écoulement épouse parfaitement la forme du canal pour de faibles valeurs du nombre de Reynolds. Au niveau du col du venturi, la densité des lignes de courant est élevée à cause du rétrécissement du canal, et pour les grandes valeurs du nombre de Reynolds, les lignes de courant ne sont plus parallèles entre elles et à la paroi du venturi traduisant ainsi un transfert convectif amélioré.

Les figures II.21-II.24 montrent la structure des lignes de courant en fonction du ratio diamètre du col/diamètre d'entrée ( $Y$ ).

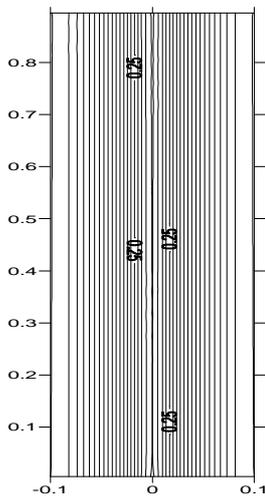


Figure II.21. Structure des lignes de courant :  $Re=500$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Y=1$

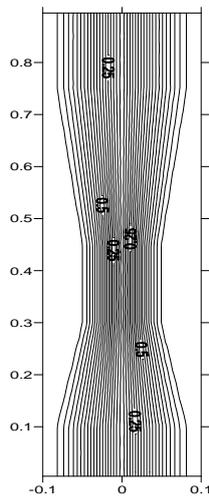


Figure II.22. Structure des lignes de courant :  $Re=500$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Y=0.75$

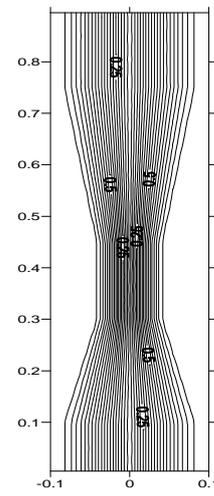


Figure II.23. Structure des lignes de courant :  $Re=500$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Y=0.5$

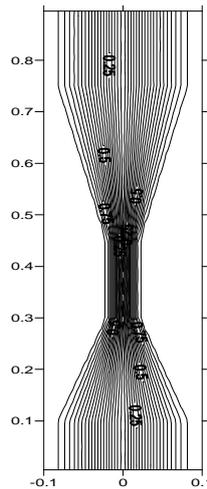


Figure II.24. Structure des lignes de courant :  $Re=500$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $\Upsilon=0.25$

On constate que pour  $\Upsilon=1$  (diamètre du col égal au diamètre d'entrée qui est le cas particulier d'un canal droit), les lignes de courant sont parallèles entre elles et à la paroi du canal, caractéristique d'un écoulement laminaire dans un canal dont les parois sont planes. En diminuant  $\Upsilon$ , le canal est progressivement transformé en venturi et la distribution des lignes de courant rejoint celle décrite ci-dessus. L'intensité de l'effet venturi est donc directement corrélée au paramètre  $\Upsilon$ .

$\Upsilon \rightarrow 1$  : diminution de l'effet venturi

$\Upsilon \rightarrow 0$  : augmentation de l'effet venturi

L'évolution des fractions massiques à la sortie du dépoussiéreur en fonction de la concentration d'entrée des gouttes est présentée par les figures II.25-II.28.

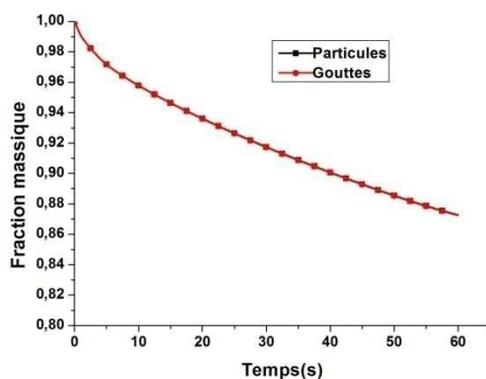


Figure II.25. Evolution au cours du temps de la fraction massique des gouttes et des particules à la sortie du venturi :  $Re=500$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$

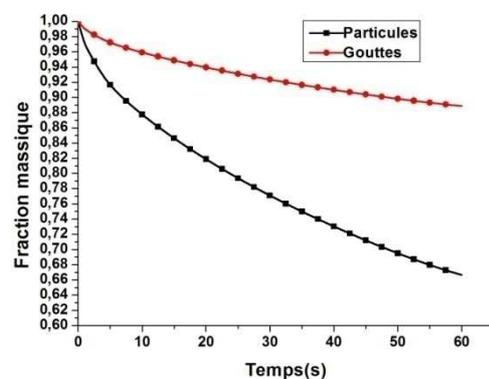


Figure II.26. Evolution au cours du temps de la fraction massique des gouttes et des particules à la sortie du venturi :  $Re=500$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{de}=3C_{pe}$

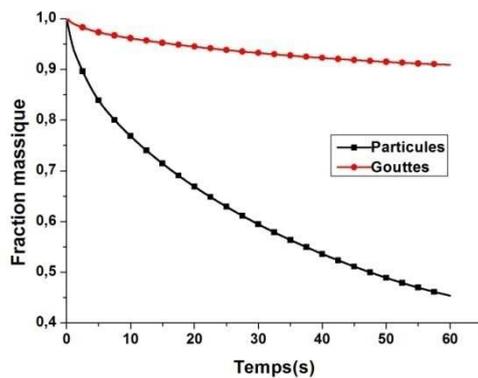


Figure II.27. Evolution au cours du temps de la fraction massique des gouttes et des particules à la sortie du venturi :  $Re=500$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{de}=6C_{pe}$

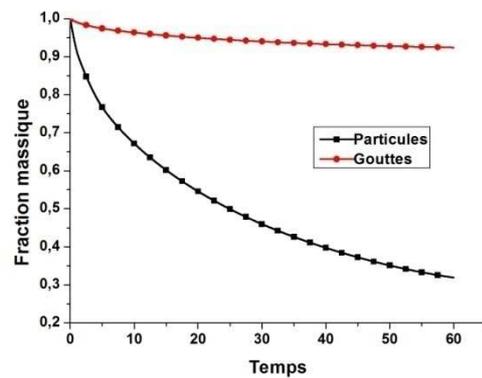


Figure II.28. Evolution au cours du temps de la fraction massique des gouttes et des particules à la sortie du venturi :  $Re=500$ ,  $d_p=10^{-7}$ ,  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{de}=9C_{pe}$

Pour le cas particulier où à l'entrée du venturi les fractions massiques des gouttes et des particules sont égales, les fractions massiques restent égales à la sortie du venturi (figure II.25) conformément à l'une de nos hypothèses selon laquelle le nombre de particules collectées est égale au nombre de gouttes consommées. En outre, l'efficacité de collecte des particules est d'autant plus élevée que le nombre de gouttes d'eau à l'entrée du venturi est élevé (figure II.26-II.28). Par conséquent, à la sortie du venturi la concentration des particules est d'autant plus faible que le nombre de gouttes est élevé à l'entrée du venturi puisque la probabilité de collision gouttes-particules augmente avec le nombre de gouttes à l'entrée du venturi. Le rapport concentration du liquide/concentration des particules à l'entrée du venturi est donc important. Plus ce rapport est grand et plus l'efficacité de collecte est élevée.

L'évolution de la fraction massique des particules à la sortie du dépoussiéreur en fonction de leur diamètre est indiqué sur la figure II.29.

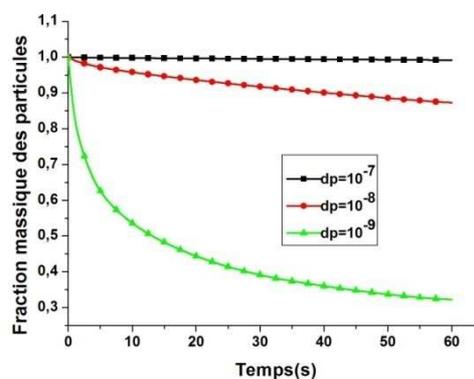


Figure II.29. Evolution au cours du temps de la fraction massique des particules à la sortie du venturi, influence du diamètre des particules :  $Re=500$ ,  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{de}=C_{pe}$

On constate qu'à la sortie du venturi, la fraction massique des particules diminue avec leur diamètre. Ce résultat est dû au modèle de collecte retenu à savoir la diffusion. En effet, plus la particule est de faible taille et plus sa probabilité de diffuser dans une goutte d'eau est grande.

La figure II.30 montre l'évolution de l'efficacité de collecte en fonction du temps de séjour gouttes-particules dans le venturi.

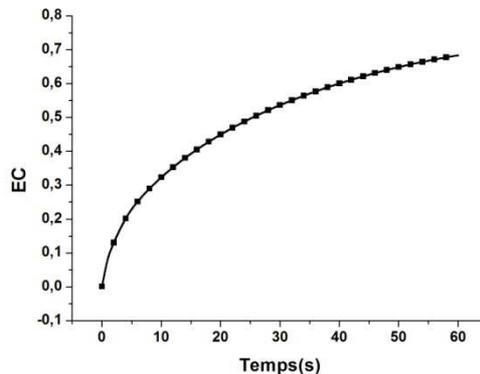


Figure II.30. Evolution au cours du temps de l'efficacité de collecte :  $Re=500$ ,  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{de}=9C_{pe}$

On constate que l'efficacité de collecte augmente avec le temps de séjour des particules dans le dépoussiéreur. Ce résultat est conforme à ceux reportés par J. Koo et al. (2010) [65]. Le processus de dépoussiérage d'un gaz pollué par des particules est donc un phénomène qui doit être continu dans le temps.

La figure II.31 montre l'efficacité de collecte en fonction du paramètre  $\Upsilon$ .

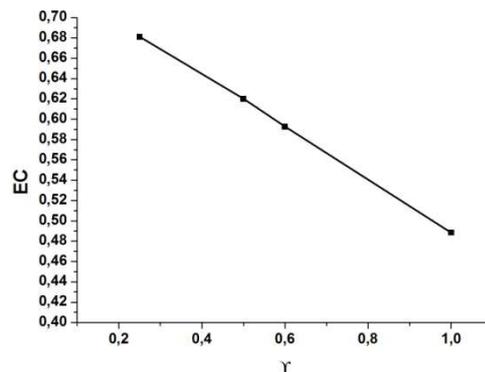


Figure II.31. Efficacité de collecte en fonction de  $\Upsilon$  :  $Re=500$ ,  $C_{de}=9C_{pe}$

L'efficacité de collecte augmente lorsque la valeur de  $\Upsilon$  diminue. Comme nous l'avons mentionné plus haut, la diminution de  $\Upsilon$  engendre une intensification de l'effet venturi qui améliore l'interaction gouttes-particules et par conséquent accroît l'efficacité de collecte.

La figure II.32 présente l'efficacité de collecte en fonction du nombre de Reynolds.

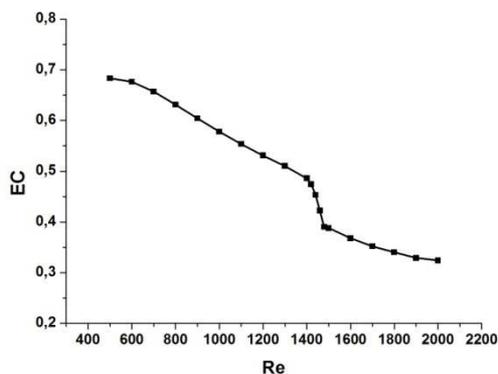


Figure II.32. Efficacité de collecte en fonction du nombre de Reynolds :  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{de}=9C_{pe}$

L'efficacité de collecte diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds. L'augmentation du nombre de Reynolds engendre une intensification des effets convectifs qui provoquent une diminution du temps de séjour du mélange gouttes-particules dans le dépoussiéreur. Il en résulte une réduction de la probabilité d'interaction goutte-particules et par conséquent de l'efficacité de collecte. Ce résultat montre l'existence d'une valeur du nombre de Reynolds (nombre de Reynolds critique) à partir duquel le rendement de collecte baisse considérablement avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

Les figures II.33-II.36 montrent respectivement l'évolution du nombre de Nusselt local sensible, du Nusselt local latent, du nombre de Nusselt local total et le coefficient d'échange global de chaleur par rayonnement et par convection le long du venturi.

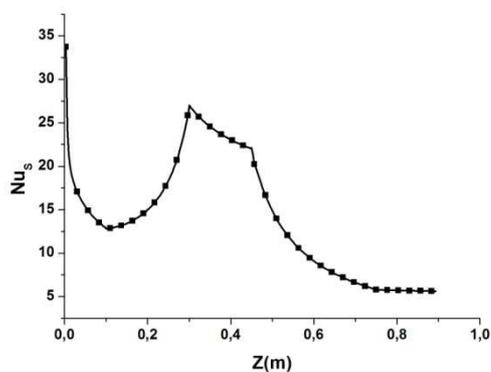


Figure II.33. Evolution du nombre de Nusselt local sensible le long du venturi :  $Re=500$ ,  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{de}=C_{pe}$

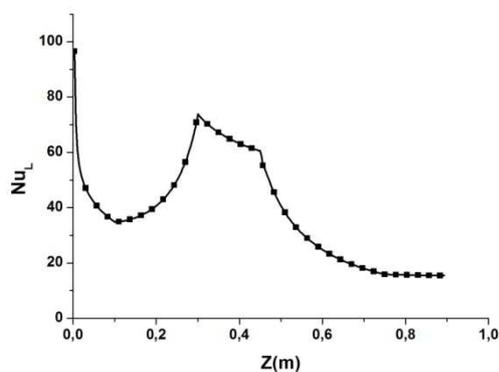


Figure II.34. Evolution du nombre de Nusselt local latent le long du venturi :  $Re=500$ ,  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{de}=C_{pe}$

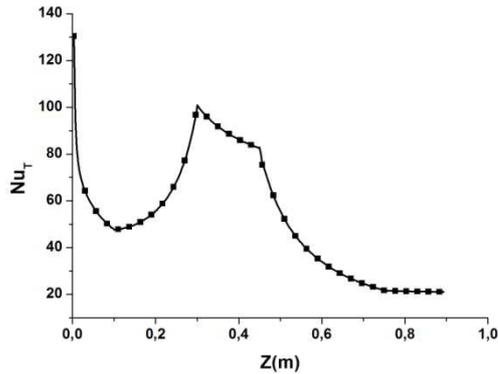


Figure II.35. Evolution du nombre de Nusselt local total le long du venturi :  $Re=500$ ,  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{de}=C_{pe}$

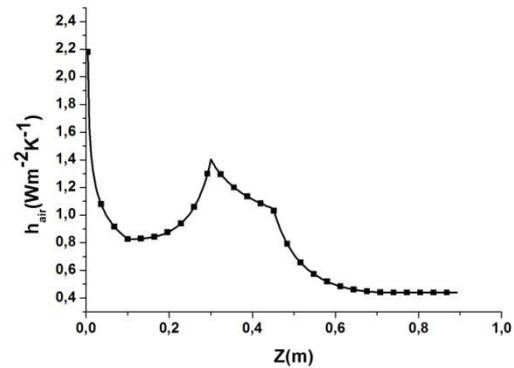


Figure II.36. Evolution du coefficient global d'échange de chaleur le long du venturi :  $Re=500$ ,  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{de}=C_{pe}$

Nous constatons que le transfert de chaleur augmente brusquement à la traversée du convergent jusqu'à atteindre une valeur maximum puis diminue à la traversée du divergent pour tendre asymptotiquement vers une valeur constante d'autant plus élevée qu'on est proche de la sortie du venturi. Comme nous l'avons vu précédemment, le convergent est le siège de l'augmentation des transferts de l'écoulement (conversion de l'énergie potentielle en énergie cinétique). Cette augmentation accroît l'échange de chaleur entre la paroi et l'écoulement. Ce résultat est confirmé par la figure II.36 qui montre que le coefficient d'échange global de chaleur (par convection et par rayonnement) augmente dans le convergent. A la traversée du divergent, la vitesse de l'écoulement diminue puisque la section de passage du tube augmente provoquant une baisse des transferts convectifs et de chaleur. Ces résultats sont corroborés par ceux concernant l'influence du nombre de Reynolds et du paramètre  $\Upsilon$  sur le nombre de Nusselt local (figure II.37, figure II.38) et sont conformes à ceux de C-C. Wang et al. [66] et Sanei et al. [67].

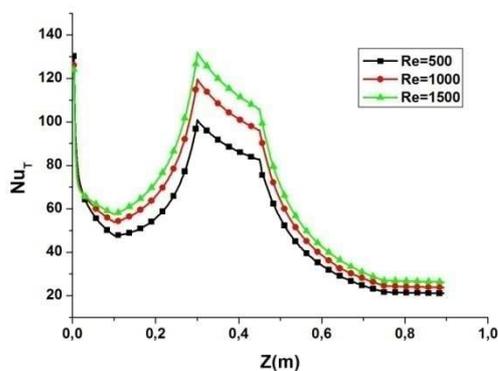


Figure II.37. Evolution du nombre de Nusselt local le long du venturi, influence du nombre de Reynolds :  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{de}=C_{pe}$

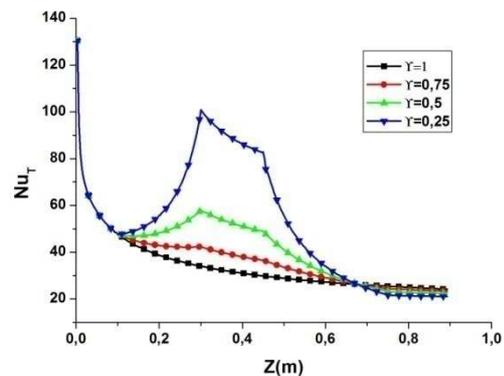


Figure II.38. Evolution du nombre de Nusselt local le long du venturi, influence du paramètre  $\Upsilon$  :  $Re=500$ ,  $C_{de}=C_{pe}$

## Chapitre 2 : Modélisation des phénomènes de transfert en régime laminaire

Ainsi pour un canal conique, le nombre de Nusselt augmente avec le nombre de Reynolds [66] et pour un canal à parois ondulées, la valeur maximale du nombre de Nusselt local est située sur le sommet de la sinusoïde [67].

Nous constatons également que le transfert de chaleur dans le canal est dominé par la chaleur latente (les valeurs du nombre de Nusselt latent sont beaucoup plus élevées que celles du nombre de Nusselt sensible). Ce résultat est en accord avec ceux de Yan et al. (1989) [68] dans le cas d'un canal à parois planes.

Afin d'étudier l'influence de l'effet venturi sur le transfert de chaleur entre la paroi et l'écoulement, nous avons analysé l'effet du paramètre  $\Upsilon$  sur le nombre de Nusselt. Ce résultat rejoint ceux présentés ci-dessus. Pour le cas particulier de  $\Upsilon=1$  (canal à parois planes) l'évolution du nombre de Nusselt local le long du canal est similaire à celle observée pour un écoulement en convection forcée à travers un canal à parois non déformées. Lorsque  $\Upsilon$  diminue, le canal est progressivement transformé en venturi engendrant aussi une modification de la structure de l'écoulement et celle des transferts de chaleur. Ainsi, les transferts dans le venturi sont fortement influencés par la valeur de  $\Upsilon$ .

Les figures II.39-II.41 présentent les résultats du transfert de masse entre la paroi du venturi et l'écoulement.

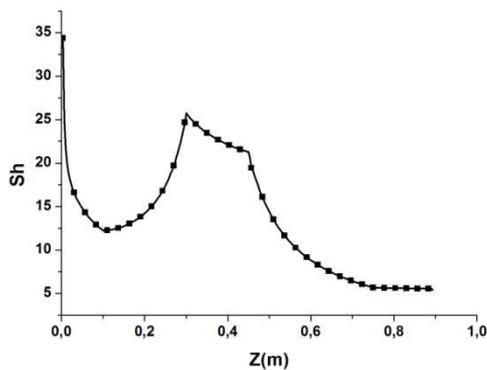


Figure II.39. Evolution du nombre de Sherwood local le long du venturi :  $Re=500$ ,  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{de}=C_{pe}$

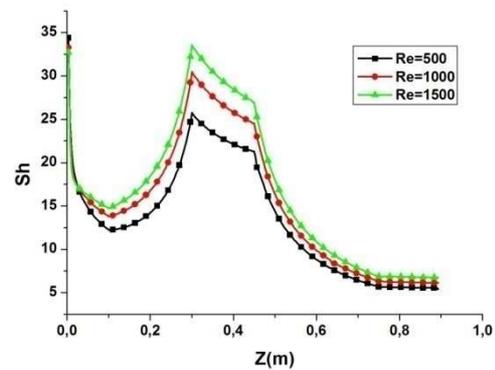


Figure II.40. Evolution du nombre de Sherwood local le long du venturi, influence du nombre de Reynolds :  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{de}=C_{pe}$

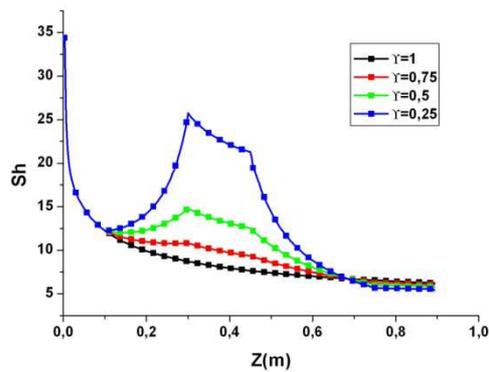


Figure II.41. Evolution du nombre de Sherwood local le long du venturi, influence du paramètre  $\gamma$  :  $Re=500$ ,  $C_{de}=C_{pe}$

Ces résultats sont quasi-similaires à ceux observés pour le transfert de chaleur car le nombre de Prandtl est approximativement égal au nombre de Schmidt ( $Pr = 0.70$ ,  $Sc = 0.68$ ).

Les profils axiaux de la température de la paroi interne et externe du venturi sont indiqués sur les figures II.42 et II.43.

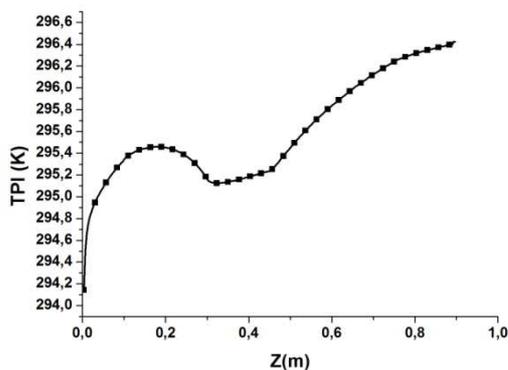


Figure II.42. Evolution de la température de la paroi interne le long du canal :  $Re=500$ ,  $\gamma=0.25$ ,  $C_{de}=C_{pe}$

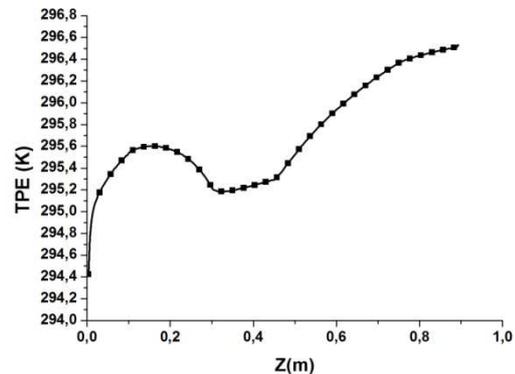


Figure II.43. Evolution de la température de la paroi externe le long du canal :  $Re=500$ ,  $\gamma=0.25$ ,  $C_{de}=C_{pe}$

Ces courbes sont similaires à cause de la conductivité thermique de l'aluminium dont est constituée la paroi. A la traversée du convergent, la conversion de l'énergie potentielle en énergie cinétique augmente l'énergie interne du fluide et par conséquent sa température. Il en résulte un transfert de chaleur orienté vers l'extérieur du canal, provoquant ainsi une diminution de la température de la paroi.

## IV. Conclusion

Après avoir formulé mathématiquement le problème, nous avons pallié la non-uniformité du maillage du domaine en utilisant une transformation conforme qui transforme le

## **Chapitre 2 : Modélisation des phénomènes de transfert en régime laminaire**

---

profil non régulier de la paroi du venturi en un profil rectiligne. Dans ce nouveau domaine, les équations de transfert ont été résolues en utilisant la méthode des volumes finis ainsi que les algorithmes de Gauss et de Thomas.

Nous avons mis en évidence l'importance du rapport entre les diamètres hydrauliques du col et de l'entrée du venturi, du débit d'air à l'entrée sur les transferts convectifs (transfert de chaleur et de masse) et l'efficacité de collecte des particules. Aussi cette grandeur est d'autant plus élevée que les valeurs du rapport entre les diamètres hydrauliques du col et de l'entrée du venturi, du nombre de Reynolds, du diamètre des particules sont faibles et que le rapport entre la fraction massique de gouttes et celle des particules à l'entrée du venturi est grand.

**Chapitre 3 :**  
**Modélisation en**  
**régime turbulent**

# **Chapitre 3 : Modélisation des phénomènes de transfert en régime turbulent.**

## **I. Introduction**

Ce chapitre est consacré à la modélisation des transferts en régime turbulent d'un écoulement chargé de particules dans un dépoussiéreur venturi. L'hypothèse de collecte retenue en régime laminaire (diffusion et interception) est à priori limitée. En régime laminaire, la prise en compte des particules submicroniques ne permettait pas de retenir l'impaction comme mode de collecte car d'après la relation de Calvert (voir relation I.7), le paramètre d'impaction est négligeable pour les particules submicroniques. Dans cette partie, il est donc important de considérer des particules de grande taille pour mettre en exergue le phénomène d'impaction inertielle.

## **II. Modélisation des écoulements turbulents**

La turbulence est un phénomène tellement complexe qu'il est souvent difficile de lui donner une définition consensuelle. Cependant, l'observation d'un écoulement turbulent permet de déceler au sein même de l'écoulement, des mouvements secondaires, désordonnés et chaotiques qui s'amplifient plus ou moins dans l'espace et dans le temps : on parle de structures tourbillonnaires. A l'opposé, dans les écoulements laminaires, on observe un ordre et une périodicité (répétition) car l'écoulement se fait par glissement des filets fluides les uns sur les autres. Il apparaît donc que la turbulence n'est pas une propriété physique du fluide mais plutôt un régime d'écoulement. En effet, les instabilités apparaissent à partir d'une valeur du nombre de Reynolds correspondant au régime turbulent, et ce quel que soit la nature du fluide. Les structures tourbillonnaires naissent donc et évoluent dans l'espace et dans le temps. Cousteix (1989) [69] note que les grandes structures soumises au phénomène d'étirement donnent naissance à de structures plus petites tout en leur transférant une partie de leur énergie. Ce phénomène se répète de façon indéfinie. Kolmogorov (1941) [70] note d'ailleurs que l'énergie cinétique turbulente transférée des grands tourbillons vers les plus petits se fait sous forme de dissipation de la chaleur (cascade d'énergie).

Dans la simulation des transferts en régime turbulent, trois méthodes sont généralement utilisées : la simulation numérique directe (DSN), la simulation aux grandes échelles ou L.E.S

(Large Eddy Simulation) et l'approche R.A.N.S (Reynolds Average Navier-Stokes Equations) ou équations de Navier-Stokes moyennées au sens de Reynolds. Dans l'approche DSN, les équations instantanées sont résolues directement par la voie numérique. Cependant, cette approche est limitée car elle n'arrive pas à prendre en compte toutes les échelles notamment les plus petites (échelles dissipatives) dont la modélisation nécessite un maillage très fin. Spalart (1988) [71] note d'ailleurs qu'elle est limitée aux cas simples caractérisés par des nombres de Reynolds relativement faibles. L'approche L.E.S est basée sur un modèle statistique partiel où seules certaines classes de tourbillons sont traitées statistiquement, l'évolution des autres relevant directement d'un calcul direct. Cette approche est encore appelée modèle de sous-maille. Ces deux modèles nécessitent des calculs très importants car le champ instantané d'un écoulement turbulent est complexe. Par ailleurs, dans la plupart des cas pratiques, seules les valeurs moyennes sont intéressantes. Aussi les méthodes statistiques s'avèrent donc intéressantes. Ainsi, l'approche R.A.N.S (Reynolds Average Navier-Stokes Equations ou équations de Navier-Stokes moyenné au sens de Reynolds) est un modèle à statistique globale où les mouvements d'agitation sont considérés dans leur intégralité comme ayant un comportement aléatoire. L'information recherchée est la moyenne des différentes grandeurs physiques, ce qui simplifie considérablement les calculs.

## **II.1 Approche statistique de la turbulence**

Reynolds, a été le premier à introduire en 1895 le concept de "moyenne" dans le traitement statistique de la turbulence. Ainsi, dans la décomposition dite de Reynolds, chaque grandeur  $\Phi$  turbulente peut être décomposée en une valeur moyenne  $\overline{\Phi}$  et une fluctuation  $\Phi'$  autour de cette valeur moyenne.

$$\Phi = \overline{\Phi} + \Phi' \quad (\text{III.1})$$

A l'aide des règles de Reynolds, si  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  sont deux grandeurs turbulentes, et  $a$  une constante, on peut également écrire :

$$\overline{\Phi'} = 0 \quad (\text{III.2})$$

$$\overline{\Phi_1 + \Phi_2} = \overline{\Phi_1} + \overline{\Phi_2} \quad (\text{III.3})$$

$$\overline{a\Phi} = a\overline{\Phi} \quad (\text{III.4})$$

$$\overline{\Phi_1\Phi_2} = \overline{\Phi_1}\overline{\Phi_2} \quad (\text{III.5})$$

$$\overline{\frac{\partial \Phi}{\partial x}} = \frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial x} \quad (\text{III.6})$$

Il existe d'autres types de décompositions comme celles de Favre (1965) [72], plus complexes et adaptés aux écoulements compressibles.

## II.2 Les équations de Navier-stokes moyennées au sens de Reynolds

Pour simplifier la rédaction, les grandeurs turbulentes sont marquées en tilde. La modélisation de l'équation de mouvement d'un fluide Newtonien conduit aux expressions suivantes :

$$\text{div}(\rho \tilde{u}_i) = 0 \quad (\text{III.7})$$

$$\left( \frac{\partial(\rho \tilde{u}_i)}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial(\rho \tilde{u}_i)}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{T}_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{III.8})$$

Avec  $\rho$  la masse volumique du fluide,  $(\tilde{u}_i)$  les composantes du vecteur vitesse,  $\tilde{p}$  la pression et  $\tilde{T}_{ij}$  le tenseur des contraintes visqueuses.

Le tenseur des contraintes visqueuses est relié au tenseur des vitesses de déformation  $\tilde{S}_{ij}$  par l'expression suivante :

$$\tilde{T}_{ij} = 2\mu \left( \tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \tilde{S}_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (\text{III.9})$$

Avec :

$$\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{III.10})$$

Si on suppose que l'écoulement est incompressible, le tenseur des contraintes visqueuses se réduit à :

$$\tilde{T}_{ij} = 2\mu \tilde{S}_{ij} \quad (\text{III.11})$$

Les équations (III.7) et (III.8) deviennent alors :

$$\text{div}(\tilde{u}_i) = 0 \quad (\text{III.12})$$

$$\left( \frac{\partial(\tilde{u}_i)}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial(\tilde{u}_i)}{\partial x_j} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j^2} \quad (\text{III.13})$$

Nous utilisons les règles de Reynolds pour écrire les relations reliant les différentes grandeurs et leurs valeurs moyennes et fluctuantes :

$$\tilde{u}_i = U_i + u_i \quad (\text{III.14})$$

$$\tilde{p} = P + p \quad (\text{III.15})$$

$$\tilde{T}_{ij} = T_{ij} + t_{ij} \quad (\text{III.16})$$

Les grandeurs en majuscules sont les valeurs moyennes tandis que celles en minuscules sont les valeurs fluctuantes.

En remplaçant les relations (III.14-III.16) dans l'équation III.13, on obtient :

$$\rho \left( \frac{\partial(U_i + u_i)}{\partial t} + (U_i + u_i) \frac{\partial(U_i + u_i)}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial(P + p)}{\partial x_i} + \frac{\partial(T_{ij} + t_{ij})}{\partial x_j} \quad (\text{III.17})$$

En prenant la valeur moyenne de l'équation III.17 et en utilisant les règles de Reynolds, il vient :

$$\rho \left( \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} - \overline{\rho u_i \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} \quad (\text{III.18})$$

L'équation de continuité conduit aux expressions suivantes :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{III.19})$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{III.20})$$

En utilisant l'expression III.20, l'équation III.18 peut être réécrite comme suit :

$$\rho \left( \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho u_i u_j}) \quad (\text{III.21})$$

Avec  $-\overline{\rho u_i u_j}$  le tenseur des contraintes de Reynolds. L'équation de Navier Stokes moyennée au sens de Reynolds fait donc apparaître une inconnue supplémentaire. La connaissance en chaque point et à chaque instant des propriétés du mouvement d'agitation pour caractériser le

tenseur des contraintes turbulentes a fait l'objet de plusieurs travaux qui ont conduit à plusieurs modèles dits de fermeture puisque les équations statistiques aux dérivées partielles obtenues par passage des équations de Navier Stokes, engendre une perte d'information et conduit à un système ouvert. Aussi, est-il nécessaire de procéder à un choix judicieux des schémas de fermeture pour qu'ils réintroduisent les informations perdues dans un nouveau système fermé qui peut être résolu numériquement.

### II.3 Les modèles de turbulence

La manière dont est modélisée le tenseur des contraintes de Reynolds a conduit à deux grandes classes de modèles : les modèles dits à viscosité turbulente qui ont généré la famille des modèles k-ε et les modèles dits RSM (modèle aux tensions de Reynolds). Ces modèles sont non linéaires et tiennent compte de l'anisotropie du tenseur de déformation des vitesses. Dans ce qui suit nous traitons uniquement les modèles à viscosité turbulente car les modèles RSM ne sont que des variantes de ces modèles.

#### II.3.1 Le concept de viscosité turbulente : Hypothèse de Boussinesq

Pour compléter les équations ci-dessus et déterminer le tenseur des contraintes de Reynolds, le concept de viscosité turbulente a été introduit par Boussinesq (1887). Le tenseur des contraintes de Reynolds est exprimé par analogie au tenseur des contraintes visqueuses en posant :

$$-\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \bar{k} \delta_{ij} \quad (\text{III.22})$$

Avec  $\bar{k}$  l'énergie cinétique turbulente et  $\mu_t$  la viscosité dynamique turbulente. Ce concept de viscosité turbulente a donné naissance à plusieurs modèles dits de fermeture.

##### II.3.1.1 Fermeture à l'ordre zéro : Modèles de longueur de mélange

Prandtl a proposé en 1925 une relation basée sur la théorie cinétique des gaz reliant la viscosité turbulente au gradient de vitesse moyenne en introduisant une longueur  $l_m$  appelée longueur de mélange (caractéristique de la turbulence dans l'expression de la viscosité).

Pour un écoulement cisailé, par analogie avec le mouvement moléculaire, il a établi :

$$\mu_t = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (\text{III.23})$$

La longueur de mélange dépend en général des coordonnées et caractérise l'échelle de la turbulence en un point donné.

Il existe un certain nombre de relations empiriques parmi lesquelles Klébanoff et al. (1954) [73] et Michel et al. (1969) [74].

Si le modèle de longueur de mélange est très simple à mettre en œuvre, son inconvénient majeur reste le concept même de longueur de mélange très difficile à appréhender dans la réalité. On a donc recours à d'autres types de modèles.

### II.3.1.2 Fermeture au premier ordre

Les modèles de premier ordre sont une alternative aux modèles d'ordre zéro et comportent les modèles à une équation (Johnson et King, 1985 [75], Baldwin et Barth, 1990 [76]) et à deux équations populaires et très utilisés [77]. Ils font partie de la famille des modèles k- $\epsilon$  qui nous intéressent particulièrement. Les modèles de fermeture au premier ordre sont dans leur quasi-totalité basés sur la relation de Prandtl-Kolmogorov liant la viscosité turbulente à l'énergie cinétique turbulente:

$$v_t = C_\mu \sqrt{k} \times l \quad (\text{III.24})$$

$C_\mu$  est une constante et  $l$  une échelle de longueur donnée par une valeur algébrique.

### II.3.2 Les modèles k- $\epsilon$ (modèle de fermeture à deux équations)

Il est apparu très rapidement dans la formulation de la viscosité turbulente de Prandtl-Kolmogorov qu'une simple échelle de longueur ne permettait pas de prendre en compte les aspects dus à la dissipation visqueuse. Jones et Launder (1972) [78] et Launder et Spalding (1974) [79] ont amélioré en proposant une corrélation entre l'échelle de longueur  $l$ , l'énergie cinétique turbulente ( $k$ ) et son taux de dissipation ( $\epsilon$ ) pour prendre en compte la dissipation visqueuse dans la relation de Prandtl-Kolmogorov :

$$l = C_D \frac{k^{-3/2}}{\epsilon} \quad (\text{III.25})$$

où  $C_D$  est une constante.

Ainsi, la relation III.24 donnant la viscosité turbulente devient :

$$v_t = C_\mu C_D \frac{k^2}{\varepsilon} = C'_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (\text{III.26})$$

Les travaux [75,79] sont à l'origine du modèle k- $\varepsilon$ . Il apparait évident que pour calculer la viscosité turbulente, il faut résoudre les équation en k et en  $\varepsilon$ . C'est pourquoi ces modèles sont souvent appelés modèles à deux équations. D'autres variantes du modèle k- $\varepsilon$  existent. Ainsi, au lieu de raisonner uniquement sur  $\varepsilon$  comme l'ont fait Jones et Launder (1972), l'introduction d'une fonction  $\phi$  combinant  $\varepsilon$  et k conduit à un modèle général k- $\phi$  dont le modèle k- $\varepsilon$  n'est en fait qu'un cas particulier ( $\phi = \varepsilon$ ). Ainsi :

- pour  $\omega = \frac{\varepsilon}{C_\mu k}$ , modèle k- $\omega$  de Wilcox (1976, 1988) [80,81].

- pour  $R = \frac{k^2}{\varepsilon}$ , modèle k-R de Baldwin et Barth (1990).

- pour  $l = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}$ , modèle k-l de Smith (1990, 1994) [82,83].

#### **Cas de la couche limite**

Dans un écoulement laminaire pariétal, une couche limite laminaire se développe toujours au voisinage de la paroi. En régime turbulent, cette couche limite devient turbulente et est composée de deux zones : une zone très proche de la paroi, d'épaisseur très faible appelée sous couche visqueuse et une zone logarithmique. Ces deux zones sont séparées par une zone tampon (figure III.1). Pour faciliter la distinction entre ces zones, on introduit des variables adimensionnelles telles que :

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

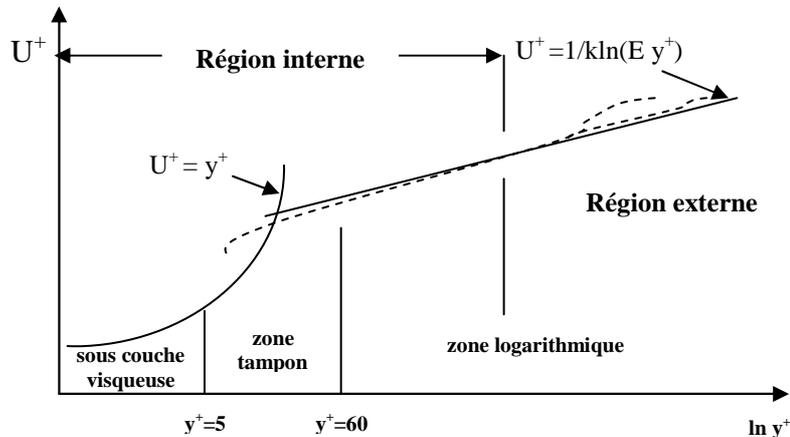
avec  $\tau_w$  la contrainte de cisaillement à la paroi.

$$y^+ = \frac{x U_\tau}{\nu}$$

où x est la distance à la paroi.

$$U^+ = \frac{U_L}{U_\tau}$$

$U_L$  est la vitesse longitudinale de l'écoulement.



**Figure III.1. Couche limite turbulente**

$E$  est une constante empirique égale à 9 pour les parois lisses (Launder et Spalding, 1974) et  $k$  égale à 0.4 est la constante de Von Karman.

L'existence de la sous couche visqueuse (où règnent les effets visqueux) influence fortement le modèle  $k-\epsilon$ . Ainsi, loin de la paroi, l'hypothèse des grands nombres de Reynolds peut à priori être retenue dans la mesure où les effets visqueux sont négligeables. En revanche, dans la sous couche visqueuse, la valeur du nombre de Reynolds est limitée : on parle alors de modèle  $k-\epsilon$  à bas nombre de Reynolds.

### **II.3.2.1 Les modèles $k-\epsilon$ à grands nombres de Reynolds ou modèles $k-\epsilon$ standard**

Le modèle  $k-\epsilon$  fondé sur l'hypothèse de Boussinesq est basé sur l'estimation de l'échelle des vitesses à partir de l'énergie cinétique turbulente moyenne  $k$  et pour une turbulence isotrope par l'expression de la dissipation de cette énergie à partir de l'échelle intégrale de la turbulence et en admettant que cette échelle est équivalente à la longueur caractéristique de la turbulence. Il conduit à l'expression de la viscosité turbulente :

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$

Pour un écoulement incompressible, les équations s'écrivent :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + Q - \varepsilon \quad (\text{III.27})$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + (C_{\varepsilon 1} Q - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} \quad (\text{III.28})$$

où Q est le terme de production d'énergie défini par :

$$Q = \left[ \nu_t \left( S_{ij} - \frac{2}{3} U_{kk} \delta_{ij} \right) \right] U_{ij} \quad (\text{III.29})$$

Avec  $C_\mu$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $C_{\varepsilon 1}$  et  $C_{\varepsilon 2}$  des constantes.

D'après Launder (1975) [84]:  $C_\mu = 0.09$ ;  $\sigma_k = 1$ ;  $\sigma_\varepsilon = 1.3$ ;  $C_{\varepsilon 1} = 1.44$ ;  $C_{\varepsilon 2} = 1.92$ .

L'application du modèle k-ε soulève des difficultés pour le traitement des conditions aux limites en présence d'une paroi. Ainsi, ces modèles sont parfois complétés par des lois de parois qui permettent l'application des équations jusqu'à une distance  $\delta_p$  très proche de la paroi. Néanmoins, l'utilisation des lois de parois peut s'avérer quelquefois complexe et ne fait pas non plus l'unanimité (Grasso et Falconi, 1991 [85]). Il faut alors trouver un modèle qui soit applicable jusqu'à la paroi tout en évitant l'utilisation complexe des lois de parois : c'est l'origine des modèles dits à bas nombre de Reynolds.

### II.3.2.2 Les modèles k-ε à bas nombres de Reynolds

Les modèles k-ε s'intégrant jusqu'à la paroi ont été proposés pour la première fois par Jones et Launder, 1972 et depuis ont connu un développement considérable. Ces modèles sont couramment appelés modèles LRN (Low Reynolds Number). L'idée principale dans tous ces modèles est d'ajouter des fonctions d'amortissement au modèle standard qui forcent la décroissance de la turbulence en zone proche de la paroi. Dans le cas d'un écoulement turbulent incompressible, les équation du modèle s'écrivent :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + Q - \varepsilon - D \quad (\text{III.30})$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + (C_{\varepsilon 1} f_1 Q - C_{\varepsilon 1} \varepsilon f_2) \frac{\varepsilon}{k} + E \quad (\text{III.31})$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (\text{III.32})$$

### Chapitre 3 : Modélisation des phénomènes de transfert en régime turbulent

$f_{\mu}$  est la fonction d'amortissement de la viscosité turbulente.

Nous présentons dans les tableaux III.1 et III.2 les modèles de Launder et Sharma (1974) [86], Hassid et Poreh (1978) [87], Hoffman (1975) [88], Dutoya et Michard (1981) [89], Chien (1982) [90], Reynolds (1976) [91], Lam et Bremhorst (1981) [92] pour un écoulement de type couche limite.

Modèle	Code	D	$C_{\mu}$	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	$\sigma_k$	$\sigma_{\epsilon}$
Launder-Sharma	LS	$2\nu \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2$	0.09	1.44	1.92	1	1.3
Hassid-Poreh	HP	$2\nu \frac{k}{y^2}$	0.09	1.45	2	1	1.3
Hoffman	HO	$\frac{\nu}{y} \frac{\partial k}{\partial y}$	0.09	1.81	2	2	3
Dutoya-Michard	DM	$2\nu \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2$	0.09	1.35	2	0.9	0.95
Chien	CH	$2\nu \frac{k}{y^2}$	0.09	1.35	1.8	1	1.3
Reynolds	RE	0	0.09	1	1.83	1.69	1.3
Lam-Bremhorst	LB	0	0.09	1.44	1.92	1	1.3

Tableau III.1. Valeurs du terme D et des constantes pour différents modèles

Code	$f_\mu$	$f_1$	$f_2$	E
LS	$\exp\left[\frac{-3.4}{(1+R_T/50)^2}\right]$	1	$1 - 0.3\exp(-R_T^2)$	$2\nu v_t \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)^2$
HP	$1 - \exp(-0.0015R_T)$	1	$1 - 0.3\exp(-R_T^2)$	$-2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{\varepsilon}}{\partial y}\right)^2$
HO	$\exp\left(\frac{-1.75}{1+R_T/50}\right)$	1	$1 - 0.3\exp(-R_T^2)$	0
DM	$1 - 0.86\exp\left[-\left(\frac{R_T}{600}\right)^2\right]$	$1 - 0.04\exp\left[-\left(\frac{R_T}{50}\right)^2\right] + 0.25\left(\frac{\lambda}{y}\right)^2$	$1 - 0.3\exp\left[-\left(\frac{R_T}{50}\right)^2\right] - 0.08\left(\frac{\lambda}{y}\right)^2$	$-C_{\varepsilon 2} f_2 (\varepsilon D/k)^a$
CH	$1 - \exp(-0.0115y^+)$	1	$1 - 0.22\exp[-(R_T/6)^2]$	$-2\nu(\varepsilon/y^2)\exp(-0.5y^+)$
RE	$1 - \exp(-0.0198R_y)$	1	$\left\{1 - 0.3\exp[-(R_T/3)^2]\right\} \times h(R_y)$	0
LB	$\left[1 - \exp(-0.0165R_y)\right]^2 \times \left(1 + \frac{20.5}{R_T}\right)$	$1 + \exp(0.05/f_\mu)^3$	$1 - \exp(-R_T^2)$	0

**Tableau III.2. Valeurs des termes  $f_\mu$ ,  $f_1$ ,  $f_2$ , et E pour différents modèles**

Pour plus de détail dans les variables utilisées, le lecteur peut consulter Virendra et al. (1984) [93] qui ont mené une étude bibliographique détaillée des différents modèles.

## III. Implémentation du modèle mathématique

### III.1 Modèle mathématique

Le modèle physique est le même que celui utilisé pour le cas laminaire (voir chapitre 2 § II.2). Pour le modèle mathématique, l'écoulement est modélisé par les équations de Navier-stokes moyennées au sens de Reynolds (R.A.N.S). Les hypothèses du modèle sont similaires à celles formulées pour l'écoulement en régime laminaire auxquelles nous ajoutons

l'impaction inertielle comme mode de collecte supplémentaire. On considère également que l'écoulement est de type couche limite.

### III.1.1 Equations

-Equation de continuité

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.33})$$

-Equation de la quantité de mouvement

- Composante suivant [oz]

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial(VU)}{\partial x} + \frac{\partial(UU)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} (v + v_t) \frac{\partial U}{\partial x} \quad (\text{III.34})$$

- Composante suivant [ox]

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial(VV)}{\partial x} + \frac{\partial(UV)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (v + v_t) \frac{\partial V}{\partial x} \quad (\text{III.35})$$

-Equation de la chaleur

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(VT)}{\partial x} + \frac{\partial(UT)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v}{Pr} + \frac{v_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{III.36})$$

-Equation de diffusion de la vapeur d'eau

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial(VW)}{\partial x} + \frac{\partial(UW)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D + \frac{v_t}{Sc_t} \right) \frac{\partial W}{\partial x} \quad (\text{III.37})$$

-Equation de diffusion des gouttes

$$\frac{\partial C_d}{\partial t} + \frac{\partial(V_d C_d)}{\partial x} + \frac{\partial(U_d C_d)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_d + \frac{v_t}{Sc_t} \right) \frac{\partial C_d}{\partial x} - S_d \quad (\text{III.38})$$

-Equation de diffusion des particules

$$\frac{\partial C_p}{\partial t} + \frac{\partial(V C_p)}{\partial x} + \frac{\partial(U C_p)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_p + \frac{v_t}{Sc_t} \right) \frac{\partial C_p}{\partial x} - S_p \quad (\text{III.39})$$

-Equation de conservation du débit

$$\int U dx = Q_o \quad (\text{III.40})$$

$Pr_t$  et  $Sc_t$  sont respectivement les nombres de Prandtl et de Schmidt turbulent.

Pour le modèle de turbulence, nous avons choisi d'implémenter le model k- $\epsilon$  à bas nombre de Reynolds de Launder et Sharma (1974). En effet, ce modèle a prouvé son efficacité pour des écoulements dans les canaux rectangulaires comme pour d'autres configurations [94,95]. Nous avons donc :

-Equation de transport de l'énergie cinétique turbulente

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Vk) + \frac{\partial}{\partial z}(Uk) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} + Q - \tilde{\epsilon} - D \quad (\text{III.41})$$

-Equation de transport du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente

$$\frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(V\tilde{\epsilon}) + \frac{\partial}{\partial z}(U\tilde{\epsilon}) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x} + C_{\epsilon 1} f_1 Q \frac{\tilde{\epsilon}}{k} - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\tilde{\epsilon}^2}{k} + E \quad (\text{III.42})$$

Avec :

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon - D$$

$$Q = \nu_t \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 \quad (\text{III.43})$$

$$D = 2\nu \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x} \right)^2 \quad (\text{III.44})$$

$$E = 2\nu \nu_t \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)^2 \quad (\text{III.45})$$

$$f_1 = 1 \quad (\text{III.46})$$

$$f_2 = 1 - 0.3 \exp\left(-R_{et}^2\right) \quad (\text{III.47})$$

$R_{et}$  est le nombre local de Reynolds turbulent :

$$R_{et} = \frac{k^2}{\nu \tilde{\epsilon}} \quad (\text{III.48})$$

L'énergie cinétique turbulente est reliée à son taux de dissipation par la relation de Prandtl-Kolmogorov :

$$v_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}} \quad (\text{III.49})$$

Avec :

$$f_\mu = \exp\left[\frac{-3.4}{\left(1 + \frac{R_{et}}{50}\right)^2}\right] \quad (\text{III.50})$$

La viscosité dynamique est alors donnée par :

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}} \quad (\text{III.51})$$

Pour des raisons de commodité, nous définissons  $S_k$  et  $S_\varepsilon$  les termes sources liés respectivement à l'énergie cinétique turbulente  $k$  et à son taux de dissipation  $\varepsilon$ .

$$S_k = Q - \tilde{\varepsilon} - D \quad (\text{III.52})$$

$$S_\varepsilon = C_{\varepsilon 1} f_1 Q \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} + E \quad (\text{III.53})$$

### III.1.2 Conditions initiales et aux limites

#### III.1.2.1 Conditions initiales

Quel que soit  $t < t_0$ ,  $t_0$  étant l'instant à partir duquel l'écoulement chargé de particules et de gouttes entre dans le venturi :

$$U(x,z) = 0 \quad (\text{III.54})$$

$$V(x,z) = 0 \quad (\text{III.55})$$

$$T(x,z) = T_e \quad (\text{III.56})$$

$$W(x,z) = W_e \quad (\text{III.57})$$

$$C_p(x,z) = C_{pe} \quad (\text{III.58})$$

$$C_d(x,z) = C_{de} \quad (\text{III.59})$$

$$k(x,z) = 0 \quad (\text{III.60})$$

$$\tilde{\varepsilon}(x,z) = 0 \quad (\text{III.61})$$

### III.1.2.2 Conditions aux limites

Quel que soit  $t > t_0$

-A l'entrée ( $z = 0, 0 \leq x \leq R$ )

On considère un profil développé pour la vitesse  $U$  et les variables turbulentes  $k$  et  $\tilde{\epsilon}$  et un profil nul pour  $V$ . Pour ce faire, les équations de transfert sont résolues en une dimension (suivant l'axe  $x$ ) avec les conditions d'entrées suivantes :

$$U(x,0) = U_{\max} \left( 1 - \left( \frac{x}{R} \right) \right)^{1/N} \quad (\text{III.62})$$

avec :

$$U_{\max} = U_e \frac{(N+1)(2N+1)}{2N^2}$$

$N$  étant un entier.

La vitesse d'entrée  $U_e$  est calculée en utilisant la relation suivante:

$$U_e = \frac{Re U_e}{D_h} \quad (\text{III.63})$$

$$k(x,0) = k_e \quad (\text{III.64})$$

$$\tilde{\epsilon}(x,0) = \tilde{\epsilon}_e \quad (\text{III.65})$$

L'énergie cinétique d'entrée  $k_e$  est corrélée au taux de turbulence à l'entrée  $I_e$  ainsi qu'à la vitesse d'entrée [96]:

$$k_e = \frac{3}{2} (I_e U_e)^2 \quad (\text{III.66})$$

Le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente à l'entrée  $\tilde{\epsilon}_e$  peut être exprimé à l'aide de l'énergie cinétique turbulente à l'entrée  $k_e$  et une longueur caractéristique de la dissipation  $l$  [97] considérée ici égale au diamètre hydraulique ( $D_h$ )

$$\tilde{\epsilon}_e = (k_e)^{3/2} / l \quad (\text{III.67})$$

$$V(x,z) = 0 \quad (\text{III.68})$$

$$T(x,z) = T_e \quad (\text{III.69})$$

$$W(x,z) = W_e \quad (\text{III.70})$$

$$C_p(x,z) = C_{pe} \quad (\text{III.71})$$

$$C_d(x,z) = C_{de} \quad (\text{III.72})$$

-A la sortie ( $z = L, 0 \leq x \leq R$ )

Le venturi est considéré suffisamment long pour que les différentes grandeurs physiques soient invariants par rapport à l'axe  $z$ .

$$\frac{\partial U(x, z)}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.73})$$

$$\frac{\partial V(x, z)}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.74})$$

$$\frac{\partial T(x, z)}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.75})$$

$$\frac{\partial W(x, z)}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.76})$$

$$\frac{\partial C_p(x, z)}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.77})$$

$$\frac{\partial C_d(x, z)}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.78})$$

$$\frac{\partial k(x, z)}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.79})$$

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}(x, z)}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.80})$$

-A la paroi ( $0 \leq z \leq L, x = R$ )

Les vitesses étant nulles sur la paroi (condition de non glissement) l'énergie cinétique turbulente ainsi que son taux de dissipation sont également nulles; on considère également que les particules, les gouttes et la vapeur d'eau ne se déposent pas sur la paroi ; dans ce cas :

$$U(x, z) = 0 \quad (\text{III.81})$$

$$V(x, z) = 0 \quad (\text{III.82})$$

$$\frac{\partial C_p(x, z)}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.83})$$

$$\frac{\partial C_d(x, z)}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.84})$$

$$\frac{\partial W(x, z)}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.85})$$

$$k(x, z) = 0 \quad (\text{III.86})$$

$$\tilde{\varepsilon}(x, z) = 0 \quad (\text{III.87})$$

$$-(\lambda + \lambda_t) \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) = -\lambda_s \left( \frac{T_{pe} - T_{pi}}{E} \right) = (h_c + h_R) (T_{amb} - T_{pe}) \quad (III.88)$$

Avec :

$\lambda$  : Conductivité thermique du gaz dans le venturi ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )

$\lambda_t$  : Conductivité thermique turbulente du gaz dans le venturi ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )

$\lambda_s$  : Conductivité thermique de la paroi du venturi ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )

$T_{pe}$  : Température de la paroi externe du venturi (K)

$T_{pi}$  : Température de la paroi interne du venturi (K)

$T_{amb}$  : Température ambiante (K)

$h_c$  ( $Wm^{-2}K^{-1}$ ) : Coefficient de transfert de chaleur par convection naturelle entre la surface externe de la paroi du venturi et le milieu ambiant :

$h_R$  ( $Wm^{-2}K^{-1}$ ) : Coefficient de transfert de chaleur par rayonnement entre la surface externe de la paroi du venturi et le milieu ambiant ( $Wm^{-2}K^{-1}$ ) :

Le calcul de  $h_c$  et  $h_R$  est effectué en utilisant les corrélations reportées dans le chapitre précédent.

-A l'axe de symétrie ( $0 \leq z \leq L$ ,  $x = 0$ )

Toutes les grandeurs physiques sont invariants sur l'axe de symétrie sauf la vitesse radiale qui est nulle :

$$\frac{\partial U(x, z)}{\partial x} = 0 \quad (III.89)$$

$$V(x, z) = 0 \quad (III.90)$$

$$\frac{\partial T(x, z)}{\partial x} = 0 \quad (III.91)$$

$$\frac{\partial C_p(x, z)}{\partial x} = 0 \quad (III.92)$$

$$\frac{\partial C_d(x, z)}{\partial x} = 0 \quad (III.93)$$

$$\frac{\partial W(x, z)}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.94})$$

$$\frac{\partial k(x, z)}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.95})$$

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}(x, z)}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.96})$$

Le nombre de Nusselt sensible  $Nu_s$  et l'efficacité de collecte sont définis respectivement :

$$Nu_s = \frac{D_h}{(\lambda + \lambda_t)} \frac{q_s}{(T_p - T_b)} = \frac{1}{(T_p - T_b)} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_p \quad (\text{III.97})$$

$$EC = 1 - \frac{\int x |\vec{v}| C_p(x, z) dx \Big|_{out}}{\int x |\vec{v}| C_p(x, z) dx \Big|_{in}} \quad (\text{III.98})$$

Où  $C_p(x, z) \Big|_{in}$  et  $C_p(x, z) \Big|_{out}$  représentent respectivement les concentrations des particules à l'entrée et à la sortie du venturi.

## III.2 Résolution numérique

### III.2.1 Équations dans l'espace $(\eta, \xi)$

Comme pour le cas laminaire, nous réécrivons les équations de transfert sauf l'équation de continuité et de conservation du débit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{a\xi + b} \frac{\partial (v\Phi)}{\partial \eta} + \frac{\partial (U\Phi)}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial (U\Phi)}{\partial \eta} = B + \frac{1}{(a\xi + b)^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \chi \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) + G \quad (\text{III.99})$$

B,  $\chi$  et G sont définis dans le tableau ci-dessous :

$\Phi$	<b>B</b>	$\chi$	<b>G</b>
<b>U</b>	$-1/\rho \partial P / \partial \xi$	$(v+v_t)$	0
<b>V</b>	0	$(v+v_t)$	0
<b>T</b>	0	$(v/Pr+v_t/Pr_t)$	0
<b>W</b>	0	$(D+v_t/Sc_t)$	0
<b>C<sub>d</sub></b>	0	$(D_d+v_t/Sc_t)$	$-S_d$
<b>C<sub>p</sub></b>	0	$(D_p+v_t/Sc_t)$	$-S_p$
<b>k</b>	0	$(v+v_t/\sigma_k)$	$S_k(\eta, \xi)$
<b><math>\varepsilon</math></b>	0	$(v+v_t/\sigma_\varepsilon)$	$S_\varepsilon(\eta, \xi)$

Tableau III.3. Définition des variables **B**,  $\chi$ , et **G** de l'équation III.54

A l'aide des relations II.96 et II.97 du chapitre 2, les termes sources  $S_k$  et  $S_\varepsilon$  peuvent être réécrits dans l'espace  $(\eta, \xi)$  :

$$S_k(\eta, \xi) = Q(\eta, \xi) - \tilde{\varepsilon}(\eta, \xi) - D(\eta, \xi) \quad (\text{III.100})$$

$$S_\varepsilon(\eta, \xi) = C_{\varepsilon 1} f_1 Q(\eta, \xi) \frac{\tilde{\varepsilon}(\eta, \xi)}{k(\eta, \xi)} - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\tilde{\varepsilon}(\eta, \xi)^2}{k(\eta, \xi)} + E(\eta, \xi) \quad (\text{III.101})$$

Avec :

$$Q = v_t \left[ \left( \frac{1}{(a\xi + b)} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right)^2 \right] \quad (\text{III.102})$$

$$D = 2v_t \left[ \left( \frac{1}{(a\xi + b)} \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial \eta} \right)^2 \right] \quad (\text{III.103})$$

$$E = 2vv_t \left[ \left( \frac{1}{(a\xi + b)^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} \right)^2 \right] \quad (\text{III.104})$$

Les équations (III.33) et (III.40) s'écrivent respectivement :

$$\frac{1}{a\xi + b} \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{\partial U}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial U}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{III.105})$$

$$\int U(a\xi + b) d\eta = Q_0 \quad (\text{III.106})$$

## III.2.2 Conditions initiales et aux limites

Comme au chapitre précédent, les conditions initiales et aux limites dans l'espace  $(\eta, \xi)$  sont encore les transformées de celles de l'espace  $(o, x, z)$ .

### III.2.2.1 Conditions initiales

$$U(\eta, \xi) = 0 \quad (\text{III.107})$$

$$V(\eta, \xi) = 0 \quad (\text{III.108})$$

$$T(\eta, \xi) = T_0 \quad (\text{III.109})$$

$$W(\eta, \xi) = W_0 \quad (\text{III.110})$$

$$C_p(\eta, \xi) = C_{po} \quad (\text{III.111})$$

$$C_d(\eta, \xi) = C_{do} \quad (\text{III.112})$$

$$k(\eta, \xi) = 0 \quad (\text{III.113})$$

$$\tilde{\varepsilon}(\eta, \xi) = 0 \quad (\text{III.114})$$

#### III.2.2.2 Conditions aux limites

-A l'entrée ( $\xi = 0, 0 \leq \eta \leq 1$ )

$$U(\eta, 0) = U_{\max} (1 - \eta)^{1/N} \quad (\text{III.115})$$

$$V(\eta, \xi) = 0 \quad (\text{III.116})$$

$$T(\eta, \xi) = T_e \quad (\text{III.117})$$

$$W(\eta, \xi) = W_e \quad (\text{III.118})$$

$$C_p(\eta, \xi) = C_{pe} \quad (\text{III.119})$$

$$C_d(\eta, \xi) = C_{de} \quad (\text{III.120})$$

-A la sortie ( $\xi = L, 0 \leq \eta \leq 1$ )

$$\frac{\partial U(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{III.121})$$

$$\frac{\partial V(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{III.122})$$

$$\frac{\partial T(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{III.123})$$

$$\frac{\partial W(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{III.124})$$

$$\frac{\partial C_p(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{III.125})$$

$$\frac{\partial C_d(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{III.126})$$

$$\frac{\partial k(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{III.127})$$

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{III.128})$$

-A la paroi ( $0 \leq \xi \leq L, \eta = 1$ )

$$U(\eta, \xi) = 0 \quad (\text{III.129})$$

$$V(\eta, \xi) = 0 \quad (\text{III.130})$$

$$\frac{\partial C_p(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{III.131})$$

$$\frac{\partial C_d(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{III.132})$$

$$\frac{\partial W(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{III.133})$$

$$k(\eta, \xi) = 0 \quad (\text{III.134})$$

$$\tilde{\varepsilon}(\eta, \xi) = 0 \quad (\text{III.135})$$

$$-(\lambda + \lambda_t) \left( \frac{1}{F(\xi)} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) = -\lambda_s \left( \frac{T_{pe} - T_{pi}}{E} \right) = (h_c + h_R) (T_{amb} - T_{pe}) \quad (\text{III.136})$$

-A l'axe de symétrie ( $0 \leq \xi \leq L, \eta = 0$ )

$$\frac{\partial U(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{III.137})$$

$$V(\eta, \xi) = 0 \quad (\text{III.138})$$

$$\frac{\partial T(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{III.139})$$

$$\frac{\partial C_p(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{III.140})$$

$$\frac{\partial C_d(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{III.141})$$

$$\frac{\partial W(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{III.142})$$

$$\frac{\partial k(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{III.143})$$

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{III.144})$$

Le nombre de Nusselt sensible Nus et l'efficacité de collecte dans l'espace  $(\eta, \xi)$  sont définis respectivement :

$$\text{Nus} = \frac{D_h}{(\lambda + \lambda_t)} \frac{q_s}{(T_p - T_b)} = \frac{1}{(T_p - T_b)} \frac{1}{F(\xi)} \frac{\partial T}{\partial \eta} \Big|_p \quad (\text{III.145})$$

$$\text{EC} = 1 - \frac{\int \eta |\vec{v}| C_p(\eta, \xi) d\eta \Big|_{\text{out}}}{\int \eta |\vec{v}| C_p(\eta, \xi) d\eta \Big|_{\text{in}}} \quad (\text{III.146})$$

Où  $C_p(\eta, \xi) \Big|_{\text{in}}$  et  $C_p(\eta, \xi) \Big|_{\text{out}}$  représentent respectivement les concentrations des particules à l'entrée et à la sortie du venturi dans l'espace  $(\eta, \xi)$ .

### III.2.3 Méthodologie numérique

Nous utilisons la même procédure numérique que celle retenue pour le cas du régime laminaire traité dans le chapitre précédent. Nous réécrivons donc l'équation III.99 sous forme de flux comme l'avons fait en régime laminaire:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial J_\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial J_\xi}{\partial \xi} = S \quad (\text{III.147})$$

Avec ici :

$$J_\eta = \left[ \frac{1}{a\xi + b} (\mathbf{v}\Phi) - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) (\mathbf{U}\Phi) \right] - \frac{1}{(a\xi + b)^2} \chi \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \quad (\text{III.148})$$

$$J_\xi = (\mathbf{U}\Phi) \quad (\text{III.149})$$

S, le terme source s'écrit:

$$S = B + G \quad (\text{III.150})$$

Avec:

$$\Phi = U, V, T, W, k, \varepsilon, C_p, C_d$$

B et G sont indiqués dans le tableau III.3.

Ainsi, la discrétisation de l'équation (III.99) conduit à des systèmes d'équations algébriques du type (II.174) que ceux de la composante U pour l'équation du mouvement, et (II.175) pour les autres équations (V, T, W, C, k et  $\tilde{\varepsilon}$ ). Ces systèmes d'équations sont alors résolus par l'

algorithme de Gauss pour la composante U du mouvement et l'algorithme de Thomas pour les autres équations.

Par ailleurs, le modèle de turbulence utilisé implique que le pas au voisinage de la paroi doit être suffisamment faible pour que le premier nœud soit à l'intérieur de la sous couche visqueuse. A l'entrée du venturi, le pas doit être également suffisamment petit pour tenir compte des gradients importants des différentes grandeurs dus à la variation de l'énergie cinétique et de la viscosité turbulentes. Nous avons donc opté pour un maillage décalé à pas variables avec une progression géométrique de raison  $q_\eta$  dans la direction  $\eta$  et  $q_\xi$  dans la direction  $\xi$ . La figure III.2 illustre un maillage décalé à pas variables.

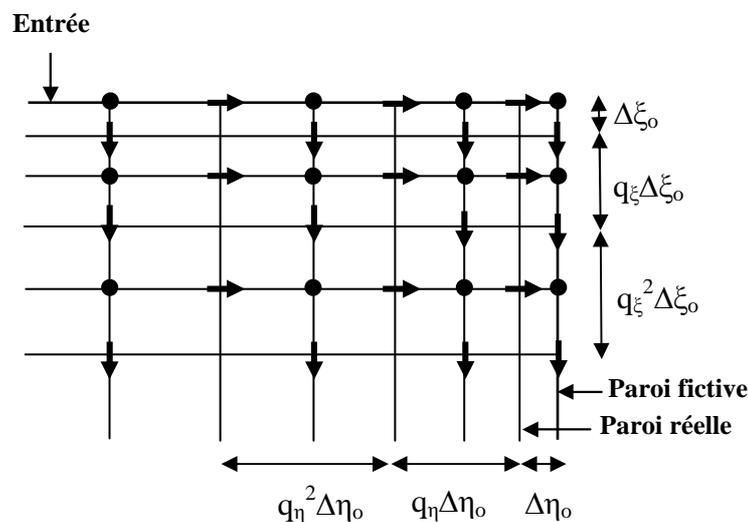


Figure III.2. Maillage décalé à pas variables

### III.2.4 Algorithme de calcul

L'algorithme de résolution des systèmes d'équations algébriques est différent de celui retenu en régime laminaire parce que la viscosité turbulente est une inconnue supplémentaire du problème. La convergence de l'algorithme sera donc basée sur celle de la viscosité turbulente. La viscosité turbulente est calculée à l'aide de la relation (III.49) et des valeurs de l'énergie cinétique turbulente et de son taux de dissipation à l'entrée du venturi. Cette valeur est utilisée comme valeur initiale pour résoudre les équations de transfert. Les valeurs ainsi calculées de l'énergie cinétique turbulente et de son taux de dissipation sont utilisées pour le calcul de la viscosité turbulente à partir de la relation (III.49). Cette nouvelle valeur est comparée à celle dite initialisée. La convergence du schéma numérique (algorithmes de Gauss et de Thomas) est supposé vérifiée lorsque le critère suivant est vérifié :

### Chapitre 3 : Modélisation des phénomènes de transfert en régime turbulent

---

$$\frac{\Phi_{i,j}^{m+1} - \Phi_{i,j}^m}{\Phi_{i,j}^{m+1}} < \delta$$

Avec  $\delta = 10^{-5}$  et  $\Phi = U, V, T, W, C_p, C_d, k, \tilde{\epsilon}$  et  $\nu_t$ ,  $m$  étant le nombre d'itérations.

L'organigramme de résolution des équations en régime turbulent est indiqué sur la figure III.3.

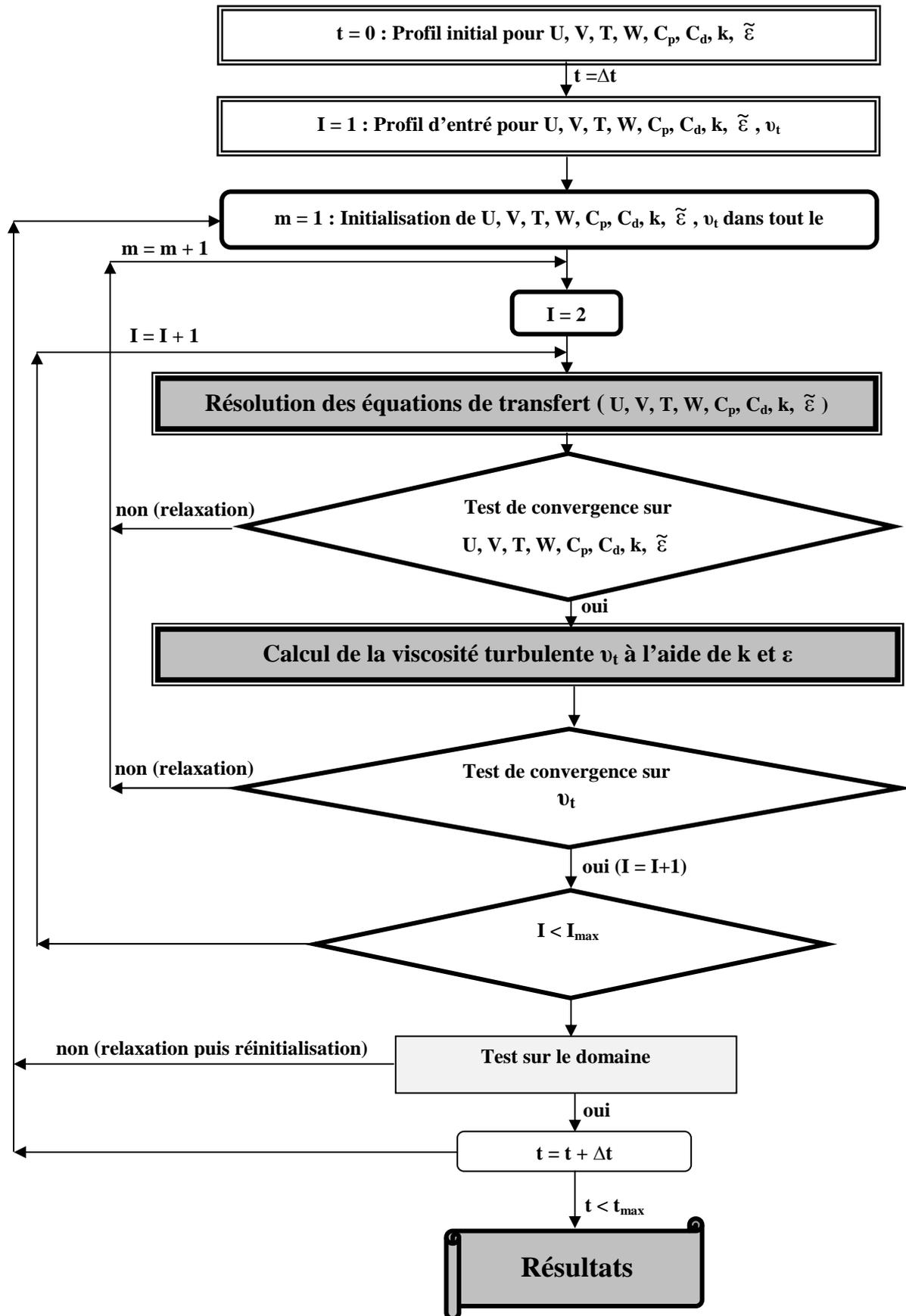


Figure III.3. Organigramme de résolution des équations en régime turbulent

### III.3 Résultats et discussions

#### III.3.1 Validation du code numérique

Dans le but de valider notre code numérique, nous l'avons appliqué à un écoulement dans un canal dont les parois sont planes. Une comparaison entre les valeurs du nombre de Nusselt sensible calculé et celles reportées par Wei-Mon-Yan (1995) [98] montre un bon accord qualitatif et quantitatif. En effet, l'écart relatif n'excède pas 5% comme le montre la figure III.4.

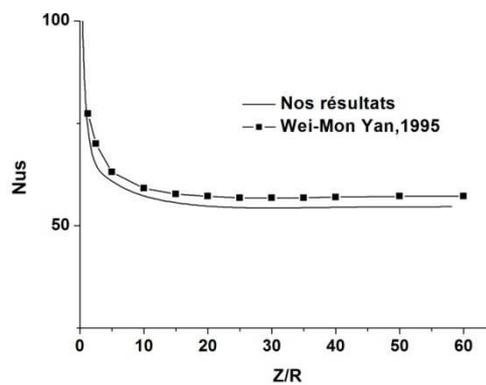


Figure III.4. Validation du code numérique ( $T_o = 20^\circ\text{C}$ ,  $T_w = 50^\circ\text{C}$ ,  $\phi_o = 50\%$ ,  $Pr = 0.709$ ,  $Sc = 0.597$ ,  $Re = 20\,000$ )

#### III.3.2 Etude de la sensibilité du maillage

Le pas radial calculé à la paroi compte tenu de la sous couche visqueuse est de l'ordre de  $45 \cdot 10^{-6} \text{m}$ . Dans la zone d'entrée, le pas axial est de  $10^{-3} \text{m}$ . La raison des progressions géométriques choisie suivant les directions  $\eta$  et  $\xi$  est de 1.02. L'étude de sensibilité du maillage sera donc basée sur la raison des progressions géométriques car pour modifier le nombre de nœuds, il suffit de modifier la raison. Le calcul du nombre de nœuds est déduit de la relation donnant la somme des n premiers termes d'une suite géométrique. Ainsi si X est la longueur du canal,  $\Delta X_0$  le pas initial, q la raison de la progression géométrique, le nombre de nœuds N contenus dans cette longueur est :

$$N = \frac{\ln\left(1 + \frac{X|q-1|}{\Delta X_0}\right)}{\ln(q)} \quad (\text{III.151})$$

L'étude de sensibilité du maillage est résumée dans le tableau III.4.

Raison	Maillage ( $\eta \times \xi$ )	$\xi=0.2$	$\xi=0.4$	$\xi=0.6$	$\xi=0.8$
$Nu_s$					
q=1.02	(193×149)	157,6072	247,3554	127,6237	79,5953
q=1.006	(422×298)	158,0035	247,3780	128,0023	79.9856

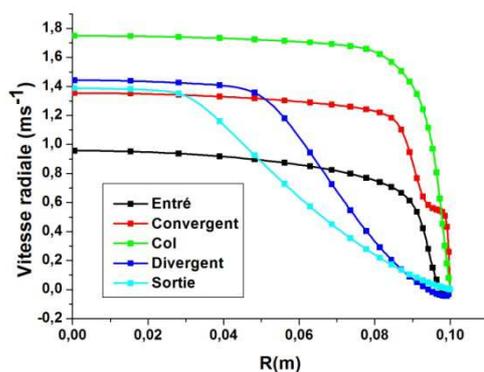
**Tableau III.4. Valeurs du nombre de Nusselt pour différents maillages**

On constate qu’une diminution de la raison de 1.02 à 1.006 engendre une augmentation importante du nombre de nœuds (de l’ordre de quatre (04) fois) qui influence faiblement les valeurs de  $Nu_s$ . En effet, l’écart entre les valeurs du nombre de Nusselt pour les deux maillages n’excède pas 5%. Aussi, nous avons retenu le maillage (193×149) qui correspond à 193 nœuds dans la direction  $\eta$  et 149 nœuds dans la direction  $\xi$ .

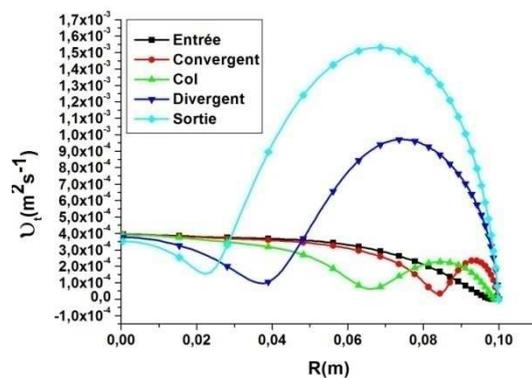
### III.3.3 Résultats

Les résultats ont été obtenus pour :  $T_e = 293.15K$ ,  $T_{amb} = 298.15K$ ,  $d_p=10^{-4}m$ ,  $d_d = 10^{-4}m$ ,  $C_{pe} = 10^8 \text{nombre}/m^3$ ,  $C_{do}$  entre  $10^8$  et  $9.10^8 \text{nombre}/m^3$  et pour des valeurs du nombre de Reynolds variant entre 5000 et 30 000. Pour des raisons de symétrie, les résultats sont présentés dans le demi-canal.

Les figures III.5, III.6, III.7 et III.8 montrent respectivement les profils radiaux de la vitesse, de la viscosité turbulente, de l’énergie cinétique turbulente et de la dissipation visqueuse dans les différentes sections du venturi pour un nombre de Reynolds fixé à 20000.



**Figure III.5. Profil radial de la vitesse dans les différentes sections du venturi :  $\gamma=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Re=20000$**



**Figure III.6. Profil radial de la viscosité turbulente dans les différentes sections du venturi :  $\gamma=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Re=20000$**

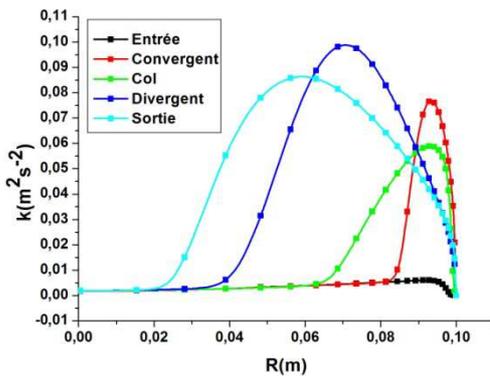


Figure III.7. Profil radial de l'énergie cinétique turbulente dans les différentes sections du venturi :  $\gamma=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Re=20000$

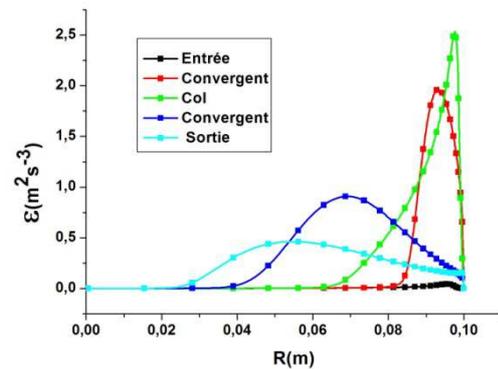


Figure III.8. Profil radial de la dissipation visqueuse dans les différentes sections du venturi :  $\gamma=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Re=20000$

On constate que dans le canal, la vitesse augmente dans le sens entrée-convergent-col et décroît dans le sens col-divergent-sortie. La vitesse au col est naturellement la plus élevée. Les profils radiaux de la viscosité turbulente montre que la turbulence se développe au fur et à mesure dans le canal. Elle commence à être très importante dans le divergent et est pleinement développée vers la sortie. Le développement de la turbulence tout au long du canal est confirmé par l'intensité de la turbulence observée dans les profils radiaux de l'énergie cinétique turbulente. En effet, on constate également que l'énergie cinétique turbulente est importante dans le divergent et vers la sortie et plus faible dans le col et dans le convergent. Par conséquent, il s'en suit une forte dissipation visqueuse dans le col et dans le convergent.

Les figures III.9-III.12 présentent les mêmes profils pour un nombre de Reynolds plus élevé.

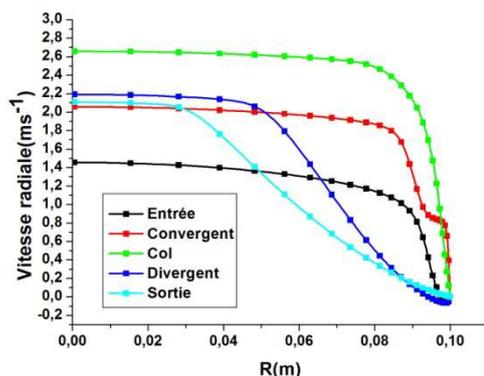


Figure III.9. Profil radial de la vitesse dans les différentes sections du venturi :  $\gamma=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Re=30000$

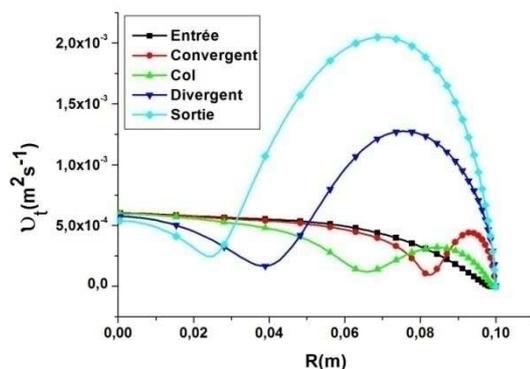
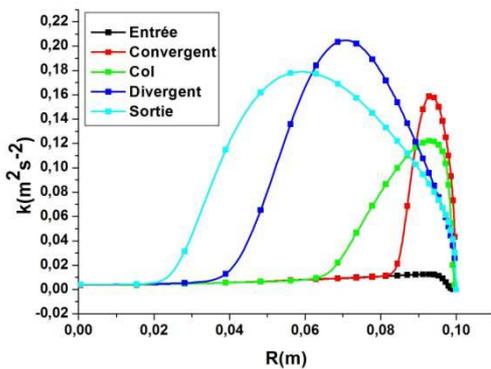
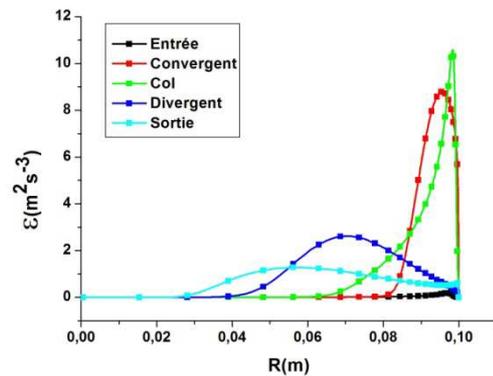


Figure III.10. Profil radial de la viscosité turbulente dans les différentes sections du venturi :  $\gamma=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Re=30000$



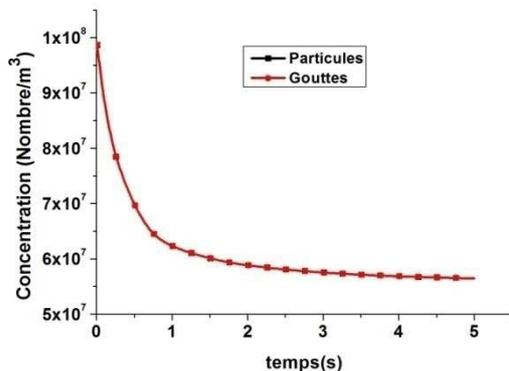
**Figure III.11. Profil radial de l'énergie cinétique turbulente dans les différentes sections du venturi :**  
 $\gamma=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Re=30000$



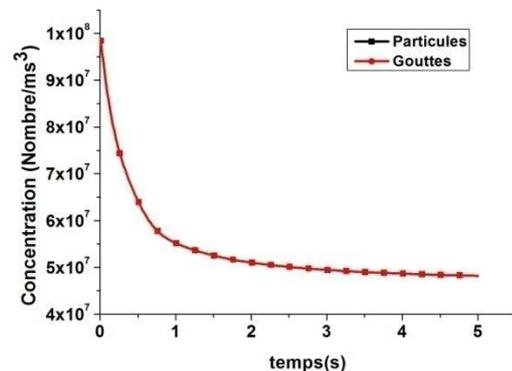
**Figure III.12. Profil radial de la dissipation visqueuse dans les différentes sections du venturi :**  $\gamma=0.25$ ,  
 $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Re=30000$

L'augmentation du nombre de Reynolds d'un écoulement se traduit généralement par une intensification des transferts convectifs. On constate effectivement une intensification des transferts convectifs (vitesses) et par conséquent des valeurs turbulentes en passant d'un nombre de Reynolds égal 20000 à un nombre de Reynolds égal à 30000.

Les concentrations des particules et des gouttes à la sortie du venturi sont indiquées sur les figures III.13-III.17 pour des concentrations d'entrée égales et pour un nombre de Reynolds variant entre 5000 et 30000.



**Figure III.13. Concentration des particules et des gouttes à la sortie du venturi en fonction du temps :**  
 $\gamma=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Re=5000$



**Figure III.14. Concentration des particules et des gouttes à la sortie du venturi en fonction du temps :**  
 $\gamma=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Re=10000$

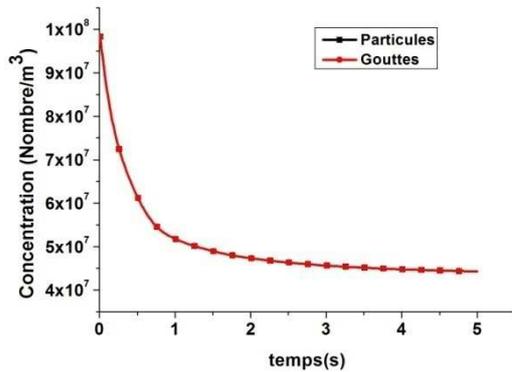


Figure III.15. Concentration des particules et des gouttes à la sortie du venturi en fonction du temps :  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Re=15000$

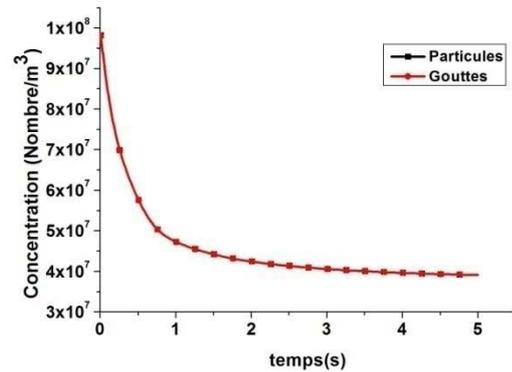


Figure III.16. Concentration des particules et des gouttes à la sortie du venturi en fonction du temps :  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Re=20000$

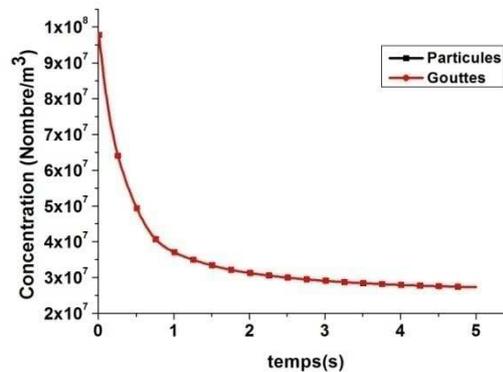


Figure III.17. Concentration des particules et des gouttes à la sortie du venturi en fonction du temps :  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$ ,  $Re=30000$

Les concentrations d'entrée étant égales et d'après l'hypothèse selon laquelle le nombre de particules collectées est égal au nombre de gouttes consommées, les concentrations à la sortie du venturi restent égales. On constate par ailleurs qu'à la sortie du venturi, les concentrations des particules et des gouttes diminuent avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Ce résultat s'explique par le fait que le paramètre d'impaction  $\Psi$  est une fonction croissante de la vitesse de l'écoulement, et donc du nombre de Reynolds. Or l'augmentation du nombre de Reynolds diminue les transferts par diffusion au profit des transferts convectifs. Il en résulte donc un accroissement de l'efficacité de collecte. Ces résultats sont confirmés par la figure III.18 qui présente l'efficacité de collecte en fonction du nombre de Reynolds.

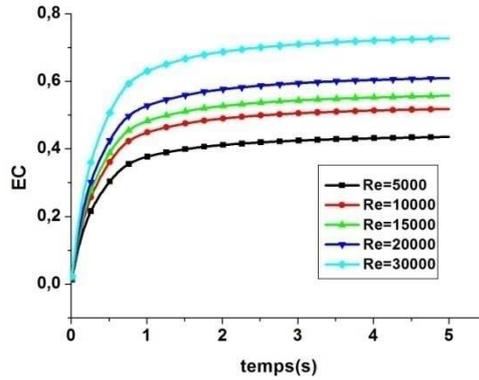


Figure III.18. Evolution temporelle de l'efficacité de collecte en fonction du nombre de Reynolds :  $\Upsilon=0.25$ ,  $C_{pe}=C_{de}$

Les figures III.19-III.21 illustrent l'effet de la concentration d'entrée des gouttes sur les concentrations des espèces à la sortie du venturi.

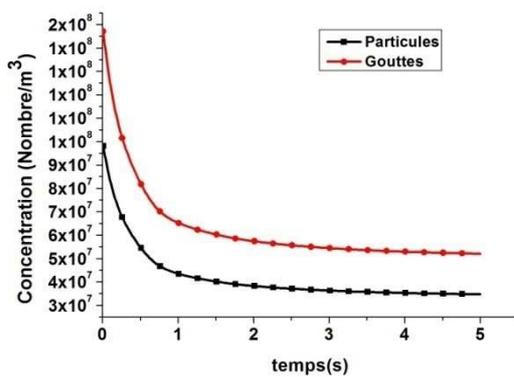


Figure III.19. Concentration des espèces à la sortie du venturi en fonction du temps :  $\Upsilon=0.25$ ,  $Re=5000$ ,  $C_{d0}=1.5C_{po}$ .

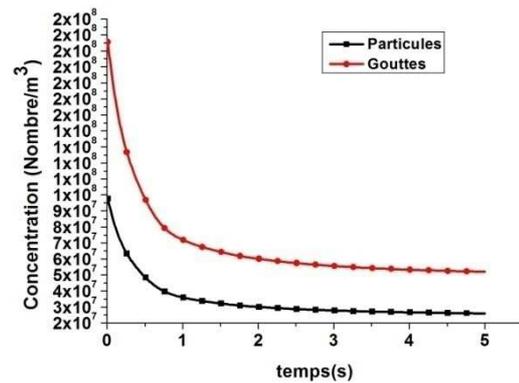


Figure III.20. Concentration des espèces à la sortie du venturi en fonction du temps :  $\Upsilon=0.25$ ,  $Re=5000$ ,  $C_{d0}=2C_{po}$ .

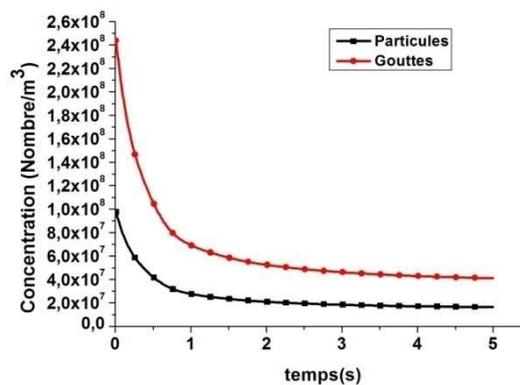


Figure III.21. Concentration des espèces à la sortie du venturi en fonction du temps :  $\Upsilon=0.25$ ,  $Re=5000$ ,  $C_{d0}=2.5C_{po}$ .

Lorsqu'on augmente la concentration des gouttes à l'entrée du dépoussiéreur, on constate une baisse de la concentration des particules à la sortie. Ce résultat s'explique par le fait que l'augmentation des gouttes dans le venturi accroît les probabilités d'interactions gouttes-particules. Plus ces interactions augmentent et plus la masse de particules susceptibles d'être collectées est grande.

Ces résultats sont corroborés par ceux de la figure III.22 qui montrent que l'efficacité de collecte augmente avec le rapport entre les concentrations des gouttes et celle de l'air à l'entrée du venturi. Ce résultat est également similaire à celui trouvé pour le cas laminaire.

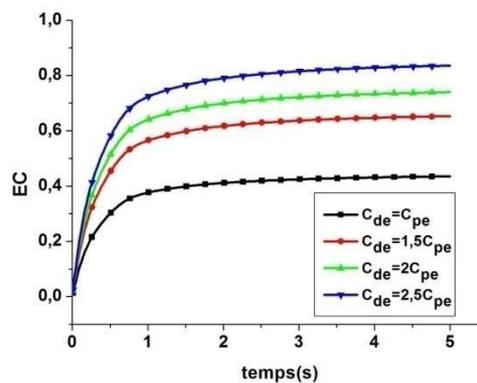


Figure III.22. Efficacité de collecte en fonction du ratio liquide/gaz :  $Y=0.25$ ,  $Re=5000$ .

## IV. Conclusion

Le dépoussiérage d'un gaz chargé de particules par un venturi scrubber a été modélisé et simulé moyennant les équations de Navier-stokes moyennées au sens de Reynolds (R.A.N.S) couplées à un modèle de turbulence  $k-\varepsilon$  à bas nombre de Reynolds, une transformation conforme du domaine d'étude, la méthode des volumes finis et les algorithmes de Gauss et de Thomas. Les résultats les plus significatifs peuvent être résumés comme suit :

1. Le phénomène de la turbulence se développe tout au long du canal
2. Les transferts convectifs et turbulents sont fortement influencés par le nombre de Reynolds
3. L'efficacité de collecte augmente avec le nombre de Reynolds

### **Chapitre 3 : Modélisation des phénomènes de transfert en régime turbulent**

---

4. L'efficacité de collecte augmente avec le rapport entre les concentrations des gouttes et celle de l'air à l'entrée du venturi

Cette partie de notre travail a mis en exergue l'importance de l'impaction inertielle dans les phénomènes de collecte des particules en régime turbulent. Il est donc important pour ce type de régime d'écoulement de dépoussiérer aux grandes valeurs du nombre de Reynolds pour avoir une bonne efficacité de collecte.

# **Chapitre 4 : Etude expérimentale**

# Chapitre 4 : Etude expérimentale du dépoussiéreur venturi

## Introduction

Le venturi conçu et construit au laboratoire est de type Watted Approach, c'est-à-dire que l'eau (liquide de lavage) est introduite sous forme de film circulant sur une des parois du venturi fait en aluminium. Lorsque l'eau est introduite sous forme de film, les phénomènes qui se déroulent dans le dépoussiéreur sont fondamentalement différents de ceux qui se déroulent dans les venturis classiques avec atomisation du jet au col (Pease-Anthony). Ce film rentre donc en interaction avec l'écoulement d'air chargé de particules. Comme nous l'avons souligné dans le premier chapitre, ces types de venturi sont intéressants car ils sont adaptés au traitement des gaz chaud ainsi que des poussières adhésives ou corrosives. De plus, si la paroi du venturi doit être refroidie, le film améliorera le transfert de chaleur [99, 100, 101]. Malgré leur importance, ces venturis ont reçu moins d'attention dans les études expérimentales. L'objectif de cette étude est donc dans un premier temps de mettre en exergue les phénomènes hydrodynamiques, massiques et thermiques qui se produisent dans le venturi.

Ensuite, nous déterminerons l'efficacité de collecte du dépoussiéreur sous différentes conditions de fonctionnement.

## I. Matériels et méthodes

### I.1. Matériels

Pour les besoins de l'expérimentation, un venturi a été conçu au laboratoire de Mathématique et de Physique des Systèmes de l'Université de Perpignan. Le venturi a été fabriqué à base d'un matériau transparent (plexiglass) et ses caractéristiques géométriques sont les mêmes que celles indiquées dans le chapitre 2, tableau II.1. Le dispositif expérimental ayant permis de mener l'étude expérimentale est indiqué par la figure IV.1.

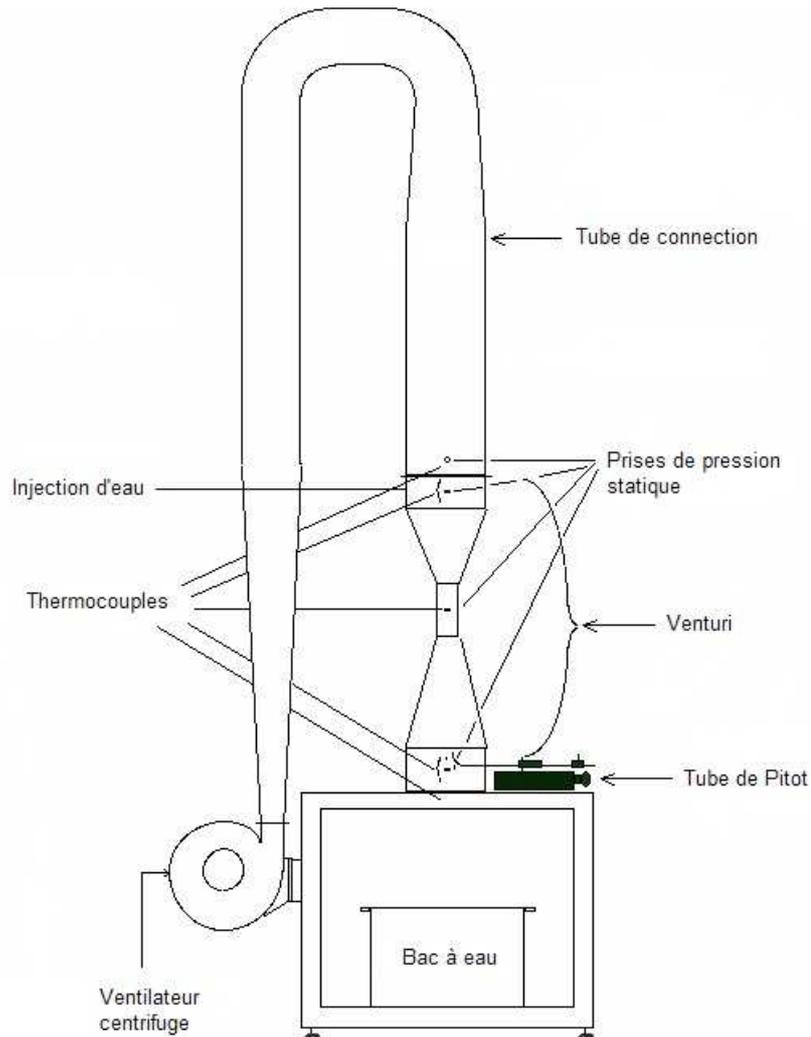


Figure IV.1. Vue schématique du dispositif expérimental

### Liste du matériel utilisé pour l'étude expérimentale

1. Venturi scrubber
2. Ventilateur
3. Tube de Pitot
4. Débitmètre
5. Chronomètre
6. Manomètre-Velocimètre (M.V) type MMVM
7. Thermocouples K et T
8. Balance à précision fine, KERN 442-51
9. Deux Béchers
10. Mètre ruban
11. Multimètre numérique (KEITHLEY)

## Chapitre 4 : Etude expérimentale

### 12. Ordinateur

Les caractéristiques de la soufflerie sont reportées dans le tableau IV.1.

Triphasé		Vitesse de rotation	Diamètre soufflage	Puissance Absorbée maximum	Intensité absorbée maximum (A)		Débit maximum	Niveau de pression sonore	Poids
Type	Code lidic	Tr/min	mm	KW	220V	380V	m <sup>3</sup> /h	dB(A)	kg
CBT-60	006526	2800	60	0.25	1.09	0.63	400	73	10.5

Tableau IV.1. Caractéristiques du ventilateur

Nous présentons sur les images IV.1-IV.5, une illustration du venturi expérimental ainsi qu'une partie du matériel utilisé pour l'étude expérimentale.



Image IV.1 Venturi expérimental



Image IV.2 Système d'injection d'eau et thermocouples



**Image IV.3 Venturi et système de soufflerie**



**Image IV.4 Ordinateur, multimètre Keithley et manomètre-vélocimètre**



**Image IV.5 Tube de Pitot monté sur l'entrée du venturi**

### I.2. Méthodes

Un ventilateur centrifuge (CBT-60-Code 00626) d'une puissance égale à 0.25kw et dont la vitesse de rotation (2800tr/min) est modifiée à l'aide d'un altivar télémechanique (V-18V118M2), aspire l'air ambiant et l'injecte dans le venturi par le haut. L'eau est introduite au moyen d'un dispositif d'injection permettant de réaliser un film d'eau en amont du convergent et ruisselle sous la forme de film de faible épaisseur. Le dispositif d'eau est connecté au réseau d'eau du laboratoire et muni d'un débitmètre (Gilmont Instruments N 60651-60750) préalablement étalonné. L'interaction entre le film d'eau et l'écoulement provoque la vaporisation de l'eau à la traversée du convergent. Les gouttes d'eau issues de vaporisation du film interagissent avec les particules de l'écoulement, ce qui provoque leur collecte.

#### I.2.1. Mesure des vitesses et des gradients de pression

Les mesures de vitesse sont effectuées par le tube de Pitot. Un balayage de la section permet de corriger les dissymétries de l'écoulement. Une moyenne est alors faite sur toute la section pour trouver une valeur moyenne de la mesure.

Ainsi, si dans une section le balayage correspond à M mesures, la valeur moyenne sur la section est calculée en utilisant l'intégrale suivante:

$$\bar{M} = \frac{1}{r_{\max} - r_{\min}} \int M dr \quad (\text{IV.1})$$

dr est le pas d'espace,  $r_{\min}$  et  $r_{\max}$  sont les rayons minimale et maximale de la section.

Cette intégrale est calculée en utilisant la méthode de SIMPSON.

Dans toutes les sections, cinquante (50) mesures ont été faites pour chaque débit d'air à l'entrée du venturi.

Les gradients de pression ( $\Delta P1$  entre l'entrée et le col et  $\Delta P2$  entre le col et la sortie) sont mesurés directement sur des bornes situées à l'entrée, au col et à la sortie du venturi par le manomètre-velocimètre. Le tube de Pitot est connecté au manomètre-velocimètre pour l'acquisition des vitesses. L'appareil indique une tolérance de  $\pm 0.01m$  pour la mesure des vitesse et 2Pa pour la mesure des pressions.

### I.2.2. Mesure des températures

Deux types de thermocouple ont été utilisés pour les mesures des températures à cause des incertitudes de mesures. Ces incertitudes sont respectivement de  $\pm 0.4^{\circ}\text{C}$  pour le thermocouple de type T (plage d'utilisation : 0 à  $400^{\circ}\text{C}$ ) et de  $\pm 1^{\circ}\text{C}$  pour le thermocouple de type K (plage d'utilisation : 0 à  $1100^{\circ}\text{C}$ ). Ces thermocouples ont été fabriqués au laboratoire puis étalonnés par la méthode classique (eau + glaçons et eau en ébullition pour vérifier respectivement le  $0^{\circ}\text{C}$  et le  $100^{\circ}\text{C}$ ). Les thermocouples de type T enregistrent les températures de la paroi dans différentes sections du venturi (A l'entrée, au col et à la sortie). La température ambiante est mesurée par le thermocouple de type K.

Les sorties des thermocouples sont connectées à un multimètre numérique (Keithley-2700), qui muni d'une carte GPIB permet l'acquisition en temps réel des données sur un ordinateur via le logiciel ExcelINX.

### I.2.3. Efficacité de collecte : Procédure expérimentale

Les particules utilisées pour l'étude expérimentale proviennent de la limaille de fer pur. L'étude granulométrique par tamisage a permis d'isoler des particules de diamètre approximativement égal à  $10^{-4}\text{m}$ . Ces particules constituent donc l'échantillon expérimental. Initialement, une quantité de particules est pesée, soit M son poids. L'efficacité de collecte est déduite de la différence entre les poids d'eau d'un écoulement chargé de particules (M1) et celui d'un écoulement non pollué (M0) pour une durée de dépoussiérage donnée. Pour ce faire, pour une vitesse d'entrée de l'écoulement fixée et un débit d'eau imposé, l'eau est recueillie à la sortie du venturi et pesée. L'efficacité de collecte est alors calculée en divisant la masse des particules collectées (MPC) par la masse des particules introduites:

$$EC = \frac{MPC}{M} \quad (\text{IV.2})$$

Avec :

$$MPC = M1 - M0 \quad (\text{IV.3})$$

## II. Résultats

### II.1. Vitesses et gradients de pression

Les mesures des vitesses et des gradients de pression sont effectuées pour un débit d'eau fixé à 40l/h.

#### II.1.1. Vitesses

La figure IV.2 présente la vitesse dans trois sections du venturi (à l'entrée, au col et à la sortie) pour un débit d'air croissant à l'entrée du venturi.

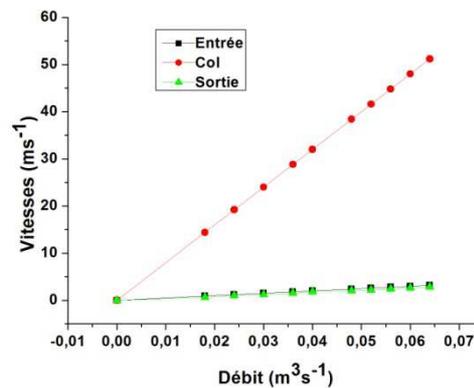


Figure IV.2. Vitesse à l'entrée, au col et à la sortie du venturi en fonction du débit d'air à l'entrée

La vitesse de l'air est naturellement d'autant plus importante que le débit d'air à l'entrée du venturi est grand. Pour un même débit d'air, la vitesse est proportionnelle à la section de passage. Il en résulte qu'elle atteint la valeur la plus élevée à la traversée du col du venturi. On remarque que la vitesse a la même valeur en amont du convergent et en aval du divergent puisque ces deux sections ont la même section.

#### II.1.2 Gradients de pression

La figure IV.3 montre l'évolution des gradients de pression axiaux ( $\Delta P1$  entre l'entrée et le col et  $\Delta P2$  entre le col et la sortie du venturi).

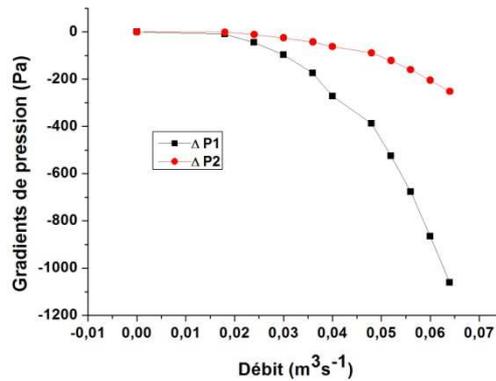


Figure IV.3. Gradient de pression en fonction du débit d'air à l'entrée du canal

L'évolution des gradients de pression axiaux (négatifs et croissants en valeur absolu) est conforme à celle des vitesses et à l'effet venturi. En effet, le gradient de pression  $\Delta P1$  atteint une valeur maximale à la traversée du col du venturi à cause de la vitesse qui y est maximale. En revanche, le gradient de pression  $\Delta P2$  est plus faible à cause de la vitesse de sortie qui est également faible.

## II.2. Températures

La température dans trois sections (à l'entrée, au col et à la sortie) de la paroi interne du venturi est présentée en fonction des débits d'air et d'eau à l'entrée du venturi (figures IV.4-IV.7).

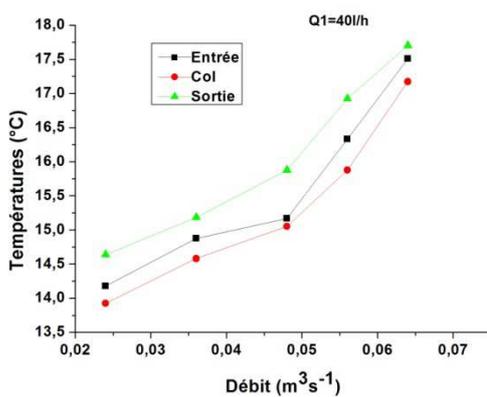


Figure IV.4. Températures en fonction du débit d'eau à l'entrée du canal

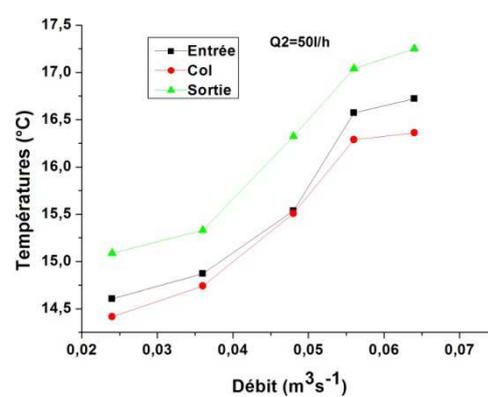


Figure IV.5. Températures en fonction du débit d'eau à l'entrée du canal

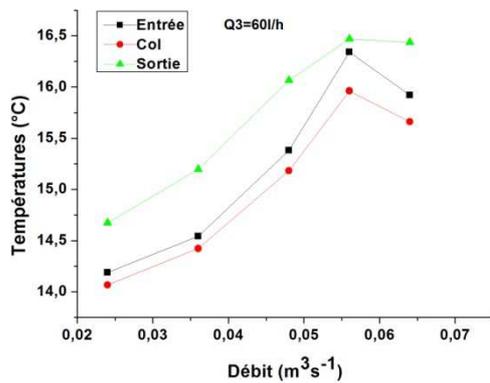


Figure IV.6. Températures en fonction du débit d'eau à l'entrée du canal

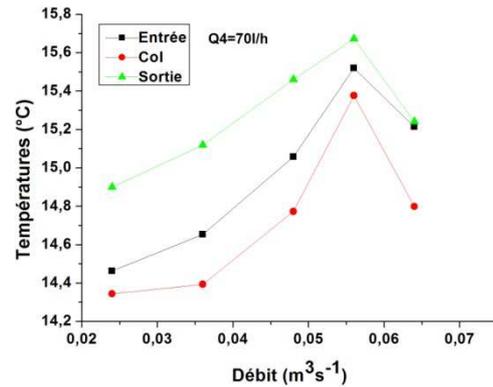


Figure IV.7. Températures en fonction du débit d'eau à l'entrée du canal

Les résultats montrent que la température de la paroi interne de la paroi du venturi augmente avec le débit d'eau quelle que soit la valeur du débit d'air utilisée dans nos mesures. Il est à noter que pour les valeurs du débit d'air égales à 60 et 70  $\text{lh}^{-1}$ , le profil de la température pariétale présente un point d'inflexion pour une valeur du débit d'air supérieure à  $0.05 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  (figures IV.6 et IV.7). A la traversée du col du venturi, la quantité d'énergie véhiculée par l'air est modifiée par la conversion de l'énergie potentielle en énergie cinétique provoquant une vaporisation d'une partie de l'eau injectée en amont du convergent. Il s'ensuit que la température de l'air atteint sa température humide qui est inférieure à la température ambiante égale à  $20^\circ\text{C}$ . Il en résulte un transfert de chaleur par convection, conduction-convection à travers la paroi du venturi de l'extérieur vers l'intérieur du venturi provoquant ainsi une élévation de la température pariétale. Après le col, la quantité d'énergie véhiculée par l'air est modifiée par la transformation de l'énergie cinétique en énergie potentielle, provoquant ainsi une augmentation de la température de la paroi par rapport à celle observée en amont du col. La température de la paroi du col est inférieure à celle mesurée en amont et en aval du col du venturi puisque la vitesse de l'écoulement du mélange air-gouttes y est maximale, entraînant un maximum de vaporisation du film liquide. Ce résultat est en accord avec Azzopardi et al. (1991) qui notent que dans les venturis de type wetted approach, la vaporisation du film liquide a lieu majoritairement dans le col du venturi. En outre, la température du mélange air-gouttes est égale à la température humide et les transferts entre l'air et la face interne de la paroi sont d'autant plus élevés que la vitesse de l'écoulement air-gouttes est grande. Il est à noter que l'écart entre la température en amont et en aval du col est d'autant plus élevée que le débit d'air est faible parce que les transferts de chaleur entre la face interne de la paroi et l'air sont une fonction croissante de la vitesse d'écoulement de l'air. Les points d'inflexion observés

pour les débits d'air à 60 et 70  $\text{lh}^{-1}$  semblent indiquer la valeur des débits d'air et d'eau injecté en amont du convergent pour lesquelles la vaporisation de l'eau est complète. Toutefois, ce résultat doit être confirmé par d'autres mesures pour des débits d'air plus élevés.

### II.3 Efficacité de collecte

Nous présentons respectivement dans les tableaux IV.2 et IV.3, le récapitulatif du calcul des efficacités de collecte en fonction de la vitesse d'entrée et en fonction du débit du liquide à l'entrée du venturi.

L'incertitude de mesure de la balance que nous avons utilisée est donnée par le constructeur :

$$\Delta(\text{Mesure}) = 0.0014 + 1.8 \times 10^{-5} \times m_w \quad (\text{IV.4})$$

Avec  $m_w$  est l'affichage net en cas de charge.

D'après les relations IV.2 et IV.3, les incertitudes sur la masse de particules collectées et sur l'efficacité de collecte s'écrivent respectivement :

$$\Delta(\text{MPC}) = \Delta(\text{M1}) + \Delta(\text{M0}) \quad (\text{IV.5})$$

$$\Delta(\text{EC}) = \text{EC} \times \left[ \frac{\Delta(\text{MPC})}{\text{MPC}} + \frac{\Delta(\text{M})}{\text{M}} \right] \quad (\text{IV.6})$$

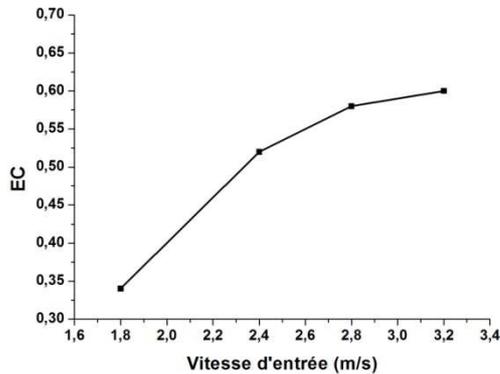
Débit du liquide : 40l/h ; Durée de dépollution : 60s					
Vitesse d'entrée (m/s)	M (g)	M0 (g)	M1 (g)	MPC (g)	EC
3.2	0.500 ± 0.001	538.00 ± 0.01	538.30 ± 0.01	0.30 ± 0.02	0.60 ± 0.04
2.8	0.500 ± 0.001	538.00 ± 0.01	538.29 ± 0.01	0.29 ± 0.02	0.58 ± 0.04
2.4	0.500 ± 0.001	538.00 ± 0.01	538.26 ± 0.01	0.26 ± 0.02	0.52 ± 0.04
1.8	0.500 ± 0.001	538.00 ± 0.01	538.17 ± 0.01	0.17 ± 0.02	0.34 ± 0.04

Tableau IV.2. Calcul de l'efficacité de collecte en fonction de la vitesse d'entrée

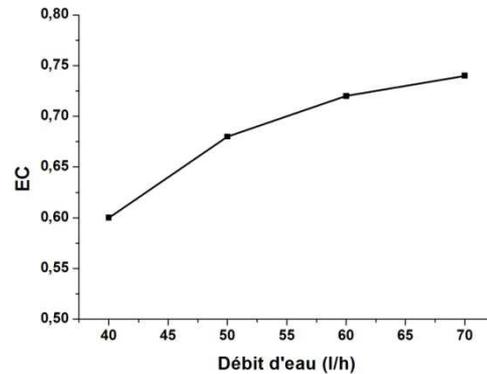
Vitesse de l'air : $3.2\text{ms}^{-1}$ ; Durée de dépollution : 60s					
Débit d'eau (l/h)	M (g)	M0 (g)	M1 (g)	MPC (g)	EC
40	$0.500 \pm 0.001$	$538.00 \pm 0.01$	$538.30 \pm 0.01$	$0.30 \pm 0.01$	$0.60 \pm 0.04$
50	$0.500 \pm 0.001$	$763.00 \pm 0.02$	$763.34 \pm 0.02$	$0.34 \pm 0.04$	$0.68 \pm 0.08$
60	$0.500 \pm 0.001$	$963.00 \pm 0.02$	$963.36 \pm 0.02$	$0.36 \pm 0.04$	$0.72 \pm 0.08$
70	$0.500 \pm 0.001$	$1103.00 \pm 0.02$	$1103.37 \pm 0.02$	$0.37 \pm 0.04$	$0.74 \pm 0.08$

**Tableau IV.3. Calcul de l'efficacité de collecte en fonction du débit**

Les figures IV.8 et IV.9 présentent respectivement l'efficacité de collecte en fonction de la vitesse d'air et du débit d'eau à l'entrée du venturi.



**Figure IV.8. Efficacité de collecte en fonction de la vitesse de l'air à l'entrée du venturi**



**Figure IV.9. Efficacité de collecte en fonction du débit d'eau à l'entrée du venturi**

L'augmentation du débit d'air à l'entrée du venturi engendre un accroissement de la vaporisation et par conséquent de la concentration des gouttes d'eau. Il en résulte une intensification des interactions gouttes-particules qui se traduit par un accroissement de l'efficacité de collecte. L'augmentation du débit d'eau à l'entrée du venturi a les mêmes conséquences que l'augmentation du débit d'air, à savoir une intensification de la vaporisation. Par conséquent, l'efficacité de collecte augmente également avec l'augmentation du débit d'eau. Ces résultats sont conformes aux travaux de S. Viswanathan (1997) qui a montré que dans les dépoussiéreurs venturi, et pour des particules de grande taille, l'efficacité de collecte augmente avec la vitesse au col (et donc avec la vitesse d'entrée) et le ratio liquide/gaz.

Nous présentons sur les images IV.6-IV.9 les principales étapes de notre procédure expérimentale.



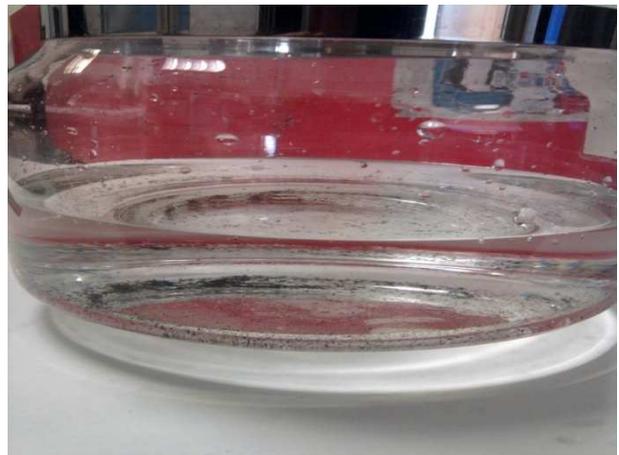
**Image IV.6. Limaille de fer utilisée comme particules**



**Image IV.7. Pesage de l'eau avant introduction**



**Image IV.8. L'eau recueillie à la sortie du venturi contenant les particules piégées (vue 1)**



**Image IV.9. L'eau recueillie à la sortie du venturi contenant les particules piégées (vue 2)**

### **III. Conclusion**

A l'aide d'un dispositif expérimental, nous avons mis en exergue les phénomènes hydrodynamiques, massiques et thermiques qui se déroulent au sein d'un dépoussiéreur venturi et déterminé son efficacité de collecte en fonction de quelques paramètres de fonctionnement. Les résultats montrent que l'augmentation du débit d'air et du débit d'eau à l'entrée du venturi conduisent à une intensification de la vaporisation du film. Cette vaporisation est plus intense au col du venturi à cause de la vitesse de l'écoulement qui y est maximale. L'intensification de la vaporisation permet de créer une densité de goutte plus importante dans le venturi et donc accroît les interactions gouttes-particules, ce qui conduit à une augmentation de l'efficacité de collecte.

# **Conclusion générale**

## **Conclusion générale**

Nous avons effectué une étude théorique et expérimentale d'un venturi de type scrubber. L'étude théorique a été menée en régime laminaire pour les particules submicroniques et en régime turbulent pour les grosses particules. Pour pallier la non uniformité du maillage du domaine d'étude, le profil non régulier de la paroi du venturi a été transformé par une transformation conforme en un profil vertical. Nous avons utilisé la méthode des volumes finis qui est une méthode robuste et à flux conservatif pour discrétiser les équations de transfert.

En régime laminaire, les résultats ont montré que les dispositifs venturi pouvaient être très efficaces dans le dépoussiérage des particules submicroniques. Cependant, ces particules étant collectées majoritairement par diffusion, les résultats ont révélé que la collecte est plus efficace à bas nombre de Reynolds (les phénomènes de diffusion étant prépondérants à faible vitesse). En outre, l'efficacité de collecte est influencée par des paramètres comme le ratio liquide/gaz, le ratio diamètre du col/diamètre d'entrée, le diamètre des particules, etc. Sur le plan thermique et massique, le transfert de chaleur et de masse entre l'effluent gazeux et le milieu extérieur augmente dans le convergent, et atteint son maximum au col.

En régime turbulent, nous avons utilisé un modèle mathématique basé sur les équations de Navier-stokes moyennées au sens de Reynolds (R.A.N.S) couplées à celles d'un modèle de turbulence  $k-\varepsilon$  à bas nombre de Reynolds, notamment celui de Launder et Sharma (1974). Nous avons mis en évidence la transformation de l'énergie potentielle en énergie cinétique et le développement de la turbulence le long du canal se traduisant par une forte dissipation de l'énergie cinétique turbulente dans le col et dans le convergent. Les résultats sur la dépollution montrent que l'efficacité de collecte augmente avec le nombre de Reynolds et le ratio liquide/gaz.

L'étude expérimentale a mis en exergue les phénomènes hydrodynamiques, thermiques et massiques (vaporisation du film) qui ont lieu dans un venturi avec injection d'eau sous forme de film. Elle a montré que l'efficacité de collecte augmente avec le débit d'air et le débit d'eau à l'entrée du venturi, ce qui corrobore nos résultats théoriques obtenus en régime turbulent concernant les grosses particules. En effet, les vitesses d'entrée utilisées dans l'étude expérimentale ( $1.8$  à  $3.2\text{s}^{-1}$ ) correspondent à des nombres de Reynolds variant entre  $24000$  et  $43000$ , ce qui correspond à un régime d'écoulement turbulent.

## **Conclusion générale**

---

Cette étude peut permettre aux ingénieurs et techniciens de la dépollution des effluents gazeux, un meilleur dimensionnement des dépoussiéreurs venturis. Elle peut également apporter aux gestionnaires de la pollution dans les villes une aide à la prise de décision. Néanmoins, nous sommes conscients des limites que revêt une telle étude; C'est pourquoi nous comptons poursuivre ce travail en mettant l'accent sur la modélisation en régime turbulent (cas le plus fréquemment rencontré) et sur les aspects expérimentaux.

# **Références bibliographiques**

## Références bibliographiques

- [1] **K.Kinkelin**. Pollution particulaire de l'environnement. INSA de Lyon, 1980. France.
- [2] **CITEPA : Fontelle JP, Chang JP, Allemand N, Audoux N, Beguier S, Druart A, Duval L, Sambat S**. Inventaire des émissions de polluants atmosphériques en France-Séries sectorielles et analyses étendues, format SECTEN. CITEPA 493/Convention MATE 26/2001, février 2002.
- [3] **Magali Sammut**. Spéciation du Cadmium, du plomb et du zinc dans les poussières d'émissions atmosphériques d'origine sidérurgique. Approche de l'impact toxicologique des poussières. Thèse de doctorat présentée à l'Université Paul CEZANNE, 2007. France
- [4] **Martine Le Floch**. Caractérisation physico-chimique et traçage des émissions particulaires métalliques d'une usine d'incinération d'ordures ménagères dans l'air ambiant. Exemple de l'UIOM de Toulon (Var, France). Thèse de doctorat présentée à l'Université de Droit, d'économie et des Sciences D'Aix Marseille, 2004. France
- [5] **W.C. Hinds**. Aerosol Technology Properties, Behaviour, and Measurement of Airborne Particles, second ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 1998.
- [6] **J.H. Seinfeld, S.N. Pandis**. Atmospheric Chemistry and Physics From Air Pollution to Climate Change, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1998.
- [7] **M. Kulmala, H. Vehkamäki, T. Petäjä, M. Dal Maso, A. Lauri, V.M. Kerminen, W. Birmili, P.H. McMurry**. Formation and growth rates of ultrafine atmospheric particles : a review of observations, *J. Aerosol Sci.* 35 (2004) 143–176.
- [8] **Momas I, Pirard P, Quenel P, Medina S, Le Moullec Y, Ferry R, Dab W, Festy B**. Urban atmospheric pollution and mortality : analysis of epidemiological studies published between 1980 and 1991. *Rev Epidemiol Sante Publique* (1993) 41(1), 30-43.
- [9] **Quenel P, Zmirou D, Medina S, Le Tertre A, Balducci F, Le Moullec Y, Ritter P, Barumandzadeh T, Dab W**. Impact sur la santé de la pollution atmosphérique en milieu urbain : synthèse des résultats de l'étude APHEA (Air Pollution and Health : a European Approach). *Bulletin Epidémiologique Hebdomadaire* (1998) n°2.
- [10] **Colbeck, I., 1995**. Particle emission from outdoor and indoor sources. In : K.e.Samara (Editor), *Airbone particulate matter*, pp.1-34.

## Références bibliographiques

---

- [11] **Cahill, T.A., 1995.** Compositional analysis of atmospheric aerosols. Chemical Analysis Series, 133:467-476.
- [12] **FODEP.** <http://www.minenv.gov.ma/fodep>. Guide des procédés de dépollution industrielle. Consulté le 02/12/2009.
- [13] **Daniel Mussati, Paula Hemmer.** Particulate Matter Controls; Chapter 2 : Wet Scrubbers for particulate matter, 2002. <http://www.epa.gov/ttn/catc/dir1/cs6ch2.pdf>; Consulté le 10/01/2009.
- [14] **Schiffner, K.C. and H.E. Hesketh.** Wet Scrubbers (2nd Edition), Technomic Publishing, Lancaster, PA, 1996.
- [15] **Environmental Protection Agency, U.S.(EPA).** Air Pollution Technology Fact Sheet, Office of Air Quality Planning and Standards, Research Triangle Park, NC, 1990.
- [16] **United States Environmental Protection Agency.** Air Pollution Control Technology fact sheet. <http://www.epa.gov/ttn/catc/dir1/fventuri.pdf>; Consulté le 10/01/2009.
- [17] **Environmental Protection Agency, U.S. (EPA).** "Stationary Source Control Techniques Document for Fine Particulate", EPA Document No. EPA-452/R-97-001, Office of Air Quality Planning and Standards, Research Triangle Park, NC, September 30, 1997.
- [18] **Johnstone, H.F., R.B. Fied and M.C. Tassler.** Gas absorption and aerosol collection in venturi atomizer, Ind.Eng.Chem.45,1602-1608, (1954).
- [19] **Sudip Kumar Das, Manindra Nath Biswas.** Studies on ejector-venturi fume scrubber. Chemical engineering journal 119 (2006) 153-160.
- [20] **B. J. Azzopardi, S.F.C. Teixeira, A.H.Govan, T.R.Bott.** An improved model for pressure drop in venturi scrubbers. Trans.Inst.Chem.Eng. 69 (1991) 237.
- [21] **Evans, M.W.;Harlow, F.H.** The particle-In-Cell Method for hydrodynamic calculations. Report-LA-2139; NTIS: Washington, DC, 1957.
- [22] **C.T.Crowe, M.P.Sharma, D.E.Stock.** The particle-source-in cell (PSI-CELL) modèle for gas-droplet flows, J.Fluid.Eng., Trans. ASME 99 (1977) 325-332.
- [23] **Ekman, F.O, Johnstone, H.F.** Collection of aerosols in a venturi scrubber. Ind.Eng.Chem. 1951, 43, 1358.
- [24] **S.Calvert.** Venturi and other atomizing scrubbers efficiency and pressure drop, AICHE J. 16 (3) (1970). 392-396.

## Références bibliographiques

---

- [25] **W.H. Walton, A. Woolcock.** Aerodynamic capture of particles, Pergamon Press, New York, 1960.
- [26] **R.H. Boll.** Particle collection and pressure drop in venturi scrubbers. *Ind.Eng.Chem. Fundam.* 12 (1) (1973) 40-50.
- [27] **Taheri M, Sheih Ch.** Mathematical modeling of atomizing scrubber. *AICHE J.* 1975, 21, 153.
- [28] **Beg, S.A., M. Taheri.** Test of mathematical modeling for the design of high energy scrubbers. *Atmospheric Environment*, 11, 911-915, (1997).
- [29] **Viswanathan S., W.A. Gnyp and St. C.Pierre.** Examination of gas liquid in a venturi scrubber, *Ind. Eng. Chem. Fundam.* 23, 303-308 (1984).
- [30] **F.Mayingier, M. Neumann.** Dust collection in venturi-scrubbers. *Ger. Chem. Eng.* 1(1978) 289-293.
- [31] **Placek, T.D., Peters, L.K.** Analysis of particulate removal in venturi scrubbers-effect of operating variables on performance. *AICHE J.* 1981, 27, 984.
- [32] **Azzopardi B.J, Govan A.H.** The modeling of venturi scrubbers. *Filtr. Sep.* 1984, May/June, 196.
- [33] **Azzopardi B.J.** Gaz-liquid flows in cylindrical venturi scrubbers: boundary layer separation in the diffusion section. *Chem.Eng.J.* 1992, 49, 55.
- [34] **Heinz Haller, Edgar Muschelknautz, Tilman Schultz.** Venturi scrubber calculation and optimization. *Chem. Eng. technol.* 12 (1989) 188-195.
- [35] **Fathikalajahi J., M. Taheri, M.R.Talaie.** Theoretical study of liquid droplets dispersion in a venturi scrubber. *J. Air & Waste Manage. Assoc.* 45, 181-185 (1995).
- [36] **Brink, J.A., Jr.; Constant, C.W.** Experiments on an industrial venturi scrubber. *Ind.Eng.Chem.* 1958, 50, 1157.
- [37] **Shekar Viswanathan.** Modelling of venturi scrubber performance. *Ind. Eng. Chem. Res.* 1997, 36, 4308-4317.
- [38] **Rahimi A., M. Taheri, J. Fathikalajahi.** Mathematical modelling of non-isothermal venturi scrubbers. *The Canadian Journal of Chemical engineering*, volume 83, P 401-408. 2005.

- [39] **S.I.Pak, K.S. Chang.** Performance estimation on a venturi scrubber using a computational model for capturing dust particles with liquid spray. *Journal of hazardous materials B* 136 (2006) 560-573.
- [40] **Cheng-Hsiung Huang, Chuen-Jinn Tsai, Yu-Min Wang.** Control efficiency of submicron particles by efficient venturi scrubber system. *Journal of environmental engineering.* April 2007.454-461.
- [41] **M. Taheri, Ali Mohebbi.** Design of artificial neural networks using a genetic algorithm to predict collection efficiency in venturi scrubbers. *Journal of hazardous materials.*157 (2008) 122-129.
- [42] **Gelbard. F., Seinfeld. J. H. (1980).** Simulation of multicomponent aerosol dynamics. *Journal of Colloid and Interface Science*, 76 (2), 541-556.
- [43] **Whitby, E. R., & McMurry, P.H. (1997).** Modal aerosol dynamics modeling. *Aerosol Science and Technology*, 27, 673-688.
- [44] **D. Fernandez Alonso, J.A.S Gonçalves, B.J.Azzopardi.** Drop size measurements in venturi scrubbers, *chem.Eng.Sci.*56 (2001) 4901-4911.
- [45] **R.H.Boll, L.R.Flais, P.W.Maurer, W.L.Thompson.** Mean drop size in a full scale venturi via transmissometer. *J.Air Pollut.Control Assoc.*24 (1974) 934-938.
- [46] **S.Nukiyama, Y.Tanasawa.** Experiment on atomization of liquid by means of air stream, *Trans.Soc.Mech.Eng.Jpn.*4 (1938) 86-93.
- [47] **S.H.Park, C.H.Jung, K.R.Jung, B.K.Lee, K.W.Lee.** Wet scrubbing of polydisperse aerosols by freely falling droplets. *Aerosols Sciences* 36 (2005) 1444-1458.
- [48] **Gonçalves J.A.S., M.A. Martines Costa, K.L. Serra and J.R. Coury.** droplet dispersion in a rectangular venturi scrubber. 14<sup>th</sup> International Congress on Chemical & process engineering. Praha, Czech Republic (2000), pp. 27-31.
- [49] **Schnelle, Karl B. Jr. and Charles A. Brown.** *Air Pollution Control Technology Handbook*, CRC Press, Washington D.C., 2002.
- [50] **F.A.L. Dullien.** *Industrial Gas Cleaning*, Academic Press, New York, 1989.
- [51] **Nicolas Gauchet.** Influence de la densité spatiale des gouttes d'aspersion sur les produits de fission. Thèse de doctorat présenté à l'Université Paris XII. 1999. France.
- [52] **Seinfeld, J.H. & Pandis, S.N. (1998).** *Atmospheric chemistry and physics*. New York: Wiley.

## Références bibliographiques

---

- [53] **Calvert S., Lundgren D, Mehta D.** Venturi scrubber performance. J. Air Pollut. Control Assoc. 1972, 22, 529-532.
- [54] **Leith, D.E Cooper, D.W.** Venturi Scrubbers Optimization. Atmospheric environment, v.44, P 657-664.1980.
- [55] **A. Mohebbi, M. Taheri, J. Fathikalajahi, M.R. Talaie.** Simulation of an orifice scrubber performance based on Eulerian/Lagrangian method. Journal of Hazardous Materials A100. 13-25. 2003.
- [56] **Jung C.H., Lee K.W. (1998).** Filtration of fine particles by multiples liquid drop and gas bubble systems. Aerosols sciences and technology, 29, 389-401.
- [57] **Slinn W. G. N.** Precipitation scavenging, in atmospheric sciences and power production-1979. Washington DC, USA : Division of Biomedical Environmental Research, US Department of Energy (1983).
- [58] Feddaoui, M., Mir, A., Belahmidi, E.,2003, “Cocurrent turbulent mixed convection heat and mass transfer in falling film of water inside a vertical heated tube,” Int J.Heat Mass transfer, 46, 3497-3509.
- [59] **Eckert E.R.G., Frake Jr R.M.** Analysis of heat and mass transfer. McGraw-Hill, New York, 1972.
- [60] **Sacadura J. F.** Initiation aux transferts thermiques. Edition Tech & doc, 6<sup>ème</sup>. 2000.
- [61] **Nougier J. P.** Méthodes de calcul numérique. Edition Masson, 3<sup>ème</sup> édition Paris.
- [62] **H.K. Versteeg, W. Malalasekera.** An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method.
- [63] **Suhas V. Patankar.** Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere publishing corporation. 1980.
- [64] **W.M.Yan, T.F.Lin.** Combined heat and mass transfer in laminar forced convection channel flows. INT. Comm. Heat MASS Transfer. Vol. 15 (1988) 333-343.
- [65] **J. Koo, J. Hong, H. Lee, S. Shin.** Effect of the particle residence time and the spray droplet size on the particle removal efficiencies in a wet scrubber. Heat Mass transfer (2010) 46:649-656.
- [66] **C.-C. Wang, C.-K. Chen, 2002.** “Forced convection in wavy channel,” Int J.Heat Mass transfer, 45, 2587-2595.
- [67] **N. Saniei, S. Dini, 1993.** “Heat transfer characteristics in a wavy-walled channel,” ASME J. Heat Transfer, 115, 788-792.

## Références bibliographiques

---

- [68] **Yan, W. M., Lin, T.F.**, 1989. Effects of laminar mixed convection in a vertical channel," J. Thermophys, 3, 94-94.
- [69] **J. Cousteix**. Turbulence et couche limite. Cépadués Editions, 1989.
- [70] **A.N. Kolmogorov**. Energy dissipation in locally isotropic turbulence. Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 32: 19, 1941.
- [71] **Spalart, P.R. (1988)**. Direct simulation of a turbulent boundary layer up to  $R_9 = 1410$ . J. Fluid Mech. 187, 61-98.
- [72] **Favre, A. 1965**. Equations des gaz turbulents compressibles. Journal de Mécanique. 3-4
- [73] **Klébanoff, P.S. (1854)**. Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient. NACA TN. 3178.
- [74] **Michel, R., Quemard, C. & Durant, R. (1969)**. Application d'un schéma longueur de mélange à l'étude des couches limites d'équilibre. Note technique ONERA. 159.
- [75] **Johnson, DA. & King, LS. (1985)**. A mathematically simple turbulence closure model for attached and separated boundary layer. AIAA Journal. 23, 1684-1692
- [76] **Baldwin, B.S. & Barth, T.J. (1990)**. A one-equation turbulence transport model for high Reynolds number wall-bounded flows. NASA TM. 102847.
- [77] **Irman Yudiana**. Etude des modèles à bas nombre de Reynolds pour la simulation numérique des écoulements turbulents compressibles de proche paroi avec et sans interaction de choc. Thèse de doctorat soutenu à l'école centrale de Lyon. 1996.
- [78] **W.P. Jones and B.E. Launder**. The prediction of laminarization with two-equation model of turbulence. Int. J. Heat Mass Transfert, 15 :301-314, 1972.
- [79] **B.E. Launder and D.B. Spalding**. The numerical computation of turbulent flows. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 3(2) : 269-289, 1974.
- [80] **Wilcox, D.C. & Tract, R.M. (1976)**. A complete model of turbulence. AIAA Paper. 76-351.
- [81] **Wilcox, D.C. (1988)**. Reassessment of the scale determining equation for advanced turbulence models. AIAA Journal. 26, 1299-1310.
- [82] **Smith, B.R. (1990)**. The kkl turbulence model and wall layer model for compressible flow. AIAA Paper. 90-1483.
- [83] **Smith, B.R. (1994)**. A near-wall model for the k-1 two equation turbulence model. AIAA Paper. 94-2386.
- [84] **Launder, B.E. (1975)**. Progress in the modelling of turbulent transport. VKI Lecture Series 76.

## Références bibliographiques

---

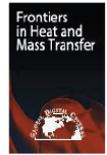
- [85] **Grasso, F. & Falconi, D. (1993)**. High-speed turbulence modeling of shock-wave/boundary-layer inter-action. *AIAA Journal*. 31, 1199-1206.
- [86] **Lauder B. E, Sharma B. I.** Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in heat and mass transfer*, vol 1, 131-138. 1974.
- [87] **Hassid S, Poreh M.** A turbulent energy dissipation model for flows with drag reduction. *Journal of fluids engineering*, vol.100, 107-112. 1978.
- [88] **Hoffman G.H.** Improved form of the low-Reynolds number  $k-\epsilon$  turbulence model. *Physic of fluids*, vol 18. 309-312. 1975.
- [89] **Dutoya D, Michard P.** A program for calculating boundary layers along compressor and turbine blades. *Numerical methods in heat transfer*, edited by R.W Lewis, K. Morgan and O.C. Zienkiewicz, John Wiley & Sons, New York, 1981.
- [90] **Chien K. Y.** Predictions of Channel and boundary-layer flows with a low-Reynolds number turbulence model. *AIAA Journal*, vol.20. 33-38. 1982.
- [91] **Reynolds W.C.** Computations of turbulent flows. *Annual review of fluid mechanic*. vol.8. 183-208. 1976.
- [92] **Lam C. K. G., Bremhorst K.A.** Modified form of the  $k-\epsilon$  model for predicting wall turbulence. *Journal of fluids engineering*, vol. 103. 456-460. 1981.
- [93] **Virendra C. Patel, Wolfgang Rodi, Georg Scheuerer.** Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows : A review. *AIAA Journal*, Vol 23, NO.9 1309-1319.1985.
- [94] **Cotton, M.A., Jackson J. D. ,1990.** Vertical tube air flows in the turbulent mixed convection regime calculated using a Low-Reynolds-Number  $k-\epsilon$  model. *Int.J. Heat Mass transfer* 33: 275-286.
- [95] **Behzadmehr A, Galanis N, Laneville A, 2003.** Low Reynolds number convection in vertical tubes with uniform wall heat flux. *Int.J. Heat Mass transfer* 46: 4823-4833.
- [96] **Costa J.J., Oliveira L.A, Blay D.** Turbulent air flow in a room with a two-jet heating ventilation system: A numerical parametric study. *Energy and Buildings* 32: 327-343 (2000).
- [97] **Costa J.J., Oliveira L.A, Blay D.** Test of several versions for  $k-\epsilon$  type turbulence modeling of internal mixed convection flows. *Int. J. Heat and Mass Transfer* 42: 4391-4409 (1999).

## Références bibliographiques

---

- [98] **Wei-Mon Yan.** Effects of film vaporization on turbulent mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel. *Int.J. Heat Mass Transfer.* Vol.38.No.4.pp 713-722, 1995.
- [99] **Zheng, G. S., Worek, W. M.** Method of heat and mass enhancement in film evaporation, *International Journal of Heat and Mass transfer*, 39, 1996, p.97-108.
- [100] **Yan, W. M.** Mixed convection heat transfer in a vertical channel with film evaporation, *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 71, 1993, p.54-61.
- [101] **Yan, W. M., Lin, T.F.** Combined heat and mass transfer in natural convection between vertical plates with film evaporation, *International Journal of Heat and Mass transfer*, 33, 1990, p.529-541.

**Publication**



# LAMINAR FORCED CONVECTION HEAT AND MASS TRANSFER IN A VENTURI TUBE WITH WETTED WALLS

S.W. Igo<sup>a,\*</sup>, D.J. Bathiébo<sup>b</sup>, K. Palm<sup>a</sup>, K. N'wuitcha<sup>c</sup>, B. Zeghmati<sup>d</sup>, X. Chesneau<sup>d</sup>

<sup>a</sup> Institut de Recherche en Sciences Appliquées et Technologies (IRSAT/CNRST). Département Energie. 03 BP 7047 Ouagadougou 03, Burkina Faso

<sup>b</sup> Laboratoire d'Energie Thermique et Renouvelable (LETRE). Université de Ouagadougou, 03 BP 7021 Ouagadougou 03, Burkina Faso.

<sup>c</sup> GPTE-LES, Département de physique. Université de Lomé. BP 1515, Togo.

<sup>d</sup> Laboratoire de Mathématiques et Physique des Systèmes (LAMPS). 52 Avenue Paul Alduy 66860 Perpignan cedex 9, France.

## ABSTRACT

A combined heat and mass transfer in laminar forced convection flow in a rectangular venturi tube have been numerically simulated. A transformation has been used to transform the irregular profile of the venturi walls into a straight line. Transfers equations are solved using finite volume method, Gauss and Thomas algorithms. The influences of venturi effect, inlet Reynolds number and venturi diameter ratio on the heat and mass transfer are discussed in detail. Results presented as pressure gradient, Nusselt and Sherwood numbers profiles, velocity patterns and isotherms show that the throat play an important role on the heat an mass transfer in the venturi channel.

**Keywords:** Heat and mass transfer; laminar forced convection; evaporation; venturi tube.

## 1. INTRODUCTION

Venturi tubes are usually used for gas flow rate measurements. Their facility to design has led to many studies (Elperin et al., 2002; Jitschin et al., 1999; Jitschin, 2004; Li et al., 2000). They consist of a rectangular or circular channel with three parts: a convergent section, a throat and a divergent section or diffuser. Flow is accelerated in the convergent, reaches its maximum velocity in the throat and finally is decelerated in the diverging section. At the throat, a significant pressure drop occurs. Based on the inlet and outlet pressures, it is possible to calculate the gas flow using the well known Bernoulli's law. Thus, a venturi constitutes a converter which transforms physical quantity (gas flow) ,which is not easy to quantify, into one which is quite more conveniently to measure (pressure). If the hydrodynamic aspects are well known in venturi tubes, studies concerning thermal and mass transfer are scarce although these systems are more and more used in gas and oil industries for wet gas flow rate measurements (Lide et al., 2007). However, in others type of channels, heat and mass transfer between a wet wall and flow has been widely studied (Fujita, 1993; Baumann et al., 1986; Yan, 1993; Zheng et al., 1996). This process, widely encountered in practice, is used to protect walls from high temperature gas stream or to cool heated walls in industrials applications (evaporative cooling for waste heat disposal, towers cooling, turbine blade cooling, microelectronic system component cooling, etc.). Yan and Lin (1989) were the first to investigate the effects of liquid film evaporation from a wetted wall of a vertical channel on transfers. They showed that heat transfer is dominated by

the latent heat. Later, Yan and Lin (1990) studied the effect of liquid film thickness evaporation in a vertical channel on transfers and conclude that it can be neglected when the liquid mass flow rate is small. Yan and Chyi (1995) studied the convective heat and mass transfer along an inclined heated plate with film evaporation. One of their results is about the Nusselt number which increases as the inclination angle increases due to the reduction of interfacial temperature. The Sherwood number is uninfluenced by the inclination angle, but is sensible to external flux and inlet velocity. The development of heat exchangers has motivated heat and mass transfer studies for wavy surfaces. Thus, the corrugated channels are widely used for heat enhancement in heat exchangers industries. Saniei and Dini (1993) studied, experimentally, heat transfer in wavy-wall channel and conclude that the maximum local Nusselt number was located upstream of the peak of each wave, while the minimum local Nusselt number was situated downstream, within a short distance of the peak of each wave. A numerical study of heat transfer through a channel with periodic array of wavy passages showed that in steady flow regime, the average Nusselt number for the wavy-wall channel is higher than those for a plane channel (Wang et al., 1995). For forced convection heat transfer in wavy-wall channel, the local Nusselt number and the local skin-friction coefficient harmonics have the same frequency as that of the wavy surface at smaller wavy amplitude-wave-length ratios or at low Reynolds number (Wang et al., 2002). In addition, the increases of Reynolds number leads to an increase of the local Nusselt number in the converging section, but do not influence significantly the local Nusselt number in the diverging section.

\* Corresponding author. Email: [sergesigo@yahoo.fr](mailto:sergesigo@yahoo.fr)

As seen, although venturi tubes are used in hot moist gas flow rate measures, thermal and mass transfers studied about these devices have been neglected. Thus, the objective of this study is a numerical analysis of heat and mass transfer by forced convection through a venturi tube in which the walls are wetted.

## 2. PROBLEM FORMULATION

The venturi channel is formed by two isothermal plates of sections length L1, L2, L3, L4 and L5 (figure 1). The distance between the plates is 2R in the entrance region. Air with uniform temperature  $T_0$  and relative humidity  $\phi_0$  enters with uniform downward velocity  $U_0$ . The venturi wetted walls are submitted to the evaporation of water vapor. The thermophysical properties of air are depending on temperature and water vapor mass fraction. Their calculation can be found in the work of Feddaoui et al.,2003.

It is assumed that:

- The radial pressure gradient component is neglected,
- Dufour and Soret effects are neglected,
- Transfers are two-dimensional steady state and axisymmetric,
- The air is considered as an ideal gas.

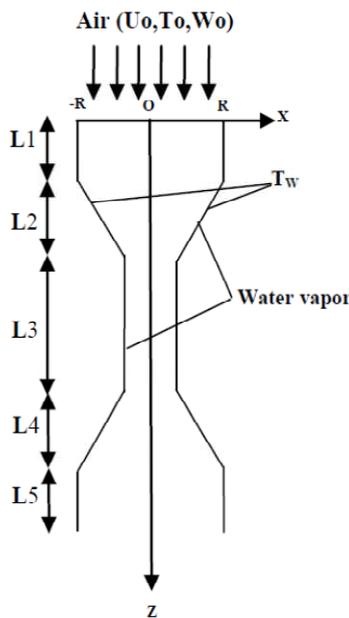


Fig. 1 Schematic representation of studied system in the (0,x,z) referential

The dimensionless equations which govern the simultaneous heat and mass transfer by forced convection in the venturi are:

-Continuity equation

$$\frac{\partial(\rho^* V^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* U^*)}{\partial z^*} = 0 \quad (1)$$

-Axial momentum equation

$$\frac{\partial(\rho^* V^* U^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* U^* U^*)}{\partial z^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \mu^* \frac{\partial U^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \mu^* \frac{\partial U^*}{\partial z^*} \right) \right] \quad (2)$$

- Radial momentum equation

$$\frac{\partial(\rho^* V^* V^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* U^* V^*)}{\partial z^*} = \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \mu^* \frac{\partial V^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \mu^* \frac{\partial V^*}{\partial z^*} \right) \right] \quad (3)$$

-Energy equation

$$\frac{\partial(\rho^* C_p^* V^* T^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* C_p^* U^* T^*)}{\partial z^*} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \lambda^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \lambda^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) \right] \quad (4)$$

- Water vapor diffusion equation

$$\frac{\partial(\rho^* V^* W^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho^* U^* W^*)}{\partial z^*} = \frac{1}{\text{Re Sc}} \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( D^* \frac{\partial W^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( D^* \frac{\partial W^*}{\partial z^*} \right) \right] \quad (5)$$

-Flow rate conservation

$$\int U^* dx^* = Q_0^* + Q_{ev}^* \quad (6)$$

$Q_0^*$  and  $Q_{ev}^*$  are respectively the inlet gas flow rate and the cumulated evaporated flow rate.

## 3. NUMERICAL PROCEDURE

### 3.1 Coordinates transformation

In order to avoid the non-uniformity of the mesh spacing along the venturi plane, we transform the irregular profile of the walls into a straight line (figure 2):

$(x^*, z^*) \rightarrow (\eta, \xi)$  such as  $\eta = x^*/F(z^*)$  and  $\xi = z^*$  with  $F(z^*) = az^* + b$ , a and b are real number.

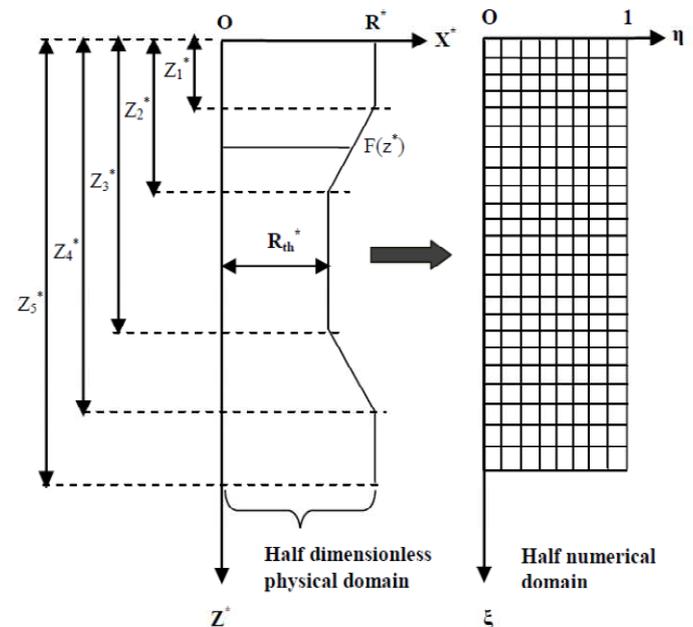


Fig. 2 Physical and numerical domain

Real a and b are depending on  $z_1^*, z_2^*, z_3^*, z_4^*, z_5^*, R^*$  and  $R_{th}^*$  :

$$0 \leq z^* \leq z_1^* : a = 0, b = R^*$$

$$z_1^* \leq z^* \leq z_2^* : a = \frac{R_{th}^* - R^*}{z_2^* - z_1^*}, b = \frac{z_2^* R^* - z_1^* R_{th}^*}{z_2^* - z_1^*}$$

$$z_2^* \leq z^* \leq z_3^* : a = 0, b = R_{th}^*$$

$$z_3^* \leq z^* \leq z_4^* : a = \frac{R^* - R_{th}^*}{z_4^* - z_3^*}, b = \frac{z_4^* R_{th}^* - z_3^* R^*}{z_4^* - z_3^*}$$

$$z_4^* \leq z^* \leq z_5^* : a = 0, b = R^*$$

The radial and axial derivatives in the physical domain are expressed in the numerical one:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{a\xi + b} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (8)$$

In the new coordinate system  $(\eta, \xi)$ , the equations 2-5 are:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a\xi + b} \frac{\partial(\alpha V^* \Phi)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\alpha U^* \Phi)}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial(\alpha U^* \Phi)}{\partial \eta} = B \\ & + \kappa \left[ \frac{1}{a\xi + b} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\chi}{a\xi + b} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) \right] + \\ & \kappa \left[ \left( \frac{\partial}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \chi \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

where  $\alpha, B, \kappa$ , and  $\chi$  are defined in table 1:

Table1: Expression of coefficients  $\alpha, B, \kappa$ , and  $\chi$

$\Phi$	$\alpha$	$B$	$\kappa$	$\chi$
$U^*$	$\rho^*$	$-\partial P^* / \partial \xi$	$1/Re$	$\mu^*$
$V^*$	$\rho^*$	0	$1/Re$	$\mu^*$
$T^*$	$\rho^* C_p^*$	0	$1/RePr$	$\lambda^*$
$W^*$	$\rho^*$	0	$1/ReSc$	$D^*$

Equation (1) and (6) are, respectively:

$$\frac{1}{a\xi + b} \frac{\partial(\rho^* V^*)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\rho^* U^*)}{\partial \xi} - \left( \frac{a\eta}{a\xi + b} \right) \frac{\partial(\rho^* U^*)}{\partial \eta} = 0 \quad (10)$$

$$\int U^* (a\xi + b) d\eta = Q_o^* + Q_{ev}^* \quad (11)$$

### 3.2 Boundaries conditions

-At the inlet ( $\xi = 0, 0 \leq \eta \leq 1$ )

$$U^*(\eta, \xi) = \frac{3}{2}(1 - \eta^2); V^*(\eta, \xi) = 0; T^*(\eta, \xi) = 1; W^*(\eta, \xi) = 1 \quad (12a-d)$$

-At the outlet ( $\xi = L/D_h, 0 \leq \eta \leq 1$ )

$$\frac{\partial U^*(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0; \frac{\partial V^*(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0; \frac{\partial T^*(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0; \frac{\partial W^*(\eta, \xi)}{\partial \xi} = 0 \quad (13a-d)$$

-At the wall ( $0 \leq \xi \leq L/D_h, \eta = 1$ )

$$U^*(\eta, \xi) = 0; T^*(\eta, \xi) = T_w/T_o; W^*(\eta, \xi) = W_w/W_o; V^*(\eta, \xi) = V_{ev}^* \quad (14a-d)$$

-At the axis of symmetry ( $0 \leq \xi \leq L/D_h, \eta = 0$ )

$$\frac{\partial U^*(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0; V^*(\eta, \xi) = 0; \frac{\partial T^*(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0; \frac{\partial W^*(\eta, \xi)}{\partial \eta} = 0 \quad (15a-d)$$

The dimensionless evaporating velocity at the wetted wall can be evaluated using the following relation (Eckert et Frake Jr, 1972):

$$V_{ev}^* = - \frac{D}{U_o D_h (1/W_o - W_w^*)} \frac{1}{F(\xi)} \frac{\partial W^*}{\partial \eta} \Big|_w \quad (16)$$

According to Dalton's law, the mass fraction of water vapor at the wall corresponds to saturation conditions at  $T_w$ :

$$W_w = P_w M_v / [P_w M_v + (P - P_w) M_a] \quad (17)$$

The heat flux between the wet walls and the flow is equal to the sum of the latent and the sensible heat:

$$q_T = q_s + q_L = \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_w + \dot{m}_w'' h_{fg} \quad (18)$$

$\dot{m}_w''$  and  $h_{fg}$  are, respectively, the evaporated mass flux and the latent heat of vaporization:

$$\dot{m}_w'' = \rho V_{ev} \quad (19)$$

We characterize heat transfer by the total Nusselt number  $Nu_T$ :

$$Nu_T = \frac{h D_h}{\lambda} = \frac{q_T D_h}{\lambda (T_w - T_b)} = Nu_s + Nu_L \quad (20)$$

$Nu_s$  is the sensible Nusselt number and  $Nu_L$  the latent Nusselt number:

$$Nu_s = \frac{1}{(T_w^* - T_b^*)} \frac{1}{F(\xi)} \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \Big|_w \quad (21)$$

$$Nu_L = \frac{\dot{m}_w'' h_{fg} D_h}{\lambda T_o (T_w^* - T_b^*)} \quad (22)$$

Similarly, the Sherwood number is defined by:

$$Sh = \frac{h_M D_h}{D} = \frac{1}{(W_w^* - W_b^*)} \frac{1}{F(\xi)} \frac{\partial W^*}{\partial \eta} \Big|_w \quad (23)$$

The equations (9) associated to boundaries conditions (12-15) are discretized using an implicate scheme based on the finite volume method. The system of algebraic equation deduced from discretisation of the radial momentum equation component, energy and diffusion equations, is for each equation tri-diagonal; so it was solved by Thomas algorithm. The discretisation of axial momentum equation leads to an algebraic equation system composed of M equations and (M+1) unknowns variables (U and P). Consequently, it was solved with Gauss algorithm.

The convergence was obtained when the following criterion was satisfied:

$$\frac{\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i,j}^n}{\Phi_{i,j}^{n+1}} < 10^{-5}, \Phi = U^*, V^*, T^*, W^* \quad (24)$$

where the superscript n designates the iteration number.

The validation of our numerical code has been carried out by comparing our results with the most closely numerical solution (Yan and Lin, 1988).

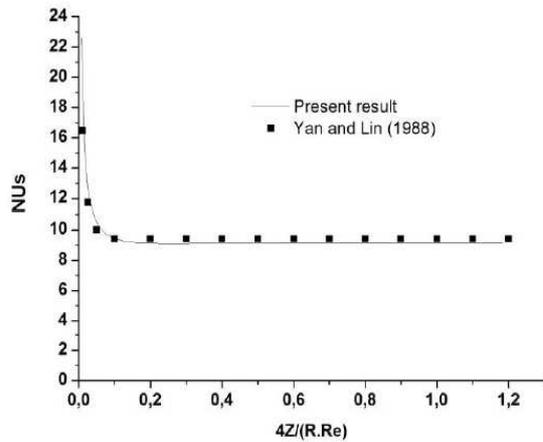


Fig. 3 Profile of calculated Nusselt number ( $T_o = 20^\circ\text{C}, T_w = 40^\circ\text{C}, \phi_o = 50\%, Pr = 0.703, Sc = 0.592, Re = 500$ )

As seen in figure 3, the discrepancies between our results and those of Yan and Lin do not exceed 0.01%.

The computational grid is uniform in the two directions. The step length in each direction is chosen by numerical experiments provided by the stabilities conditions of Thomas and Gauss algorithms. To ensure that the results are grid independent, computations are carried out for several mesh size. The effect of the grid size on the Nusselt number leads to a mesh size of 60 nodes in the  $\eta$  direction and 120 nodes in the  $\xi$  direction corresponding to the step lengths ( $\Delta\eta, \Delta\xi$ ).  $\Delta\eta = 17 \cdot 10^{-3}$ ;  $\Delta\xi = 38 \cdot 10^{-3}$ . As seen, an increase of the number of nodes by a factor of four does not influence the results significantly. The discrepancies between Nusselt values for mesh size (60\*120) and mesh size (120\*240) reported in table 2 is less than 5%.

Table 2: Grid independence

Grid ( $\eta \times \xi$ )	$\xi=0.2$	$\xi=0.4$	$\xi=0.6$	$\xi=0.8$
Values of $Nu_s$ (Re=500)				
(60*120)	15.80713	23.96526	9.24108	6.23658
(120*240)	15.92985	24.06678	9.45009	6.46739

The validation of our numerical code is presented for  $Re=500$  as results reported by Yan and Lin. However, for the three Reynolds number used in ours computations, we ensure that results are grid independent. For  $Re=500$  we obtained a grid independent solution for a spatial grid 60\*120. Whereas a spatial grid refinement for the others Reynolds numbers (1000, 1500) doesn't contribute to ameliorate the precision of the solution. Consequently, we have retained the spatial grid 60\*120.

#### 4. RESULTS AND DISCUSSION

Calculations were performed for  $L1 = 0.1\text{m}, L2 = 0.2\text{m}, L3 = 0.15\text{m}, L4 = 0.3\text{m}, L5 = 0.15\text{m}, R = 0.1\text{m}, T_o = 293.15\text{K}, T_w = 298.5\text{K}$  and a venturi diameter ratio  $\beta$  in the range of 0.25 to 1.

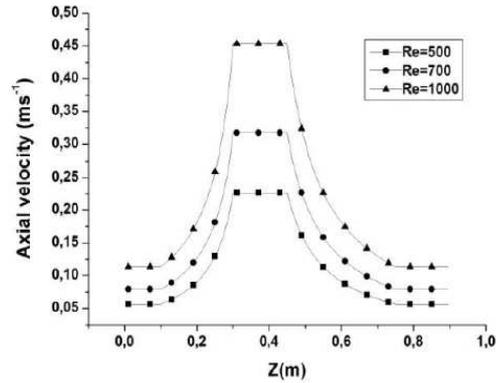


Fig. 4 Axial velocity versus Reynolds number.  $\beta=0.25$

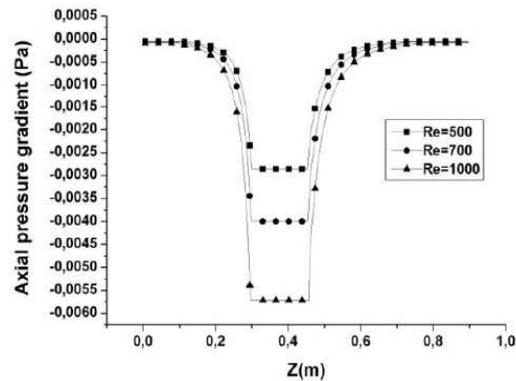


Fig. 5 Axial pressure gradient versus Reynolds number.  $\beta=0.25$

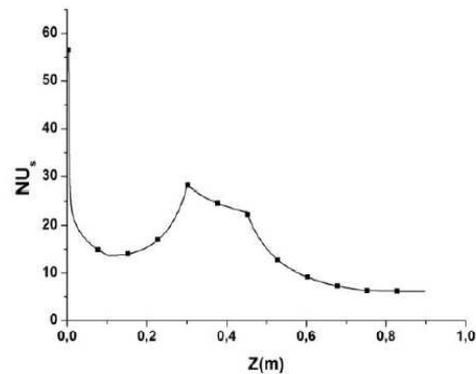


Fig. 6 Sensible Nusselt number evolution along the venturi:  $Re=500, \beta=0.25$

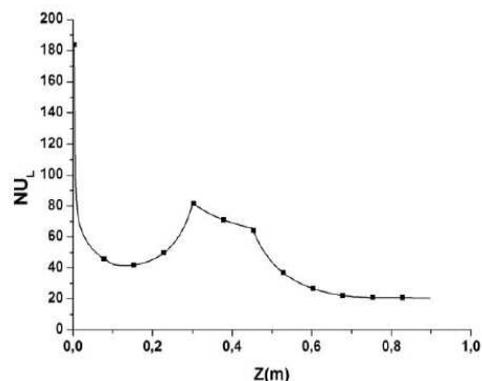


Fig. 7 Latent Nusselt number evolution along the venturi:  $Re=500, \beta=0.25$

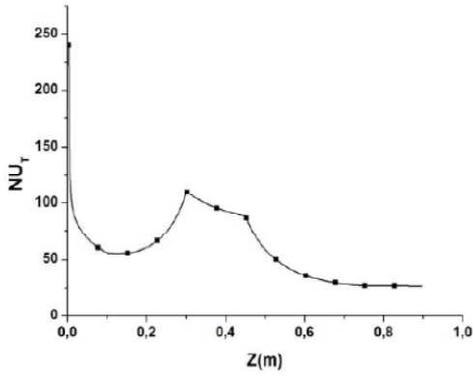


Fig. 8 Total Nusselt number evolution along the venturi:  $Re=500$ ,  $\beta=0.25$

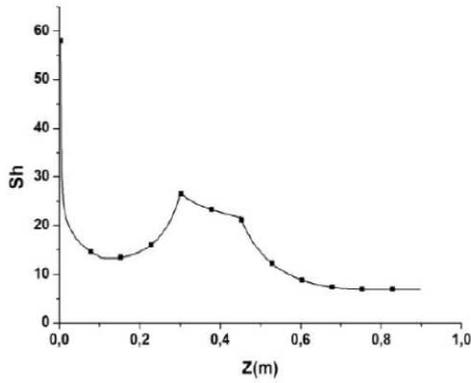


Fig. 9 Sherwood number evolution along the venturi:  $Re=500$ ,  $\beta=0.25$

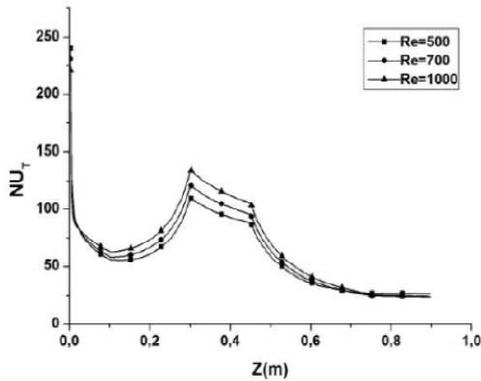


Fig. 10 Total Nusselt number versus Reynolds number.  $\beta=0.25$

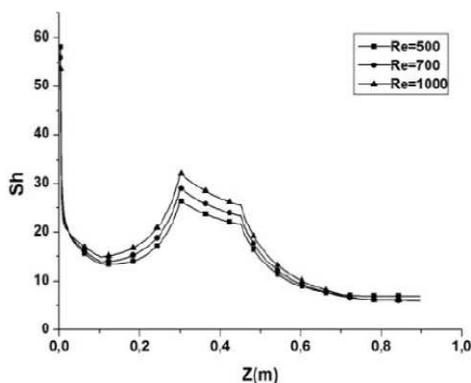


Fig. 11 Sherwood number versus Reynolds number.  $\beta=0.25$

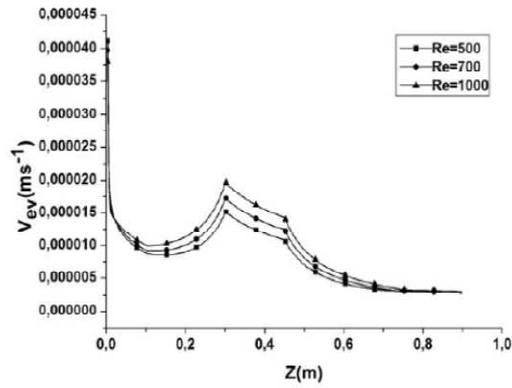


Fig. 12 Evaporation velocity at the venturi wall, versus Reynolds number.  $\beta=0.25$

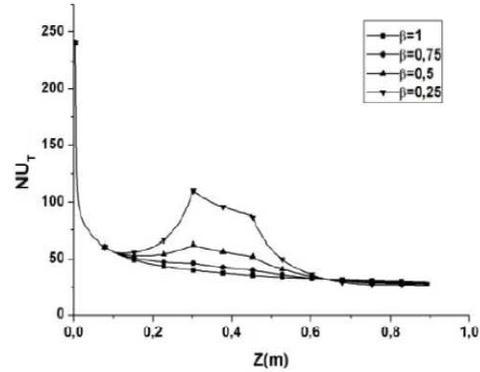


Fig. 13 Total Nusselt number versus venturi diameter ratio.  $Re=500$

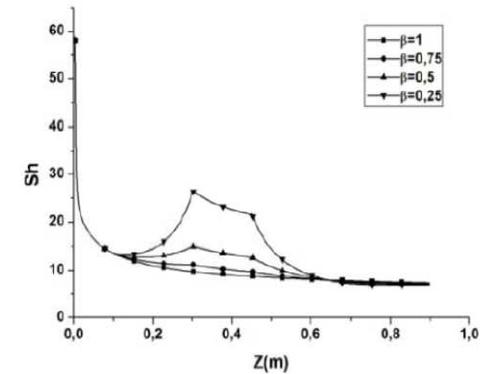


Fig. 14 Sherwood number versus venturi diameter ratio.  $Re=500$

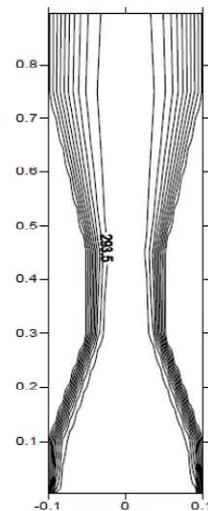


Fig. 15 Isotherms:  $Re=500$ ,  $\beta=0.25$

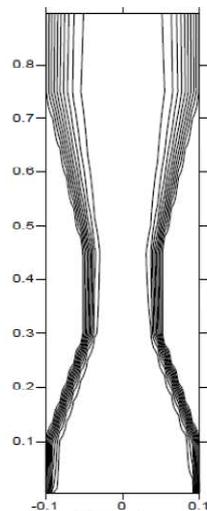


Fig. 16 Isotherms:  $Re=1000$ ,  $\beta=0.25$

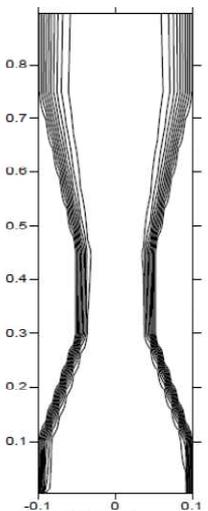


Fig. 17 Isotherms:  $Re=1500$ ,  $\beta=0.25$

Figures 4-5 illustrate the effect of Reynolds number on the velocity and the axial pressure evolution in the venturi. In the converging section, there is a continuous increase of the pressure drop due to the acceleration of the flow resulting of the conversion of the potential energy into kinetic one (venturi effect). Maximum velocity of the flow is reached in the throat. In addition, the increasing of Reynolds number increase venturi effect.

Nusselt and Sherwood numbers for a fixed Reynolds number are presented in figures 6-9. Venturi effect on heat and mass transfers is observed; both heat and mass transfer increase in the convergent section due to the increasing of the flow velocity which increases convective transfers. The decreasing of heat and mass transfer is observed in the throat because the velocity becomes constant. This decreasing seems to be linear. In the diverging section, the velocity decreases as the channel cross section increases, consequently convective transfers decrease in this venturi part as in a wall plane channel. We observed that the heat transfer is dominated by the latent heat in the all venturi tube. This result is an agreement with Yan et al. (1989) one for a wall plane channel transfers. The sensible Nusselt number is similar to the Sherwood number because the Prandtl number is approximately equal to the Schmidt number ( $Pr=0.71$ ,  $Sc=0.69$ ).

Figures 10-12 illustrate the effect of the inlet Reynolds number on heat and mass transfers. The augmentation of heat and mass transfers as the Reynolds number increase is due to the increase of convective and conductive transfers and the convective transfer is dominant. This increase is more important through the throat than in the convergent section, and more important in the convergent than the divergent. The evaporation velocity profile at the venturi wall is the consequence of the increasing of mass transfer.

In figures 13-14, we present the effect of venturi diameter ratio on heat and mass transfer.  $\beta$  equal to 1 is a particular case for wall plane channel. When  $\beta$  decreases transfers increases because channel is progressively transformed to a venturi channel, and the flow and transfers are depending of venturi effect. The venturi transformation effect is more sensible in the throat than the others sections of the venturi.

Isotherms versus Reynolds number are presented in figures 15-17. Isotherms spread along the venturi wall; this structure means that transfers in the wall vicinity are assumed by conduction mode. In the convergent section and in the throat, we observe a tightening of isotherms along the wall and a margin of isotherms along the mean flow. The tightening along walls increases as the Reynolds number increases, because of the decrease of conductive effects.

## 5. CONCLUSIONS

Heat and mass transfer with evaporation at the venturi wet wall channel have been numerically studied. The venturi effect, the inlet Reynolds number and the venturi diameter ratio on heat and mass transfers are been investigated in details. The main results are summarized as follows:

- Heat and mass transfers increase in the converging section, decreases almost linearly in the throat and are similar to a wall plane channel heat and mass transfers in the diverging section. In the all venturi sections, the heat transfer is dominated by the latent heat.
- Heat and mass transfers, and the evaporation velocity increase as the Reynolds number increases. This augmentation is more important in the throat than the others sections of the venturi.
- Heat and mass transfers increase as the venturi diameter ratio decreases. This increase is also more important in the throat than the others sections of the venturi.

## NOMENCLATURE

$C_p^*$	dimensionless specific heat, = $C_p/C_{p0}$
$D$	dimensionless mass diffusion coefficient, = $D/D_0$
$D_h$	hydraulic diameter (m), = $2R$
$h$	convective heat transfer coefficient ( $Wm^{-2}K^{-1}$ )
$h_M$	mass transfer coefficient ( $ms^{-1}$ )
$h_{fg}$	latent heat of vaporization ( $Jkg^{-1}$ )
$M$	molar mass ( $kgmol^{-1}$ )
$NU_L$	latent Nusselt number
$NU_S$	sensible Nusselt number
$NU_T$	total Nusselt number
$P^*$	dimensionless pressure of air, = $P/P_0$
$Pr$	Prandtl number, = $\mu_0 C_{p0}/\lambda_0$
$Q^*$	dimensionless flow rate, = $Q/Q_0$
$R$	inlet radius
$Re$	Reynolds number, = $\rho_0 U_0 D_h/\mu_0$
$Sc$	Schmidt number, = $\mu_0/\rho_0 D_0$
$Sh$	Sherwood number
$T^*$	dimensionless temperature, = $T/T_0$
$U^*$	dimensionless axial velocity component, = $U/U_0$
$V^*$	dimensionless radial velocity component, = $V/U_0$
$W^*$	dimensionless water vapor mass fraction, = $W/W_0$
$X^*$	dimensionless radial coordinate, = $X/D_h$
$Z^*$	dimensionless axial coordinate, = $Z/D_h$

### Greek Symbols

$\beta$	venturi diameter ratio = throat diameter/ $2R$
$\rho^*$	dimensionless air density, = $\rho/\rho_0$
$\mu^*$	dimensionless air viscosity, = $\mu/\mu_0$
$\phi$	air relative humidity
$\eta$	numerical radial coordinate
$\xi$	numerical axial coordinate

### Subscripts

$a$	air
$b$	bulk quantity
$ev$	evaporation
$o$	inlet
$th$	throat
$v$	vapor
$w$	wall

## REFERENCES

- Baumann W. M., and Thiele, F., 1986, "Heat and mass transfer in two-component film evaporation in a vertical tube," *Proc. 8th Int. Heat Transfer, San Francisco*, 4, 1843-1846.
- Eckert, E. R. G., Frake Jr, R. M., 1972, "Analysis of Heat and Mass transfer," McGraw-Hill, New York.
- Elperin, T., Fominykh, A., Klochko, M., 2002, "Performance of a Venturi meter in gas-liquid flow in the presence of dissolved gases," *Flow Measurement and Instrumentation*, 13, 13-16.  
[http://dx.doi.org/10.1016/S0955-5986\(02\)00013-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0955-5986(02)00013-4).
- Feddaoui, M., Mir, A., Belahmidi, E., 2003, "Cocurrent turbulent mixed convection heat and mass transfer in falling film of water inside a vertical heated tube," *Int J. Heat Mass transfer*, 46, 3497-3509.  
[http://dx.doi.org/10.1016/S0017-9310\(03\)00129-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0017-9310(03)00129-7).
- Fujita, T., 1993, "Falling film in absorption machines," *Int. J. Refrig.*, 16, 282-294.  
[http://dx.doi.org/10.1016/0140-7007\(93\)90081-I](http://dx.doi.org/10.1016/0140-7007(93)90081-I).

Jitschin, W., Ronzheimer, M., Khodabakhshi, S., 1999, "Gas flow measurement by means of orifices and venturi tubes," *Vacuum*, 53, 181-185.  
[http://dx.doi.org/10.1016/S0042-207X\(98\)00352-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0042-207X(98)00352-2).

Jitschin, W., 2004, "Gas flow measurement by the thin orifice and the classical venturi tube," *Vacuum*, 76, 89-100.  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.vacuum.2004.05.014>.

Li, X., Lee, W. Y., Wong, Zohar, M.Y., 2000, "Gas flow in constriction microdevices," *Sensors and Actuators*, 83, 277-283.  
[http://dx.doi.org/10.1016/S0924-4247\(99\)00308-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0924-4247(99)00308-8).

Lide, F., Tao, Z., Ningde, J., 2007, "A comparison of correlations used for venturi wet gas metering in oil and gas industry," *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 57, 247-256.  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.petrol.2006.10.010>.

Saniei, N., Dini, S., 1993, "Heat transfer characteristics in a wavy-walled channel," *ASME J. Heat Transfer*, 115, 788-792.  
<http://dx.doi.org/10.1115/1.2910756>.

Wang, C.-C., Chen, C.-K., 2002, "Forced convection in wavy channel," *Int J. Heat Mass transfer*, 45, 2587-2595.  
[http://dx.doi.org/10.1016/S0017-9310\(01\)00335-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0017-9310(01)00335-0).

Wang, G., Vanka, S. P., 1995, "Convective heat transfer in wavy passage," *Int. J. Heat Mass Transfer*, 38, 3219-3230.  
[http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310\(95\)00051-A](http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310(95)00051-A).

Yan, W. M., 1993, "Mixed convection heat transfer in a vertical channel with film evaporation," *Canad.J.Chem. Eng.*, 71, 54-61.  
<http://dx.doi.org/10.1002/cjce.5450710108>.

Yan, W. M., Lin, T.F., 1989, "Effects of laminar mixed convection in a vertical channel," *J.Thermophys*, 3, 94-94.  
<http://dx.doi.org/10.2514/3.56231>.

Yan, W. M., and Lin, T.F., 1990, "Combined heat and mass transfer in natural convection between vertical plates with film evaporation," *Int J.Heat Mass transfer*, 33, 529-541.  
[http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310\(90\)90187-Y](http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310(90)90187-Y).

Yan, W. M., Soong, C. Y., 1995, "Combined heat and mass transfer along an inclined heated plate with film evaporation," *Int J.Heat Mass transfer*, 38, 1261-1269.  
[http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310\(94\)00241-M](http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310(94)00241-M).

Yan, W. M., Lin, T.F., 1988, "Combined heat and mass transfer in laminar forced convection channel flows," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 15, 333-343.  
[http://dx.doi.org/10.1016/0735-1933\(88\)90034-6](http://dx.doi.org/10.1016/0735-1933(88)90034-6).

Zheng, G. S., Worek, W. M., 1996, "Method of heat and mass enhancement in film evaporation," *Int J.Heat Mass transfer*, 39, 97-108.  
[http://dx.doi.org/10.1016/S0017-9310\(96\)85009-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0017-9310(96)85009-5).